نام و نام خانوادگی:

تعداد سوال: ۱۶۰

نام آزمون: ریاضی قدیم نیمسال اول پیش

زمان برگزاری: ۲۰۰ دقیقه

افشار

مرکز مشاوره تحصیلی دکتر
علیرضا افشار

۱ برد تابع $y = \sin^{-1}(x^۳ + x + ۱) + \cos^{-1}(x^۳ + x + ۳)$ چند عضو دارد؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) بی شمار ۴) ۰

۲ نقاط A , B به طول‌های ۱ و ۴ بر نمودار تابع $y = x + \sqrt{x}$ واقع می‌باشند مماس در کدام نقطه از منحنی موازی وتر AB است؟

۱) $(۹, ۱۲)$ ۲) $(\frac{۹}{۴}, \frac{۱۵}{۴})$ ۳) $(۰, ۰)$ ۴) $(\frac{۱۶}{۹}, \frac{۲۸}{۹})$

۳ مشتق هفتم تابع $y = \sin^۹ x + \sin x$ در $x = \pi$ کدام است؟

۱) ۹ ۲) -۱ ۳) -۹ ۴) ۱

۴ اگر $a > ۰ > b$ باشد، حاصل $|a - b| + |a + ۱| - |۱ - b|$ چقدر است؟

۱) $۲a$ ۲) $۲b$ ۳) $۲a + ۲b$ ۴) $۲a + ۲b + ۲$

۵ دنباله‌ی $\left\{ \frac{۱ + ۳ + ۵ + \cdots + (۲n - ۱)}{n^۲} \right\}$ به کدام عدد همگراست؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) واگرا

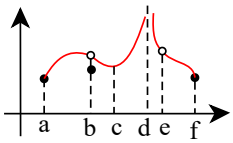
۶ مقدار $\tan^۲(\sin^{-۱} \frac{۱}{۳})$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) $\frac{۱}{۸}$ ۳) $\frac{۱}{۹}$ ۴) ۹

۷ تابع $f(x) = (x^۲ + ۱)^۵ + ۲x^{۱۰}$ مفروض است، مشتق مرتبه‌ی nاُم آن در $x = ۴$ برابر a و مشتق مرتبه‌ی $n + ۱$اُم آن برای $x \in \mathbb{R}$ برابر صفر است، a کدام است؟ $(a \neq ۰)$

۱) $۱۰!$ ۲) ۳۰ ۳) $۳ \times ۱۰!$ ۴) $۲ \times ۱۰!$

۸ شکل مقابل نمودار f را نشان می‌دهد. کدام گزینه صحیح نیست؟



۱) $x = b$ ، $\min$ نسبی تابع است.

۲) $x = c$ نقطه ی بحرانی تابع است.

۳) تابع در $x = f$ اکسترمم نسبی ندارد.

۴) $x = e$ نقطه ی بحرانی تابع است و اکسترمم نیست.

۹ تابع $f(x) = ax + ۲\sin x + ۴$ ، تابعی صعودی و دارای بی‌شمار نقطه بحرانی در دامنه تعریف خود است. مقدار a کدام است؟

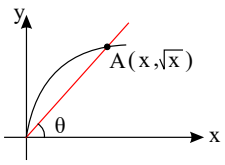
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -۱ ۴) -۲

۱۰ مشتق نوزدهم تابع $f(x) = \frac{x^{۲۰}}{۲۰!} + \frac{x^{۱۹}}{۱۹!} + \cdots + \frac{x^۲}{۲!} + x$ در $x = ۲$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۲۱ ۴) ۱۹

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۱۱) ذره‌ای روی منحنی $y=\sqrt{x}$ واقع در ربع اول چنان حرکت می‌کند که مؤلفه‌ی x آن در نقطه‌ی $A(x,\sqrt{x})$ با سرعت ۰٫۴ افزایش می‌یابد. وقتی $x=4$ است، زاویه‌ی θ با چه آهنگی کاهش می‌یابد؟



۱) ۰٫۰۱ ۲) ۰٫۰۲ ۳) ۰٫۱ ۴) ۰٫۲

۱۲) تابع $f(x)=3x^4-4x^3+24x^2-10x-1$ چند نقطه‌ی بحرانی دارد؟

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۳) تابع $f(x)=\begin{cases} x^2+2x & x\geq 0 \\ \sqrt[3]{x^2+x-2} & x<0 \end{cases}$ چند نقطه‌ی بحرانی دارد؟

۱) ۰ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۴) هرگاه $f(x)=\sqrt{1-\sqrt{1-2x^2}}$ باشد در مبدأ مختصات مماس‌های مرسوم بر منحنی چه زاویه‌ای می‌سازند؟

۱) 45° ۲) 60° ۳) 90° ۴) 30°

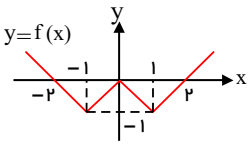
۱۵) کدام گزینه در مورد دنباله‌ی $\{\frac{\sqrt[3]{n}\cos n!}{n^3+3}\}$ صحیح است؟

۱) همگرا به صفر ۲) همگرا به ۱ ۳) همگرا به ۱− ۴) واگرا به بی‌نهایت

۱۶) اگر نقطه‌ی میانی بازه‌ی $(-3,a^2)$ و نقطه‌ی میانی بازه‌ی مجموعه‌ی جواب $\frac{\sqrt{x}(x+3)}{2x-a}<0$ با یکدیگر برابر باشند، مجموعه‌ی مقادیر ممکن برابر a کدام است؟

۱) $\{2\}$ ۲) $\{\frac{-3}{2},2\}$ ۳) $\{\pm\frac{3}{2}\}$ ۴) $\{\ \}$

۱۷) نمودار $y=f(x)$ به‌صورت زیر است. مجموعهٔ جواب نامعادلهٔ $(x-2)f(x)\geq 0$ کدام است؟



۱) $[-2,+\infty)$ ۲) $[-2,2]$ ۳) $(-\infty,-2]$ ۴) $[0,+\infty)$

۱۸) مجموع مقادیر ممکن برای k به شرط آن که خط $y=kx-3$ بر منحنی تابع $y=x^2-\frac{3}{4}$ مماس شود، کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۰ ۴) $\frac{15}{4}$

۱۹) اگر $0<a<1$ باشد، فاصله‌ی کدام عدد از صفر کوچکتر است؟

۱) $a^2\cdot\sqrt{a}$ ۲) $\frac{1}{a}$ ۳) $a\cdot\sqrt[3]{a}$ ۴) $\sqrt[5]{a}$

۲۰) اگر $y=\frac{|3x-3|}{|x-2|+|1-2x|}$ باشد، آنگاه حدود y کدام است؟

۱) $(0,1)$ ۲) $(1,+\infty)$ ۳) $[0,+\infty)$ ۴) $[0,1]$

۲۱) مشتق ششم تابع $f(x)=\frac{1}{16}x^4(4x^2+4x+1)(2x-1)^2$ در $x=0$ کدام است؟

۱) ۷۲۰ ۲) ۳۶۰ ۳) -۳۶۰ ۴) -۷۲۰

۲۲) خط گذرا بر ابتدا و انتهای منحنی تابع $f(x)=\cos^{-1}x$ نمودار آن را با کدام عرض قطع می‌کند؟

۱) $\frac{\pi}{2}$ ۲) $\frac{\pi}{3}$ ۳) $\frac{2\pi}{3}$ ۴) ۱

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۲۳ اگر $(۲+\sqrt{۳})^n = ۳۶۲ + b\sqrt{۳}$ باشد، b کدام است؟

۱) ۲۰۱ ۲) ۲۰۷ ۳) ۲۰۹ ۴) ۲۱۱

۲۴ در مثلث ABC با معلوم بودن ضلع $BC = ۳ + \sqrt{۳}$ و زاویه‌های $\hat{B} = ۶۰^\circ$ و $\hat{C} = ۴۵^\circ$، اندازه ضلع AC، کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) $۲\sqrt{۳}$ ۴) $۳\sqrt{۲}$

۲۵ کدام دنباله فقط از پایین کران‌دار است؟

۱) $a_n = \frac{n^۲}{۲^n}$ ۲) $b_n = (\tan\frac{\pi}{۳})^n$ ۳) $c_n = \tan^{-۱}\sqrt{n}$ ۴) $d_n = \frac{n-n^۲}{۲n+۱}$

۲۶ اگر ارتفاع یک استوانه عدد ثابت $۱۰cm$ باشد، هنگامی که شعاع قاعده به $۲cm$ می‌رسد، آهنگ تغییر لحظه‌ای سطح قاعده نسبت به سطح جانبی استوانه چقدر است؟

۱) ۰٫۲ ۲) ۵ ۳) ۰٫۴ ۴) ۲٫۵

۲۷ حجم استوانه‌ی قائم مقدار ثابت ۲۰π واحد مکعب است. اگر شعاع قاعده با سرعت ۰٫۲ واحد بر ثانیه در حال افزایش باشد، ارتفاع استوانه هنگامی که اندازه‌اش ۵ واحد باشد، چگونه تغییر می‌کند؟

۱) با سرعت ۱ واحد بر ثانیه در حال افزایش است.
۲) با سرعت $\frac{۱}{۲}$ واحد بر ثانیه در حال کاهش است.
۳) با سرعت ۱ واحد بر ثانیه در حال کاهش است.
۴) با سرعت ۲ واحد بر ثانیه در حال کاهش است.

۲۸ با فرض $x > ۰$، مجموعه جواب نامعادله $۲^x < x^۲$، یک همسایگی متقارن به مرکز α و شعاع r می‌باشد، $\alpha - r$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۹ دامنه و برد تابع $f(x) = \sin^{-۱}\left(\frac{۱+x}{۲x-۱}\right) + \cos^{-۱}\left(\frac{۱+x}{۲x-۱}\right)$ کدام است؟

۱) $D_f = R - \{\frac{۱}{۲}\}, R_f = \{\frac{\pi}{۲}\}$ ۲) $D_f = (-\infty,-۲)\cup[۰,+\infty), R_f = \left[\frac{-\pi}{۲},\frac{\pi}{۲}\right]$
۳) $D_f = \left[-۱,\frac{-۱}{۲}\right), R_f = \left[\frac{-\pi}{۲},\frac{\pi}{۲}\right]$ ۴) $D_f = (-\infty,۰]\cup[۲,+\infty), R_f = \left\{\frac{\pi}{۲}\right\}$

۳۰ مشتق تابع وارون تابع $f(x) = x + \frac{۴}{\pi}\tan^{-۱}x$ در نقطه‌ی $A(۲,۱)$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi+۲}{\pi}$ ۲) $\frac{-\pi}{\pi+۲}$ ۳) $\frac{\pi}{\pi+۲}$ ۴) $\frac{۵\pi+۴}{۵\pi}$

۳۱ معادله‌ی $(x^۲-۱)\sqrt{x^۲-۴} + x^۲ - ۳x + ۲ = ۰$ چند ریشه دارد؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) ۴

۳۲ اگر $-۴ < x \le ۳$ باشد، حدود $|x^۲ - ۳|$ کدام است؟

۱) $[۰,۱۶)$ ۲) $[۰,۱۳)$ ۳) $[۹,۱۶)$ ۴) $[۶,۱۳)$

۳۳ اگر بازه‌ی $(۲a+۴b+۶,۸)\cup(-۶,۲b-a)$ یک همسایگی متقارن محذوف باشد، حاصل $۴a+۸b$ کدام است؟

۱) -۱۱ ۲) ۱۱ ۳) ۱۰ ۴) -۱۰

۳۴ اگر مجموعه جواب نامعادله‌ی $|x-۲| - |x-۱| + x \ge ۴$ به صورت $[a,+\infty)$ باشد، حاصل $۲a-۳$ کدام است؟

۱) -۵ ۲) -۷ ۳) ۷ ۴) ۵

۳۵ برد تابع $y = \cos^{-۱}(-\sqrt{x})$ کدام است؟

۱) $[۰,\pi)$ ۲) $[۰,\frac{\pi}{۲}]$ ۳) $[-\frac{\pi}{۲},۰]$ ۴) $[\frac{\pi}{۲},\pi]$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۳۶ از نقطه‌ای به طول ۳ واقع بر محور xها، خط قائمی بر منحنی $y = x^{۲}$ رسم شده است. این خط قائم محور yها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

۱) $-\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $-\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۳۷ اگر قرینه $\frac{۷-۳a}{۱۵}$ برابر وارون $\frac{a-۲}{۱-a}$ باشد، در این صورت وارون $۳a$ کدام است؟ ($a > ۰$ و $a \neq ۲, ۱$)

۱) -۱ ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۳۸ اگر $|x-y| < |x|+|y|$ ، آنگاه عبارت $\frac{x}{|x|} - \frac{y}{|y|}$ چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) بی‌شمار

۳۹ معادله‌ی $|۲x-۵| + |-x^{۲}+۲x-۳| = ۵$ چند جواب حقیقی دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) جواب حقیقی ندارد.

۴۰ اگر جواب نامعادلهٔ $(x^{۲}+ax+b)(x-۴) \geq ۰$ بازهٔ $[-۲, +\infty)$ باشد، مقدار $a-b$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) -۱۰ ۳) ۶ ۴) -۶

۴۱ در گرافی با $p = ۱۰$ و $q = ۲۵$ حداکثر چند رأس با درجه ۹ وجود دارد؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۶ ۴) ۵

۴۲ اندازه تصویر بردار $a(-۱, ۱, ۲)$ بر بردار $b(۱, ۱, ۱)$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۴) $۲\sqrt{۳}$

۴۳ خطی که از نقطه‌ی $A(۱, -۱, ۲)$ گذشته و با عمود مشترک دو خط $\frac{x-۱}{۲} = \frac{y}{۳} = ۱-z$ و $x+۱ = \frac{y-۱}{۲} = z+۱$ موازی باشد صفحه xoy را در نقطه $M(a, b, ۰)$ قطع می‌کند. $a+b$ کدام است؟

۱) ۰ ۲) -۵ ۳) -۴ ۴) ۹

۴۴ طول عمود مشترک دو خط متنافر $D: \begin{cases} x+y-۲z = ۲ \\ ۲x-y+۲z = ۱ \end{cases}$ و $D'': \begin{cases} y-z = ۲ \\ x+y-۲z = ۸ \end{cases}$ برابر است با:

۱) ۶ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{۶}$ ۴) $\sqrt{۲}$

۴۵ تصویر خط $D: (y = ۱, z = ۲)$ روی صفحه‌ی yoz کدام است؟

۱) $x = ۰, y = ۱$ ۲) $z = ۰, y = ۱$ ۳) $A(۰, ۱, ۲)$ ۴) $A(۱, ۰, ۲)$

۴۶ از نقطه $A(۲, -۱, ۱)$ صفحه‌ای بر خط D به معادله‌ی $\begin{cases} y+z = ۲ \\ x = ۱ \end{cases}$ عمود شده است. مختصات پای قائم کدام است؟

۱) $(۰, ۱, ۱)$ ۲) $(۱, ۱, ۱)$ ۳) $(۱, ۰, ۲)$ ۴) $(۱, ۲, ۰)$

۴۷ خط $mx = ۱۱ - y = z$ بر خط $\begin{cases} y = ۷ \\ z = ۵ \end{cases}$ عمود است. m کدام است؟

۱) ۰ ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) m وجود ندارد.

۴۸ فاصله‌ی نقطه‌ی $A(۱, ۲, ۳)$ از صفحه‌ی $z = ۵$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) $\sqrt{۳}$ ۳) $\sqrt{۵}$ ۴) ۵

۴۹ چند نقطه روی خط $x = y = \frac{z}{۲}$ وجود دارد که از صفحه‌ی $۲x - y + ۲z = ۵$ فاصله‌ای برابر $۵\sqrt{۳}$ داشته باشند؟

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی شمار

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۵۰) بردارهای a و b به اندازه‌های $2\sqrt{3}$ و ۴ با محور yها به ترتیب زاویه‌ی $\frac{\pi}{6}$ و $\frac{\pi}{3}$ می‌سازند. تصویر $\vec{a}+\vec{b}$ بر محور yها کدام ا ست؟

۱) $\frac{\sqrt{42}}{2}$ ۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ۳) ۳ ۴) ۵

۵۱) گراف همیلتنی مرتبه p حداقل چند یال دارد؟

۱) p ۲) $p-1$ ۳) $p+1$ ۴) $\binom{p}{2}$

۵۲) مکمل درختی ۳۶ یال دارد. حداکثر تعداد مسیرهای به طول دو در این درخت کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۸ ۳) ۴۵ ۴) ۳۶

۵۳) G یک گراف از مرتبه ۸ است. اگر حاصل ضرب درایه‌های قطر اصلی $M^2(G)$ برابر ۴ باشد چند امکان متفاوت برای G وجود دارد؟

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۵۴) اگر بردارهای $\vec{a}(1,m,1)$ و $\vec{b}(-1,m-1,1)$ با بردار $\vec{c}(1,-1,1)$ در یک سطح واقع نشود، m کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) -۱ ۴) هرسه

۵۵) صفحه‌ی P در نقطه‌ای به طول ۳ بر محور ox عمود است. معادله‌ی صفحه‌ی P کدام است؟

۱) $x=3$ ۲) $x+z=0$ ۳) $y+z=0$ ۴) $z=0$

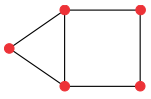
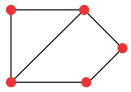
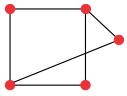
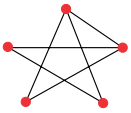
۵۶) فاصله نقطه به مختصات $A(1,1,2)$ از فصل مشترک دو صفحه به معادلات $x+2y=0$ و $2x-y=0$ کدام است؟

۱) $\sqrt{2}$ ۲) $\sqrt{3}$ ۳) ۲ ۴) ۳

۵۷) از نقطه $A(2,-1,1)$ صفحه‌ای بر خط D به معادله‌ی $y+z=2$ و $x=1$ عمود شده است. مختصات پای قائم کدام است؟

۱) $(0,1,1)$ ۲) $(1,1,1)$ ۳) $(1,0,2)$ ۴) $(1,2,0)$

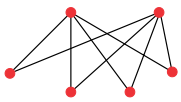
۵۸) کدام گراف با بقیه، یکسان نمی باشد؟

۱)  ۲)  ۳)  ۴) 

۵۹) A ماتریس مجاورت گرافی به اندازه ی ۷ است. مجموع درایه های قطر اصلی A^2 چند است؟

۱) ۱۴ ۲) ۱۶ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

۶۰) در گراف شکل مقابل چند دور وجود دارد؟



۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۸

۶۱) در اثبات حکم $2^n < n!$ به روش استقرای تعمیم یافته برای آن که از $p(k)$ بتوانیم $p(k+1)$ را بسازیم کافی است:

۱) طرفین فرض را در 2^k ضرب کنیم ۲) طرفین فرض را در ۲ ضرب کنیم
۳) طرفین فرض را در $k+1$ ضرب کنیم ۴) گزینه های ۲ یا ۳

۶۲) اگر زاویه بین دو مماس مشترک داخلی دو دایره 60° و فاصله ی مرکزهای دو دایره از یکدیگر برابر ۸ باشد کم ترین فاصله ی دو دایره از یکدیگر چقدر است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۶۳) خط به معادله $my-\frac{3}{4}x=\frac{9}{4}$ دایره $x^2+y^2+6x-c=0$ را در دو نقطه قطع می‌کند اگر فاصله‌ی بین این دو نقطه برابر ۱۰ باشد مقدار c کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۱۶ ۳) ۳۲ ۴) ۱۲

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۶۴ دو بردار با تصاویر $a=(۱,-۲,۳)$ و $b=(۲,۱,-۱)$ مفروض هستند. حجم متوازی السطوح که بر روی سه بردار a ، b و $a\times b$ ساخته شود، کدام است؟

۱) ۵۴ ۲) ۷۲ ۳) ۷۵ ۴) ۸۰

۶۵ حجم متوازی السطوحی که روی سه بردار به اندازه‌های $|a|=۵$ ، $|b|=۳$ ، $|c|=۴$ بنا می‌شود برابر ۴۵ است. اگر اندازه‌ی زاویه‌ی بین دو بردار b و c برابر ۶۰° باشد، اندازه‌ی بردار $a\times(b\times c)$ کدام است؟

۱) $۱۲\sqrt{۳}$ ۲) $۱۵\sqrt{۳}$ ۳) $۹\sqrt{۳}$ ۴) $۹\sqrt{۳}$

۶۶ اگر خط $\frac{x-۲}{۲}=\frac{y-۱}{۲b}=\frac{z+۳}{۳}$: L بر صفحه‌ی $P: ax-y+۲z=a+۱$ منطبق باشد، در این صورت $a+b$ کدام است؟

۱) -۳ ۲) -۱۱ ۳) ۱۳ ۴) ۱۹

۶۷ قرینه‌ی مبدأ مختصات نسبت به خط به معادله‌ی $(x=۳,y=۲t-۱,z=۳-t)$ ، نقطه‌ی (a,b,c) است. حاصل $a+b+c$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

۶۸ چند گراف ساده با مجموعه‌ی رئوس $V=\{a,b,c,d,e\}$ وجود دارد که دارای ۳ یال بوده و درجه‌ی رئوس a و b در آن، برابر یک باشد؟

۱) ۱۸ ۲) ۲۴ ۳) ۳۰ ۴) ۳۶

۶۹ چند نقطه روی خط $x-۱=\frac{y+۱}{۲}=\frac{z}{۲}$ به فاصله‌ی ۳ از نقطه‌ی $A=(۱,۲,-۳)$ وجود دارد؟

۱) هیچ ۲) یک ۳) دو ۴) بیشمار

۷۰ اگر $n=۲q+۵$ $(q\in Z)$ باشد، عدد $n^۲(n^۲-۲)+۱$ همواره بر کدام یک از اعداد زیر بخش‌پذیر است؟

۱) ۹ ۲) ۱۲ ۳) ۲۵ ۴) ۶۴

۷۱ اگر a و b و c سه بردار غیر صفر و غیر واقع در یک صفحه باشند حاصل $a\cdot(b\times c)$ برابر کدام است؟

۱) $a\times(b\cdot c)$ ۲) $b\cdot(a\times c)$ ۳) $b\cdot(c\times a)$ ۴) $c\cdot(b\times a)$

۷۲ به‌ازای کدام مقدار a و b دو خط به معادلات $\frac{x+b}{a}=\frac{y-۳}{۲}=\frac{z}{۴}$ و $(x=۲y-۳\ ,\ z=-۲y-۲)$ در یک صفحه واقع و عمود بر هم هستند؟

۱) $a=-۳\ ,\ b=-۲$ ۲) $a=-۳,b=۴$ ۳) $a=۳\ ,\ b=-۲$ ۴) $a=۳\ ,\ b=۲$

۷۳ نقطه $M(x,y)$ طوری حرکت می‌کند، که همواره فاصله آن از نقطه $(۲,-۱)$ برابر، $\frac{۲}{۳}$ فاصله آن از خط $y=۴$ است. کوتاهترین فاصله نقاط M تا خط $y=۴$ ، کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۲٫۵ ۳) ۳ ۴) ۳٫۵

۷۴ مماس مشترک‌های داخلی دو دایره $x^۲+y^۲-۲x-۲y+۲-r^۲=۰$ و $(x-۶)^۲+(y-۶)^۲=۹$، برهم عمودند، مقدار r کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۷۵ صفحه‌ای به معادله‌ی $P: x+۲y-۳z+۷=۰$؛ عمود منصف پاره‌خط AB که $A(۲,۱,-۱)$ است، می‌باشد. مختصات نقطه‌ی B کدام است؟

۱) $(۱,-۳,۲)$ ۲) $(۰,۳,۵)$ ۳) $(۱,۳,۲)$ ۴) $(۰,-۳,۵)$

۷۶ درجه‌های راس‌های یک گراف، اعداد $a,۲,۳,۴,۵,۵$ هستند. a چند مقدار مختلف دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۷۷ اگر $A=(۱,-۱,-۲)$ و $B=(۰,۲,-۳)$ و نقطه‌ی متغیر M در فضا باشد، آن‌گاه کمترین مقدار $MA+MB$ چقدر است؟

۱) $\sqrt{۱۱}$ ۲) $\sqrt{۱۰}$ ۳) ۳ ۴) $\sqrt{۸}$

۷۸ اگر $F(\sqrt{۳},۰)$ یکی از کانون‌های بیضی افقی $x^۲+۴y^۲=m$ باشد، m کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۶

۷۹ اگر $\left|\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}\right|=\sqrt{۲+\sqrt{۳}}$، آن‌گاه زاویه‌ی بین دو بردار a و b کدام است؟

۱) ۱۵° ۲) ۳۰° ۳) ۶۰° ۴) ۱۲۰°

۸۰ گراف $G(V,E)$ که در آن $V=\{v_۱,v_۲,\dots,v_۷\}$ و $E=\{v_۱v_۲,v_۴v_۵,v_۳v_۴,v_۲v_۶\}$ است. از چند «بخش جدا از هم» تشکیل شده است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۱ مطابق شکل، یک زنجیر که از ۵ حلقه ی مشابه تشکیل شده و جرم هر حلقه ۲۰۰ گرم است، توسط نیروی F با شتاب $۲m/s^۲$ و حرکت تندشونده، رو به بالا کشیده می شود. اندازه ی نیروی F و اندازه نیرویی که دو حلقه ی ۴ و ۵ بر یکدیگر وارد می کنند، به ترتیب هر کدام چند نیوتون است؟ $(g=۱۰N/kg)$

۱) ۱۰ و ۲ ۲) ۱۲ و ۲٫۴
۳) ۱۲ و ۹٫۶ ۴) ۱۰ و ۸

۸۲ تار مرتعشی که دو انتهای آن بسته است، صوتی با بسامد ۷۵۰ هرتز تولید می‌کند. اگر در طول تار ۵ گره موجود و سرعت انتشار موج در تار $۳۰۰m/s$ باشد طول تار چند سانتیمتر است؟ (با کمی تغییر)

۱) ۴۰ ۲) ۵۰ ۳) ۸۰ ۴) ۱۰۰

۸۳ دامنهٔ یک نوسانگر وزنه – فنر ۴ سانتی‌متر است. اگر جرم وزنه ۴۰۰ گرم و ثابت فنر $۹۰N/m$ باشد بیشینهٔ شتاب آن چند $\frac{m}{s^۲}$ است؟

۱) ۳۰ ۲) ۹۰ ۳) ۹ ۴) ۳

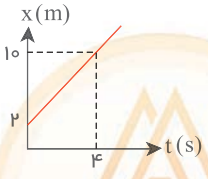
۸۴ یک چشمه موج با بسامد $۵۰Hz$ نوسان‌هایی با دامنه‌ی ۴ میلی‌متر ایجاد می‌کند که با سرعت $۲۵\frac{m}{s}$ در جهت مثبت محور xها منتشر می‌شود. معادله‌ی نوسان نقطه‌ای در فاصله‌ی ۵۰ سانتی‌متری از چشمه موج در SI کدام است؟

۱) $u=۴\times۱۰^{-۲}\sin ۲\pi(۵۰t-۱)$ ۲) $u=۴\times۱۰^{-۳}\sin(۱۰۰\pi t-۲)$
۳) $u=۴\times۱۰^{-۳}\sin ۲\pi(۵۰t-۱)$ ۴) $u=۴\times۱۰^{-۲}\sin(۱۰۰\pi t-۲)$

۸۵ در یک جاده افقی اتومبیلی با شتاب ثابت $۲m/s^۲$ از حال سکون به حرکت در می‌آید، در همین لحظه کامیونی که با سرعت ثابت $۱۰m/s$ در حرکت است از آن سبقت می‌گیرد. پس از طی مسافت چند متر اتومبیل از کامیون سبقت می‌گیرد؟

۱) ۱۰۰ ۲) ۸۰ ۳) ۵۰ ۴) ۴۰

۸۶ نمودار مکان – زمان متحرکی به شکل زیر است معادله حرکت آن در SI کدام می باشد؟



۱) $x=\frac{۱}{۲}t+۲$ ۲) $x=\frac{۱}{۲}t+۴$
۳) $x=۲t+۴$ ۴) $x=۲t+۲$

۸۷ در یک حرکت شتابدار با شتاب ثابت مسافتی که جسم در هر ثانیه طی می‌کند ۲ متر بیشتر از مسافت طی شده در ثانیه‌ی قبل است. اگر مسافت طی شده در ثانیه‌ی دوم ۸ متر باشد، سرعت اولیه حرکت چند $\frac{m}{s}$ است؟

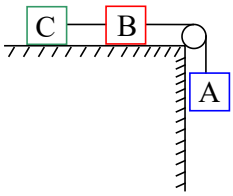
۱) ۰ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۶

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۸۸ دو اتومبیل که با سرعت‌های $۲۰\frac{m}{s}$ و $۳۰\frac{m}{s}$ به سمت یکدیگر در حرکتند، در فاصله‌ی x از یکدیگر متوجه هم شده و ترمز می‌کنند و درست مقابل یکدیگر می‌ایستند. اگر سرعت‌های آن‌ها $۴۰\frac{m}{s}$ و $۶۰\frac{m}{s}$ می‌بود، در چه فاصله‌ای بر حسب x از یکدیگر با همان وضعیت قبلی ترمز کنند تا درست مقابل یکدیگر بایستند؟

۱) x ۲) $\frac{x}{۲}$ ۳) $۴x$ ۴) $\frac{x}{۴}$

۸۹ دستگاه با سرعت ثابت $۲\frac{m}{s}$ حرکت می‌کند. اگر جرم $۱kg$ روی جسم B قرار دهیم، پس از چند ثانیه دستگاه می‌ایستد؟ (اجسام هم جنس هستند.) $(m_A = ۲kg \ , \ m_B = ۱kg \ , \ m_C = ۲kg)$



۱) ۰٫۵ ۲) ۱
۳) $\frac{۹}{۵}$ ۴) ۰٫۲

۹۰ انرژی پتانسیل نوسانگری در $t_۱ = \frac{۱}{۶}$ و $t_۲ = \frac{۱}{۳}$ در نصف انرژی پتانسیل ماکزیمم است. کمترین بسامد آن بدون آن که متحرک بین دو لحظهٔ یاد شده تغییر جهت بدهد چند هرتز است؟

۱) ۲ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{۳}{۲}$

۹۱ نوسانگری در مدت $\frac{۱}{۱۸}$ ثانیه از انتهای سمت چپ بدون تغییر جهت به نصف دامنهٔ سمت راست می‌رسد، دورهٔ تناوب آن:

۱) $\frac{۱}{۱۲}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۹۲ یک نوسانگر ساده در دو زمان $t_۱ = ۱ , t_۲ = ۱٫۶$ از مرکز نوسان می گذرد اگر در این فاصله زمانی جهت حرکت فقط ۳ مرتبه تغییر کرده باشد بسامد حرکت چند هرتز است؟

۱) $\frac{۵}{۶}$ ۲) $\frac{۵}{۳}$ ۳) $\frac{۵}{۲}$ ۴) $\frac{۵}{۴}$

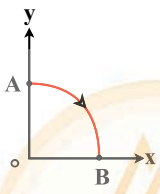
۹۳ فاز نوسانگری در مدت $۰٫۲s$ به اندازهٔ $۰٫۲\pi$ تغییر می‌کند چه زمانی طول می‌کشد انرژی پتانسیل نوسانگر از صفر به نصف بیشینهٔ خود برسد؟

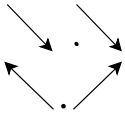
۱) $\frac{۱}{۴}s$ ۲) $\frac{۱}{۸}s$ ۳) $\frac{۱}{۲}s$ ۴) $\frac{۱}{۱۲}s$

۹۴ در لحظه‌ای که انرژی جنبشی وزنه - فنر، $\frac{۳}{۴}$ انرژی مکانیکی آن است و سرعت و شتاب هر دو مثبت‌اند. مکان نوسانگر چند برابر دامنه آن است؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۲) $-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $-\frac{۱}{۲}$

۹۵ مطابق شکل زیر، متحرکی با اندازه‌ی سرعت ثابت در یک مسیر دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B آمده است. جهت بردار سرعت متوسط و شتاب متوسط آن طی این حرکت، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



۱)
۲) 
۳)
۴)

۹۶ کامیونی با شتاب ثابت $۷٫۵\frac{m}{s^۲}$ روی یک جاده‌ی مستقیم و افقی به طور تند شونده در حال حرکت است. جعبه‌ای به جرم $۲kg$ درون کامیون قرار داشته و نسبت به آن ساکن است. اندازه‌ی نیرویی که کف کامیون به جعبه وارد می‌کند چند نیوتن است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۱۷ ۲) ۲۰ ۳) ۲۵ ۴) ۳۰

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

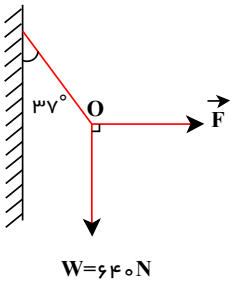
۹۷ معادلهٔ حرکت هماهنگ سادهٔ یک نوسانگر در SI به‌صورت $x = ۲\sin(۴۰\pi t)$ می‌باشد. چند ثانیه طول می‌کشد تا مسافت طی شده توسط این نوسانگر برابر با ۱۲۸ متر شود؟

۱) $\frac{۱}{۲۰}$ ۲) $\frac{۱}{۱۰}$ ۳) $\frac{۸}{۵}$ ۴) $\frac{۴}{۵}$

۹۸ معادله‌ی حرکت جسمی که برروی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = ۲t^۲ - ۱۲t + ۶$ است. در بازه‌ی زمانی صفر تا ۴ ثانیه، مسافت طی شده و بزرگی جابه‌جایی جسم به ترتیب از راست به چپ برابر با چند متر است؟

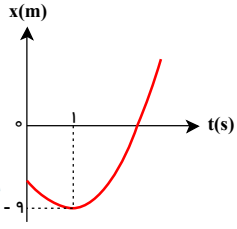
۱) ۱۶ و ۱۰ ۲) ۲۰ و ۱۶ ۳) ۴۰ و ۱۶ ۴) ۲۴ و ۲۰

۹۹ شکل مقابل، اندازه‌ی نیروی افقی $\vec{F}$ چند نیوتون باشد تا برایند نیروهای وارد بر نقطه‌ی O برابر با صفر شود؟ $(\cos ۵۳^\circ = ۰/۶)$



۱) ۸۰۰ ۲) ۶۰۰
۳) ۴۵۰ ۴) ۴۸۰

۱۰۰ نمودار مکان- زمان متحرکی که با شتاب ثابت در امتداد محور xها حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است، در صورتی که این متحرک با سرعت $۶\frac{m}{s}$ از مبدأ مکان بگذرد، $x_۰$ چند متر است؟



۱) -۴ ۲) -۸
۳) -۶ ۴) $-۶/۵$

۱۰۱ متحرکی درصفحه حرکت می‌کند و در مبداء زمان از مبداء مکان می‌گذرد و معادله بردار سرعت آن در SI به صورت $\vec{V} = (۱۰)\vec{i} + (-۱۰t + ۲۰)\vec{j}$ است. در لحظه‌ی $t = ۲s$، زاویه‌ی بین بردار مکان و بردار سرعت این متحرک چند درجه است؟

۱) ۱۳۵ ۲) ۹۰ ۳) ۴۵ ۴) ۳۰

۱۰۲ معادلهٔ مکان نوسانگر ساده‌ای در SI به صورت $x = ۰/۰۲\sin(\frac{\pi}{۲}t)$ است. در کدام بازهٔ زمانی (بر حسب ثانیه) شتاب و سرعت در جهت محور x (مثبت)اند؟

۱) ۱ تا ۲ ۲) ۲ تا ۳
۳) ۳ تا ۴ ۴) شتاب هرگز در جهت محور x نمی‌شود.

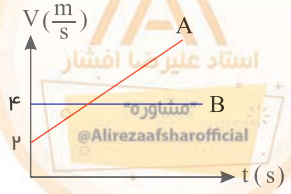
۱۰۳ معادله‌ی حرکت متحرکی که روی محور x ها حرکت می‌کند در SI به صورت $x = -t^۲ + ۶t + ۲۰$ است. در کدام فاصله‌ی زمانی، این حرکت کند شونده است؟

۱) $t < ۳$ ۲) $t < ۴$ ۳) $۶ < t$ ۴) $۳ < t < ۶$

۱۰۴ رابطه بین سرعت و مکان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند در SI به صورت $V = \sqrt{۴x + ۳۲}$ است. اگر متحرک در مبدأ زمان در مکان $x = +۸m$ باشد، معادله مکان- زمان متحرک در SI مطابق کدام گزینه است؟

۱) $x = ۲t^۲ - ۸t + ۸$ ۲) $x = t^۲ + ۸t + ۸$ ۳) $x = ۲t^۲ + ۸t + ۸$ ۴) $x = t^۲ - ۸t + ۸$

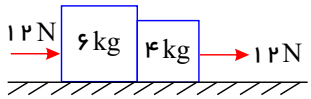
۱۰۵ شکل مقابل، نمودار سرعت - زمان دومتحرک A و B را که هم‌زمان از مبدأ مختصات و روی خط راست شروع به حرکت می‌کنند، نشان می دهد. سرعت متحرک A هنگام سبقت گرفتن از متحرک B چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۲ ۲) ۴
۳) ۶ ۴) ۸

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۱۰۶ در شکل زیر اصطکاک بین کلیه‌ی سطوح ناچیز است اگر جهت نیروهای وارد بر دو جسم عکس شود بزرگی شتاب جسم ۶ کیلوگرمی چند برابر می‌شود؟ (در هر دو حالت مجموعه در ابتدا ساکن می‌باشد.)



۱) ۱٫۲ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) $\frac{۵}{۶}$

۱۰۷ در شرایط خلأ، گلوله‌ای را از سطح زمین در راستای قائم به‌سمت بالا پرتاب می‌کنیم. اگر ۱٫۵ ثانیه قبل از این‌که گلوله تغییر جهت دهد در ارتفاع ۳۳٫۷۵ متری از سطح زمین باشد، اندازه‌ی سرعت اولیه‌ی گلوله چند متر بر ثانیه است؟ ($g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$)

۱) ۳۰ ۲) ۲۵ ۳) ۳۵ ۴) ۴۰

۱۰۸ جسمی به جرم $۲kg$ تحت تأثیر سه نیروی $F_۱ = ۱۰N$ ، $F_۲ = ۲۰N$ و $F_۳ = ۱۵N$ با سرعت ثابت $۱۵\frac{m}{s}$ و هم جهت با نیروی $\overrightarrow{F_۱}$ حرکت می‌کند. اگر نیروی $\overrightarrow{F_۱}$ حذف شود؛ دو ثانیه پس از این لحظه، بزرگی سرعت جسم چند متر بر ثانیه می‌شود؟

۱) ۵ ۲) ۱۵ ۳) ۲۵ ۴) ۱۰

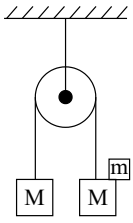
۱۰۹ معادله حرکت یک متحرک در SI به صورت $x = -\frac{۱}{۲}t^۲ + ۲t + ۳$ است. سرعت متوسط این متحرک در ثانیه دوم حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) صفر ۲) ۰٫۵ ۳) ۴٫۵ ۴) ۵

۱۱۰ در انتشار موج در یک طناب، موج منتشر شده از نقطه‌ی C و B می‌رود و $U_C = A\sin(۲۰\pi t + \frac{\pi}{۳})$ و $U_B = A\sin(۲۰\pi t - \frac{\pi}{۳})$ است. اگر سرعت انتشار موج در طناب $۱۰ m/s$ باشد و بین C و B فقط یک نقطه‌ی هم‌فاز با B موجود باشد، فاصله‌ی CB چند متر است؟

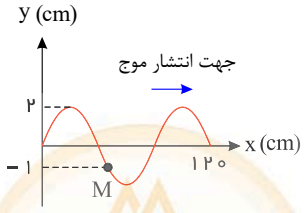
۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۸}{۳}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۱۱۱ در شکل مقابل ، جرم وزنه ی $M = ۲kg$ و جرم وزنه ی $m = ۱kg$ است . اگر مجموعه از حال سکون رها شود، در هنگام حرکت، اندازه‌ی نیرویی که جرم M بر جرم m وارد می‌کند برابر با چند نیوتون است؟ ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$ و از جرم نخ، قرقره و تمامی اصطکاک‌ها صرف نظر شود.)



۱) ۸ ۲) ۲ ۳) ۱۰ ۴) ۱۶

۱۱۲ شکل زیر نقش موجی را که در یک طناب منتشر می شود، درلحظه‌ای معین نشان می‌دهد. در بازه‌ی زمانی $\Delta t = \frac{۱}{۵۰}s$ بعد از این لحظه، حرکت ذره‌ی M چگونه است؟(سرعت انتشار موج در طناب $۱۰ \frac{m}{s}$ است.)



۱) ابتداکندشونده وسپس تندشونده ۲) ابتداتندشونده وسپس کندشونده
۳) پیوسته کند شونده ۴) پیوسته تندشونده

۱۱۳ آونگ ساده‌ای به طول $۶۰cm$ که حرکت نوسانی کم‌دامنه انجام می‌دهد در سطح زمین دارای بسامد f است. برای این که این آونگ همان بسامد نوسان را در سطح ماه داشته باشد، طول آونگ را چگونه باید تغییر بدهیم؟ (شتاب گرانش در سطح زمین ۶ برابر شتاب گرانش در سطح ماه است.)

۱) ۶۰ سانتی‌متر به طول آن اضافه کنیم. ۲) ۵۰ سانتی‌متر از طول آن کم کنیم. ۳) ۱۰ سانتی‌متر از طول آن کم کنیم. ۴) ۵۰ سانتی‌متر به طول آن اضافه کنیم.

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۱۱۴ در تاری با دو انتهای ثابت که طول آن ۲ متر است، موج ایستاده تشکیل می‌شود. بسامد هماهنگ سوم تار چند هرتز است؟ (سرعت انتشار موج در طناب $۲۰\ m/s$ است.)

۱) ۳۰ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

۱۱۵ در شرایط خلأ دو جسم به فاصله‌ی زمانی Δt از حال سکون و از ارتفاع یکسان بدون سرعت اولیه رها می‌شوند. اگر ۱٫۵ ثانیه بعد از رها شدن جسم اول، فاصله‌ی دو جسم به ۱۰ متر برسد، Δt چند ثانیه است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۱ ۲) ۱٫۵ ۳) ۰٫۵ ۴) ۰٫۷۵

۱۱۶ در یک حرکت نوسانی ساده، بین اندازهٔ شتاب و اندازهٔ سرعت نوسانگر در SI رابطه‌ای به‌صورت $|a| = ۱۰\sqrt{۴ - ۹v^۲}$ برقرار می‌باشد. دورهٔ نوسان‌های این نوسانگر چند ثانیه است؟

۱) $\frac{\pi}{۱۵}$ ۲) $\frac{۲\pi}{۴۵}$ ۳) $\frac{\pi}{۴۵}$ ۴) $\frac{\pi}{۵}$

۱۱۷ معادلهٔ مسیر متحرکی که در صفحهٔ xoy حرکت می‌کند در SI به‌صورت $y = \frac{۱}{۴}x^۲ + ۴x$ و معادلهٔ مکان – زمان حرکت متحرک در راستای محور x به‌صورت $x = ۴t - ۱۶$ است. در لحظهٔ $t = ۲s$ سرعت متحرک در راستای محور y چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۲ ۲) صفر ۳) ۴ ۴) ۸

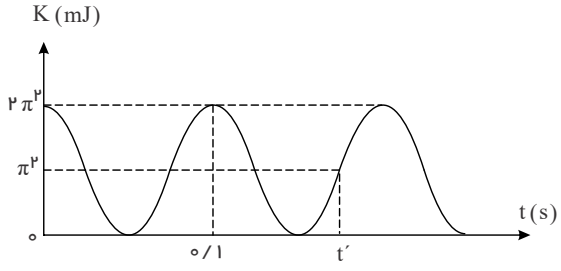
۱۱۸ در شرایط خلأ و هم‌زمان، دو گلوله را از ارتفاع ۶۰ متری سطح زمین با سرعت‌های اولیهٔ $V_۰$ و $\frac{V_۰}{۲}$ در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. اگر بیش‌ترین فاصلهٔ دو گلوله از یکدیگر حین حرکت برابر با ۳۰ متر باشد، اختلاف فاصلهٔ نقطهٔ اوج دو گلوله چند متر است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۲۵ ۲) ۷٫۵ ۳) ۵ ۴) ۳۰

۱۱۹ در یک تار مرتعش با دو انتهای ثابت به طول $۴۰cm$، در هنگام تولید صوت ۵ گره ایجاد شده است. اگر سرعت انتشار موج در تار برابر $۵۰\frac{m}{s}$ باشد، در این صورت هر نقطه از تار (به جز گره‌ها) در مدت ۲٫۵ ثانیه چند نوسان کامل انجام می‌دهند؟

۱) ۲۵۰ ۲) ۶۲۵ ۳) ۷۸۰ ۴) ۳۱۲٫۵

۱۲۰ نمودار انرژی جنبشی ــ زمان نوسانگری به جرم $۱۰۰g$ مطابق شکل زیر است. در لحظهٔ t' نوسانگر در فاصلهٔ چند سانتی‌متری از مبدأ قرار دارد؟



۱) $\sqrt{۲}$
۲) $۲\sqrt{۲}$
۳) ۲
۴) ۱

۱۲۱ با توجه به داده‌های سینتیکی جدول زیر که مربوط به واکنش $F_۲(g) + ۲ClO_۲(g) \rightarrow ۲FClO_۲(g)$ در دمای معین است. مقدار x کدام است و تغییر غلظت کدام واکنش‌دهنده، تأثیر بیش‌تری بر سرعت واکنش می‌گذارد؟

شماره آزمایش	غلظت واکنش‌دهنده‌ها در آغاز واکنش		سرعت واکنش پس از گذشت مدت کوتاهی از آغاز واکنش
	$[ClO_۲(g)]$	$[F_۲(g)]$	$mol \cdot L^{-۱} \cdot s^{-۱}$
۱	۰٫۱	۰٫۱	$۱٫۲ \times ۱۰^{-۳}$
۲	۰٫۴	۰٫۱	$۴٫۸ \times ۱۰^{-۳}$
۳	۰٫۱	۰٫۲	$۲٫۴ \times ۱۰^{-۳}$
۴	۰٫۲	x	$۴٫۸ \times ۱۰^{-۳}$

۱) ۰٫۲، تأثیر هر دو واکنش‌دهنده یکسان است.
۲) $ClO_۲$، ۰٫۲
۳) $ClO_۲$، ۰٫۱
۴) ۰٫۱، تأثیر هر دو واکنش‌دهنده یکسان است.

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۱۲۲ واکنش گرماده $N_2 + 3H_2 \rightleftharpoons 2NH_3$ در $500^\circ C$ در حال تعادل است سه برابر کردن غلظت هیدروژن کدام تغییر زیر را بوجود می آورد.

۱) فشار کل دو برابر می‌شود.
۲) دما بالاتر می‌رود.
۳) غلظت N_2 در حال تعادل به $\frac{1}{3}$ می‌رسد.
۴) غلظت آمونیاک به سه برابر افزایش می‌یابد.

۱۲۳ با توجه به داده‌های جدول روبه رو که به تغییرات غلظت مواد در واکنش زیر، مربوط است ،کدام مطلب درست است؟

$$2NO(g) + O_2(g) \xrightarrow{\text{گرما}} 2NO_2(g)$$

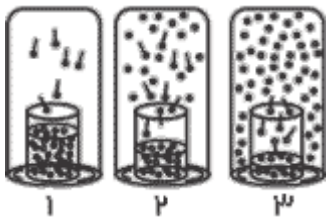
غلظت $(\times 10^{-2} mol \cdot L^{-1})$ / زمان (s)	۰	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۴۰	۵۰	۸۰	۱۲۰	۲۴۰
$[NO_2(g)]$	۴٫۱	۳٫۱	۲٫۵	۲٫۱	۱٫۸	۱٫۴	۱٫۰	۰٫۷	۰٫۵	۰٫۳
$[NO(g)]$	۰٫۰	۱٫۰	۱٫۶	۲٫۰	۲٫۳	۲٫۷	۳٫۱	۳٫۴	۳٫۶	۳٫۸
$[O_2(g)]$	۰٫۰	۰٫۵	۰٫۸	۱٫۰	۱٫۱	۱٫۳	۱٫۶	۱٫۷	۱٫۸	۱٫۹

۱) رابطه سرعت واکنش به صورت «$[NO]^2 \cdot [O_2]$ ∝ سرعت واکنش» است.
۲) سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن، نصف سرعت مصرف گاز NO_2 است.
۳) شیب نمودار تغییر غلظت اکسیژن تندتر از شیب نمودار تغییر غلظت NO است.
۴) سرعت متوسط تولید اکسیژن در ۱۰ ثانیه دوم واکنش، برابر $3 \times 10^{-2} mol \cdot s^{-1}$ است.

۱۲۴ اگرمقدار ۱ مول گاز N_2O_5 رادریک ظرف سربسته ۲ لیتری گرما دهیم تا تعادل گازی : $2N_2O_5(g) \rightleftharpoons 4NO_2(g) + O_2(g)$، برقرارشود ، ودرحالت تعادل، ۵۰ درصد این گاز تجزیه شده باشد ، ثابت این تعادل در دمای آزمایش، برحسب $mol^3 \cdot L^{-3}$ کدام است؟

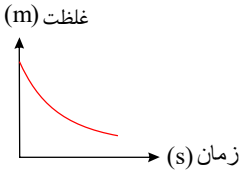
۱) ۰٫۲ ۲) ۰٫۲۵ ۳) ۰٫۱۲۵ ۴) ۲٫۵

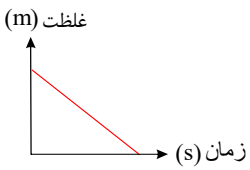
۱۲۵ با توجه به شکل‌های روبه‌رو، کدام مطلب نادرست است؟

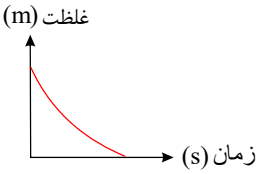


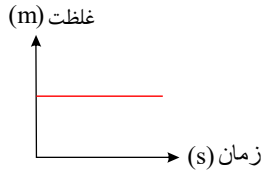
۱) در ظرف ۳ سرعت تبخیر از سرعت میعان کمتر است.
۲) فشار بخار مایع درون ظرف ۲، در مقایسه با مایع درون ظرف ۳، کمتر است.
۳) نقطه جوش مایع درون ظرف ۱ در مقایسه با مایع دو ظرف دیگر بالاتر است.
۴) برای برابر شدن سرعت تبخیر و میعان، وجود سرپوش، ضرورت دارد.

۱۲۶ نمودار تغییرات غلظت $CaCO_3(s)$ برحسب زمان در واکنش $CaCO_3(s) \rightarrow CaO(s) + CO_2(g)$ کدام است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۱۲۷ با توجه به جدول زیر که مربوط به واکنش $aA \rightarrow 2B$ است، مقدار x و a به ترتیب کدام است؟

زمان (min)	$[A]$ $(mol \cdot L^{-1})$	$-\Delta[A]/\Delta t$ ضریب استوکیومتری A	$[B]$ $(mol \cdot L^{-1})$
۱	۲	۰٫۲۵	۱
۳	۰٫۵		X

۱) ۲٫۱ ۲) ۳٫۱
۳) ۲٫۲ ۴) ۳٫۲

۱۲۸ جدول زیر که مربوط به واکنش $2N_2O_5 \rightarrow 4NO_2 + O_2$ می‌باشد، در یک ظرف ۲ لیتری در حال انجام است. سرعت تولید گاز اکسیژن در ۱۰۰ ثانیه‌ی پنجم از شروع واکنش چند مول بر دقیقه است؟

زمان (s)	۱۰۰	۲۰۰	۳۰۰	۴۰۰	۵۰۰	۶۰۰
$[NO_2]$	۰٫۰۲۰	۰٫۰۱۷	۰٫۰۲۶	۰٫۰۳۲	۰٫۰۳۷	۰٫۰۳۹

۱) ۰٫۰۰۱۵ ۲) 7.5×10^{-4}
۳) 3×10^{-3} ۴) 2.5×10^{-4}

مشاوره
@Alirezaafsharofficial

۱۲۹ با توجه به جدول مقابل که غلظت سه ماده A و B و C را نشان می‌دهد به جای x و y به ترتیب چه اعدادی می‌توان نوشت؟

زمان (s) / غلظت M	۰	۵	۱۰
A	۲٫۶	۲٫۲	۲
B	۰	۰٫۸	x
C	۰	۱٫۶	y

۱) ۱ و ۲٫۲ ۲) ۲٫۲ و ۱٫۸
۳) ۱٫۲ و ۲٫۴ ۴) ۲٫۲ و ۲٫۴

۱۳۰ درون ظرفی یک لیتری یک مول A ، ۰٫۸ مول B و n مول C می‌ریزیم تا تعادل $A+B \rightleftharpoons cC \; ; \; K = ۲۴٫۳ \; mol \cdot L^{-1}$ برقرارشود. پس از برقراری تعادل، غلظت A ، ۰٫۶ مول بر لیتر می‌شود. n چقدر بوده است؟

۱) ۰٫۶ ۲) ۰٫۹ ۳) ۱٫۲ ۴) ۱٫۸

۱۳۱ با کم کردن غلظت $H_۲S$ در تعادل $NH_۴HS(s) \rightleftharpoons NH_۳(g) + H_۲S(g)$، خارج قسمت و ثابت تعادل واکنش نسبت به هم چگونه خواهد شد و با جابه‌جایی تعادل، غلظت واکنش‌دهنده چه تغییری خواهد کرد؟

۱) $Q > K$، افزایش ۲) $Q < K$، کاهش ۳) $Q < K$، ثابت ۴) $Q > K$، کاهش

۱۳۲ در ظرفی یک لیتری ۰٫۵ مول B با ۰٫۴ مول A طبق معادله‌ی: $A(g) \rightleftharpoons ۲B(g) \; \Delta H = ۱۰ kJ$ در تعادل است، پس از انجام تغییر یا تغییراتی تعادل جدیدی با ۰٫۸ مول B و ۰٫۵ مول A برقرار می‌شود. کدام عامل یا عوامل موجب ایجاد این تغییر شده‌اند؟

۱) کاهش دما ۲) افزودن مقداری B و کاهش فشار ۳) افزودن مقداری A و افزایش دما ۴) افزایش دما

۱۳۳ ثابت تعادل واکنش: $AB(s) \rightleftharpoons A(g) + B(g)$ در دمای معین برابر با $K = ۰٫۲۵$ است. با فرض این‌که غلظت تعادلی گونه‌های شرکت کننده در تعادل با هم مساوی باشد، غلظت هرگونه برحسب $mol \cdot L^{-1}$ در تعادل کدام است؟ (المپیاد شیمی-۸۰)

۱) ۰٫۲۵ ۲) ۰٫۵ ۳) ۰٫۷۵ ۴) ۱

۱۳۴ واکنش $AB_۲(g) \rightarrow A(g) + ۲B(g)$، به صورتی پیش می‌رود که در هر ساعت غلظت ماده‌ی اولیه نصف می‌شود. اگر غلظت ماده اولیه برابر $۱ \; mol \cdot L^{-1}$ باشد، برای تجزیه ۹۳٫۷۵٪ مولکول‌های $AB_۲$، چند ساعت زمان لازم است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۸ ۴) ۱۰

۱۳۵ در یک لیتر محلول دارای دو اسید قوی HBr و $HBrO_۳$ که غلظت هر یک برابر ۰٫۰۱ مول بر لیتر است، واکنش: $HBrO_۳(aq) + ۵HBr(aq) \rightarrow ۳Br_۲(l) + ۳H_۲O(l)$، با قانون سرعت: $= k[BrO_۳^-][Br^-][H^+]^۲$ سرعت، انجام می‌شود. با حل شدن ۰٫۰۹ مول $HBr(g)$ اضافی در این محلول (بدون تغییر حجم آن)، در آغاز واکنش، سرعت شروع واکنش نسبت به حالت اول چند برابر می‌شود؟

۱) ۲۰۱٫۵ ۲) ۲۱۱٫۵ ۳) ۳۰۲٫۵ ۴) ۳۱۲٫۵

۱۳۶ واکنش: $A(aq) + X(aq) \rightarrow ۲D(aq) + Z(g)$ ، از رابطه‌ی قانون سرعت: $= k[A][X]$ سرعت، پیروی می‌کند. پس از آغاز واکنش با غلظت یک مولار هر یک از واکنش دهنده‌ها، سرعت اولیه‌ی این واکنش چند برابر سرعت آن در لحظه‌ای است که غلظت A با غلظت D، برابر شده باشد؟

۱) ۱٫۲۵ ۲) ۲٫۲۵ ۳) ۳٫۲۵ ۴) ۴٫۲۵

۱۳۷ داده‌های زیر برای واکنش: $۲NO_۲(g) \rightarrow ۲NO(g) + O_۲(g)$، بدست آمده است. سرعت متوسط مصرف $NO_۲$ در فاصله زمانی بررسی شده، برابر چند $mol \cdot L^{-1} \cdot s^{-1}$ است و اگر واکنش پس از ۳۰ ثانیه نخست با سرعت متوسط ثابتی انجام می گرفت، زمان کل انجام این واکنش چند ثانیه می‌شد؟

زمان(s)	۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰
$[NO_۲]$	۰٫۵	۰٫۴۲	۰٫۳۶	۰٫۳۲	۰٫۳

۱) $۱۶۰٫۸ \times ۱۰^{-۲}$ ۲) $۱۶۰٫۵ \times ۱۰^{-۳}$ ۳) $۱۹۰٫۸ \times ۱۰^{-۲}$ ۴) $۱۹۰٫۵ \times ۱۰^{-۳}$

@Alirezaafsharofficial

۱۳۸ باتوجه به داده‌های زیر، که از بررسی سینتیکی واکنش: $SO_2Cl_2(g) \rightarrow SO_2(g) + Cl_2(g)$ به دست آمده است، می‌توان دریافت که معادله سرعت این واکنش، ..... و مقدار ثابت آن ..... است.

شماره‌ی آزمایش	غلظت$(SO_2Cl_2(g))$ در آغاز واکنش$(mol \cdot L^{-1})$	سرعت واکنش پس از گذشت مدت کوتاهی از آغاز واکنش $(mol \cdot L^{-1} \cdot s^{-1})$
۱	۰٫۱۰۰	$۲٫۲ \times ۱۰^{-۶}$
۲	۰٫۲۰۰	$۴٫۴ \times ۱۰^{-۶}$
۳	۰٫۳۰۰	$۶٫۶ \times ۱۰^{-۶}$

۱) سرعت $= k[SO_2Cl_2]$، $۲٫۲ \times ۱۰^{-۵} s^{-1}$

۲) سرعت $= k[SO_2Cl_2]$، $۲٫۲ \times ۱۰^{-۵} mol \cdot L^{-1} \cdot s^{-1}$

۳) سرعت $= k[SO_2][Cl_2]$، $۴٫۴ \times ۱۰^{-۴} \cdot s^{-1}$

۴) سرعت $= k[SO_2][Cl_2]$، $۴٫۴ \times ۱۰^{-۴} \cdot s^{-1}$

۱۳۹ باتوجه به داده‌های جدول زیر که از بررسی سینتیکی واکنش: $۲NO_2(g) \rightarrow ۲NO(g) + O_2(g)$، به دست آمده است. کدام مطلب درست است؟

زمان(s)	۰	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۳۰	۵۰
غلظت $(\times ۱۰^{-۲} mol \cdot L^{-1})$							
$[NO_2(g)]$	۴٫۱	۳٫۱	۲٫۵	۲٫۱	۱٫۸	۱٫۴	۱٫۰
$[NO(g)]$	۰٫۰	۱٫۰	۱٫۶	۲٫۰	۲٫۳	۲٫۷	۳٫۱
$[O_2(g)]$	۰٫۰	۰٫۵	۰٫۸	۱٫۰	۱٫۱	۱٫۳	۱٫۶

۱) تفاوت غلظت اولیه گاز NO_2 با غلظت پایانی گاز NO برابر $۰٫۰۱ mol \cdot L^{-1}$ است.

۲) تفاوت غلظت گازهای NO و O_2 در ظرف واکنش تا ثانیه ۵۰ برابر $۳٫۳ mol \cdot L^{-1}$ است.

۳) سرعت متوسط مصرف گاز NO_2 در ۱۰ ثانیه سوم، ۰٫۷۵ سرعت متوسط تولید گاز NO در همان مدت است.

۴) سرعت متوسط تولید گاز O_2 در ۱۰ ثانیه سوم، ۰٫۴۵ سرعت متوسط تولید گاز NO در همان مدت است.

۱۴۰ کدام مطلب درباره واکنش مرتبه صفر درست است؟

۱) واکنش تجزیه‌ی دی‌نیتروژن پنتااکسید بر اثر گرما در دمای معین، نمونه‌ای از آن است.

۲) مقدار سرعت آن وابسته به دما، اما مقدار ثابت سرعت آن، مستقل از دماست.

۳) نمودار غلظت- زمان واکنش‌دهنده‌ی آن، خطی راست با شیب منفی است.

۴) نمودار غلظت- زمان فراورده‌ی آن، خطی راست با شیب صفر است.

۱۴۱ کدام مطلب درباره‌ی واکنش‌های تعادلی درست است؟

۱) هیچ تغییری از دید میکروسکوپی در آن‌ها روی نمی‌دهد.

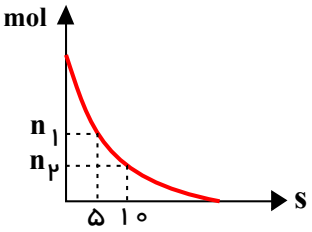
۲) حالت پویایی دارند و سرعت واکنش‌های رفت و برگشت در آن‌ها به صفر می‌رسد.

۳) برخی از تعادل‌های گازی در اثر تغییر حجم و یا تغییر فشار، در جهت رفت یا برگشت جابه‌جا می‌شوند.

۴) حالت تعادل، هنگامی برقرار می‌شود که حاصل‌ضرب غلظت فراورده‌ها با حاصل‌ضرب غلظت واکنش‌دهنده‌ها برابر شود.

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۱۴۲ نمودار زیر، مربوط به تجزیه گاز دی‌نیتروژن پنتوکسید در یک ظرف ۴ لیتری است، اگر سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن در فاصله‌ی زمانی ۵ تا ۱۰ ثانیه برابر $0/5 mol \cdot L^{-1} \cdot \min^{-1}$ باشد، n_1 و n_2 به ترتیب کدام یک از اعداد زیر می‌توانند باشند؟ (اعداد را از راست به چپ بخوانید)

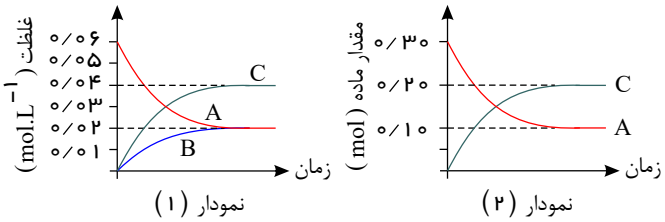


۱) $0/75 - \frac{7}{12}$
۲) $0/75 - \frac{11}{12}$
۳) $0/5 - \frac{1}{6}$
۴) $0/5 - \frac{7}{6}$

۱۴۳ اگر در واکنش: (فرآورده $\rightarrow aA + bB$)، سرعت واکنش نسبت به A از مرتبه‌ی اول و نسبت به B از مرتبه‌ی دوم باشد. در صورتی که سرعت واکنش (R) بر حسب مول بر لیتر بر ثانیه باشد. یکای ثابت سرعت واکنش ..... بوده و در صورتی که ..... شوند، سرعت واکنش ..... برابر خواهد شد.

۱) $[A] - L^2 \cdot mol^{-2} \cdot s^{-1}$ نصف و $[B]$ دو برابر $\frac{1}{2}$
۲) $[A] - L^2 \cdot mol^{-2} \cdot s^{-1}$ و $[B]$ هر دو، دو برابر 8
۳) $[A] - mol^{+2} \cdot L^{-2} \cdot s^{-1}$ سه برابر و $[B]$ $\frac{1}{3}$ برابر $\frac{1}{3}$
۴) $[A] - mol^{+2} \cdot L^{-2} \cdot s^{-1}$ و $[B]$ هر دو، سه برابر 27

۱۴۴ باتوجه به نمودارهای زیر، حجم ظرف واکنشی که در آن تعادل میان گازهای A، B و C برقرار شده است، چند لیتر است؟ (دمایی که در آن نمودارهای (۱) و (۲) رسم شده‌اند، باهم برابر می‌باشد.)



۱) ۰/۲
۲) ۵
۳) ۴
۴) ۰/۲۵

۱۴۵ در هنگام برقراری تعادل $CO(g) + H_2O(g) \rightleftharpoons CO_2(g) + H_2(g)$ در یک ظرف سربسته ی یک لیتری، مقدار ۴ مول CO، ۵ مول H_2O، ۶ مول CO_2 و ۲ مول H_2 را داریم. پس از اضافه شدن مقداری CO در دمای ثابت به مخلوط در حال تعادل و پس از برقراری تعادل جدید، ۱۰ مول فراورده در ظرف وجود دارد. چند مول CO به مخلوط افزوده شده است؟

۱) ۵/۷۵
۲) ۲/۲۵
۳) ۳/۷۵
۴) ۴/۲۵

۱۴۶ اگر در واکنش فرضی: $A_2(g) + B_2(g) \rightarrow 2AB(g)$ ، ΔH واکنش برابر $+80kJ$، $E_{a_{\text{برگشت}}}$ در مجاورت کاتالیزگر برابر $30kJ$ و تفاوت سطح انرژی پیچیده فعال در مجاورت کاتالیزگر و در نبود کاتالیزگر برابر $120kJ$ باشد، چند مورد از مطالب زیر، درست‌اند؟

- در نبود کاتالیزگر، $E_{a_{(\text{رفت})}}$ برابر $230kJ$ است.
- در نبود کاتالیزگر، $E_{a_{(\text{برگشت})}}$ برابر $150kJ$ است.
- در مجاورت کاتالیزگر، تفاوت ΔH واکنش با $E_{a_{(\text{رفت})}}$ برابر $70kJ$ است.
- واکنش، گرماده و سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها در مقایسه با فرآورده بالاتر است.

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۱۴۷ واکنش در حالت تعادل کدام دو ماده با یکدیگر در ظرف A، پس از باز شدن شیر میان دو ظرف (در دما و فشار اتاق) در جهت رفت، پیشرفت می‌کند؟

۱) گاز هیدروژن سولفید و ید جامد
۲) اتانول مایع و استیک اسید مایع
۳) گازهای گوگرد دی‌اکسید و اکسیژن
۴) گازهای نیتروژن مونواکسید و اکسیژن

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۱۴۸ از بین عبارت‌های زیر، چند عبارت صحیح است؟

الف- زمان انجام واکنش‌ها متفاوت است، به طوری که گستره‌ای از چند صدم ثانیه تا چند سده را در بر می‌گیرد.

ب- شرایط و چگونگی انجام واکنش‌های شیمیایی، عوامل مؤثر بر سرعت انجام آن‌ها و امکان پیشرفت واکنش‌ها در سینتیک شیمیایی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

پ- در واکنش فلز روی با محلول مس (II) سولفات، $\left[Cu^{2+}\right]$ و $\frac{\Delta\left[Zn^{2+}\right]}{\Delta t}$ و شدت رنگ محلول با گذشت زمان کم می‌شود.

ت- در واکنش فلز روی با محلول مس (II) سولفات، جرم محلول با گذشت زمان زیاد شده و جرم مواد جامد درون ظرف کم می‌شود.

$(Cu = ۶۴ , Zn = ۶۵ : g \cdot mol^{-1})$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۴۹ کدام مطلب درست است؟

۱) در واکنش‌های انفجاری از مقدار کمی ماده منفجرشونده، حجم و مقدار بسیار زیادی از گازهای داغ تولید می‌شود.

۲) در اثر افزودن محلول سدیم کلرید به محلول نقره نیترات، به کندی رسوب سفید رنگ نقره کلرید تشکیل می‌شود.

۳) اشیای آهنی در هوای مرطوب به سرعت زنگ می‌زنند.

۴) واکنش تجزیه سلولز کاغذ بسیار کند رخ می‌دهد و کاغذ به رنگ زرد در می‌آید.

۱۵۰ باتوجه به واکنش: $NiO(s) + CO(g) \rightleftarrows Ni(s) + CO_۲(g)$, $\Delta H < ۰$ ، که در دمای معین به حالت تعادل است، چند مورد از مطالب زیر، درست‌اند؟

• رابطهٔ ثابت تعادل آن، به صورت: $K = \frac{[CO_۲]}{[CO]}$ است.

• با کاهش دما، تعادلی جدید با ثابت K بزرگ‌تری برقرار می‌شود.

• با حذف مقداری از $Ni(s)$ از سامانه‌ی واکنش، تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

• با انتقال به ظرف کوچک‌تر (در دمای ثابت)، تعادل جدیدی با ثابت K کوچک‌تری برقرار می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۵۱ ثابت سرعت واکنش تجزیه‌ی $N_۲O_۵$ در دمای $۳۵^\circ C$ برابر $۱٫۱۵ \times ۱۰^{-۴} s^{-۱}$ است. اگر غلظت ماده‌ی $\left[N_۲O_۵\right]$ در هر لحظه از رابطه‌ی $\log\left[N_۲O_۵\right] = \frac{-kt}{۲٫۳} + \log\left[N_۲O_۵\right]_۰$ پیروی کند و غلظت اولیه‌ی آن معادل $\left[N_۲O_۵\right]_۰$ باشد، مدت زمانی که نیمی از دی‌نیتروژن پنتا اکسید تجزیه می‌شود، چند دقیقه است؟ $(\log ۲ = ۰٫۳)$

۱) ۶۰۰۰ ۲) ۳۰۰۰ ۳) ۵۰ ۴) ۱۰۰

۱۵۲ در واکنش تجزیه‌ی گاز گوگرد تری‌اکسید، ابتدا ۲٫۴ مول از این ماده را وارد ظرف ۳ لیتری واکنش می‌کنیم. پس از گذشت ۳۰ ثانیه از شروع واکنش، ۴۰ درصد به تعداد مول اولیه گازهای موجود در ظرف افزوده می‌شود. سرعت متوسط تولید گاز دو اتمی برحسب $mol \cdot L^{-۱} \cdot \min^{-۱}$ در این واکنش در این مدت، چه‌قدر است؟ $۲SO_۳(g) \rightarrow ۲SO_۲(g) + O_۲(g)$

۱) ۰٫۰۱ ۲) ۱٫۹۲ ۳) ۰٫۶۴ ۴) ۰٫۰۳۲

۱۵۳ در دمای معین ثابت تعادل واکنش $H_۲(g) + Br_۲(g) \rightleftharpoons ۲HBr(g)$ برابر با ۱۹۶ است، m گرم HBr را در محفظه‌ای ۲ لیتری وارد می‌کنیم اگر در هنگام تعادل ۰٫۰۴ مول $Br_۲$ در محفظه باشد، غلظت HBr در هنگام تعادل چند $mol \cdot L^{-۱}$ است؟ $(H = ۱ \text{ و } Br = ۸۰ g \cdot mol^{-۱})$

۱) ۰٫۰۴ ۲) ۰٫۲۸ ۳) ۰٫۳۲ ۴) ۵۱٫۸۴

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۱۵۴ در کدام گزینه، عامل مؤثر بر سرعت واکنش، به درستی معرفی نشده است؟

۱) الیاف آهن داغ و سرخ شده در هوا نمی‌سوزد، در حالی که همان مقدار الیاف آهن داغ و سرخ شده در یک ارلن پر از اکسیژن می‌سوزد: اثر غلظت

۲) حبهٔ قند آغشته به خاک باغچه سریع‌تر و آسان‌تر می‌سوزد: اثر کاتالیزگر

۳) بیمارانی که مشکلات تنفسی دارند، در شرایط اضطراری نیاز به تنفس از کپسول گاز اکسیژن خالص دارند: اثر سطح تماس

۴) سرعت واکنش فلزات قلیایی با آب متفاوت است: اثر واکنش‌پذیری

۱۵۵ براساس واکنش $۲A(g) \rightleftharpoons B(g) + C(g)$ سه مول از هر یک از مواد شرکت‌کننده در واکنش، در ظرف ۳ لیتری در بسته‌ای در حال تعادل وجود دارند. اگر در دمای ثابت به طور همزمان به این تعادل ۳ مول A و ۶ مول B و ۶ مول C اضافه کنیم، پس از برقراری تعادل، مجموع مول‌های مواد شرکت‌کننده در تعادل کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۲۵ ۳) ۲۳ ۴) ۲۴

۱۵۶ واکنش سوختن کامل گاز اتان را در نظر بگیرید. کدام یک از روابط زیر، در مورد آن درست است؟

$$۲C_۲H_۶(g) + ۷O_۲(g) \rightarrow ۴CO_۲(g) + ۶H_۲O(g)$$

۱) $\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{۴\Delta[CO_۲]}{\Delta t}$ ۲) $\bar{R}_{C_۲H_۶} = ۳\bar{R}_{H_۲O}$ ۳) $۴\bar{R}_{O_۲} = ۷\bar{R}_{CO_۲}$ ۴) $\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{-\Delta[O_۲]}{\Delta t}$

۱۵۷ در مورد نظریه‌های سینتیک شیمیایی در بعد میکروسکوپی، کدام گزینه نادرست است؟

۱) در نظریهٔ برخورد، داشتن انرژی کافی، تنها شرط برخورد مؤثر است.

۲) اساس نظریهٔ حالت گذار، برخورد بین ذره‌های واکنش‌دهنده است.

۳) واکنش بنیادی، واکنشی است که در آن فراورده‌ها از برخورد مستقیم ذره‌های واکنش‌دهنده تولید می‌شوند.

۴) در نظریهٔ برخورد، ذره‌های واکنش‌دهنده به‌صورت گوی‌های سخت در نظر گرفته می‌شوند.

۱۵۸ کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

۱) مس (II) سولفات ۵ آبه آبی‌رنگ است و طی یک فرایند تعادلی برگشت‌پذیر به مس (II) سولفات خشک سفیدرنگ تبدیل می‌شود.

۲) فرایند هابر، واکنش بین گازهای هیدروژن و نیتروژن در شرایطی است که تا تولید ۲۸ درصد مولی آمونیاک در مخلوط، پیش می‌رود.

۳) واکنش‌های تعادلی پویا هستند و سرعت واکنش‌های رفت و برگشت در هنگام برقراری تعادل با هم برابر است.

۴) واکنش $۲SO_۲(g) + O_۲(g) \rightleftharpoons ۲SO_۳(g)$ در مجاور کاتالیزگر پلاتین یا وانادیم (IV) اکسید انجام می‌شود.

۱۵۹ در واکنش تعادلی: $۲SO_۲(g) + O_۲(g) \rightleftharpoons ۲SO_۳(g), \Delta H < ۰$، کدام موارد سبب جابه‌جا شدن تعادل در جهت رفت می‌شود؟

آ) افزایش فشار ب) افزایش دما پ) به کاربردن کاتالیزگر

ت) افزایش حجم واکنش‌گاه ث) وارد کردن اکسیژن اضافی به واکنش‌گاه

۱) آ، ب ۲) آ، ث ۳) ب، پ، ت ۴) ب، پ، ث

۱۶۰ در کدام واکنش، بر پایهٔ نظریهٔ برخورد، جهت‌گیری ذره‌های واکنش‌دهنده، تأثیر چندانی بر سرعت واکنش، ندارد؟

۱) $۲NO_۲Cl_{(g)} \rightarrow ۲NO_{۲(g)} + Cl_{۲(g)}$ ۲) $۲BrNO_{(g)} \rightarrow Br_{۲(g)} + ۲NO_{(g)}$

۳) $O_{۳(g)} + CO_{(g)} \rightarrow O_{۲(g)} + CO_{۲(g)}$ ۴) $C_۲H_{۶(g)} + Cl_{(g)} \rightarrow C_۲H_{۵(g)} + HCl_{(g)}$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

پاسخ‌نامه تشریحی

۱ ۱ ۲ ۳ ۴ با فرض اینکه $x^۳ + x + ۱ = k$ پس:

$$y = \sin^{-۱} k + \cos^{-۱}(k+۲)$$
$$D_y = \{k \mid |k| \le ۱\} \cap \{k \mid |k+۲| \le ۱\} = -۱ \le k \le ۱ \cap -۳ \le k \le -۱ \Rightarrow k = -۱$$
$$\Rightarrow x^۳ + x + ۱ = -۱ \Rightarrow x = -۱ \in \mathbb{R} \text{ دارای حداقل یک رابطهٔ حقیقی است} \Rightarrow y = \sin^{-۱}(-۱) + \cos^{-۱}(۱) \Rightarrow y = -\frac{\pi}{۲}$$

بنابراین برد تابع تنها شامل یک عضو است.

متوسط

۲ ۱ ۲ ۳ ۴ مماس بر منحنی موازی وتر AB است پس مشتق منحنی مساوی شیب خط AB می‌باشد و شیب خط گذرا از AB برابر است با $\frac{\text{اختلاف } y \text{ ها}}{\text{اختلاف } x \text{ ها}} = \frac{۶-۲}{۴-۱} = \frac{۴}{۳}$

$$y' = ۱ + \frac{۱}{۲\sqrt{x}} \Rightarrow ۱ + \frac{۱}{۲\sqrt{c}} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \frac{۱}{۲\sqrt{c}} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow ۲\sqrt{c} = ۳ \Rightarrow c = \frac{۹}{۴}$$

آسان

۳ ۱ ۲ ۳ ۴ تابع $\sin^۹ x$ به ازای هر بار مشتق گیری تا مشتق هشتم یک عامل $\sin x$ دارد پس مشتق هفتم آن صفر است. فقط کافی است که از $\sin x$ هفت بار مشتق بگیریم.

$$y^{(۷)} = y^{(۳)} = -\cos x \Rightarrow y^{(۷)}(\pi) = ۱$$

نکته: $f(x) = \sin x \to f^{(۴n+k)}(x) = f^{(k)}(x)$

متوسط

۴ ۱ ۲ ۳ ۴ $\underbrace{|a-b|}_{+} + \underbrace{|a+۱|}_{+} - \underbrace{|۱-b|}_{+} = a - b + a + ۱ - (۱ - b) = ۲a$

آسان

۵ ۱ ۲ ۳ ۴ جملات $\{۱, ۳, ۵, \cdots, (۲n-۱)\}$ تشکیل دنباله حسابی با $a_۱ = ۱$ و $a_n = ۲n - ۱$ می‌دهند. از آنجا که مجموع n جمله‌ی اول دنباله حسابی از رابطه‌ی $S = \frac{n}{۲}(a_۱ + a_n)$ حاصل می‌شود. لذا داریم:

$$\frac{۱ + ۳ + ۵ + \cdots + (۲n-۱)}{n^۲} = \frac{\frac{n}{۲}(۱ + (۲n-۱))}{n^۲} = \frac{\frac{n}{۲}(۲n)}{n^۲} = ۱$$

آسان

۶ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\sin^{-۱}\frac{۱}{۳} = \alpha \Rightarrow \sin\alpha = \frac{۱}{۳} \Rightarrow \tan^۲\alpha = \frac{\sin^۲\alpha}{۱ - \sin^۲\alpha} \Rightarrow \tan^۲\alpha = \frac{\frac{۱}{۹}}{۱ - \frac{۱}{۹}} = \frac{\frac{۱}{۹}}{\frac{۸}{۹}} = \frac{۱}{۸}$$

متوسط

۷ ۱ ۲ ۳ ۴ در یک تابع درجه nاُم مشتق مرتبه nاُم عددی غیر صفر و مشتق مرتبه $n+۱$اُم صفر است در این تابع که از درجه‌ی دهم است مشتق مرتبه‌ی nاُم تابع غیر صفر و مشتق مرتبه‌ی $n+۱$اُم تابع صفر شده است، بنابراین $n = ۱۰$ زیرا درجه چند جمله ای درجه‌ی ۱۰ است، پس:

$$f(x) = (x^۲ + ۱)^۵ + ۲x^{۱۰} = (x^۲)^۵ + \cdots + ۲x^{۱۰}$$
$$f(x) = ۳x^{۱۰} + \cdots \to f^{(۱۰)}(x) = ۳ \times ۱۰! \Rightarrow a = ۳ \times ۱۰!$$

سخت

۸ ۱ ۲ ۳ ۴ $x = e$ جزء دامنه تابع نیست بنابراین نمی‌تواند نقطه بحرانی تابع باشد. دقت نمایید از آن‌جا که خط مماس در نقطه $x = c$ موازی محور طول‌ها است $(f'(c) = ۰)$، لذا $x = c$ نقطه بحرانی بوده و همچنین نقطه $x = d$ جزء دامنه‌ی تابع نمی‌باشد.

آسان

۹ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به اینکه تابع صعودی است لذا $f'(x) \ge ۰$ بوده و از آنجا که دارای بی‌شمار نقطه بحرانی است لذا $f'(x) = ۰$ بی‌شمار جواب دارد در نتیجه داریم:

$$f(x) = ax + ۲\sin x + ۴ \Rightarrow f'(x) = a + ۲\cos x$$
$$-۱ \le \cos x \le ۱ \Rightarrow -۲ \le ۲\cos x \le ۲ \xrightarrow{\text{به سه طرف مقدار } a \text{ اضافه می‌کنیم}} -۲ + a \le f'(x) \le ۲ + a \xrightarrow{f'(x) \ge ۰} a - ۲ \ge ۰ \Rightarrow a \ge ۲$$
$$f'(x) = ۰ \Rightarrow \cos x = -\frac{a}{۲} \xrightarrow{a \ge ۲} \cos x \le -۱ \Rightarrow \cos x = -۱ \Rightarrow a = ۲$$

بنابراین تنها به ازای $a = ۲$ معادله‌ی $f'(x) = ۰$ بی‌شمار ریشه دارد.

سخت

۱۰ ۱ ۲ ۳ ۴ در توابع چندجمله ای با درجه ی کم تر از ۱۹ ، مشتق نوزدهم برابر صفر است. در نتیجه کافی است مشتق نوزدهم دوجمله ای $\frac{x^{۲۰}}{۲۰!} + \frac{x^{۱۹}}{۱۹!}$ را بدست آوریم.

لذا خواهیم داشت:

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
Alirezaafshar.org

$$f(x)=\frac{x^{۲۰}}{۲۰!}+\frac{x^{۱۹}}{۱۹!}+\cdots \Rightarrow f^{(۱۹)}(x)=(\frac{۱}{۲۰!}\times ۲۰!\times x)+(\frac{۱}{۱۹!}\times ۱۹!) \Rightarrow f^{(۱۹)}(x)=x+۱$$
$$\xrightarrow{x=۲} f^{۱۹}(۲)=۲+۱=۳$$

متوسط

۱۱ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به شکل واضح است $\tan\theta=\frac{\sqrt{x}}{x}=\frac{۱}{\sqrt{x}}$ ، در نتیجه خواهیم داشت:

$$\tan\theta=\frac{۱}{\sqrt{x}} \Rightarrow (۱+\tan^{۲}\theta)\frac{d\theta}{dt}=\frac{۰-\frac{۱}{۲\sqrt{x}}}{(\sqrt{x})^{۲}}\frac{dx}{dt}$$

از آن جا که $x=۴$ در نتیجه $\tan\theta=\frac{۱}{\sqrt{۴}}=\frac{۱}{۲}$ و $\frac{dx}{dt}=+۰/۴$ ، لذا داریم:

$$(۱+\tan^{۲}\theta)\frac{d\theta}{dt}=\frac{-۱}{۲x\sqrt{x}}\frac{dx}{dt} \Rightarrow [۱+(\frac{۱}{۲})^{۲}]\frac{d\theta}{dt}=\frac{-۱}{۲\times ۴\times ۲}\times ۰/۴$$
$$\Rightarrow \frac{۵}{۴}\frac{d\theta}{dt}=-\frac{۱}{۴۰} \Rightarrow \frac{d\theta}{dt}=\frac{-۱}{۵}=-۰/۰۲$$

سخت

۱۲ ۱ ۲ ۳ ۴ تابع در $\mathbb{R}$ پیوسته و مشتق پذیر است، بنابراین باید ریشه‌های $f'(x)=۰$ را بیابیم:

$$f'(x)=۱۲x^{۳}-۱۲x^{۲}+۴۸x-۱۰=۰$$

f' چندجمله‌ای درجه سوم است و حداقل یک ریشه و حداکثر سه ریشه دارد. برای بررسی تعداد ریشه‌ها:

$$g(x)=f'(x) \Rightarrow g'(x)=۱۲(۳x^{۲}-۲x+۴)$$

همواره $g'(x)>۰$ برقرار است $(۳>۰, \Delta<۰)$ بنابراین تابع f' صعودی اکید است و تنها همان یک ریشه را دارد. پس f تنها یک نقطه بحرانی دارد.

متوسط

۱۳ ۱ ۲ ۳ ۴ برای تعیین نقاط بحرانی f، کافی است ریشه‌های صورت و مخرج مشتق تابع را تعیین کنیم در صورتی‌که عضو درونی دامنه باشند نقطهٔ بحرانی است. در توابع چند ضابطه‌ای علاوه‌بر ریشه‌های صورت و مخرج مشتق تابع، نقاط مرزی را نیز مورد بررسی قرار می‌دهیم.

$$f(x)=\begin{cases}x^{۲}+۲x & x\geq ۰\\ \sqrt[۳]{x^{۲}+x-۲} & x<۰\end{cases} \rightarrow \begin{cases}f_{+}(۰)=۰\\ f_{-}(۰)=\sqrt[۳]{-۲}\end{cases} \Rightarrow x=۰ \text{ نقطه‌ی ناپیوستگی است پس بحرانی است}$$

$$f'(x)=\begin{cases}۲x+۲=۰\rightarrow x=-۱ \text{ (غ.ق.ق)} & x>۰\\ \frac{۲x+۱}{۳\sqrt[۳]{(x^{۲}+x-۲)^{۲}}} \Rightarrow \begin{cases}۲x+۱=۰\rightarrow x=-\frac{۱}{۲} \text{ (ق)}\\ x^{۲}+x-۲=۰\rightarrow (x+۲)(x-۱)=۰\rightarrow \begin{cases}x=۱ \text{ (غ.ق.ق)}\\ x=-۲ \text{ (ق)}\end{cases}\end{cases} & x<۰\end{cases}$$

بنابراین تابع $f(x)$ شامل ۳ نقطه‌ی بحرانی است.

سخت

۱۴ ۱ ۲ ۳ ۴

$$f'(۰)=\lim_{x\to ۰}\frac{\sqrt{۱-\sqrt{۱-۲x^{۲}}}-۰}{x} \overset{\text{ضرب در مزدوج}}{=\!=\!=} \lim_{x\to ۰}\frac{\sqrt{۲}|x|}{x\sqrt{۱+\sqrt{۱-۲x^{۲}}}}$$

$$\left.\begin{matrix}f'_{+}(۰)=۱\\ f'_{-}(۰)=-۱\end{matrix}\right\} \Rightarrow \text{ضرب شیب‌ها}=m_{۱}\cdot m_{۲}=-۱$$

دو مماس بر هم عمودند پس زاویهٔ بین آن‌ها ۹۰° است.

سخت

۱۵ ۱ ۲ ۳ ۴

راه اول:

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{\sqrt[۳]{n}}{n^{۳}+۳}=\lim_{n\to+\infty}\frac{\sqrt[۳]{n}}{n^{۳}}=۰ \quad (*)$$

$$-۱\leq \cos n!\leq ۱ \Rightarrow -\frac{\sqrt[۳]{n}}{n^{۳}+۳}\leq \frac{\sqrt[۳]{n}\cdot\cos n!}{n^{۳}+۳}\leq \frac{\sqrt[۳]{n}}{n^{۳}+۳}$$
$$\Rightarrow \lim_{n\to+\infty}(-\frac{\sqrt[۳]{n}}{n^{۳}+۳})\leq \lim_{n\to+\infty}\frac{\sqrt[۳]{n}\cdot\cos n!}{n^{۳}+۳}\leq \lim_{n\to+\infty}\frac{\sqrt[۳]{n}}{n^{۳}+۳} \xrightarrow{(*)} ۰\leq \lim_{n\to+\infty}\frac{\sqrt[۳]{n}\cdot\cos n!}{n^{۳}+۳}\leq ۰$$

راه دوم: باتوجه به قضیه رشد می‌دانیم که $n^{۳}>\sqrt[۳]{n}$ است پس: $\lim_{n\to+\infty}\frac{\sqrt[۳]{n}}{n^{۳}}=۰$

متوسط

۱۶ ۱ ۲ ۳ ۴ نکته: اگر بازه‌ی (a,b) یک همسایگی متقارن به مرکز α و شعاع r باشد آنگاه

$$\begin{cases}\alpha=\frac{b+a}{۲}\\ r=\frac{b-a}{۲}\end{cases}$$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

در نامعادله‌ی $\frac{\sqrt{x}(x+۳)}{۲x-a} < ۰$ ، x نمی‌تواند صفر باشد و با توجه به رادیکال $x > ۰$ است.

$$\left.\begin{array}{l} x+۳=۰ \Rightarrow x=-۳ \\ ۲x-a=۰ \Rightarrow x=\frac{a}{۲} \end{array}\right\} \quad \begin{array}{c|ccccc} x & & -۳ & & \frac{a}{۲} & \\ \hline \frac{x+۳}{۲x-a} & + & \vdots & - & \vdots & + \end{array} \xrightarrow{x>۰} ۰ < x < \frac{a}{۲}$$

دقت کنید که باید $\frac{a}{۲} > ۰$ باشد، چون در غیر این صورت نامعادله جواب ندارد.

$$\begin{cases} (۰, \frac{a}{۲}) \rightarrow \text{نقطه میانی } \frac{a}{۴} \\ (-۳, a^۲) \rightarrow \text{نقطه میانی } \frac{a^۲-۳}{۲} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{۴} = \frac{a^۲-۳}{۲} \Rightarrow ۲a^۲ - a - ۶ = ۰ \Rightarrow (۲a+۳)(a-۲) = ۰ \Rightarrow a = ۲, \frac{-۳}{۲} \xrightarrow{a>۰} a = ۲$$

سخت

۱۷ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا نامعادلهٔ $(x-۲)f(x) > ۰$ را حل می‌کنیم. سپس جواب‌های معادلهٔ $(x-۲)f(x) = ۰$ را به مجموعهٔ جواب اضافه می‌کنیم، برای این که نامعادلهٔ بالا برقرار باشد، باید با $\begin{cases} x-۲>۰ \\ f(x)>۰ \end{cases}$ یا $\begin{cases} x-۲<۰ \\ f(x)<۰ \end{cases}$ باشد. باتوجه به نمودار داریم:

$$\begin{cases} x-۲>۰ \Rightarrow x>۲ \\ f(x)>۰ \Rightarrow x>۲ \text{ یا } x<-۲ \end{cases} \rightarrow x>۲ \quad (I)$$

$$\begin{cases} x-۲<۰ \Rightarrow x<۲ \\ f(x)<۰ \Rightarrow x \in (-۲,۲)-\{۰\} \end{cases} \rightarrow x \in (-۲,۲)-\{۰\} \quad (II)$$

اجتماع جواب‌های I و II برابر است با $(-۲,+\infty)-\{۰,۲\}$.

$$(x-۲)f(x) = ۰ \Rightarrow x = \pm ۲ \ , \ ۰$$

در نهایت جواب نامعادله برابر $(-۲,+\infty)$ می‌شود.

متوسط

۱۸ ۱ ۲ ۳ ۴

باید معادله‌ی حاصل از تلاقی دو منحنی، ریشه‌ی مضاعف بدهد $(\Delta = ۰)$

$$x^۲ - \frac{۳}{۴} = kx - ۳ \Rightarrow x^۲ - kx - \frac{۳}{۴} + ۳ = ۰ \Rightarrow x^۲ - kx + \frac{۹}{۴} = ۰$$

$$\Delta = ۰ \Rightarrow k^۲ - ۴(۱)(\frac{۹}{۴}) = k^۲ - ۹ = ۰ \Rightarrow k = \pm ۳ \rightarrow \text{مجموع جواب‌ها} = -۳ + ۳ = ۰$$

آسان

۱۹ ۱ ۲ ۳ ۴

نکته:می‌دانیم اگر $۰ < a < ۱$ و $m, n \in N$ و $m < n$ آنگاه $a^n < a^m$

$$\begin{cases} a^۲\sqrt{a} = a^{\frac{۵}{۲}} \\ a\sqrt[۳]{a} = a^{\frac{۴}{۳}} \\ \sqrt[۵]{a} = a^{\frac{۱}{۵}} \\ a < ۱ \rightarrow \frac{۱}{a} > ۱ \\ \frac{۱}{۵} < \frac{۴}{۳} < \frac{۳}{۲} \end{cases} \Rightarrow ۰ < a^۲\sqrt{a} < a^{\frac{۴}{۳}} < a^{\frac{۱}{۵}} < \frac{۱}{a}$$

بنابراین $a^۲\sqrt{a}$ نزدیک‌ترین عدد به صفر است.

سخت

۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴

باتوجه به نامساوی مثلثی $(|a+b| \leq |a| + |b|)$ داریم:

$$\begin{cases} a = x-۲ \\ b = ۲x-۱ \end{cases} \Rightarrow a+b = ۳x-۳$$

$$|a|+|b| \geq |a+b| \Rightarrow |x-۲| + |۲x-۱| \geq |۳x-۳| \geq ۰ \Rightarrow a \geq \frac{|۳x-۳|}{|x-۲|+|۲x-۱|} \geq ۰$$

متوسط

۲۱ ۱ ۲ ۳ ۴

$$f(x) = \frac{۱}{۱۶}x^۴(۴x^۲+۴x+۱)(۲x-۱)^۲ = \frac{۱}{۱۶}x^۴(۲x+۱)^۲(۲x-۱)^۲ = \frac{۱}{۱۶}x^۴(۴x^۲-۱)^۲$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{۱}{۱۶}(۴x^۴ - x^۲)^۲ = x^۸ - \frac{x^۶}{۲} + \frac{x^۴}{۱۶}$$

$$\Rightarrow f^{(۶)}(۰) = \frac{۶!}{۲} + ۰ = -\frac{۷۲۰}{۲} = -۳۶۰$$

استاد علیرضا افشار
مشاوره
@Alirezaafsharofficial

متوسط

۲۲ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا و انتهای منحنی تابع $f(x) = \cos^{-۱}x$ به مختصات $(۱,۰), (-۱,\pi)$ است چون $R_f = [۰,\pi]$, $D_f = [-۱,۱]$ خط گذرا بر این دو نقطه به معادله

$y - ۰ = -\frac{\pi}{۲}(x - ۱) \Rightarrow ۲y + \pi x = \pi$ می‌باشد.

توجه : شیب $= \frac{\text{اختلاف } x \text{ ها}}{\text{اختلاف } x \text{ ها}} = \frac{\pi - ۰}{-۱ - ۱} = -\frac{\pi}{۲}$

توجه : محل برخورد دو تابع $\begin{cases} y = -\frac{\pi}{۲}x + \frac{\pi}{۲} \\ y = \cos^{-۱} x \end{cases}$

همانطور که می‌بینیم این دو تابع یکدیگر را در نقطه $(۰, \frac{\pi}{۲})$ قطع می‌کنند یعنی به عرض $\frac{\pi}{۲}$ قطع می‌کند.

سخت

۲۳) ۱ ۲ **۳** ۴

$(۲ + \sqrt{۳})^n = ۳۶۲ + b\sqrt{۳} \Rightarrow (۲ - \sqrt{۳})^n = ۳۶۲ - b\sqrt{۳}$

طرفین دو تساوی را در هم ضرب می‌کنیم:

$(۲ + \sqrt{۳})^n (۲ - \sqrt{۳})^n = (۳۶۲ + b\sqrt{۳})(۳۶۲ - b\sqrt{۳})$

$۱ = (۳۶۲)^۲ - ۳b^۲ \Rightarrow ۳b^۲ = ۱۳۱۰۴۳ \Rightarrow b^۲ = ۴۳۶۸۱ \Rightarrow b = ۲۰۹$

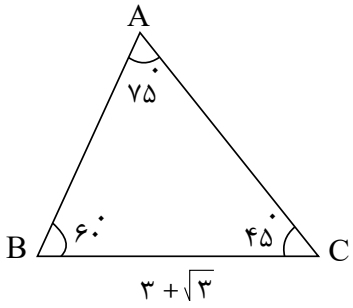
سخت

۲۴) ۱ ۲ ۳ **۴** نکته: $\sin ۷۵^\circ = \cos ۱۵^\circ = \frac{\sqrt{۶} + \sqrt{۲}}{۴}$ یا $\frac{\sqrt{۲ + \sqrt{۳}}}{۲}$

باتوجه به داده‌های مثلث ABC، $\hat{A} = ۷۵^\circ$ بوده که طبق قانون سینوس‌ها در این مثلث داریم:

$$\frac{AC}{\sin \hat{B}} = \frac{BC}{\sin \hat{A}} = \frac{AB}{\sin \hat{C}}$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{۳ + \sqrt{۳}}{\frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۴}} = \frac{AB}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}} \Rightarrow AC = ۳\sqrt{۲} \ , \quad AB = ۲\sqrt{۳}$$



سخت

۲۵) ۱ **۲** ۳ ۴ نکته: اگر دنباله‌ای به $+\infty$ واگرا باشد از پایین کران‌دار و از بالا بی‌کران است و اگر دنباله‌ای به $-\infty$ واگرا باشد از بالا کران‌دار و از پایین بی‌کران است.

بنابراین کران‌داری دنباله‌ها را بررسی می‌کنیم.

۱) $\lim_{n\to+\infty} \frac{n^۲}{۲^n} \overset{\text{طبق قضیه‌ی رشد}}{=\!=\!=} ۰$ همگراست پس از بالا کران‌دار و از پایین کران‌دار است.

۲) $\lim_{n\to+\infty} (\tan \frac{\pi}{۳})^n = (\sqrt{۳})^{+\infty} = +\infty$ از بالا بی کران و از پایین کران‌دار است.

۳) $\lim_{n\to+\infty} \tan^{-۱} \sqrt{n} = \tan^{-۱}(+\infty) = \frac{\pi}{۲}$ از بالا و پایین کران‌دار است چون همگراست.

۴) $\lim_{n\to+\infty} \frac{n - n^۲}{۲n + ۱} = \lim \frac{-n^۲}{۲n} = -\infty$ از بالا کران‌دار و از پایین بی کران است.

سخت

۲۶) ۱ ۲ ۳ ۴ **۱**

می‌دانیم: $S = ۲\pi rh$ مساحت جانبی استوانه

$h = ۱۰ \Rightarrow S = ۲\pi rh = ۲۰\pi r$ سطح جانبی

$A = \pi r^۲$ سطح قاعده

$$\frac{dA}{dS} = \frac{\frac{dS'}{dr}}{\frac{dS}{dr}} = \frac{۲\pi r}{۲۰\pi} = \frac{r}{۱۰} \overset{r=۲}{=\!=} \frac{۲}{۱۰} = ۰/۲$$

متوسط

۲۷) ۱ ۲ **۳** ۴

شعاع استوانه را در حالتی که حجم برابر ۲۰π و ارتفاع ۵ واحد است. بدست می‌آوریم:

$h =$ ارتفاع استوانه

$r =$ شعاع قاعده $\qquad ۲۰\pi = \pi r^۲ (۵) \rightarrow r^۲ = ۴ \rightarrow r = ۲$

$V = \pi r^۲ h$ حجم استوانه

حال از طرفین رابطه حجم استوانه، نسبت به زمان مشتق می گیریم:

$V = \pi r^۲ h \rightarrow V'_{(t)} = \pi(۲rr'_{(t)}h + r^۲ h'_{(t)})$

چون در صورت سؤال گفته شده حجم استوانه قائم، مقداری ثابت است پس تغییرات حجم آن در زمان، صفر است یعنی $V'_{(t)} = ۰$ از طرفی چون در صورت سؤال گفته شعاع قاعده با سرعت ۰/۲ واحد بر ثانیه در حال افزایش است پس: $r'_{(t)} = \frac{۲}{۱۰}$.

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$$V'_{(t)} = \pi(۲rr'_{(t)}h + r^۲h'_{(t)}) \to ۰ = \pi(۲ \times \frac{۲}{۱} \times \frac{۲}{۱۰} \times \frac{۵}{۱} + (۲)^۲h'_{(t)})$$

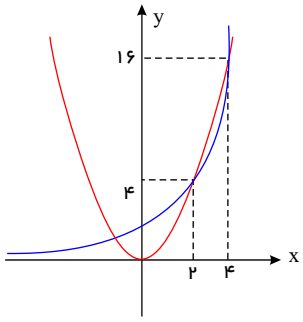
علامت منفی بیانگر آن است که ارتفاع با سرعت یک واحد بر ثانیه، در حال کاهش است.

$$۴ + ۴h'_{(t)} = ۰ \to h'_{(t)} = -۱$$

سخت

۱ ۲ **۳** ۴ **۲۸**

نامعادله $۲^x < x^۲$ را به روش هندسی حل می‌کنیم نمودارهای دو تابع $y_۱ = x^۲$ و $y_۲ = ۲^x$ را رسم می‌کنیم.



چون $x > ۰$ و $۲^x < x^۲$ باتوجه به نمودارهای دو تابع مجموعه جواب بازه $(۲, ۴)$ است. که یک همسایگی متقارن است.

$$\begin{cases} \alpha = \frac{۴+۲}{۲} = ۳ & \text{مرکز} \\ r = \frac{۴-۲}{۲} = ۱ & \text{شعاع} \end{cases} \Rightarrow \alpha - r = ۳ - ۱ = ۲$$

سخت

۱ ۲ ۳ **۴** **۲۹**

$$-۱ \le u \le ۱ \Rightarrow \sin^{-۱}u + \cos^{-۱}u = \frac{\pi}{۲}$$

$$\sin^{-۱}\left(\frac{۱+x}{۲x-۱}\right) + \cos^{-۱}\left(\frac{۱+x}{۲x-۱}\right) = \frac{\pi}{۲} \Rightarrow R_f = \left\{\frac{\pi}{۲}\right\}$$

$$۲x - ۱ \neq ۰ \Rightarrow x \neq \frac{۱}{۲}$$

$$\left|\frac{۱+x}{۲x-۱}\right| \le ۱ \Rightarrow |۱+x| \le |۲x-۱| \Rightarrow ۱ + x^۲ + ۲x \le ۴x^۲ - ۴x + ۱$$

$$\to ۳x(x-۲) = ۰ \Rightarrow x \in (-\infty, ۰] \cup [۲, +\infty)$$

		۰		۲	
$۳x^۲ - ۶x$	+	۰	−	۰	+
	↗		↘		↗

سخت

۱ ۲ **۳** ۴ **۳۰**

مشتق تابع f را در نقطه‌ی $A'(۱, ۲)$ محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x) = ۱ + \frac{۴}{\pi} \times \frac{۱}{۱+x^۲} \Rightarrow f'(۱) = ۱ + \frac{۴}{\pi} \times \frac{۱}{۲}$$

$$f'(۱) = ۱ + \frac{۲}{\pi} \Rightarrow f'(۱) = \frac{\pi + ۲}{\pi}$$

می‌دانیم اگر $f(a) = b$ آن‌گاه $(f^{-۱})(b) = \frac{۱}{f'(a)}$. پس داریم:

$$(f^{-۱})(۲) = \frac{۱}{f'(۱)} = \frac{\pi}{\pi + ۲}$$

سخت

۱ **۲** ۳ ۴ **۳۱**

$$x^۲ - ۴ \ge ۰ \to x^۲ \ge ۴ \to |x| \ge ۲ \to x \le -۲ \quad \text{یا} \quad x \ge ۲$$

$$(x^۲ - ۱)\sqrt{x^۲ - ۴} + x^۲ - ۳x + ۲ = ۰$$

$$(x^۲ - ۱)\sqrt{x^۲ - ۴} + (x-۱)(x-۲) = ۰$$

باید $x \ge ۲$ یا $x \le -۲$ باشد برای $x \le -۲$ هر دو عبارت فوق مثبت است پس حاصل جمع نمی‌تواند صفر باشد پس فقط $x \ge ۲$ می‌تواند باشد که به ازای $x = ۲$ عبارت مساوی صفر است و برای $x > ۲$ این عبارت مثبت است پس تنها ریشه‌ی معادله $x = ۲$ خواهد بود. (ضمناً چون $x = ۱$ زیرا رادیکال را منفی می‌کند پس قابل قبول نیست)

سخت

۱ **۲** ۳ ۴ **۳۲**

با استفاده از نامساوی $-۴ < x \le ۳$ ، نامساوی $A < |x^۲ - ۳|$ را ایجاد می‌کنیم.

همه اعدادی که در بازه $(-۴, ۳]$ هستند وقتی به توان دو برسند در بازه $[۰, ۱۶)$ قرار می‌گیرند.

$$-۴ < x \le ۳ \to ۰ \le x^۲ < ۱۶ \to -۳ \le x^۲ - ۳ < ۱۳ \to ۰ \le |x^۲ - ۳| < ۱۳$$

آسان

۱ ۲ ۳ **۴** **۳۳**

عدد حقیقی $x_۰$ و $\delta > ۰$ مفروض‌اند. بازه $(x_۰ - \delta, x_۰ + \delta)$ همسایگی متقارن به مرکز $x_۰$ و شعاع δ است. با حذف مرکز همسایگی، به همسایگی

استاد علیرضا افشار
مشاوره
@Alirezaafsharofficial

محذوف متقارن می‌رسیم که آنرا بصورت زیر نمایش می‌دهیم:

$(x_\circ - \delta\,,\ x_\circ) \cup (x_\circ\,,\ x_\circ + \delta)$ و مرکز آن برابر است با $\dfrac{x_\circ + \delta - x_\circ - \delta}{۲}$

باتوجه به بازه‌ی داده شده داریم:

$(-۶\,,\ ۲b - a) \cup (۲a + ۴b + ۶, ۸) \to x_\circ = ۲b - a = ۲a + ۴b + ۶$

$\begin{cases} x_\circ + \delta = ۸ \\ x_\circ - \delta = -۶ \end{cases} \to x_\circ = ۲ \to x_\circ = ۱$ مرکز همسایگی

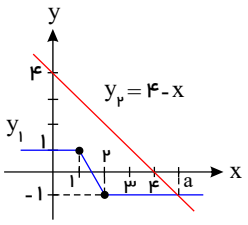
$\begin{cases} ۲b - a = ۱ \\ ۲a + ۴b + ۶ = ۱ \end{cases} \xrightarrow{\times ۲} \begin{cases} -۲a + ۴b = ۲ \\ ۲a + ۴b = -۵ \end{cases} \to \begin{matrix} b = \frac{-۳}{۸} \\ a = \frac{-۷}{۴} \end{matrix} \Rightarrow ۴a + ۸b = -۷ + (-۳) = -۱۰$

آسان

۳۴ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا قدر مطلق‌ها و عبارت‌های غیر قدر مطلق را جدا می‌کنیم:

$|x - ۲| - |x - ۱| + x \geq ۴$

$\Rightarrow \underbrace{|x - ۲| - |x - ۱|}_{y_۱} \geq \underbrace{۴ - x}_{y_۲}$



مجموعه جواب نامعادله‌ی بالا بازه‌ای است که نمودار $y_۱$ بالای نمودار $y_۲$ باشد.

مجموعه جواب $= [a, +\infty)$

برای پیدا کردن عدد a دو معادله را مساوی هم قرار می‌دهیم.

$|x - ۲| - |x - ۱| = ۴ - x$

$\xrightarrow{a>۴} x - ۲ - x + ۱ = ۴ - x \Rightarrow x = ۵ \Rightarrow a = ۵ \Rightarrow ۲a - ۳ = ۷$

سخت

۳۵ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم : $y = \cos^{-۱} x \ : \quad D_f = [-۱, ۱]\,, R_f = [۰, \pi]$

$y = \cos^{-۱}(-\sqrt{x}) \xrightarrow{-\sqrt{x} \leq ۰} R_y = [\frac{\pi}{۲}, \pi]$

چون در ناحیه‌ی دوم کسینوس همواره منفی است.

آسان

۳۶ ۱ ۲ ۳ ۴ فرض می‌کنیم که این خط در نقطه‌ی $(a, a^۲)$ منحنی را قطع می‌کند.

نقطه‌ای روی منحنی $(\alpha, \alpha^۲)$

$y = x^۲ \Rightarrow y' = ۲x \Rightarrow m_{\text{مماس}} = ۲\alpha \Rightarrow m_{\text{قائم}} = -\dfrac{۱}{۲\alpha}$

معادله‌ی خط قائم: $y - y_\circ = -\dfrac{۱}{m}.(x - x_\circ)$

$y - \alpha^۲ = -\dfrac{۱}{۲\alpha}(x - \alpha) \xrightarrow{(۳,۰)} ۰ - \alpha^۲ = -\dfrac{۱}{۲\alpha}(۳ - \alpha) \Rightarrow ۲\alpha^۳ + \alpha - ۳ = ۰$

مجموع ضرایب صفر است، پس عبارت بر $\alpha - ۱$ بخش‌پذیر است.

$\Rightarrow (\alpha - ۱)\underbrace{(۲\alpha^۲ + ۲\alpha + ۳)}_{\Delta < ۰} = ۰ \Rightarrow \alpha = ۱$

معادله‌ی خط قائم : $y - ۱ = -\dfrac{۱}{۲}(x - ۱) \xrightarrow{x=۰} y = \dfrac{۳}{۲}$

سخت

۳۷ ۱ ۲ ۳ ۴ قرینه‌ی عدد $\dfrac{۷ - ۳a}{۱۵}$ برابر عدد $\dfrac{۳a - ۷}{۱۵}$ و وارون عدد $\dfrac{a - ۲}{۱ - a}$ برابر $\dfrac{۱ - a}{a - ۲}$ است و بنا به فرض سوال باهم برابرند.

$\dfrac{۱ - a}{a - ۲} = \dfrac{۳a - ۷}{۱۵} \Rightarrow ۱۵ - ۱۵a = (a - ۲) \cdot (۳a - ۷)$

$\Rightarrow ۳a^۲ + ۲a - ۱ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = -۱ \quad \text{غ ق ق} \\ a = \dfrac{۱}{۳} \end{cases}$

وارون عدد $۳a$ برابر $\dfrac{۱}{۳a}$ است پس :

$\dfrac{۱}{۳a} = \dfrac{۱}{۳(\frac{۱}{۳})} = ۱$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

آسان

۳۸ ۱ ۲ ۳ ۴ می‌دانیم که نامساوی مثلثی به صورت $|x|+|y| \geq |x+y|$ است پس باید نامساوی $|x|+|y| > |x-y|$ را به صورت نامساوی مثلثی بنویسیم بنابراین داریم:

$$|x-y| < |x|+|y| \Rightarrow |x+(-y)| < |x|+|-y| \qquad (I)$$

در رابطه‌ی (I) تساوی برقرار نیست و بنا به رابطه‌ی نامساوی مثلثی باید $(x)\cdot(-y) < ۰$ یعنی $x \cdot y > ۰$ باشد پس باید متغیرهای x و y هم‌علامت باشند.

۱) $if: x,y > ۰ \Rightarrow \dfrac{x}{|x|} - \dfrac{y}{|y|} = \dfrac{x}{x} - \dfrac{y}{y} = ۰$

۲) $if: x,y < ۰ \Rightarrow \dfrac{x}{|x|} - \dfrac{y}{|y|} = \dfrac{x}{-x} - \dfrac{y}{-y} = ۰$

سخت

۳۹ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا قدرمطلق‌ها را تعیین علامت می‌کنیم و می‌دانیم که هرگاه در یک معادله‌ی درجه‌ی دوم $\Delta < ۰$ و $a < ۰$ باشد آن معادله همواره منفی است در تابع $(-x^۲+۲x-۳)$ $\Delta < ۰$ و $a < ۰$ است بنابراین تابع همواره منفی بوده و با علامت قرینه از داخل قدرمطلق خارج می‌شود.

$$|۲x-۵| + x^۲ - ۲x + ۳ = ۵$$

۱) $x \geq \dfrac{۵}{۲} : ۲x - ۵ + x^۲ - ۲x + ۳ = ۵ \Rightarrow x^۲ = ۷ \Rightarrow x = \pm\sqrt{۷} \to x = \sqrt{۷}$ ق ق

۲) $x < \dfrac{۵}{۲} : -۲x + ۵ + x^۲ - ۲x + ۳ = ۵ \Rightarrow x^۲ - ۴x + ۳ = ۰ \Rightarrow x = ۱$ ق ق , $x = ۳$ غ ق ق

پس معادله دو ریشه‌ی حقیقی دارد.

آسان

۴۰ ۱ ۲ ۳ ۴ توجه: در نامعادلاتی که دارای ۳ ریشه هستند، جواب نامعادله به‌صورت اجتماع دو بازه است و اگر جواب به‌صورت تک بازه‌ای یعنی $[a,+\infty)$ یا $(-\infty,a]$ باشد آنگاه عدد $x=a$ ریشهٔ مضاعف آن نامعادله است و می‌دانیم که در اطراف ریشهٔ مضاعف علامت معادله عوض نمی‌شود.

در نامعادلهٔ $(x^۲+ax+b)\cdot(x-۴) \geq ۰$ می‌دانیم که عبارت $(x^۲+ax+b)\cdot(x-۴)$ می‌تواند حداکثر سه ریشه داشته باشد که حتماً یکی از آن‌ها $x=۴$ است.از آن جایی که جواب این نامعادله $[-۲,+\infty)$ است می‌فهمیم که $x=-۲$ ریشهٔ مضاعف معادلهٔ $(x-۴)\cdot(x^۲+ax+b)=۰$ است پس $x=۴$ و $x=-۲$ ریشه‌های معادلهٔ $x^۲+ax+b=۰$ هستند بنابراین داریم:

$$x=-۲ \to x^۲+ax+b=۰ \Rightarrow ۴-۲a+b=۰$$

$$x=۴ \to x^۲+ax+b=۰ \Rightarrow ۱۶+۴a+b=۰ \Rightarrow a=-۲ \quad , \quad b=-۸ \Rightarrow a-b=۶$$

سخت

۴۱ ۱ ۲ ۳ ۴

$$q(K_{۱۰}) = \frac{۱۰\times۹}{۲} = ۴۵ \Rightarrow ۴۵-۲۵ = ۲۰$$

یعنی باید ۲۰ یال از گراف $K_{۱۰}$ حذف کنیم. برای آنکه تعداد رئوس درجه ۹ حداکثر باشد لزوماً باید حداقل رئوس را برای حذف ۲۰ یال در نظر بگیریم چون $\binom{۷}{۲} < ۲۰$ پس حداقل ۷ راس لازم است تا ۲۰ یال را جدا کنیم بنابراین حداکثر رئوس با درجه ۹ مساوی $۳ = ۷ - ۱۰$ می‌شود.

سخت

۴۲ ۱ ۲ ۳ ۴

$$a' = \frac{a\cdot b}{|b|^۲}b = \frac{-۱+۱+۲}{۳}\times(۱,۱,۱) = (\frac{۲}{۳},\frac{۲}{۳},\frac{۲}{۳})$$

$$\Rightarrow |a'| = \sqrt{\frac{۴}{۹}+\frac{۴}{۹}+\frac{۴}{۹}} = \sqrt{\frac{۴}{۳}} = \frac{۲}{\sqrt{۳}} = \frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$$

یا $|a'| = \dfrac{|a\cdot b|}{|b|} = \dfrac{|-۱+۱+۲|}{\sqrt{۳}} = \dfrac{۲\sqrt{۳}}{۳}$

آسان

۴۳ ۱ ۲ ۳ ۴

چون خط مطلوب موازی عمود مشترک است ، هادی آن را می توانیم هادی عمود مشترک در نظر بگیریم که از ضرب خارجی هادی‌های دو خط بدست می آید.

$$\left.\begin{matrix} u_d = (۲,۳,-۱) \\ u_{d'} = (۱,۲,۱) \end{matrix}\right\} \Rightarrow u_{d''} = u_d \times u_{d'} = \begin{vmatrix} ۲ & ۳ & -۱ \\ & & \\ ۱ & ۲ & ۱ \end{vmatrix} = (۵,-۳,۱)$$

با داشتن هادی و مختصات نقطه A معادله خط بصورت زیر درمی‌آید:

$$A \in d'' \Rightarrow d'': \frac{x-۱}{۵} = \frac{y+۱}{-۳} = z-۲$$

برای تعیین نقطه‌ی برخورد d'' با صفحه‌ی xoy کافی است مؤلفه z را در معادله‌ی آن مساوی صفر بگذاریم.

استاد علیرضا افشار
"مشاوره" www.alirezaafsharofficial

$$z=۰ \Rightarrow \begin{cases} \frac{x-۱}{۵}=-۲ \Rightarrow x=-۹ \\ \frac{y+۱}{-۳}=-۲ \Rightarrow y=۵ \end{cases} \Rightarrow M(-۹,۵,۰) \Rightarrow a+b=-۴$$

سخت

۴۴ ۱ ۲ ۳ ۴

چون در معادلات دو خط دو صفحه موازی وجود دارد (صفحات $x+y-۲z=۲$ و $x+y-۲z=۸$) بنابراین:

طول عمود مشترک = فاصله دو صفحه موازی

$A \in$ صفحه اول $\Rightarrow A(۰,۰,-۴)$

فاصله A تا صفحه دوم $= \frac{|۰+۰+۸-۲|}{\sqrt{۱+۱+۴}} = \frac{۶}{\sqrt{۶}} = \sqrt{۶}$

متوسط

۴۵ ۱ ۲ ۳ ۴

خط d موازی محور x ها می باشد در نتیجه بر صفحه yoz عمود است بنابراین تصویر خط d روی این صفحه یک نقطه است،

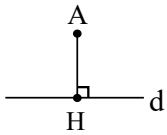
که این نقطه همان محل برخورد خط داده شده با صفحه yoz است یعنی نقطه‌ای به مختصات (۲ و ۱ و ۰)

سخت

۴۶ ۱ ۲ ۳ ۴

راه اول) پای قائم، پای عمود از نقطه A به خط d است بنابراین کافی است مختصات پای قائم از نقطه A به خط d را بیابیم، برای این کار ابتدا خط d را پارامتری می کنیم.

$$D: \begin{cases} x=۱ \\ y=t \\ z=۲-t \end{cases} \Rightarrow H=(۱,t,۲-t)$$



$$\left.\begin{array}{l} AH=(۱-۲,t+۱,۲-t-۱)=(-۱,t+۱,۱-t) \\ u_D=(۰,۱,-۱) \end{array}\right\} \Longrightarrow \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{u_D} \Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{u_D} = ۰$$
$$\Rightarrow t+۱+t-۱=۰ \rightarrow t=۰ \Rightarrow H=(۱,۰,۲)$$

راه دوم) ابتدا معادله صفحه‌ای را می‌نویسیم که از A گذشته و بر d عمود باشد.

$$\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{n_P}=u_D=(۰,۱,-۱) \\ A(۲,-۱,۱) \in P \end{array}\right\} : P: y-z=-۲$$

محل برخورد خط D و صفحه P جواب تست می‌باشد برای این منظور خط را پارامتری کرده در صفحه P صدق می‌دهیم:

$$D: \begin{cases} x=۱ \\ y=t \\ z=۲-t \end{cases} \Rightarrow H=(۱,t,۲-t) \xrightarrow[\text{صدق می‌دهیم}]{H \text{ را در صفحه } P} t-۲+t=-۲ \Rightarrow t=۰ \Rightarrow H=(۱,۰,۲)$$

سخت

۴۷ ۱ ۲ ۳ ۴

بردار هادی دو خط عمود برهم بر یکدیگر عمود می باشند و ضرب داخلی آنها صفر است یعنی:

$$\left.\begin{array}{l} u_d=(\frac{۱}{m},-۱,۱) \\ u_{d'}=(۱,۰,۰) \end{array}\right\} \Rightarrow u_d \cdot u_{d'}=۰ \Rightarrow \frac{۱}{m}=۰ \Rightarrow \text{امکان‌پذیر نیست}$$

آسان

۴۸ ۱ ۲ ۳ ۴

چون صفحه داده شده یک صفحه خاص است، بهتر است A را روی صفحه تصویر کنیم و فاصله A را تا تصویرش روی صفحه بیابیم.

توجه نمائید که همه نقاط روی صفحه $z=۵$ دارای ارتفاع ۵ هستند.

$$A=(۱,۲,۳) \Rightarrow A'(۱,۲,۵)$$

$$|AA'|=۲$$

آسان

۴۹ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا خط d را پارامتری می کنیم و نقطه A را بر حسب t روی آن انتخاب می کنیم:

$$d: x=y=\frac{z}{۲}=t \Rightarrow A(t,t,۲t) \Rightarrow |AH|=\frac{|۲t-t+۴t-۵|}{\sqrt{۴+۱+۴}}=۵\sqrt{۳}$$
$$\Rightarrow \frac{۵|t-۱|}{۳}=۵\sqrt{۳} \Rightarrow |t-۱|=۳\sqrt{۳} \Rightarrow t=۱ \pm ۳\sqrt{۳}$$

چون برای t دو مقدار وجود دارد پس مسأله دو جواب دارد.

سخت

۵۰ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\begin{cases} \overrightarrow{e_a}=(\cos\alpha,\frac{\sqrt{۳}}{۲},\cos\gamma) \Rightarrow \overrightarrow{a}=|\overrightarrow{a}|\overrightarrow{e_a} \Rightarrow \overrightarrow{a}=۲\sqrt{۳}\overrightarrow{e_a}=(x,۳,z) \\ \overrightarrow{e_b}=(\cos\alpha',\frac{۱}{۲},\cos\gamma') \Rightarrow \overrightarrow{b}=|\overrightarrow{b}|\overrightarrow{e_b} \Rightarrow \overrightarrow{b}=۴\overrightarrow{e_b}=(x',۲,z') \end{cases} \Longrightarrow \overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}=(x'',۵,z'')$$

متوسط

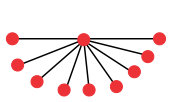
استاد علیرضا افشار
@Alirezaafsharofficial

۵۱ ۱ ۲ ۳ ۴ گراف همیلتنی، گرافی است هم بند که شامل دوری است که از همه رئوس گراف می گذرد بنابراین هر p ضلعی یک گراف همیلتنی به مرتبه p است پس حداقل یال برابر با p است.

آسان

۵۲ ۱ ۲ ۳ ۴ می دانیم اگر G' مکمل گراف G باشد رابطه $q_G + q_{G'} = \frac{p(p-1)}{2}$ بر قرار است.

برای آنکه حداکثر تعداد مسیر به طول ۲ را بدست آوریم باید تمام رئوس به یک رأس متصل باشند.



$$q_{G'} + q_G = \frac{p(p-1)}{2}$$

$$۳۶ + (p-1) = \binom{p}{2} \Rightarrow ۳۶ + p - ۱ = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow (p-1)(p-2) = ۷۲ \Rightarrow p = ۱۰$$

در این گونه گراف ها بین هر دو رأس درجه یک، ۱ مسیر بطول ۲ وجود دارد پس تعداد مسیرهای بطول ۲ موجود در آن $\binom{p-1}{2}$ می باشد.

$$\text{حداکثر تعداد مسیر به طول ۲} = \binom{۹}{۲} = ۳۶$$

سخت

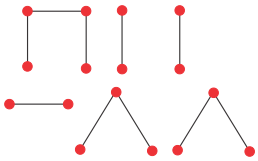
۵۳ ۱ ۲ ۳ ۴ چون ۸ رأس داریم و حاصل ضرب درجات ۴ می باشد پس باید ۴ را به صورت حاصل ضرب ۸ عدد بنویسیم:

$$۴ = ۴ \times \underbrace{۱ \times \cdots \times ۱}_{\text{۷ تا}} = ۲ \times ۲ \times \underbrace{۱ \times \cdots \times ۱}_{\text{۶ تا}}$$

در حالت اول ۷ رأس درجه فرد داریم که قابل قبول نیست می ماند حالت دوم یعنی دو رأس درجه ۲ و ۶ رأس درجه یک .

دو حالت داریم یا دو رأس درجه ۲ مجاورند یا غیر مجاور.

اگر مجاور باشند.



اگر غیر مجاور باشند.

بنابراین این گراف دارای ۲ شکل متمایز است.

سخت

۵۴ ۱ ۲ ۳ ۴ در حل این تست ابتدا m را طوری بیابید که سه بردار هم‌صفحه باشند.

$$\vec{a} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} ۱ & m & ۱ \\ ۱ & -۱ & ۱ \end{vmatrix} = (m+۱, ۰, -۱-m)$$

$$\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c}) = -m - ۱ + ۰ - ۱ - m = -۲m - ۲$$

$$\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c}) = ۰ \Rightarrow -۲m - ۲ = ۰ \Rightarrow m = -۱$$

آسان

۵۵ ۱ ۲ ۳ ۴ بردار نرمال چنین صفحه‌ای بردار $i(۱, ۰, ۰)$ متعلق به محور ox می‌باشد. چون این صفحه از نقطه‌ی $A(۳, ۰, ۰)$ عبور می کند. داریم:

$$P : ۱(x - ۳) = ۰ \Rightarrow x = ۳$$

آسان

۵۶ ۱ ۲ ۳ ۴

فصل مشترک دو صفحه را خط D می‌نامیم پس:

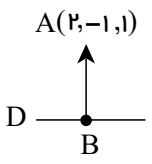
$$d : \begin{cases} x + ۲y = ۰ \\ ۲x - y = ۰ \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} d : \begin{cases} x = ۰ \\ y = ۰ \end{cases}$$

فصل مشترک دو صفحه محور zها می‌باشد. فاصله $A(a, b, c)$ از محور zها:

$$doz = \sqrt{a^۲ + b^۲} \Rightarrow d \text{ تا خط } A \text{ فاصله } = \sqrt{۱^۲ + ۱^۲} = \sqrt{۲}$$

سخت

۵۷ ۱ ۲ ۳ ۴ راه اول) نقطه‌ی B تصویر A روی خط D است پس $\vec{AB}$ بر بردار هادی خط D عمود می‌باشد، داریم:



$$d : \begin{cases} x = ۱ \\ y = t \\ z = ۲ - t \end{cases} \Rightarrow B = (۱, t, ۲ - t)$$

$$\vec{u_d} = (۰, ۱, -۱)$$

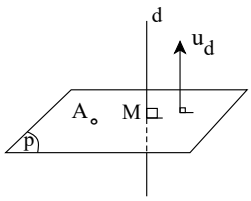
$$\vec{AB} = (-۱, t + ۱, ۱ - t)$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{u_d} = ۰ \Rightarrow ۰ + t + ۱ + t - ۱ = ۰ \Rightarrow t = ۰ \Rightarrow B(۱, ۰, ۲)$$

ایده آل طلایی افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

راه دوم) بردار هادی خط d همان بردار نرمال صفحه P می‌باشد بنابراین ابتدا معادله صفحه P را تعیین می کنیم:

$$\left.\begin{matrix} A(۲,-۱,۱)\in P \\ u_d=(۰,۱,-۱)=N_P \end{matrix}\right\}\Rightarrow P: y-z=-۲$$



حال محل برخورد خط d و صفحه P جواب تست می‌باشد:

$$d:\begin{cases} x=۱ \\ y+z=۲ \end{cases}\xrightarrow{d\text{ را پارامتری می‌کنیم}} d:\begin{cases} x=۱ \\ y=t \\ z=۲-t \end{cases}\Rightarrow M=(۱,t,۲-t)$$

$$\xrightarrow{\text{مختصات } M \text{ در } P \text{ صدق می‌کند}} M\in P\Rightarrow t-۲+t=-۲\Rightarrow t=۰\Rightarrow M=(۱,۰,۲)$$

سخت

۵۸ ۱ ۲ ۳ ۴ در گزینه ۳ دو رأس درجه ۳ مجاور نمی باشد و به همین دلیل گزینه ۳ با سایر گراف ها یکسان نمی باشد.

متوسط

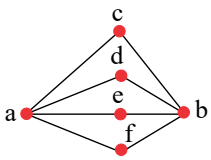
۵۹ ۱ ۲ ۳ ۴ درایه های قطر اصلی $A^۲$ درجه ی رأس های گراف است پس سؤال مقدار $۲q$ را می خواهد که می شود:

مجموع درایه های قطر اصلی $A^۲ = ۲q = ۲\times ۷ = ۱۴$

آسان

۶۰ ۱ ۲ ۳ ۴

سعی می کنیم گراف را به شکلی ساده تر رسم کنیم.



تمام دورها باید از b,a عبور کنند و تمام دورها به طول ۴ هستند و باید دو رأس دیگر را از بین رئوس f,e,d,c انتخاب کنیم پس تعداد دورها برابر است با: $\binom{۴}{۲}=۶$

متوسط

۶۱ ۱ ۲ ۳ ۴

فرض : $p(k): ۲^k < k!$

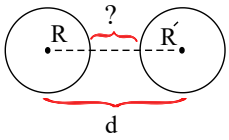
حکم : $p(k+۱): ۲^{k+۱} < (k+۱)!$

اگر بخواهیم طرف اول حکم را از روی فرض بسازیم باید طرفین فرض را در ۲ ضرب کنیم و اگر بخواهیم طرف دوم حکم را از روی فرض بسازیم باید طرفین فرض را در $k+۱$ ضرب کنیم.

آسان

۶۲ ۱ ۲ ۳ ۴ چون زاویه بین دو مماس مشترک داخلی را داریم نتیجه می گیریم که دو دایره متخارج اند چون تنها در این حالت است که دو مماس مشترک داخلی می توان رسم کرد.

با توجه به شکل کم ترین فاصله برای دو دایره متخارج برابر $d-|R+R'|$ می باشد پس باید از رابطه $\sin\frac{\theta}{۲}=\frac{R+R'}{d}$ مقدار $R+R'$ را بدست بیاوریم.



$$\sin\frac{۶۰}{۲}=\frac{R+R'}{۸}\Rightarrow R+R'=۴$$

کمترین فاصله بین دو دایره $= AB = d-|R+R'| = ۸-۴ = ۴$

سخت

۶۳ ۱ ۲ ۳ ۴ چون مرکز دایره $C(-\frac{a}{۲},-\frac{b}{۲})\Rightarrow C(-۳,۰)$ در خط داده شده صدق می‌کند پس خط داده شده قطری از دایره است و فاصله بین دو نقطه‌ای که دایره را قطع می‌کنند قطر دایره است.

$$R^۲=\frac{a^۲+b^۲-۴c}{۴}\xrightarrow[R=۵]{\text{قطر}=۱۰}۲۵=\frac{۳۶+۰+۴c}{۴}\Rightarrow ۴c+۳۶=۱۰۰\Rightarrow ۴c=۶۴\Rightarrow c=۱۶$$

سخت

۶۴ ۱ ۲ ۳ ۴

نکته: حجم متوازی السطوح ساخته شده روی ۳ بردار x و y و z از دستور $|\vec{x}\cdot(\vec{y}\times\vec{z})|$ حاصل می‌شود.

$$\bar{a}\times\bar{b}=\begin{vmatrix} ۱ & -۲ & ۳ \\ ۲ & ۱ & -۱ \\ \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \end{vmatrix}=(-۱,۷,۵)$$

$$V=|(\bar{a}\times\bar{b})\cdot(\bar{a}\times\bar{b})|=|\bar{a}\times\bar{b}|^۲=(\sqrt{۷۵})^۲=۷۵$$

متوسط

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۶۵ ۱ ۲ ۳ ۴

$$|a\times(b\times c)|^{۲}+|a\cdot(b\times c)|^{۲}=|a|^{۲}|b\times c|^{۲}$$

بنا به فرض $a\cdot(b\times c)=۴۵$ ، $|a|=۵$ ، $|b|=۳$ ، $|c|=۴$ و زاویه دو بردار b و c برابر ۶۰° است. پس:

$$|a\times(b\times c)|^{۲}+۴۵^{۲}=۵^{۲}\times۳^{۲}\times۴^{۲}\times\sin^{۲}۶۰^\circ\Rightarrow|a\times(b\times c)|^{۲}=۶۰^{۲}\times\frac{۳}{۴}-۴۵^{۲}$$

$$\Rightarrow|a\times(b\times c)|^{۲}=۳۰^{۲}\times۳-۴۵^{۲}=۲۷۰۰-۲۰۲۵=۶۷۵$$

$$|a\times(b\times c)|^{۲}=۲۷\times۲۵\Rightarrow|a\times(b\times c)|=۱۵\sqrt{۳}$$

سخت

۶۶ ۱ ۲ ۳ ۴ وقتی خط بر صفحه منطبق باشد، آن‌گاه بردار هادی خط و بردار نرمال صفحه برهم عمودند یعنی ضرب داخلی بردار هادی خط و بردار نرمال صفحه، برابر صفر است. همچنین همه نقاط خط در صفحه واقع می‌باشند.

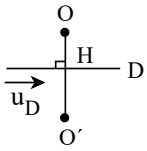
$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{u_L}=(۲,۲b,۳)\\ \overrightarrow{n_P}=(a,-۱,۲)\end{array}\right\}\Rightarrow\overrightarrow{n_P}\cdot\overrightarrow{u_L}=۰\Rightarrow۲a-۲b+۶=۰\Rightarrow a-b=-۳$$

$$A=(۲,۱,-۳)\in L\xrightarrow{A\text{ در }P\text{ صدق می‌کند}}۲a-۱-۶=a+۱\Rightarrow a=۸$$

$$a-b=-۳\Rightarrow۸-b=-۳\Rightarrow b=۱۱\Rightarrow a+b=۸+۱۱=۱۹$$

متوسط

۶۷ ۱ ۲ ۳ ۴ نقطه‌ی متغیر $(۳,۲t-۱,۳-t)$ را روی خط $D:(x=۳,y=۲t-۱,z=۳-t)$ در نظر می‌گیریم. در این صورت $u_D=(۰,۲,-۱)$، برای یافتن مختصات H کافی است معادله‌ی برداری زیر را حل کنیم:



$$\overrightarrow{OH}\cdot\overrightarrow{U_D}=۰\Rightarrow(۳,۲t-۱,۳-t)\cdot(۰,۲,-۱)=۰$$

$$\Rightarrow۴t-۲-۳+t=۰\Rightarrow t=۱$$

پس $H=(۳,۱,۲)$ و داریم:

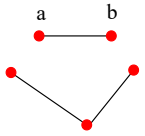
$$O'=۲H-O=(۶,۲,۴)-(۰,۰,۰)=(۶,۲,۴)$$

جمع مختصات این نقطه برابر ۱۲ است.

سخت

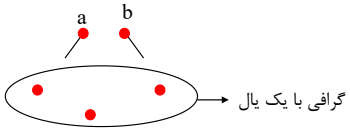
۶۸ ۱ ۲ ۳ ۴

حالت اول: یک یال بین a و b موجود باشد و سه رأس دیگر با دو یال به هم متصل شده باشند. از آن جا که بین سه رأس c، d و e، حداکثر ۳ یال وجود دارد. پس تعداد جواب‌ها برای این حالت برابر است با: $\binom{۳}{۲}=۳$



حالت دوم: a و b، هر کدام به یکی از ۳ رأس c ، d ، e وصل شده باشند و یک یال از بین سه یالی که ممکن است بین c ، d و e وجود داشته باشد، انتخاب شده باشد.

تعداد جواب‌ها برای این حالت برابر است با: $\binom{۳}{۱}\times\binom{۳}{۱}\times\binom{۳}{۱}=۲۷$



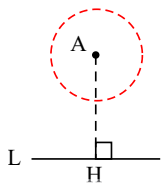
پس تعداد کل گراف‌های ساده با ویژگی مورد نظر برابر است با: $۳+۲۷=۳۰$

سخت

۶۹ ۱ ۲ ۳ ۴

مکان هندسی نقاطی از فضا که از نقطه‌ی A به فاصله‌ی ۳ هستند یک کره به مرکز A و به شعاع ۳ است. محل تلاقی این کره و خط L خاصیت مسأله را داراست.

باید فاصله‌ی A را از خط مفروض بیابیم. نقطه‌ی $B=(۱,-۱,۰)$ روی خط L واقع و بردار $u=(۱,۲,۲)$ موازی با آن است.



$$AH:\text{فاصله }A\text{ از خط }L=\frac{|\overrightarrow{AB}\times u|}{|u|}=\frac{|(۰,-۳,۳)\times(۱,۲,۲)|}{|(۱,۲,۲)|}=\frac{|(-۱۲,۳,۳)|}{۳}=۳\sqrt{۲}$$

چون فاصله‌ی A از خط L، بیش از ۳ واحد است. پس کره و خط همدیگر را قطع نمیکنند و در نتیجه نقطه‌ای با شرایط مذکور وجود ندارد.

متوسط

۷۰ ۱ ۲ ۳ ۴

$$a=n^{۲}(n^{۲}-۲)+۱=n^{۴}-۲n^{۲}+۱=(n^{۲}-۱)^{۲}$$

از آن جایی که $n=۲q+۵$ می‌باشد، n فرد است. لذا $n^{۲}=۸q'+۱,(q'\in W)$ بنابراین:

$$(n^{۲}-۱)^{۲}=(۸q')^{۲}=۶۴q''\Rightarrow$$ همواره بر ۶۴ بخش‌پذیر است.

متوسط

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۷۱ ۱ ۲ **۳** ۴

حاصلضرب $a\cdot(b\times c)$ یک عدد است که حجم متوازی‌السطوح بر روی سه بردار را نشان می‌دهد و جهت آن در جابجایی‌ها حفظ می‌شود همواره داریم.

$$a\cdot(b\times c)=b\cdot(c\times a)=c\cdot(a\times b)$$

توجه نمایید که گزینه ۱ اصلا تعریف نمی‌شود و گزینه‌های ۲ و ۴ قرینه $a\cdot(b\times c)$ می‌باشند.

متوسط

۷۲ ۱ ۲ **۳** ۴ دو خط در یک صفحه هستند پس یا موازیند یا متقاطع ولی چون قرار است بر هم عمود باشند پس این دو خط متقاطع‌اند.

$$D:\frac{x+b}{a}=\frac{y-۳}{۲}=\frac{z}{۴}\Rightarrow U=(a,۲,۴)$$

$$D':\begin{cases}x=۲y-۳\\z=-۲y-۲\end{cases}\Rightarrow D':\begin{cases}y=\frac{x+۳}{۲}\\y=\frac{z+۲}{-۲}\end{cases}\Rightarrow D':\frac{x+۳}{۲}=y=\frac{z+۲}{-۲}\Rightarrow U'=(۲,۱,-۲)$$

$$D\perp D'\Rightarrow\vec{U}\cdot\vec{U}'=۰\Rightarrow ۲a+۲-۸=۰\Rightarrow a=۳$$

حال باید معادلات پارامتری خط D در D' صدق کند.

$$D:\frac{x+b}{۳}=\frac{y-۳}{۲}=\frac{z}{۴}=t\Rightarrow D:\begin{cases}x=۳t-b\\y=۲t+۳\\z=۴t\end{cases}\xrightarrow[\text{قرار می‌دهیم}]{D'\text{ در}}$$

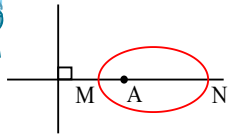
$$\Rightarrow ۲t+۳=\frac{۴t+۲}{-۲}\Rightarrow -۴t-۶=۴t+۲\Rightarrow t=-۱$$

$$\frac{۳t-b+۳}{۲}=۲t+۳\xrightarrow{t=-۱}\frac{-۳-b+۳}{۲}=-۲+۳\Rightarrow b=-۲$$

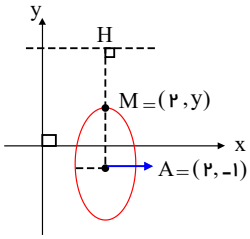
سخت

۷۳ ۱ ۲ **۳** ۴ نکته: اگر خط Δ و نقطه A خارج از آن داده شده باشد، مکان هندسی نقاطی از صفحه که نسبت فاصله آنها از نقطه A با فاصله‌شان از خط Δ برابر مقدار $m<۱$ باشد، یک «بیضی» است.

مطابق شکل در این بیضی با رسم محور کانونی بیضی، دو نقطه M و N (که همان رئوس کانونی بیضی هستند) به دست می‌آیند که به ترتیب نزدیکترین و دورترین نقاط بیضی به خط Δ هستند.



باتوجه به نکته فوق، کافی است که مختصات نقطه M را به دست آوریم. باتوجه به شکل رسم شده داریم:



$$\frac{MA}{MH}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow\frac{|y-(-۱)|}{|y-۴|}=\frac{۲}{۳}\xrightarrow{-۱<y<۴}\frac{y+۱}{۴-y}=\frac{۲}{۳}$$

$$\Rightarrow ۳y+۳=۸-۲y\Rightarrow ۵y=۵\Rightarrow y=۱$$

پس کوتاهترین فاصله نقطه M از خط $y=۴$ برابر $۳=۱-۴$ است.

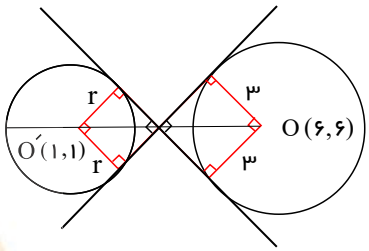
سخت

۷۴ ۱ **۲** ۳ ۴

$$C_۱:(x-۶)^۲+(y-۶)^۲=۹$$

$$C_۲:x^۲+y^۲-۲x-۲y+۲-r^۲=۰$$

$$\Rightarrow(x-۱)^۲+(y-۱)^۲=r^۲$$



$$OO'=\sqrt{۲}(r+۳)\Rightarrow\sqrt{(۶-۱)^۲+(۶-۱)^۲}=\sqrt{۲}(r+۳)$$

$$\Rightarrow ۵\sqrt{۲}=\sqrt{۲}(r+۳)\Rightarrow r=۲$$

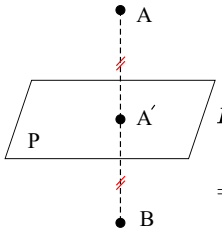
سخت

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۷۵ ۱ ۲ ۳ **۴**

با توجه به شکل در واقع باید قرینه نقطه A را نسبت به صفحه P بیابیم تا مختصات نقطه B حاصل شود.

بدین منظور ابتدا معادله خط گذرنده از A و عمود بر صفحه P را می‌نویسیم:



$$L: \frac{x-۲}{۱}=\frac{y-۱}{۲}=\frac{z+۱}{-۳} \Rightarrow L:\begin{cases} x=t+۲ \\ y=۲t+۱ \\ z=-۳t-۱ \end{cases} \Rightarrow A'(t+۲,۲t+۱,-۳t-۱)$$

جایگذاری در معادله‌ی صفحه‌ی P $\Rightarrow t+۲+۴t+۲+۹t+۳+۷=۰ \Rightarrow ۱۴t=-۱۴ \rightarrow t=-۱ \Rightarrow A'(۱,-۱,۲)$

$$\Rightarrow B=۲A'-A=(۲,-۲,۴)-(۲,۱,-۱)=(۰,-۳,۵)$$

سخت

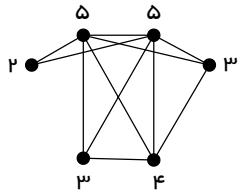
۷۶ **۱** ۲ ۳ ۴

راه اول: سعی می کنیم شکل گراف را رسم کنیم. دو رأس درجه ۵ با تمام رئوس مجاور هستند. پس تا اینجا $a \geq ۲$ است.پس a برابر ۴ یا ۳ یا ۲ می‌باشد.

ازطرفی a باید فرد باشد پس $a=۳$

پس رأس ششم همان درجه‌ی ۲ است و حتما ۳ است. یعنی فقط یک مقدار دارد.

راه دوم: با استفاده از الگوریتم هاول داریم:



$$۵,۵,۴,۳,۲,a$$
$$\xrightarrow{\text{۵ حذف شود}} ۴,۳,۲,۱,a-۱$$
$$\xrightarrow{\text{۴ حذف شود}} ۲,۱,۰,a-۲ \Rightarrow ۲,۱,a-۲$$
$$\xrightarrow{\text{۲ حذف شود}} ۰,a-۳$$

پس فقط $a=۳$ امکان دارد.

سخت

۷۷ **۱** ۲ ۳ ۴

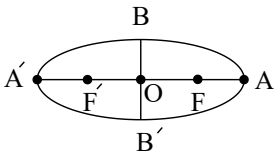
تذکر: اگر A و B دو نقطه‌ی ثابت و M نقطه‌ای متغیر باشد آنگاه $|AB| \leq |AM|+|BM|$ می‌باشد. دراین سوال کمترین مقدار $|MA|+|MB|$ مقدار فاصله‌ی A تا B می‌باشد.

$$\text{جواب} = |AB| = \sqrt{۱^۲+۳^۲+۱^۲} = \sqrt{۱۱}$$

آسان

۷۸ ۱ **۲** ۳ ۴

تذکر:در بیضی شکل روبه رو:



$$OF=c, OA=\alpha, OB=b$$

در بین a,b,c رابطه $a^۲=b^۲+c^۲$ برقرار است ، F',F را کانون های بیضی می نامند.

$$x^۲+۴y^۲=m \xrightarrow{\div m} \frac{x^۲}{m}+\frac{y^۲}{\frac{m}{۴}}=۱ \Rightarrow \begin{cases} O \overset{\text{مرکز}}{=\!=} (۰,۰) \\ a^۲=m,\ b^۲=\frac{m}{۴} \Rightarrow c^۲=a^۲-b^۲=\frac{۳m}{۴} \end{cases}$$

طبق فرض $F(\sqrt{۳},۰)$ بنابراین $OF=c=\sqrt{۳}$ پس:

$$c^۲=۳=\frac{۳m}{۴} \Rightarrow m=۴$$

متوسط

۷۹ ۱ **۲** ۳ ۴

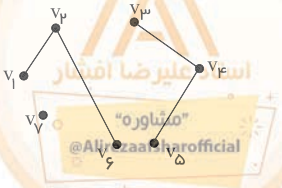
$$\left|\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}\right|=\sqrt{۲+\sqrt{۳}} \Rightarrow \frac{|a|^۲}{|a|^۲}+\frac{|b|^۲}{|b|^۲}+\frac{۲(a\cdot b)}{|a|\,|b|}=۲+\sqrt{۳}$$

$$۱+۱+\frac{۲|a|\,|b|\cos\theta}{|a|\,|b|}=۲+\sqrt{۳} \Rightarrow \cos\theta=\frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \theta=۳۰^\circ$$

سخت

۸۰ ۱ ۲ **۳** ۴

گراف را رسم می‌کنیم. همان‌طور که دیده می‌شود، گراف شامل ۳ «بخش جدا از هم» است.



آسان

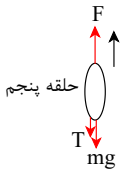
ابر علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۸۱ ۱ ۲ **۳** ۴ راه حل اول:

برای کل حلقه ها $\begin{cases} F - mg = ma \\ F - (۵ \times ۰/۲) \times ۱۰ = (۵ \times ۰/۲) \times ۲ \rightarrow F = ۱۲N \end{cases}$

برای حلقه‌ی پنجم $\begin{cases} F - mg - T = ma \\ ۱۲ - ۰/۲ \times ۱۰ - T = ۰/۲ \times ۲ \Rightarrow T = ۹/۶N \end{cases}$

راه حل دوم:



برای حلقه‌ی پنجم

جرم	نیرو
۱	$F = ۱۲$
۰/۸	T

$\rightarrow = ۹/۶$

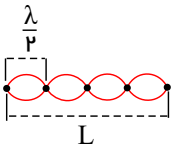
متوسط

۸۲ ۱ ۲ **۳** ۴ راه اول:

$f = \frac{nv}{۲L} = ۷۵۰ = \frac{۴ \times ۳۰۰}{۲L} \Rightarrow L = ۰/۸m$

$L = ۸۰cm$

راه دوم:



$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{۳۰۰}{۷۵۰} = \frac{۲}{۵} = ۰/۴m = ۴۰cm$

$L = ۴\frac{\lambda}{۲} = ۴ \times ۲۰ = ۸۰cm$

آسان

۸۳ ۱ ۲ **۳** ۴

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{۹۰}{\frac{۴۰۰}{۱۰۰۰}}} = \sqrt{\frac{۹۰۰۰۰}{۴۰۰}} = \sqrt{\frac{۹۰۰}{۴}} = ۱۵\ rad/s$

$a_{max} = A\omega^۲ = \frac{۴}{۱۰۰}(۱۵)^۲ = \frac{۴}{۱۰۰} \times ۲۲۵ \Rightarrow a_{\max} = ۹m/s^۲$

متوسط

۸۴ ۱ ۲ **۳** ۴

$\omega = ۲\pi f = ۲\pi \times ۵۰ = ۱۰۰\pi(\frac{rad}{s}) \quad , \quad k = \frac{\omega}{V} = \frac{۱۰۰\pi}{۲۵} = ۴\pi(\frac{rad}{m})$

$u = A\sin(\omega t - kx) = ۴ \times ۱۰^{-۳}\sin(۱۰۰\pi t - ۴\pi \times ۰/۵)$

$= ۴ \times ۱۰^{-۳}\sin(۱۰۰\pi t - ۲\pi) = ۴ \times ۱۰^{-۳}\sin ۲\pi(۵۰t - ۱)$

آسان

۸۵ **۱** ۲ ۳ ۴

شرط رسیدن دو متحرک به هم آن است که $x_۱ = x_۲$ باشد.

کامیون $x_۱ = vt + x_۰ \Rightarrow x_۱ = ۱۰t + ۰ = ۱۰t$

اتومبیل $x_۲ = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \Rightarrow x_۲ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times t^۲ = t^۲ \Longrightarrow t^۲ = ۱۰t \Rightarrow t = ۱۰s$

$x = ۱۰t = ۱۰ \times ۱۰ = ۱۰۰m$

آسان

۸۶ ۱ ۲ ۳ **۴**

چون نمودار مکان زمان متحرک یک خط راست است (شیب آن ثابت است)، پس حرکت با سرعت ثابت انجام می شود و داریم:

$x = Vt + x_۰ \Rightarrow \begin{cases} ۱۰ = V \times ۴ + ۲ \Rightarrow V = ۲m/s \\ x = ۲t + ۲ \end{cases}$

آسان

۸۷ ۱ ۲ **۳** ۴

در حرکت شتابدار با شتاب ثابت مسافت‌های طی شده در ثانیه‌های متوالی تشکیل یک تصاعد حسابی را می‌دهند که قدر نسبت تصاعد $d = at^۲ = a(۱)^۲ = a$ می‌باشد، بنابراین، شتاب این حرکت $۲m/s^۲$ است، پس:

جابجایی در ثانیه دوم : $\Delta x = (n - ۰/۵)a + V_۰ \Rightarrow ۸ = (۲ - ۰/۵) \times ۲ + V_۰ \Rightarrow V_۰ = ۵m/s$

$d_n - d_{n-۱} = a = ۲$

$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + V_۰t$

ثانیه دوم $\Delta x = \Delta x_{(t=۲)} - \Delta x_{(t=۱)} \Rightarrow$ دوم ثانیه $\Delta x = \frac{۱}{۲}a(۳) + V_۰ \Rightarrow ۸ = \frac{۱}{۲}a(۳) + V_۰$

@Alirezaafsharofficial

$\xrightarrow{a=۲} V_{\circ} = ۵m/s$

سخت

۸۸ ۱ ۲ ۳ ۴

در حرکت‌های تند شونده شتاب و سرعت هم جهت و در حرکت‌های کند شونده شتاب و سرعت مختلف‌الجهت هستند، شتاب نسبی و سرعت اولیه‌ی نسبی آن‌ها را در هر دو مرحله تعیین می‌کنیم و این به مفهوم آن است که اتومبیل B خود را ساکن فرض کرده و A را متحرک در نظر می‌گیرد که در هر دو حالت متحرک A باید مسافت x و x' را طی کرده و درست مقابل اتومبیل B بایستد.

شتاب نسبی در هر دو حالت یکسان است.

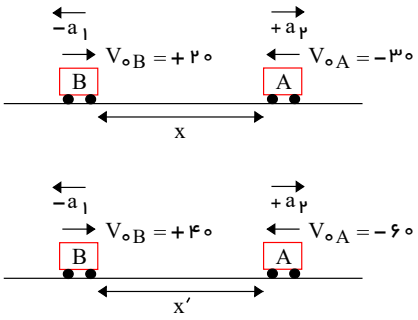
$$\vec{a}_{AB} = \vec{a}_A - \vec{a}_B = +a_۲ - (-a_۱) = a_۲ + a_۱$$

$$(\vec{V}_{\circ AB})_۱ = (\vec{V}_{\circ A})_۱ - (\vec{V}_{\circ B})_۲ = -۳۰ - ۲۰ = -۵۰$$

$$(\vec{V}_{\circ AB})_۲ = (\vec{V}_{\circ A})_۲ - (\vec{V}_{\circ B})_۲ = -۶۰ - ۴۰ = -۱۰۰$$

$$x = \frac{(V_{\circ AB_۱})^۲}{۲a_{AB}} \quad , \quad x' = \frac{(V_{\circ AB_۲})^۲}{۲a_{AB}}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{x'} = \frac{\frac{(-۵۰)^۲}{۲a_{AB}}}{\frac{(۱۰۰)^۲}{۲a_{AB}}} = \frac{\frac{+۲۵۰۰}{۲(a_۱ + a_۲)}}{\frac{۱۰۰۰۰}{۲(a_۱ + a_۲)}} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow x' = ۴x$$



سخت

۸۹ ۱ ۲ ۳ ۴ در حالتی که دستگاه با سرعت ثابت حرکت می‌کند:$(a = \circ)$

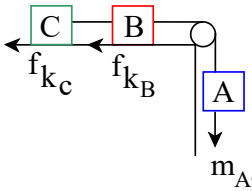
$$m_A g = f_{kC} + f_{kB} \Rightarrow ۲۰ = \mu_k \times ۲۰ + \mu_k \times ۱۰ \Rightarrow \mu_k = \frac{۲}{۳}$$

اگر جرمی روی جسم B قرار دهیم حرکت کند شونده می‌شود.

$$m_A g - (f_{kC} + f_{kB}) = ma \Rightarrow ۲۰ - (\mu_k m_C g + \mu_k (m_B + ۱) g) = ۶a$$

$$۲۰ - \left(\frac{۲}{۳} \times ۲ \times ۱۰ + \frac{۲}{۳}(۱ + ۱) \times ۱۰\right) = ۶a \Rightarrow -\frac{۲۰}{۳} = ۶a \Rightarrow a = -\frac{۱۰}{۹} m/s^۲$$

$$V = at + V_{\circ} \Rightarrow \circ = -\frac{۱۰}{۹} \times t + ۲ \Rightarrow t = \frac{۹}{۵}(s)$$

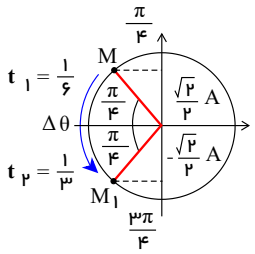


متوسط

۹۰ ۱ ۲ ۳ ۴

$$U = \frac{۱}{۲}U_{max} \xrightarrow{U_{max}=E} U = \frac{۱}{۲}E \rightarrow \frac{U}{E} = \frac{۱}{۲} = \sin^۲\theta$$

$$\Rightarrow \sin\theta = \pm\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \left(\frac{\pi}{۴}, \frac{۳\pi}{۴}, \frac{۵\pi}{۴}, \frac{۷\pi}{۴}\right)$$



تذکر: سؤالاتی که در آن شرط بدون تغییر جهت مطرح می‌شود نوسانگر می‌تواند بین ربع ۲ و ربع ۳ یا ربع ۴ و ربع ۱ حرکت کند.

برای آن‌که نوسانگر تغییر جهت ندهد، باید مستقیماً از M به M' برسد و کمترین فرکانس به معنی بیشترین دوره و کندترین حالت است که اگر در بازهٔ زمانی $(\Delta t = \frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۶})$ از M به M' برود کندترین حالت ممکن است.

$$\Delta\theta = \omega\Delta t \Rightarrow \frac{\pi}{۴} + \frac{\pi}{۴} = \frac{۲\pi}{T} \times (\frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۶}) \Rightarrow \frac{\pi}{۲} = \frac{۲\pi}{T} \times \frac{۱}{۶} \Rightarrow T = \frac{۲}{۳} \Rightarrow f = \frac{۳}{۲}Hz$$

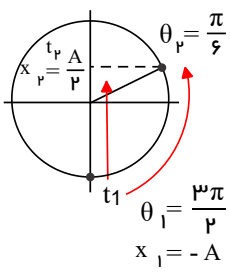
سخت

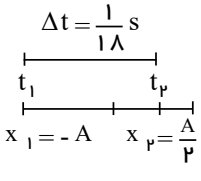
۹۱ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\Delta\theta = \frac{\pi}{۲} + \frac{\pi}{۶} = \frac{۴\pi}{۶}$$

$$\Delta\theta = \omega\Delta t \Rightarrow \frac{۴\pi}{۶} = \frac{۲\pi}{T}\Delta t$$

$$\frac{۴\pi}{۶} = \frac{۲\pi}{T} \times \frac{۱}{۱۸} \Rightarrow T = \frac{۱}{۶}$$





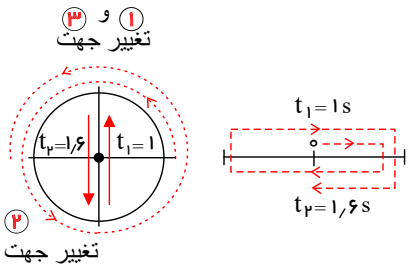
متوسط

۹۲ ۱ ۲ ۳ ۴ روش اول:

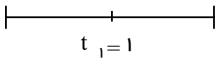
استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$$\Delta\theta = ۳\pi$$

$$\Delta\theta = \omega\Delta t \Rightarrow ۳\pi = (۲\pi f)۰/۶ \Rightarrow f = \frac{۳}{۱/۲} = \frac{۵}{۲}$$



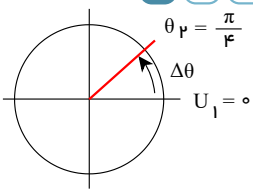
روش دوم:



$$T + \frac{T}{۲} = ۰/۶ \Rightarrow \frac{۳T}{۲} = ۰/۶ \Rightarrow T = \frac{۱/۲}{۳} \Rightarrow f = \frac{۵}{۲}$$

سخت

۹۳ — ۱ ۲ ۳ ۴



$$\Delta\theta = \omega\Delta t \Rightarrow ۰/۲\pi = \frac{۲\pi}{T} \times ۰/۲ \Rightarrow T = ۲$$

$$U_۱ = ۰ \rightarrow \sin^۲\theta_۱ = ۰ \rightarrow \begin{cases} \theta_۱ = ۰ \\ \theta_۱ = \pi \end{cases}$$

$$U_۲ = \frac{۱}{۲}U_{max} = \frac{۱}{۲}E \rightarrow \frac{U_۲}{E} \rightarrow \frac{\frac{۱}{۲}E}{E} = \sin^۲\theta_۲ \rightarrow \sin\theta_۲ = \pm\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \theta_۲ \begin{cases} \frac{\pi}{۴} \\ \frac{۳\pi}{۴} \\ \frac{۵\pi}{۴} \\ -\frac{\pi}{۴} \end{cases}$$

$$\Delta\theta = \frac{\pi}{۴}$$

$$\Delta\theta = \omega\Delta t \rightarrow \frac{\pi}{۴} = \pi \times \Delta t \rightarrow \Delta t = \frac{۱}{۴}s$$

سخت

۹۴ — ۱ ۲ ۳ ۴

راه حل اول: اگر انرژی جنبشی $\frac{۳}{۴}$ انرژی مکانیکی باشد، انرژی پتانسیل کشسانی برابر با $\frac{۱}{۴}$ انرژی مکانیکی خواهد شد. پس:

$$U = \frac{۱}{۴}E$$

$$\frac{۱}{۲}kx^۲ = \frac{۱}{۴}(\frac{۱}{۲}kA^۲) \Rightarrow x^۲ = \frac{۱}{۴}A^۲ \Rightarrow |x| = \frac{۱}{۲}A$$

شتاب و سرعت مثبت بوده پس مکان منفی است. در(ربع چهارم) نتیجه:

$$x = -\frac{۱}{۲}A$$

راه حل دوم:

$$\frac{K}{E} = \frac{E-U}{E} = \frac{\frac{۱}{۲}kA^۲ - \frac{۱}{۲}kx^۲}{\frac{۱}{۲}kA^۲} \Rightarrow \frac{K}{E} = \frac{A^۲ - x^۲}{A^۲}$$

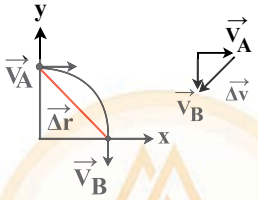
$$K = \frac{۳}{۴}E \Rightarrow \frac{\frac{۳}{۴}E}{E} = \frac{A^۲ - x^۲}{A^۲} \Rightarrow x = \frac{۱}{۲}A$$

چون سرعت و شتاب مثبت هستند پس لزوماً باید مکان منفی باشد یعنی $x = -\frac{۱}{۲}A$ (ربع چهارم)

سخت

۹۵ — ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به رابطه‌ی $\vec{V} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ ، می‌توان نتیجه گرفت بردار سرعت متوسط همواره هم‌جهت با بردار جابه‌جایی است و از طرفی از آن‌جا که بردار جابه‌جایی برداری است که ابتدای حرکت را به انتهای حرکت متصل می‌کند، بنابراین جهت بردار سرعت متوسط به صورت ↘ است.



طبق رابطه‌ی $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$ می‌توان نتیجه گرفت بردار شتاب متوسط با بردار تغییرات سرعت هم‌جهت است. از طرفی چون بردار سرعت در هر نقطه از مسیر حرکت، مماس بر مسیر حرکت و در جهت آن است، بنابراین جهت بردار شتاب متوسط به صورت ↙ خواهد بود.

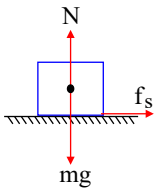
سخت

۹۶ — ۱ ۲ ۳ ۴

از طرف کف کامیون، دو نیروی عمود بر سطح و اصطکاک ایستایی به جعبه وارد می‌شود. نیرویی که باعث شتاب گرفتن جعبه همراه با کامیون در جهت حرکت می‌شود، نیروی اصطکاک ایستایی بین جعبه و کف کامیون است.

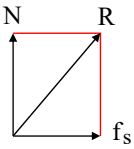
استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$$f_s = ma = ۲ \times ۷/۵ = ۱۵N$$
$$N = mg = ۲ \times ۱۰ = ۲۰N$$



نیرویی که کف کامیون به جعبه وارد می‌کند، برایند نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح است.

$$R = \sqrt{N^۲ + f_s^۲} = \sqrt{۲۰^۲ + ۱۵^۲} = ۲۵N$$



متوسط

۹۷ ۱ ۲ ۳ **۴**

ابتدا دورهٔ حرکت نوسان‌های این نوسانگر را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow ۴۰\pi = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{۱}{۲۰}s$$

با توجه به این که متحرک در هر دوره مسافت $۴A = ۴ \times ۲ = ۸m$ را طی می‌کند بنابراین برای این‌که متحرک مسافت ۱۲۸ متر را طی کند، باید تعداد $\frac{۱۲۸}{۸} = ۱۶$ نوسان کامل انجام دهد.

مدت زمان لازم برای انجام ۱۶ نوسان کامل برابر است با:

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow t = ۱۶T = ۱۶ \times \frac{۱}{۲۰} = \frac{۴}{۵}s$$

آسان

۹۸ ۱ **۲** ۳ ۴ باتوجه به معادله‌ی حرکت جسم، چون $a > ۰$ و $V_۰ < ۰$ است، در ابتدا حرکت شتاب‌دار کندشونده است، بنابراین متحرک تغییر جهت می‌دهد. اگر بازه‌ی زمانی مورد نظر قبل از لحظه‌ی تغییر جهت متحرک باشد،مسافت طی شده و بزرگی جابه‌جایی باهم برابر است، در غیر این صورت مسافت طی شده بزرگتراز بزرگی جابه‌جایی متحرک خواهد بود. بنابراین ابتدا لحظه‌ی تغییر جهت را به‌دست می‌آوریم و سپس باتوجه به آن، مسافت طی شده را حساب می‌کنیم.

$$V = \frac{dx}{dt} \xrightarrow{x=۲t^۲-۱۲t+۶} V = ۴t - ۱۲ = ۰ \Rightarrow t_{stop} = ۳s$$

برای محاسبه‌ی مسافت طی شده به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$x = ۲t^۲ - ۱۲t + ۶ \Rightarrow \begin{cases} t_۰ = ۰ \Rightarrow x_۰ = ۶m \\ t_{stop} = ۳s \Rightarrow x_{stop} = (۲ \times ۳^۲) - (۱۲ \times ۳) + ۶ = -۱۲ \\ t = ۴s \Rightarrow x = (۲ \times ۴^۲) - (۱۲ \times ۴) + ۶ = -۱۰m \end{cases}$$

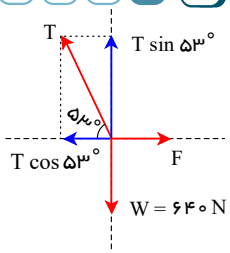
مسافت طی شده : $d = |x_{stop} - x_۰| + |x - x_{stop}| \Rightarrow d = |-۱۲ - ۶| + |-۱۰ - (-۱۲)| = ۲۰m$

جابه‌جایی : $|\Delta x| = |x - x_۰| = |-۱۰ - ۶| \Rightarrow |\Delta x| = ۱۶m$

سخت

۹۹ ۱ ۲ ۳ **۴** برای آن‌که برایند نیروهای وارد بر نقطه‌ی O برابر با صفر شود، باید برایند نیروها در راستای محورهای x و y صفر شود. در نتیجه مطابق شکل زیر داریم:

$$\begin{cases} \sum F_x = ۰ \\ \sum F_y = ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F = T\cos ۵۳^\circ \\ T\sin ۵۳^\circ = ۶۴۰ \end{cases}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} F = T \times ۰/۶ \\ T \times ۰/۸ = ۶۴۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = ۸۰۰N \\ F = ۴۸۰N \end{cases}$$



آسان

۱۰۰ ۱ **۲** ۳ ۴ ابتدا با نوشتن معادله مستقل از زمان بین لحظه $t = ۱(s)$ تا لحظه ی عبور از مبدأ مکان، شتاب را بدست می آوریم:

$$V_۲^۲ - V_۱^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۳۶ - ۰ = ۲ \times a \times ۹ \Rightarrow a = ۲m/s^۲$$

سپس با نوشتن معادله سرعت بین لحظه $t = ۰$ تا $t = ۱(s)$ داریم:

$$V = at + V_۰ \Rightarrow ۰ = ۲ \times ۱ + V_۰ \Rightarrow V_۰ = -۲m/s$$

بنابراین اطلاعات داریم:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + V_۰t + x_۰ \Rightarrow -۹ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۱^۲ - ۲ \times ۱ + x_۰ \Rightarrow x_۰ = -۸m$$

سخت

۱۰۱ ۱ ۲ **۳** ۴ برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: به دست آوردن بردارمکان متحرک:

$$\vec{r} = (x)\vec{i} + (y)\vec{j} \xrightarrow{\text{مشتق}} \vec{V} = (۱۰)\vec{i} + (-۱۰t + ۲۰)\vec{j}$$

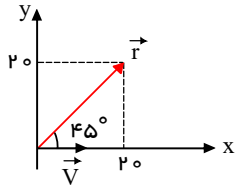
$$\begin{cases} \text{حرکت متحرک در راستای افقی حرکتی یکنواخت است} \xrightarrow{x \text{ چه بوده است؟}} x = ۱۰t + x_۰ \\ \text{حرکت متحرک در راستای قائم حرکت با شتاب ثابت است} \xrightarrow{y \text{ چه بوده است؟}} y = -۵t^۲ + ۲۰t + y_۰ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x_۰ = y_۰ = ۰} \vec{r} = (۱۰t)\vec{i} + (-۵t^۲ + ۲۰t)\vec{j}$$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"

دقت: چون متحرک در مبدأ زمان $(t=0)$ از مبدأ مکان می‌گذرد، x_0 و y_0 برای متحرک برابر صفر می‌باشند.

گام دوم: به دست آوردن زاویه‌ی بین بردار مکان و سرعت در لحظه‌ی $t=2s$:



$\vec{V}$ در راستای x است.) سرعت: $\xrightarrow{t=2s} \vec{V}=10\vec{i}+(-10\times2+20)\vec{j}=10\vec{i}+0\vec{j}$

مکان: $\xrightarrow{t=2s} \vec{r}=(10\times2)\vec{i}+(-5\times2^2+20\times2)\vec{j}=20\vec{i}+20\vec{j}\Rightarrow \tan\theta=\frac{y}{x}=\frac{20}{20}=1\Rightarrow\theta=45^\circ$

زاویه‌ی بین $\vec{V}$ و $\vec{r}$ برابر 45° است $\Rightarrow$

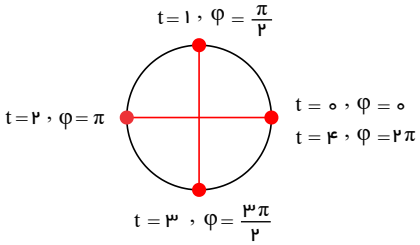
سخت

۱۰۲ ۱ ۲ **۳** ۴ نوسانگر ساده در ربع دوم و چهارم که به سمت مرکز نوسان حرکت می‌کند، حرکت تند شونده دارد. (سرعت و شتاب هم‌جهت هستند) و در ربع چهارم علامت سرعت و شتاب مثبت می‌باشد. پس باید بازه‌ای را مشخص کنیم که ربع چهارم حرکت نوسانگر باشد. بنابراین داریم:

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow\frac{\pi}{2}=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=4(s)$$

و با توجه به دایره مرجع داریم:

بنابراین گزینهٔ ۳ صحیح است. $\Rightarrow$ ربع چهارم : $3<t<4$



متوسط

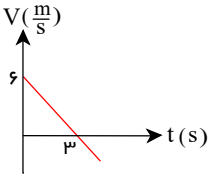
۱۰۳ ۱ ۲ ۳ ۴

حرکت کند شونده $\Rightarrow a\cdot V<0$

$$x=-t^2+6t+20\Rightarrow V=\frac{dx}{dt}=-2t+6\ ,\ a=\frac{dV}{dt}=-2$$

$$a\cdot V=-2(-2t+6)<0\Rightarrow -2t+6>0\Rightarrow t<3$$

و یا می‌توانیم به کمک نمودار سرعت- زمان سریع‌تر به جواب برسیم:



$$V=\frac{dx}{dt}=-2t+6=0\Rightarrow t=3s$$

ملاحظه می‌شود که حرکت متحرک قبل از $t=3s$ کند شونده است.

آسان

۱۰۴ ۱ **۲** ۳ ۴ ابتدا طرفین معادله موجود را به توان دو می‌رسانیم:

$$V^2=4x+32$$

از مقایسه رابطه بدست آمده $V^2=4x+32$ با معادله مستقل از زمان $V^2-V_0^2=2a\Delta x$ داریم:

$$\begin{cases}V^2=4x+32\\V^2-V_0^2=2a(x-8)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}V^2=4x+32\\V^2-V_0^2=2ax-16a\end{cases}$$

بنابراین می‌توان گفت:

$$2a=4\rightarrow a=2\frac{m}{s^2}\ ,\ V_0^2-16a=32\xrightarrow{a=2}V_0=8\frac{m}{s}$$

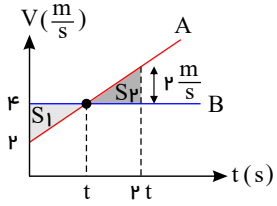
پس معادله مکان- زمان متحرک به صورت روبرو است:

$$x=\frac{1}{2}(2)t^2+(8)t+(8)\Rightarrow x=t^2+8t+8$$

سخت

۱۰۵ ۱ ۲ **۳** ۴ لحظه‌ی سبقت گرفتن این دو متحرک لحظه‌ای است که مساحت مثلث (۲) با مساحت مثلث (۱) برابر شود. با توجه به تشابه مثلث‌ها در این لحظه، $2\frac{m}{s}V_A$ از V_B بیشتر است، یعنی $V_A=6\frac{m}{s}$ است.

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
www.alirezaafshar.org



نکته: دقت داشته باشید که سطح زیر نمودار $V-t$، معرف Δx می‌باشد، بنابراین می‌توان گفت تا لحظه‌ی t (برابر شدن سرعت) متحرک B به اندازه‌ی S_1 بیشتر از A جابجا شده است و پس از این لحظه متحرک A شروع به جبران می‌کند و در لحظه‌ی $۲t$ $(S_1 = S_2)$ به متحرک B می‌رسد، در واقع در بازه‌ی زمانی t تا $۲t$، متحرک A، به اندازه‌ی $(S_2 = S_1)$ بیشتر از B جابه‌جا شده است.

سخت

۱۰۶ ۱ ۲ ۳ ۴ نیروی $۱۲N$ به هر جسم وارد می‌شود. شتاب حرکت دو جسم را به دست می‌آوریم.

$$\sum F = ma \xrightarrow[F=۱۲N]{m=۴kg} a = \frac{۱۲}{۴} = ۳\frac{m}{s^۲}$$

$$\sum F = ma \xrightarrow[F'=۱۲N]{m=۶kg} a' = \frac{۱۲}{۶} = ۲\frac{m}{s^۲}$$

چون شتاب حرکت مجموعه به سمت راست و $a > a'$ است، بنابراین دو جسم از یکدیگر جدا می شوند و هر کدام با شتاب جداگانه ای به حرکت خود ادامه می دهد. لذا شتاب جسم ۶ کیلوگرمی برابر با $۲\frac{m}{s^۲}$ است.

با عکس شدن جهت نیروها، شتاب حرکت دو جسم به سمت چپ می شود. در این حالت شتاب حرکت مجموعه برابر می‌شود با:

$$\sum F = (m_۱ + m_۲)a \Rightarrow a'' = \frac{۱۲ + ۱۲}{۱۰} = ۲/۴\frac{m}{s^۲}$$

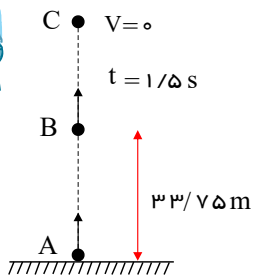
دقت شود در این حالت دو جسم از یکدیگر جدا نمی‌شوند. زیرا در صورت جدایی شتاب جرم $۶kg$ برابر با $۲\frac{m}{s^۲}$ و شتاب جرم $۴kg$ برابر با $۳\frac{m}{s^۲}$ است که چون شتاب جسم ۴ کیلوگرمی بزرگتر از شتاب جسم ۶ کیلوگرمی است بنابراین دو جسم از یکدیگر جدا نمی شوند و مجموعه با شتاب یکسان $۲/۴\frac{m}{s^۲}$ حرکت می‌کند.

بنابراین داریم:

$$\frac{a''}{a'} = \frac{۲/۴}{۲} = ۱/۲$$

سخت

۱۰۷ ۱ ۲ ۳ ۴



با درنظر گرفتن جهت مثبت به‌سمت پایین، معادله‌ی حرکت را برای جابه‌جایی گلوله از نقطه‌ی C تا نقطه‌ی B می‌نویسیم.

$$\Delta y = \bar{B}\bar{C} = \frac{۱}{۲}gt^۲ + V_C t$$

$$\Rightarrow \bar{B}\bar{C} = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times (۱/۵)^۲ + ۰ \times ۱/۵$$

$$\Rightarrow \bar{B}\bar{C} = ۱۱/۲۵m$$

$$H_{\text{اوج}} = \bar{A}\bar{B} + \bar{B}\bar{C} = ۳۳/۷۵ + ۱۱/۲۵ = ۴۵m$$

$$H_{\text{اوج}} = \frac{V_۰^۲}{۲g} \Rightarrow ۴۵ = \frac{V_۰^۲}{۲ \times ۱۰} \Rightarrow V_۰^۲ = ۹۰۰ \Rightarrow V_۰ = ۳۰\frac{m}{s}$$

متوسط

۱۰۸ ۱ ۲ ۳ ۴ چون جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند. بنابراین برایند نیروهای وارد بر آن برابر صفر است و می‌توان نوشت:

$$\vec{F_۱} + \vec{F_۲} + \vec{F_۳} = ۰ \rightarrow \vec{F_۲} + \vec{F_۳} = -\vec{F_۱} \rightarrow |\vec{F_۲} + \vec{F_۳}| = |\vec{F_۱}| = ۱۰$$

در نتیجه با حذف $\vec{F_۱}$ بزرگی برایند نیروهای وارد بر جسم برابر با $۱۰N$ و جهت آن هم در خلاف جهت $\vec{F_۱}$ خواهد شد. اگر جهت نیروی $\vec{F_۱}$ را مثبت در نظر بگیریم، شتاب جسم پس از حذف نیروی $\vec{F_۱}$ برابر است با:

$$\sum F = ma \xrightarrow{\sum F=-۱۰} -۱۰ = ۲a \rightarrow a = -۵\frac{m}{s^۲}$$

حال با توجه به رابطه‌ی سرعت داریم:

$$v = at + v_۰ \rightarrow v = -۵ \times ۲ + ۱۵ = +۵\frac{m}{s}$$

سخت

۱۰۹ ۱ ۲ ۳ ۴ ثانیه دوم حرکت برابر با حرکت متحرک بین لحظات $t_۱ = ۱s$ تا $t_۲ = ۲s$ است. باتوجه به رابطه سرعت متوسط داریم:

$$\bar{V} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} \Rightarrow \bar{V} = \frac{-\frac{۱}{۲}t_۲^۲ + ۲t_۲ + ۳ - (-\frac{۱}{۲}t_۱^۲ + ۲t_۱ + ۳)}{t_۲ - t_۱}$$

$$\xrightarrow[t_۲=۲s\,,\,t_۱=۱s]{t_۲-t_۱=۱s} \bar{V} = \frac{-\frac{۱}{۲} \times ۲^۲ + ۲ \times ۲ + \frac{۱}{۲} \times ۱^۲ - ۲ \times ۱}{۱} = ۰/۵\frac{m}{s}$$

آسان

۱۱۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا اختلاف فاز بین دو نقطه‌ی C و B را حساب می‌کنیم:

"مشاوره" علیرضا افشار
@Alirezaafsharofficial

$$\Delta\varphi = \left|\frac{\pi}{۳} - (-\frac{\pi}{۳})\right| = \frac{۲\pi}{۳} rad$$

چون به‌ازای هر نقطه‌ی هم‌فاز اختلاف فاز به اندازه‌ی ۲π رادیان افزایش می‌یابد و بین C و B یک نقطه‌ی هم‌فاز با B وجود دارد، داریم:

$$\Delta\varphi = ۲\pi + \frac{۲\pi}{۳} = \frac{۸\pi}{۳} rad$$

$$\Delta\varphi = k\Delta x \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\omega}{V}\Delta x \Rightarrow \frac{۸\pi}{۳} = \frac{۲۰\pi}{۱۰}\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{۴}{۳} m$$

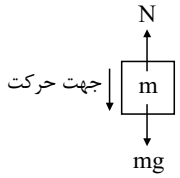
متوسط

۱۱۱ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا شتاب حرکت مجموعه را تعیین می‌کنیم.

$$\sum F = \left(\sum m\right) a \Rightarrow (M+m)\,g - Mg = (۲M+m)\,a$$
$$\Rightarrow a = \frac{m}{۲M+m} g = \frac{۱}{۲\times۲+۱} \times ۱۰ \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$$

حال قانون دوم نیوتون را برای جرم m می نویسیم داریم:



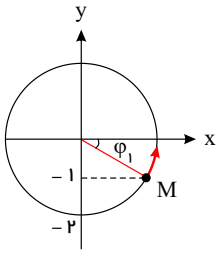
$$\sum F = ma$$
$$\Rightarrow mg - N = ma \Rightarrow N = m\,(g-a)$$
$$\Rightarrow N = ۱ \times (۱۰ - ۲) \Rightarrow N = ۸N$$

سخت

۱۱۲ ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به جهت انتشار موج، نقطه ی M درحال نزدیک شدن به مرکز نوسان است ومطابق شکل دایره‌ی مرجع درناحیه‌ی چهارم قراردارد. پس لازم است تا فاز نقطه‌ی M را در لحظه‌ی اولیه و $\frac{۱}{۵۰}s$ بعد از آن به دست آوریم. از این رو داریم:

$$\sin\varphi_۱ = \frac{y}{A} = \frac{-۱}{۲} \Rightarrow \varphi_۱ = \begin{cases} \frac{۷\pi}{۶} & \text{غ ق ق} \\ \frac{۱۱\pi}{۶} = -\frac{\pi}{۶} & \text{ق ق} \end{cases}$$



طبق نمودار نقش موج: $\frac{۳\lambda}{۲} = ۱۲۰ \Rightarrow \lambda = ۸۰cm = ۰/۸m$

$$\Delta x = V\Delta t = ۱۰ \times \frac{۱}{۵۰} = ۰/۲m = ۲۰cm$$

$$\Delta\varphi = k\Delta x = \frac{۲\pi}{\lambda}\Delta x \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{۲\pi}{۰/۸} \times ۰/۲ = \frac{\pi}{۲} \Rightarrow \varphi_۲ - \varphi_۱ = \frac{\pi}{۲}$$
$$\Rightarrow \varphi_۲ - (-\frac{\pi}{۶}) = \frac{\pi}{۲} \Rightarrow \varphi_۲ = \frac{\pi}{۳} rad$$

پس در این مدت نقطه‌ی M از فاز $\varphi_۱ = -\frac{\pi}{۶} rad$ (ناحیه‌ی چهارم) به فاز $\varphi_۲ = \frac{\pi}{۳} rad$ (ناحیه‌ی اول) منتقل می‌شود. بنابراین ابتدا به مرکز نوسان نزدیک می‌شود و سپس از آن دور می شود یعنی ابتدا حرکت آن تندشونده و سپس کندشونده است.

سخت

۱۱۳ ۱ ۲ ۳ ۴

$$f = \frac{L}{T} \xrightarrow{f_{\text{زمین}} = f_{\text{ماه}}} T_{\text{زمین}} = T_{\text{ماه}}$$

باتوجه به دورهٔ نوسان‌های یک آونگ سادهٔ کم دامنه، می‌توانیم بنویسیم:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \xrightarrow{T_{\text{زمین}} = T_{\text{ماه}}} \sqrt{\frac{L}{g}} = \sqrt{\frac{L'}{g'}} \Rightarrow \frac{g}{g'} = \frac{L}{L'} \Rightarrow ۶ = \frac{۶۰}{L'} \Rightarrow L' = ۱۰cm$$

پس طول آونگ باید $۵۰cm$ کاهش یابد.

متوسط

۱۱۴ ۱ ۲ ۳ ۴

$$f_n = \frac{nV}{۲L} \Rightarrow f_۳ = \frac{۳\times۲۰}{۲\times۲} = ۱۵Hz$$

آسان

۱۱۵ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا به کمک اطلاعات داده شده مدت زمان حرکت جسم دوم را محاسبه می‌کنیم: (جهت حرکت مثبت را به سمت پایین در نظر می‌گیریم.)

$$\begin{cases} \Delta y_۱ = \frac{۱}{۲}gt_۱^۲ \\ \Delta y_۲ = \frac{۱}{۲}gt_۲^۲ \end{cases} \Rightarrow \Delta y_۱ - \Delta y_۲ = \frac{۱}{۲}g(t_۱^۲ - t_۲^۲)$$

مشاور علیرضا افشار
@Alirezaafshar_official

$$\xrightarrow[t_۱=۱٫۵s]{g=۱۰\frac{m}{s^۲},\Delta y_۱-\Delta y_۲=۱۰m} ۱۰=۵(۲٫۲۵-t_۲^۲)\Rightarrow t_۲=۰٫۵s$$

فاصله‌ی زمانی Δt برابر است با:

$$\Delta t=۱٫۵-۰٫۵=۱s$$

متوسط

۱۱۶ ۱ ۲ ۳ ۴ در دو انتهای پاره‌خط نوسان، سرعت نوسانگر برابر با صفر و اندازهٔ شتاب آن بیشینه است. بنابراین:

$$|a|=۱۰\sqrt{۴-۹v^۲}\xrightarrow{v=۰}a_{max}=۲۰\frac{m}{s^۲}$$

در مرکز نوسان اندازهٔ شتاب نوسانگر برابر با صفر و اندازهٔ سرعت آن بیشینه است. بنابراین:

$$|a|=۱۰\sqrt{۴-۹v^۲}\xrightarrow{a=۰}v_{max}=\frac{۲}{۳}\frac{m}{s}$$

با استفاده از تعریف سرعت و شتاب بیشینه در حرکت نوسانی ساده، داریم:

$$\frac{a_{max}}{v_{max}}=\frac{A\omega^۲}{A\omega}=\omega\Rightarrow\frac{۲۰}{\frac{۲}{۳}}=\omega\Rightarrow\omega=۳۰\frac{rad}{s}$$

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow ۳۰=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{\pi}{۱۵}s$$

سخت

۱۱۷ ۱ ۲ ۳ ۴ اگر از معادله‌ی مسیر برحسب زمان مشتق بگیریم، رابطهٔ بین سرعت متحرک در راستای y و راستای x و مکان متحرک در راستای x به‌دست می‌آید. سپس با جایگذاری $t=۲s$ در معادلهٔ مکان – زمان و به‌دست آوردن x متحرک، سرعت آن‌را در راستای y محاسبه می‌کنیم. بنابراین داریم:

$$x=۴t-۱۶\xrightarrow{t=۲s}x=۴\times۲-۱۶=-۸m$$

$$V_x=\frac{dx}{dt}=۴\frac{m}{s}$$

$$\frac{dy}{dt}=\frac{dy}{dx}\times\frac{dx}{dt}\Rightarrow V_y=(\frac{۱}{۲}x+۴)\times V_x\Rightarrow V_y=(\frac{۱}{۲}\times(-۸)+۴)\times۴=۰$$

سخت

۱۱۸ ۱ ۲ ۳ ۴ با در نظر گرفتن جهت مثبت به سمت بالا و سطح زمین به‌عنوان مبدأ مکان، معادلهٔ مکان – زمان هر گلوله را نوشته و فاصلهٔ آن‌ها را در هر لحظه به‌دست می‌آوریم:

$$y=-\frac{۱}{۲}gt^۲+V_۰t+y_۰$$

$$\begin{cases}\xrightarrow{V_{۰۱}=V_۰\ ,\ y_{۰۱}=۶۰m} y_۱=-\frac{۱}{۲}gt^۲+V_۰t+۶۰\\ \xrightarrow{V_{۰۲}=\frac{V_۰}{۲}\ ,\ y_{۰۲}=۶۰m} y_۲=-\frac{۱}{۲}gt^۲+\frac{V_۰}{۲}t+۶۰\end{cases}$$

فاصلهٔ دو گلوله از یکدیگر در لحظهٔ $t\Rightarrow y_۱-y_۲=(V_۰-\frac{V_۰}{۲})t$

مطابق رابطهٔ بالا، بیش‌ترین فاصلهٔ دو گلوله در لحظه‌ای است که t بیشینه باشد، یعنی لحظه‌ای که گلوله‌ای که با سرعت $\frac{V_۰}{۲}$ به بالا پرتاب شده است، به سطح زمین می‌رسد.

$$۳۰=\frac{V_۰}{۲}t\Rightarrow۶۰=V_۰t$$

$$\xrightarrow[y_۲=۰]{y_۲=-\frac{۱}{۲}gt^۲+\frac{V_۰}{۲}t+۶۰}۰=-۵t^۲+۳۰+۶۰\Rightarrow t^۲=\frac{۹۰}{۵}=۱۸\Rightarrow t=۳\sqrt{۲}s$$

$$\xrightarrow[t=۳\sqrt{۲}s]{۶۰=V_۰t}V_۰=۱۰\sqrt{۲}\frac{m}{s}$$

$$(y_{اوج})_۱-y'_{(اوج)_۲}=\frac{V_{۰۱}^۲}{۲g}-\frac{V_{۰۲}^۲}{۲g}$$

$$(y_{اوج})_۱-y'_{(اوج)_۲}=\frac{۱}{۲g}(V_۰^۲-(\frac{V_۰}{۲})^۲)$$

$$=\frac{۳V_۰^۲}{۸g}=\frac{۳\times(۱۰\sqrt{۲})^۲}{۸۰}=\frac{۳\times۲۰۰}{۸۰}=۳\times۲٫۵=۷٫۵m$$

سخت

۱۱۹ ۱ ۲ ۳ ۴ باتوجه به رابطهٔ بسامد برای تار مرتعش با دو انتهای بسته داریم:

@Alirezaafsharofficial

$$f_n = \frac{nv}{2L} = \frac{4 \times 50}{2 \times 0/4} = 250 Hz$$

باتوجه به تعریف بسامد (بسامد تعداد نوسان‌های کامل در مدت یک ثانیه) می‌توان نتیجه گرفته در مدت ۱ ثانیه هر ذره از طناب (به‌جز گره‌ها) ۲۵۰ نوسان کامل انجام می‌دهد، پس در مدت ۲/۵ ثانیه داریم:

ثانیه	تعداد نوسان
۱	۲۵۰
۲/۵	x

$\Rightarrow x = 625$ نوسان

آسان

۱۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴ از روی نمودار مشخص است که $E = k_{max} = 2\pi^2 mJ$, $\frac{T}{2} = 0/1s$

$$T = 0/2s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0/2} = 10\pi \frac{rad}{s}$$

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \Rightarrow 2 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 0/1 \times A^2 \times 100 \Rightarrow A^2 = 4 \times 10^{-4} \Rightarrow A = 2 \times 10^{-2} m$$

در لحظهٔ t_1 انرژی جنبشی نوسانگر داده شده پس می‌توانیم x را حساب کنیم.

$$\frac{k}{E} = \frac{A^2 - x^2}{A^2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4 \times 10^{-4} - x^2}{4 \times 10^{-4}}$$

$$4 \times 10^{-4} - x^2 = 2 \times 10^{-4} \Rightarrow x^2 = 2 \times 10^{-4}$$

$$x = \sqrt{2} \times 10^{-2} m = \sqrt{2} cm$$

سخت

۱۲۱ ۱ ۲ ۳ ۴ از مقایسه آزمایش‌های ۱ و ۲ نتیجه می‌گیریم که مرتبه ClO_2 برابر با (۱) است.

از مقایسه آزمایش‌های ۱ و ۳ نتیجه می‌گیریم که مرتبه F_2 برابر با (۱) است.

درنتیجه رابطه‌ی سرعت واکنش با غلظت‌های آن‌ها چنین است. $R = k[F_2]^1[ClO_2]^1$ بنابراین تغییر غلظت هر دو اثر یکسانی بر غلظت دارد.

با مقایسه R_3 با R_4 نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{R_3}{R_4} = \frac{2/4 \times 10^{-3}}{4/8 \times 10^{-3}} = \frac{k(0/2)^1(0/1)^1}{k(x)(0/2)} \Rightarrow x = 0/2 mol \cdot L^{-1}$$

متوسط

۱۲۲ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به این که واکنش گرماده است $N_2 + 3H_2 \rightleftharpoons 2NH_3 + q$ با افزایش غلظت H_2 واکنش در جهت تشکیل NH_3 جابجا می‌شود. بنابراین دما افزایش می‌یابد.

متوسط

۱۲۳ ۱ ۲ ۳ ۴ سرعت متوسط تولید O_2 نصف سرعت متوسط مصرف NO_2 است.

$$\frac{\bar{R}_{NO_2}}{2} = \frac{\bar{R}_{NO}}{2} = \frac{\bar{R}_{O_2}}{1}$$

آسان

۱۲۴ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\begin{array}{ccccc} 2N_2O_5(g) & \rightleftharpoons & 4NO_2(g) & + & O_2(g) \\ 1 & & 0 & & 0 \\ \underbrace{1-2x}_{0/5} & & \underbrace{4x}_{1} & & \underbrace{x}_{0/25} \end{array}$$

$$2x = \frac{50}{100} \times 1 \Rightarrow x = 0/25$$

$$K = \frac{(\frac{1}{2})^4 \times (\frac{0/25}{2})}{(\frac{0/5}{2})^2} = 0/125 mol^3 \cdot L^{-3}$$

سخت

۱۲۵ ۱ ۲ ۳ ۴ در ظرف ۳ سرعت تبخیر برابر سرعت میعان بوده و تعادل برقرار است. البته گزینه ۲ نیز اشکال دارد چون دمای جوش مایع در سه ظرف یکسان است با فرض یکسان بودن مایع موجود در ۳ ظرف.

سخت

۱۲۶ ۱ ۲ ۳ ۴ $CaCO_3$ ماده‌ای جامد است، غلظتش ثابت است و در طول زمان انجام واکنش تغییری نمی‌کند. در نتیجه منحنی به صورت یک خط افقی می‌باشد.

آسان

۱۲۷ ۱ ۲ ۳ ۴

توجه داشته باشید که برای سرعت واکنش می‌توان نوشت:

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_A}{a} = \frac{\bar{R}_B}{۲}$$

$$۰/۲۵ = \frac{-\Delta[A]}{a \times \Delta t} = \frac{\Delta[B]}{۲\Delta t}$$

$$۰/۲۵ = \frac{-[۰/۵ - ۲]}{a \times ۲} = \frac{x - ۱}{۲ \times ۲}$$

$$a = ۳ \quad x = ۲$$

سخت

۱۲۸ ۱ ۲ ۳ ۴ — ۱۰۰ ثانیه‌ی پنجم یعنی بین ثانیه‌های ۴۰۰ تا ۵۰۰ ابتدا از روی جدول سرعت $NO_۲$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{matrix}[NO_۲]_{۴۰۰} = ۰/۰۳۲ \\ [NO_۲]_{۵۰۰} = ۰/۰۳۷\end{matrix} \Rightarrow \Delta[NO_۲] = ۰/۰۰۵ mol \cdot L^{-۱}$$

$$\Delta t = ۱۰۰ s = \frac{۱۰}{۶} \min$$

$$\bar{R}_{NO_۲} = \frac{\Delta[NO_۲]}{\Delta t} = \frac{۰/۰۰۵}{\frac{۱۰}{۶}} = ۳ \times ۱۰^{-۳} mol \cdot L^{-۱} \cdot \min^{-۱}$$

حال از روی سرعت $NO_۲$ سرعت تولید گاز اکسیژن رامحاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\bar{R}_{NO_۲}}{۴} = \frac{\bar{R}_{O_۲}}{۱} \Rightarrow \frac{۳ \times ۱۰^{-۳}}{۴} = \bar{R}_{O_۲} \Rightarrow \bar{R}_{O_۲} = ۷/۵ \times ۱۰^{-۴} mol \cdot L^{-۱} \cdot \min^{-۱}$$

دقت کنید سرعت برحسب $mol \cdot \min^{-۱}$ خواسته شده است، بنابراین:

$$\bar{R}_{O_۲} = ۷/۵ \times ۱۰^{-۴} mol \cdot L^{-۱} \cdot \min \times ۲L = ۱/۵ \times ۱۰^{-۳} mol \cdot \min^{-۱}$$

سخت

۱۲۹ ۱ ۲ ۳ ۴ — در بازه زمانی صفر تا ۵ ثانیه، تغییر غلظت B،A و C به ترتیب $-۰/۴$، $۰/۸$ و $۱/۶$ مول بر لیتر است. حال می‌توانیم ضرایب استوکیومتری B،A و C را بدست آوریم.همچنین A در حال کم شدن و B و C در حال زیاد شدن غلظت می‌باشند، پس A واکنش‌دهنده و B و C فرآورده‌ها را تشکیل می‌دهند.

$$A \rightarrow \square B + \square C$$

$$\left.\begin{matrix} A \xrightarrow{۵\text{ ثانیه}} \Delta[A] : ۲/۲ - ۲/۶ = -۰/۴ \Rightarrow \frac{۰/۴}{۰/۴} = ۱ \\ B \xrightarrow{۵\text{ ثانیه}} \Delta[B] : ۰/۸ - ۰ = ۰/۸ \Rightarrow \frac{۰/۸}{۰/۴} = ۲ \\ C \xrightarrow{۵\text{ ثانیه}} \Delta[C] : ۱/۶ - ۰ = ۱/۶ \Rightarrow \frac{۱/۶}{۰/۴} = ۴ \end{matrix}\right\} \Rightarrow A \rightarrow ۲B + ۴C$$

از طرفی در بازه‌ی زمانی ثانیه‌های ۵ تا ۱۰ مقدار $\Delta[A]$ مساوی $-۰/۲$ مول بر لیتر است. پس در همین بازه‌ی زمانی مقدار $\Delta[B]$ و $\Delta[C]$ براساس ضرایب استوکیومتری به ترتیب ۰/۴ و ۰/۸ مول بر لیتر است. یعنی به غلظت B و C به ترتیب به اندازه‌ی ۰/۴ و ۰/۸ مول بر لیتر افزوده می‌شود. پس غلظت B و C به ترتیب برابر است با:

$$B = ۰/۸ + ۰/۴ = ۱/۲$$
$$C = ۱/۶ + ۰/۸ = ۲/۴$$

سخت

۱۳۰ ۱ ۲ ۳ ۴ — دقت کنید که چون واحد K برابر $mol \cdot L^{-۱}$ است. قطعاً ضریب استوکیومتری C برابر ۳ است.

سوال گفته پس از برقراری تعادل غلظت A برابر ۰/۶ مول بر لیتر است چون ظرف یک لیتری است مول با غلظت فرقی ندارد. وقتی تعداد مول A از یک مول به ۰/۶ مول رسیده نشان می‌دهد که واکنش برای رسیدن به تعادل به سمت راست پیشرفت می‌کند.

$$\begin{matrix} A & + & B & \rightleftharpoons & ۳C \\ ۱ & & ۰/۸ & & n \\ ۱ - x & & ۰/۸ - x & & n - x \end{matrix} \quad \Rightarrow ۱ - x = ۰/۶ \Rightarrow x = ۰/۴$$

با توجه به رابطه‌ی K می‌توانیم n را بدست آوریم:

$$K = \frac{(n + ۳x)^۳}{(۱ - x)(۰/۸ - x)} \Rightarrow ۲۴/۳ = \frac{(n + ۱/۲)^۳}{(۰/۶)(۰/۴)}$$

$$\Rightarrow ۲^۳ \times ۹^۳ \times ۱۰^{-۳} = (n + ۱/۲)^۳ \Rightarrow ۱/۸ = n + ۱/۲ \Rightarrow n = ۰/۶$$

سخت

۱۳۱ ۱ ۲ ۳ ۴ — وقتی $H_۲S$ را کاهش می‌دهیم در آن لحظه با توجه به کم شدن $H_۲S$ صورت کسر Q کوچک شده و $Q < K$ می‌شود. برای رسیدن به تعادل جدید واکنش به سمت راست می‌رود تا مجدداً $Q = K$ شود، اما به یاد داشته باشید که هیچ تغییری در غلظت $NH_۴HS$ پدید نمی‌آید، چون غلظت جامدات ثابت است.

متوسط

۱۳۲ ۱ ۲ ۳ ۴ — ابتدا K در تعادل اول را حساب می‌کنیم:

$$K_۱ = \frac{[B]^۲}{[A]} = \frac{(۰/۵)^۲}{(۰/۴)^۲} = ۰/۶۲۵ \; mol/L$$

$$K_۲ = \frac{[B]^۲}{[A]} = \frac{(۰/۸)^۲}{(۰/۵)} = ۱/۲۸ \; mol/L$$

با این محاسبات متوجه می‌شویم که K عوض شده است و تنها عاملی هم که می‌تواند K را تغییر دهد دما است. (رد گزینه‌های ۲ و ۳)

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

چون ثابت تعادل افزایش یافته و واکنش هم گرماگیر است، پس قطعاً تغییر ایجاد شده افزایش دما است.

سخت

۱۳۳ ① ② ③ ④ AB جامد است و غلظت مواد جامد را در رابطه‌ی ثابت تعادل نمی‌نویسیم:

$$[A] = [B] = x$$

$$K = [A][B] \Rightarrow ۰/۲۵ = (x) \times (x) \Rightarrow ۰/۲۵ = x^۲ \Rightarrow x = ۰/۵ mol \cdot L^{-۱}$$

متوسط

۱۳۴ ① ② ③ ④ وقتی $۹۳/۷۵\%$ ماده $AB_۲$ تجزیه شده یعنی $۶/۲۵\%$ از آن باقی‌مانده $\Rightarrow \frac{۶/۲۵}{۱۰۰} = \frac{۱}{۱۶}$

$۱ mol \xrightarrow{۱h} \frac{۱}{۲} mol \xrightarrow{۱h} \frac{۱}{۴} mol \xrightarrow{۱h} \frac{۱}{۸} mol \xrightarrow{۱h} \frac{۱}{۱۶} mol$ یعنی ۴ ساعت زمان لازم است

سخت

۱۳۵ ① ② ③ ④ $HBrO_۳$ و HBr هر دو اسیدهایی قوی هستند به همین خاطر به طور کامل یونیده می‌شوند. پس غلظت هر یک از یون‌های به وجود آمده برابر با غلظت اولیه‌ی ماده اولیه است:

$$HBrO_۳ \rightarrow H^+ + BrO_۳^-$$

$$۰/۰۱ \Rightarrow ۰/۰۱ \quad ۰/۰۱$$

$$HBr \rightarrow H^+ + Br^-$$

$$۰/۰۱ \Rightarrow ۰/۰۱ \quad ۰/۰۱$$

بنابراین غلظت هر یک از یون‌های موجود در قانون سرعت به صورت زیر خواهد بود.

$$[BrO_۳^-] = ۰/۰۱ \ mol \cdot L^{-۱}$$

$$[Br^-] = ۰/۰۱ \ mol \cdot L^{-۱}$$

$$[H^+] = ۰/۰۱ + ۰/۰۱ = ۰/۰۲ \ mol \cdot L^{-۱}$$ (جمع H^+ تولید شده در دو واکنش)

$$\Rightarrow R_۱ = k \times (۰/۰۱) \times (۰/۰۱) \times (۰/۰۲)^۲ = ۴ \times ۱۰^{-۸} \times k$$

با اضافه شدن ۰/۰۹ مول HBr به یک لیتر محلول مورد نظر، غلظت HBr در محلول به ۰/۱ مول بر لیتر می‌رسد.

$$[HBr] = ۰/۰۹ + ۰/۰۱ = ۰/۱ \ mol \cdot L^{-۱}$$

بنابراین غلظت یون H^+ و Br^- حاصل از یونیده شدن آن نیز برابر با $۰/۱ \ mol \cdot L^{-۱}$ است.

$$R_۲ = k(۰/۰۱) \times (۰/۱) \times (۰/۱۱)^۲ = ۱۲۱ \times ۱۰^{-۷} \times k$$

$$\frac{R_۲}{R_۱} = \frac{۱۲۱ \times ۱۰^{-۷} \times k}{۴ \times ۱۰^{-۸} \times k} = ۳۰۲/۵$$

سخت

۱۳۶ ① ② ③ ④ هنگامی که ۱ مول از A و ۱ مول از X مصرف شود، ۲ مول ماده D تولید می‌شود (چون ضریب استوکیومتری A و X یک است و ضریب استوکیومتری فرآوردی D برابر ۲ است)

	$A(aq)$	+ $X(aq)$	→ $۲D(aq)$	+ $Z(g)$
: سرعت اولیه	۱	۱	۰	۰
: تغییر غلظت	$-a$	$-a$	$+۲a$	$+a$
: غلظت‌ها در لحظه‌ای که غلظت A با D برابر شده	$۱-a$	$۱-a$	$۲a$	a

$$۱ - a = ۲a \Rightarrow ۳a = ۱ \Rightarrow a = \frac{۱}{۳}$$

$$[X] = [A] = ۱ - \frac{۱}{۳} = \frac{۲}{۳}$$

$$R = k[A][X]$$

$$\frac{R_۱}{R_۲} = \frac{K \times ۱ \times ۱}{K \times (\frac{۲}{۳}) \times (\frac{۲}{۳})} = \frac{۹}{۴} \Rightarrow ۲/۲۵$$

سخت

۱۳۷ ① ② ③ ④

بخش اول سوال:

$$\bar{R}_{NO_۲} = -\frac{[NO_۲]}{\Delta t} = \frac{-(۰/۳ - ۰/۵)}{۴۰ - ۰} = \frac{۰/۲}{۴۰} = ۵ \times ۱۰^{-۳} mol \cdot L^{-۱} \cdot s^{-۱}$$

بخش دوم سوال:

ابتدا سرعت متوسط از ۳۰ تا ۴۰ ثانیه را به دست می‌آوریم:

$$\bar{R}_{NO_۲}^{۳۰ \to ۴۰s} = -\frac{\Delta[NO_۲]}{\Delta t} = -\frac{(۰/۳ - ۰/۳۲)}{۴۰ - ۳۰} = \frac{۰/۰۲}{۱۰} = ۲ \times ۱۰^{-۳} mol \cdot L^{-۱} \cdot s^{-۱}$$

اکنون باید محاسبه کنیم اگر واکنش با سرعت ثابت $۲ \times ۱۰^{-۳} mol \cdot L^{-۱} \cdot s^{-۱}$ از ثانیه ۳۰ به بعد انجام شود، چند ثانیه طول می‌کشد تا ۰/۳۲ مولار $NO_۲$ باقیمانده به طور کامل مصرف شود:

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$$\bar{R}_{NO_2} = -\frac{\Delta[NO_2]}{\Delta t} \rightarrow ۲ \times ۱۰^{-۳} = -\frac{-۰/۳۲}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = ۱۶۰s$$

۳۰ ثانیه هم که از ابتدای واکنش تا اینجا زمان برده، بنابراین:

زمان واکنش: $۳۰ + ۱۶۰ = ۱۹۰s$

سخت

۱۳۸ ۱ ۲ ۳ ۴ — زیرا، برپایه داده‌های جدول ارایه شده در متن این پرسش، چون با دو برابر شدن غلظت SO_2Cl_2 در آزمایش ۲ و سه برابر شدن غلظت آن در آزمایش ۳ سرعت واکنش به ترتیب دو و سه برابر شد، پس واکنش از مرتبه ۱، رابطه سرعت آن به صورت: $= k[SO_2Cl_2]$ سرعت، و مقدار k برابر $\frac{۲/۲ \times ۱۰^{-۶} mol \cdot L^{-۱} \cdot s^{-۱}}{۰/۱ mol \cdot L^{-۱}} = ۲/۲ \times ۱۰^{-۵} s^{-۱}$ است.

سخت

۱۳۹ ۱ ۲ ۳ ۴

$$۴/۱ \times ۱۰^{-۲} mol \cdot L^{-۱} - ۳/۱ \times ۱۰^{-۲} mol \cdot L^{-۱} = ۰/۰۱ mol \cdot L^{-۱}$$

درگزینه‌ی ۳)متوسط سرعت مصرف NO_2 با سرعت تولید NO در بازه زمانی معین برابر است.

در گزینه‌ی ۴)متوسط سرعت تولید O_2 در بازه زمانی معین ۰/۵ برابرسرعت تولید NO در همان زمان است.

سخت

۱۴۰ ۱ ۲ ۳ ۴ — طبق مثال کتاب درسی واکنش تجزیه‌ی دی‌نیتروژن پنتااکسید بر اثر گرما در دمای معین از مرتبه یک است (حذف گزینه ۱). سرعت یک واکنش مرتبه صفر و مقدار ثابت سرعت آن، هر دو وابسته به دما هستند (حذف گزینه ۲). نمودار غلظت- زمان فراورده‌ی واکنش مرتبه صفر، خطی راست با شیب مثبت است (حذف گزینه ۴). بنابراین مطلب گزینه ۳ درست است.

سخت

۱۴۱ ۱ ۲ ۳ ۴ — اگر در تعادل گازی، حجم یا شمار مول‌های گاز در دو سوی معادله واکنش برابر نباشد، بر اثر تغییر حجم یا فشار، تعادل در جهت رفت یا برگشت جابه‌جا می شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) تعادل از دید میکروسکوپی پویا و از دید ماکروسکوپی ساکن است.

۲) سرعت رفت و برگشت برابر می‌شود ولی به صفر نمی‌رسد.

۴) لزومی ندارد برای برقراری تعادل حاصلضرب غلظت‌ها برابر شود.

آسان

۱۴۲ ۱ ۲ ۳ ۴ — اولاً نمودار داده شده مربوط به N_2O_5 است، زیرا نزولی می‌باشد.

ثانیاً واکنش تجزیه‌ی دی‌نیتروژن پنتوکسید به صورت $۲N_2O_5(g) \rightarrow ۴NO_2(g) + O_2(g)$ است که سرعت تولید گاز اکسیژن در فاصله‌ی زمانی ۵ تا ۱۰ ثانیه به ما داده شده است، یعنی:

$$\bar{R}_{N_2O_5} = ۲\bar{R}_{O_2} = ۲ \times ۰/۵ = ۱ mol \cdot L^{-۱} \cdot \min^{-۱}$$

$$\bar{R}_{N_2O_5} = -\frac{\Delta n}{\Delta t} \xrightarrow{[N_2O_5]} ۱ \frac{mol}{L \cdot \min} = -\frac{\Delta n\, mol}{۵s} \times \frac{۶۰s}{۱ \min} \times \frac{۱}{۴L} \Rightarrow \Delta n = \frac{-۱}{۳}$$

باید $n_۲ - n_۱$ برابر $-\frac{۱}{۳}$ شود. پس ناچاریم تک‌تک گزینه‌ها را امتحان کنیم، تنها گزینه‌ای که درست است، گزینه (۳) می‌باشد.

سخت

۱۴۳ ۱ ۲ ۳ ۴ — معادله‌ی قانون سرعت به صورت $R_۱ = k[A][B]^۲$ بوده و یکای k عبارتست از:

$$k = \frac{mol \cdot L^{-۱} \cdot s^{-۱}}{(mol \cdot L^{-۱})(mol \cdot L^{-۱})^۲} = L^۲ \cdot mol^{-۲} \cdot s^{-۱}$$

و در صورتی که غلظت هر دو ماده A, B دو برابر شود، سرعت واکنش هشت برابر خواهد شد.

$$R_۲ = k(۲[A])(۲[B])^۲ = ۸k[A][B]^۲ \Rightarrow R_۲ = ۸R_۱$$

در ضمن در گزینه‌های «۳ و ۴» یکای ثابت سرعت نادرست و بقیه‌ی موارد درست هستند. در گزینه‌ی «۱» نیز با توجه به تغییرات غلظت‌های A, B سرعت واکنش دو برابر می‌شود.

سخت

۱۴۴ ۱ ۲ ۳ ۴ — اولین قدم برای حل سؤال این است که با استفاده از نمودار $(?)$ که تغییرات غلظت مواد را از آغاز واکنش تا رسیدن به تعادل نشان می‌دهد. معادله‌ی واکنش را بنویسیم منحنی ماده‌ی A روند نزولی و منحنی مواد B و C، روند صعودی دارند. پس A واکنش دهنده و B و C فراورده‌ها می‌باشند.

$$\left.\begin{array}{l}\Delta[A] = ۰/۰۲ - ۰/۰۶ = -۰/۰۴ \\ \Delta[B] = ۰/۰۲ - ۰ = ۰/۰۲ \\ \Delta[C] = ۰/۰۴ - ۰ = ۰/۰۴\end{array}\right\} \xrightarrow[\text{کوچک می‌کنیم}]{\text{تقسیم بر تغییر غلظت}} \left\{\begin{array}{l}A: \frac{-۰/۰۴}{۰/۰۲} = -۲ \ (\text{واکنش‌دهنده}) \\ B: \frac{۰/۰۲}{۰/۰۲} = ۱ \\ C: \frac{۰/۰۴}{۰/۰۲} = ۲\end{array}\right.$$

باتوجه به ضریب‌های استوکیومتری به دست‌آمده معادله‌ی واکنش به صورت $۲A \rightarrow B + ۲C$ نوشته می‌شود اکنون باید غلظت‌های تعادلی را در عبارت K قرار دهیم تا مقدار K را به دست آوریم:

$$K = \frac{[B][C]^۲}{[A]^۲} = \frac{(۰/۰۲)(۰/۰۴)^۲}{(۰/۰۲)^۲} = ۰/۰۸ mol \cdot L^{-۱}$$

در نمودار «مول – زمان»، منحنی نزولی مربوط به A و منحنی صعودی مربوط به C است، علت انتخاب C این است که در نمودار تغییر مول دو ماده ازآغاز واکنش تا زمان برقراری تعادل، یکسان رسم شده است، پس ضریب استوکیومتری آن‌ها یکسان می‌باشد ضریب استوکیومتری B، نصف ضریب استوکیومتری C است، ازاین رو، تعداد مول B درحالت تعادل نصف تعداد مول تعادلی

"مشاوره" @Alirezaafsharofficial

C می‌باشد. از آن‌جا که دمای دو نمودار با یک‌دیگر برابر در نظر گرفته شده، در نتیجه ثبت تعادل آن‌ها باهم برابر است.

$$K=\frac{[B]\,[C]^{۲}}{[A]^{۲}}\Rightarrow ۰/۰۸=\frac{\left(\frac{۰/۱}{V}\right)\left(\frac{۰/۲}{V}\right)^{۲}}{\left(\frac{۰/۱}{V}\right)^{۲}}\Rightarrow ۰/۰۸=\frac{۰/۴}{V}\Rightarrow V=۵L$$

سخت

۱۴۵ ۱ ۲ ۳ ۴

تعداد مول هر یک از گازها را در تعادل اولیه داریم، پس می‌توانیم مقدار K را تعیین کنیم. با توجه به این که حجم ظرف برابر یک لیتر است، غلظت مولی هر گاز با تعداد مول آن برابر می‌باشد.

$$K=\frac{[CO_{۲}][H_{۲}]}{[CO][H_{۲}O]}\Rightarrow K=\frac{(۶)(۲)}{(۴)(۵)}=۰/۶$$

غلظت CO در مخرج عبارت Q و Kنوشته می‌شود، از این رو در نخستین لحظه‌ی اضافه شدن CO به ظرف واکنش، تعادل به هم خورد و $Q<K$ می‌شود حین این افزایش غلظت CO ، دما ثابت می‌ماند ، پس مقدار K تغییر نمی‌کند چون $Q<K$ شده است، تعادل در جهت رفت جابه جا می‌شود تا از این راه به تدریج مقدار Q بزرگ‌تر شده و در نهایت $Q=K$ شده و دوباره به تعادل برسیم. به دلیل جابه جایی تعادل در جهت رفت، تغییر غلظت واکنش دهنده‌ها، منفی و تغییر غلظت فراورده‌ها مثبت می‌باشد. مقدار CO اضافه شده را a مول فرض می‌کنیم:

$$CO \quad + \quad H_{۲}O \rightleftharpoons CO_{۲}+H_{۲}$$

مواد اولیه	$۴+a$	۵	۶	۲
تغییر مول	$-x$	$-x$	$+x$	$+x$
مول تعادلی	$۴+a-x$	$۵-x$	$۶+x$	$۲+x$

مجموع تعداد مول فراورده ها در تعادل جدید $=۱۰\Rightarrow nCO_{۲}+nH_{۲}=۱۰$

$$\Rightarrow (۶+x)+(۲+x)=۱۰\Rightarrow x=۱mol$$

$$K=\frac{[CO_{۲}][H_{۲}]}{[CO][H_{۲}O]}\Rightarrow ۰/۶=\frac{(۶+۱)(۲+۱)}{(۵-۱)(۴+a-۱)}\Rightarrow a=۵/۷۵mol$$

سخت

۱۴۶ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\Delta H=E_a-E'_a$$

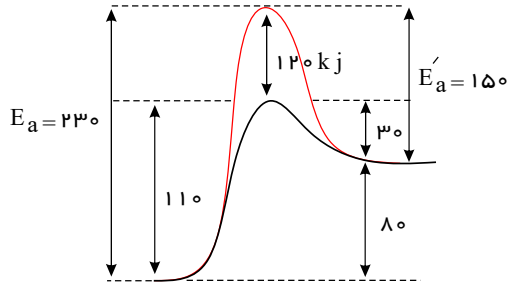
با کاتالیزگر $E_a=۱۱۰\Rightarrow ۸۰=Ea-۳۰$

- جمله اول درست است $Ea=۲۳۰$ بدون کاتالیزگر

- جمله دوم درست است. $Ea'=۱۵۰$ بدون کاتالیزگر

جمله سوم نادرست است. در حضور کاتالیزگر $Ea,\ \Delta H$ رفت. به ترتیب ۸۰ و ۱۱۰ کیلوژول است که اختلاف آنها ۳۰ کیلوژول (به اندازه Ea برگشت) می‌باشد.

جمله چهارم نادرست است واکنش گرماگیر است و سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها نسبت به فرآورده‌ها پایین‌تر است.



متوسط

۱۴۷ ۱ ۲ ۳ ۴

با باز شدن شیر فشار کم شده و تعادل به سمت مولهای گازی بیش‌تر جابه‌جا می‌شود پس باید واکنشی انتخاب شود که ضریب گازها در سمت راست بیش‌تر از سمت چپ باشد.

$$H_{۲}S(g)+I۲(s)\rightleftarrows ۲HI(g)+S(s)$$

در گزینه ۲، اصلاً گاز نداریم.

در گزینه‌های ۳ و ۴ نیز ضریب گازها در سمت چپ بیش‌تر است و با باز شدن شیر بین دو ظرف، تعادل در جهت برگشت جابه جا می‌شود.

$$۲SO۲(g)+O۲(g)\rightleftarrows ۲SO۳(g)$$
$$۲NO(g)+O۲(g)\rightleftarrows ۲NO۲(g)$$

متوسط

۱۴۸ ۱ ۲ ۳ ۴

فقط عبارت "ب" نادرست است.

در عبارت "ب"، امکان پیشرفت واکنش به سینتیک مربوط نیست و در ترمودینامیک بررسی می‌شود.

درعبارت "پ" باتوجه به واکنش:

$$Zn(s)+Cu^{۲+}(aq)\rightarrow Zn^{۲+}(aq)+Cu(s)$$

بی‌رنگ آبی رنگ

با گذشت زمان غلظت $Zn^{۲+}$ زیاد و غلظت $Cu^{۲+}$ کم می‌شود، لذا محلول کم‌رنگ‌تر می‌شود و چون با گذشت زمان سرعت واکنش‌ها کم می‌شود پس $\frac{\Delta\left[Zn^{۲+}\right]}{\Delta t}$ که همان سرعت واکنش است کم می‌شود.

در عبارت "ت" به ازای مصرف ۶۵ گرم از $Zn(s)$ ، ۶۴گرم $Cu(s)$ تشکیل می‌شود پس جرم مواد جامد کم می‌شود از طرفی با مصرف ۶۴ گرم از یون‌های $Cu^{۲+}$ ، ۶۵ گرم یون $Zn^{۲+}$ وارد محلول می‌شود پس جرم محلول زیاد می‌شود.

متوسط

۱۴۹ ۱ ۲ ۳ ۴

بررسی سایر گزینه‌ها:

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

گزینه‌ی «۱»: در واکنش‌های انفجاری از مقدار کمی از یک ماده منفجر شونده به حالت جامد یا مایع، حجم بسیار زیادی از گازهای داغ تولید می‌شود اما نمی‌تواند مقدار بسیار زیادی گاز تولید شود.

گزینه‌ی «۲»: افزودن محلول سدیم کلرید به محلول نقره نیترات باعث تشکیل سریع رسوب سفیدرنگ نقره کلرید می‌شود.

گزینه‌ی «۳»: اشیای آهنی در هوای مرطوب به کندی زنگ می‌زنند.

آسان

۱۵۰ ۱ ۲ ۳ ۴ فقط عبارت‌های اول و دوم درست‌اند. در رابطهٔ قانون تعادل جامدها و مایع‌ها را نمی‌ویسند.

$$K = \frac{[CO_2]}{[CO]}$$

چون تعادل گرماده است پس K با دما رابطهٔ عکس دارد. یعنی با کاهش دما تعادل در جهت رفت پیش می‌رود در نتیجه غلظت CO_2 زیاد و غلظت CO کم می‌شود و K افزایش می‌یابد.

در عبارت سوم، $Ni(s)$ جامد است و افزودن یا کم کردن مقدار مواد جامد تأثیری بر جابه‌جایی تعادل ندارد.

در عبارت چهارم، چون ضریب گازها دو طرف برابر است پس حجم ظرف یا فشار در جابه‌جایی تعادل بی‌اثر است و از طرفی K اصلاً به حجم ظرف بستگی ندارد و فقط با دما تغییر می‌کند.

آسان

۱۵۱ ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به معادله‌ی غلظت داریم:

$$\frac{kt}{۲/۳} = \log [N_2O_5]_\circ - \log[N_2O_5] \Rightarrow \frac{kt}{۲/۳} = \log \frac{[N_2O_5]_\circ}{[N_2O_5]}$$

از آن‌جا که نیمی از $[N_2O_5]$ مصرف شده پس: $[N_2O_5] = \frac{[N_2O_5]_\circ}{۲}$

$$\Rightarrow \frac{kt}{۲/۳} = \log ۲ \Rightarrow t \times ۱/۱۵ \times ۱۰^{-۴} = ۲/۳ \times ۰/۳ \Rightarrow t = ۶۰۰۰s \Rightarrow t = ۶۰۰۰s \times \frac{۱ \min}{۶۰s} = ۱۰۰ \min$$

سخت

۱۵۲ ۱ ۲ ۳ ۴

$$۲SO_3(g) \rightleftharpoons ۲SO_2(g) + O_2(g)$$

	$۲SO_3$	$۲SO_2$	O_2
	۲/۴	۰	۰
	$-۲x$	$۲x$	x
	$۲/۴ - ۲x$	$۲x$	x

$$۲/۴ - ۲x + ۲x + x = ۲/۴ + \frac{۴۰}{۱۰۰}(۲/۴) \Rightarrow x = ۰/۹۶$$

گاز دو اتمی موجود در این واکنش O_2 است که ۰/۹۶ مول از آن تولید شده است.

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{\Delta n}{V \cdot \Delta t} = \frac{۰/۹۶mol}{۳Lit \times ۳۰\ s \times \frac{۱ \min}{۶۰\ s}} = ۰/۶۴mol \cdot L^{-۱} \cdot \min^{-۱}$$

متوسط

۱۵۳ ۱ ۲ ۳ ۴ غلظت تعادلی HBr را x فرض می‌کنیم و از آن‌جایی که حجم ظرف برابر ۲ لیتر و تعداد مول Br_2 در لحظهٔ تعادل برابر ۰/۰۴ مول است. غلظت Br_2 و H_2 را در لحظهٔ تعادل حساب می‌کنیم:

$$[Br_2] = \frac{۰/۰۴}{۲} = ۰/۰۲mol \cdot L^{-۱} \Rightarrow [H_2] = ۰/۰۲mol \cdot L^{-۱}$$

$$K = \frac{[HBr]^۲}{[H_2][Br_2]} = \frac{x^۲}{۰/۰۲ \times ۰/۰۲} = \frac{x^۲}{۴ \times ۱۰^{-۴}} = ۱۹۶ \Rightarrow x^۲ = ۰/۰۷۸۴$$

$$\Rightarrow x = ۰/۲۸ \Rightarrow [HBr] = ۰/۲۸mol \cdot L^{-۱}$$

متوسط

۱۵۴ ۱ ۲ ۳ ۴ گزینهٔ ۳ بیان کنندهٔ اثر غلظت

متوسط

۱۵۵ ۱ ۲ ۳ ۴

$$۲A(g) \rightleftharpoons B(g) + C(g)$$

mol :	۳	۳	۳
غلظت :	$\frac{۳}{۳}$	$\frac{۳}{۳}$	$\frac{۳}{۳}$

$$K = \frac{[B][C]}{[A]^۲} = \frac{۱ \times ۱}{۱^۲} = ۱$$

$$Q = \frac{[B][C]}{[A]^۲} \Rightarrow Q = \frac{۳ \times ۳}{۲^۲} = ۲/۲۵$$

$\Rightarrow Q > K$ واکنش در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود.

استاد علیرضا افشار "مشاوره" @Alirezaafsharofficial

$$۲A(g) \rightleftharpoons B(g) + C(g)$$

غلظت:	$\frac{۳+۳}{۳}$	$\frac{۳+۶}{۳}$	$\frac{۳+۶}{۳}$
	$+۲x$	$-x$	$-x$
	$۲+۲x$	$۳-x$	$۳-x$

$$\Rightarrow K = \frac{(۳-x)(۳-x)}{(۲+۲x)^۲} = ۱ \Rightarrow \frac{۳-x}{۲+۲x} = ۱ \Rightarrow ۳-x = ۲+۲x \Rightarrow ۳x = ۱ \Rightarrow x = \frac{۱}{۳}$$

$$\text{مجموع مول‌های } A, B \text{ و } C = [(۲+۲x)+(۳-x)+(۳-x)] \times ۳ = ۸ \times ۳ = ۲۴\, mol$$

سخت

۱۵۶ ۱ ۲ **۳** ۴

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{O_۲}}{۷} = \frac{\bar{R}_{CO_۲}}{۴} \Rightarrow ۴\bar{R}_{O_۲} = ۷\bar{R}_{CO_۲}$$

آسان

۱۵۷ **۱** ۲ ۳ ۴ داشتن انرژی کافی، تنها شرط برخورد مؤثر در نظریهٔ برخورد نیست. علاوه‌بر انرژی کافی، ذرات باید جهت‌گیری مناسبی هم داشته باشند تا یک برخورد مؤثر انجام شود.

آسان

۱۵۸ **۴** ۳ ۲ ۱ واکنش گاز گوگرد دی‌اکسید با اکسیژن و تشکیل گاز گوگرد تری‌اکسید، مرحلهٔ مهمی در فرایند مجاورت برای تولید صنعتی مادهٔ پر ارزش $H_۲SO_۴$ است که در مجاورت کاتالیزگر پلاتین یا وانادیم (V) اکسید $(V_۲O_۵(s))$ انجام می‌شود.

آسان

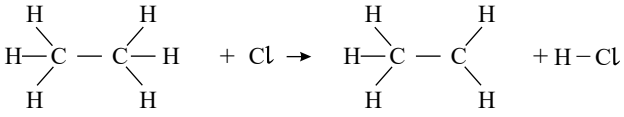
۱۵۹ ۴ ۳ **۲** ۱

$$۲SO_۲ + O_۲ \rightleftarrows ۲SO_۳ + \text{گرما}$$

- افزایش فشار و وارد کردن مقداری $O_۲$ به ظرف تعادل، واکنش را در جهت رفت پیش می‌برد.
- افزایش دما و افزایش حجم ظرف، تعادل را به سمت برگشت جابه‌جا می‌کند.
- کاتالیزگر تاثیری بر جابه‌جایی هیچ تعادلی ندارد.

آسان

۱۶۰ **۴** ۳ ۲ ۱



در این واکنش Cl تنها می‌تواند به اتم‌های H برخورد کند و این که به کدام اتم H برخورد کند تأثیری بر سرعت واکنش ندارد.

در سایر گزینه‌ها برخورد با راستاهای متفاوت وجود دارد که فقط برخی از آن‌ها راستای مناسب دارد.

آسان

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

پاسخ‌نامه کلیدی

۱	۲	۴	۴۱	۱
۲	۲	۴	۴۲	۲
۳	۴	۴	۴۳	۳
۴	۱	۴	۴۴	۳
۵	۱	۴	۴۵	۳
۶	۲	۴	۴۶	۳
۷	۳	۴	۴۷	۴
۸	۴	۴	۴۸	۱
۹	۲	۴	۴۹	۳
۱۰	۱	۴	۵۰	۴
۱۱	۲	۴	۵۱	۱
۱۲	۲	۴	۵۲	۴
۱۳	۴	۴	۵۳	۳
۱۴	۳	۴	۵۴	۳
۱۵	۱	۴	۵۵	۱
۱۶	۱	۴	۵۶	۱
۱۷	۱	۴	۵۷	۳
۱۸	۳	۴	۵۸	۳
۱۹	۱	۴	۵۹	۱
۲۰	۴	۴	۶۰	۳
۲۱	۳	۴	۶۱	۴
۲۲	۱	۴	۶۲	۲
۲۳	۳	۴	۶۳	۲
۲۴	۴	۴	۶۴	۳
۲۵	۲	۴	۶۵	۲
۲۶	۱	۴	۶۶	۴
۲۷	۳	۴	۶۷	۳
۲۸	۳	۴	۶۸	۳
۲۹	۴	۴	۶۹	۱
۳۰	۳	۴	۷۰	۴
۳۱	۲	۴	۷۱	۳
۳۲	۲	۴	۷۲	۳
۳۳	۴	۴	۷۳	۳
۳۴	۳	۴	۷۴	۲
۳۵	۴	۴	۷۵	۴
۳۶	۲	۴	۷۶	۱
۳۷	۲	۴	۷۷	۱
۳۸	۲	۴	۷۸	۲
۳۹	۲	۴	۷۹	۲
۴۰	۳	۴	۸۰	۳

۸۱	۳	۴	۱۲۱	۱
۸۲	۳	۴	۱۲۲	۲
۸۳	۳	۴	۱۲۳	۲
۸۴	۳	۴	۱۲۴	۳
۸۵	۱	۴	۱۲۵	۱
۸۶	۴	۴	۱۲۶	۴
۸۷	۳	۴	۱۲۷	۴
۸۸	۳	۴	۱۲۸	۱
۸۹	۳	۴	۱۲۹	۳
۹۰	۴	۴	۱۳۰	۱
۹۱	۲	۴	۱۳۱	۳
۹۲	۳	۴	۱۳۲	۴
۹۳	۱	۴	۱۳۳	۲
۹۴	۴	۴	۱۳۴	۱
۹۵	۳	۴	۱۳۵	۳
۹۶	۳	۴	۱۳۶	۲
۹۷	۴	۴	۱۳۷	۴
۹۸	۲	۴	۱۳۸	۱
۹۹	۴	۴	۱۳۹	۱
۱۰۰	۲	۴	۱۴۰	۳
۱۰۱	۳	۴	۱۴۱	۳
۱۰۲	۳	۴	۱۴۲	۳
۱۰۳	۱	۴	۱۴۳	۲
۱۰۴	۲	۴	۱۴۴	۲
۱۰۵	۳	۴	۱۴۵	۱
۱۰۶	۱	۴	۱۴۶	۲
۱۰۷	۱	۴	۱۴۷	۱
۱۰۸	۱	۴	۱۴۸	۳
۱۰۹	۲	۴	۱۴۹	۴
۱۱۰	۳	۴	۱۵۰	۲
۱۱۱	۱	۴	۱۵۱	۴
۱۱۲	۲	۴	۱۵۲	۳
۱۱۳	۲	۴	۱۵۳	۲
۱۱۴	۳	۴	۱۵۴	۳
۱۱۵	۱	۴	۱۵۵	۴
۱۱۶	۱	۴	۱۵۶	۳
۱۱۷	۲	۴	۱۵۷	۱
۱۱۸	۲	۴	۱۵۸	۴
۱۱۹	۲	۴	۱۵۹	۲
۱۲۰	۱	۴	۱۶۰	۴

@Alirezaafsharofficial