



نام و نام خانوادگی:

تعداد سوال: ۱۸۰

افشار

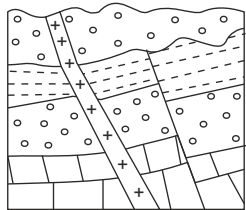
نام آزمون: ریاضی جدید نیمسال اول دوازدهم

زمان برگزاری: ۲۲۰ دقیقه

مرکز مشاوره تحصیلی دکتر
علیرضا افشار

۱) سطح ایستابی در زیر تپه ها و داخل دره ها به ترتیب چگونه است؟

- ۱) بالا - پایین ۲) پایین - بالا ۳) بالا - بالا ۴) پایین - پایین



گرانیت
 شیل
 ماسه
 آهک

۲) با توجه به گزینه‌ها، در شکل روبرو به ترتیب قدیمی‌ترین و جوان‌ترین پدیده کدام است؟

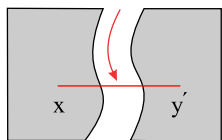
- ۱) پیشروی دریا - گسل عادی
 ۲) پسروی دریا - تزریق دایک
 ۳) پیشروی دریا - ناپیوستگی هم‌شیب
 ۴) پسروی - گسل عادی

۳) طبق جدول زمان زمین شناسی، کدام دو مورد ارتباط منطقی با یکدیگر ندارند؟

- ۱) پالتوزویک: دوران ۲) کرتاسه: دوره
 ۳) فانروزویک: دور ۴) پرمین: عصر

۴) بیشترین حجم آب زیرزمینی چگونه به سطح زمین راه می‌یابد؟

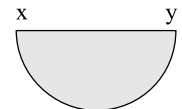
- ۱) چشمه ۲) برگاب ۳) یخچال ۴) رواناب



۵) مقطع رود مقابل در مسیر xy کدام است؟



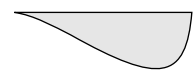
۱



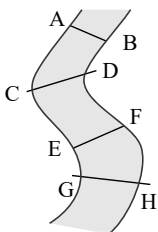
۲



۳



۴



۶) مقطع فرسایش یافته رودی چنین است ، از کدام بخش رود رسم شده است؟

۱) AB

۲) CD

۳) EF

۴) GH

۷) اپال به علت کدام ویژگی می‌تواند یک جواهر حساب شود؟

- ۱) خاکه سفید ۲) درخشش خاص ۳) سختی بالا ۴) تراش براق

۸) سن دو سنگ یکسان و ۵۰۰۰۰ سال است. تعداد نیمه‌عمر سنگ M ، ۵ و تعداد نیمه‌عمر سنگ N ، ۲ است. نیمه عمر سنگ N چند برابر سنگ

است M ؟

۱) $\frac{1}{2}$

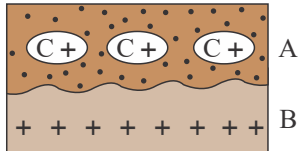
۲) ۲

۳) ۲٫۵

۴) ۲۵



۹ کدام مورد در شکل روبه‌رو، نادرست است؟



- ۱ از لایه A قدیمی‌تر است.
- ۲ تکه‌های C هم‌سن، B هستند.
- ۳ B گدازه و C تکه‌های هوازده است.
- ۴ B و C توده‌های آذرین نفوذی‌اند.

۱۰ بیش‌ترین اختلافات ساعات بین شب و روز در اول و ایجاد می‌شود.

- ۱ خرداد - بهمن
- ۲ تیر - دی
- ۳ فروردین - اسفند
- ۴ مهر - فروردین

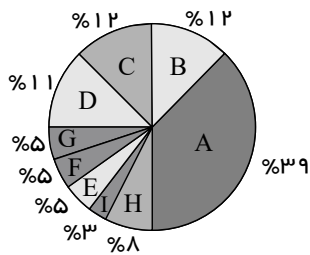
۱۱ در مدار $66,5^\circ$ شمالی، سایه‌ها رو به و $66,5^\circ$ جنوبی سایه‌ها رو به تشکیل می‌شوند.

- ۱ جنوب، شمال
- ۲ شمال، جنوب
- ۳ شرق، غرب
- ۴ غرب، شرق

۱۲ در بهمن ماه سرعت چرخش زمین به دور خورشید از مرداد ماه و زمین به خورشید است.

- ۱ بیشتر - دورتر
- ۲ کم‌تر - دورتر
- ۳ بیشتر - نزدیک‌تر
- ۴ کم‌تر - نزدیک‌تر

۱۳ در نمودار مقابل جاهای خالی A, B, C به ترتیب کدام کانی‌ها هستند؟



- ۱ کانی‌های رُسی - فلدسپارهای پلاژیوکلاز - فلدسپارهای پتاسیم
- ۲ غیرسیلیکات‌ها - کانی‌های رُسی - فلدسپارهای پلاژیوکلاز
- ۳ پیروکسن - فلدسپارهای پلاژیوکلاز - آمفیبول
- ۴ فلدسپارهای پلاژیوکلاز - فلدسپارهای پتاسیم - کوارتز

۱۴ کدام گزینه در مورد تشکیل زغال‌سنگ نادرست است؟

- ۱ وجود ذخایر زغال‌سنگ در قطب‌ها، نشانه آب و هوای گرم و پرباران در گذشته است.
- ۲ لایه‌های زغال‌دار طبس نشان‌دهنده وجود دریایی کم‌عمق و آب و هوای سرد و پرباران است.
- ۳ در مناطق جنگلی که جریان هوا و اکسیژن کم است مثل مناطق مردابی زغال‌سنگ تشکیل می‌شود.
- ۴ مراحل تشکیل زغال‌سنگ به ترتیب از تورب به لیگنیت، بیتومین و آنتراسیت است.

۱۵

اطلاعات چند خانه از جدول زیر نادرست است؟

نام کانسار	Zn	Au	Cr	Li
نوع کانسنگ	گرمابی	پلاسری	ماگمایی	رسوبی

- ۱ Li
- ۲ Cr
- ۳ Au
- ۴ Zn

۱۶ در کدام گزینه، وقوع رویداد زیستی در دوره مربوطه، به درستی ذکر نشده است؟

- ۱ انقراض دایناسورها در دوره کرتاسه
- ۲ پیدایش اولین دوزیستان در دوزین
- ۳ پیدایش اولین گیاه آونددار در اردویسین
- ۴ تنوع پستانداران در ترشیاری

۱۷ در کدام یک از حالت‌های زیر، خورشید به صورت عمود نمی‌تابد؟

- ۱ اول فروردین در مدار استوا
- ۲ ۳۱ خرداد در مدار رأس‌السرطان
- ۳ اول پاییز در مدار استوا
- ۴ ۳۰ دی در مدار رأس‌الجدی

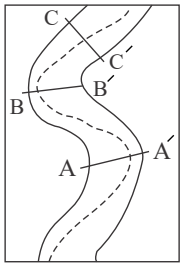
۱۸ میله‌ای بر زمین عمود است. به هنگام ظهر شرعی روز پنجم خرداد بدون سایه و به هنگام ظهر شرعی روز بیستم خرداد سایه‌ای به سمت جنوب دارد. محل تقریبی این میله به کدام عرض جغرافیایی نزدیک‌تر است؟

- ۱ 16° درجه جنوبی
- ۲ $15,5^\circ$ درجه جنوبی
- ۳ 17° درجه شمالی
- ۴ $23,5^\circ$ درجه شمالی

۱۹ عامل اصلی در تشکیل ذخایر مولیبدن، کدام مورد زیر است؟

- ۱ آب گرم
- ۲ تبلور سریع
- ۳ چگالی زیاد
- ۴ مواد فرّار





۲۰ شکل روبه‌رو مقاطع مختلف یک رودخانه را نشان می‌دهد. کدام مورد صحیح است؟

- ۱ میزان رسوب‌گذاری در نقطه B بیشتر از نقطه B' می‌باشد.
 ۲ میزان فرسایش در نقطه A کمتر از نقطه B است.
 ۳ میزان فرسایش در نقاط A, B' و C یکسان است.
 ۴ میزان رسوب‌گذاری در نقطه A' بیشتر از نقطه A است.

۲۱ اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد مجموع درایه‌های ماتریس $A + A^2 + A^3 + A^4 + A^5$ کدام است؟

- ۱ ۱۰ ۲ ۲۰ ۳ ۵ ۴ ۲

۲۲ اگر باقیمانده تقسیم عدد فرد a بر ۲ و ۴ و ۸ یکسان باشد، باقیمانده تقسیم عدد $a^2 + 6$ بر ۲ و ۴ و ۸ به ترتیب کدام است؟

- ۱ ۱ و ۱ و ۱ ۲ ۱ و ۳ و ۷ ۳ ۱ و ۳ و ۵ ۴ ۰ و ۰ و ۰

۲۳ در یک ماتریس 7×7 همه اعضا به جز قطر فرعی صفر است. اگر اعضاء قطر فرعی برابر a_1, a_2, \dots, a_7 باشند، دترمینان این ماتریس کدام است؟

- ۱ $a_1 a_2 \dots a_7$ ۲ ۰ ۳ $-a_1 a_2 \dots a_7$ ۴ $-(a_1 a_2 \dots a_7)^2$

۲۴ اگر ماتریس $A^2 = \alpha A + \beta I_2$ ، $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ ، α, β دوتایی کدام است؟

- ۱ (۲, ۱۱) ۲ (۲, ۱۳) ۳ (۴, ۱۱) ۴ (۴, ۱۳)

۲۵ عدد شش رقمی $a63b29$ بر عدد ۹۹ بخشپذیر است، رقم a کدام است؟

- ۱ ۳ ۲ ۴ ۳ ۵ ۴ ۶

۲۶ باقی‌مانده تقسیم عدد $15^n - 7^n - 8^n$ به ازای هر عدد طبیعی n ، بر ۵۶ کدام است؟

- ۱ ۰ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴

۲۷ در تقسیم عدد a بر b باقی‌مانده دو برابر خارج قسمت می‌باشد. اگر از مقسوم علیه ۳ واحد کم کنیم به خارج قسمت ۵ واحد اضافه شده و باقی‌مانده صفر می‌شود. ماکزیم a کدام است؟

- ۱ ۶ ۲ ۱۴ ۳ ۲۸ ۴ ۵۶

۲۸ در گراف کامل با رئوس $\{a, b, c, d, e, f\}$ چند دور به طول ۵ شامل یال cd وجود دارد؟

- ۱ ۱۲ ۲ ۲۴ ۳ ۶۰ ۴ ۱۲۰

۲۹ گراف $G = (V, E)$ مفروض است اگر $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ و $E = \{ab, bc, de, ea, ac, af\}$ حاصل $\Delta + \delta + q$ چند است؟

- ۱ ۸ ۲ ۹ ۳ ۱۰ ۴ ۱۱

۳۰ اگر $\begin{vmatrix} 1 & 0 & a \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -a \end{vmatrix} = 6$ باشد، a کدام است؟

- ۱ -۳ ۲ -۲ ۳ ۲ ۴ ۳

۳۱ دو عدد طبیعی ۱۰۷ و ۸۳ را بر عدد طبیعی b تقسیم نموده‌ایم. باقی‌مانده‌ها به ترتیب ۳ و ۵ شده است. عدد b چند مقدار متفاوت می‌تواند داشته باشد؟

- ۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴



۳۲) کدام گزاره مثال نقض ندارد؟

- ۱) هر عدد طبیعی را می توان به صورت مجموع چند عدد طبیعی متوالی نوشت.
 ۲) هر عدد طبیعی به صورت مجموع مربع های سه عدد صحیح نوشته می شود.
 ۳) مربع هر عدد طبیعی فرد، از مضرب صحیح ۸، یک واحد بیشتر است.
 ۴) اگر n نقطه ای متمایز روی محیط دایره را دو به دو به هم وصل کنیم 2^{n-1} ناحیه به وجود می آید.

۳۳) گراف ساده ی G فاقد رأس ایزوله بوده و مقادیر Δ و q به ترتیب برابر ۴ و ۲۰ می باشند. حداکثر مرتبه ی این گراف کدام است؟

- ۱) ۱۰ ۲) ۲۱ ۳) ۳۷ ۴) ۴۰

۳۴) در هم نشینی $2^n \equiv 6^n \pmod{22}$ حداقل مقدار n کدام است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

- ۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۸ ۴) ۱۰

۳۵) اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ ، ماتریس X کدام باشد تا $3A - 2X = 4I$ برقرار شود؟

- ۱) $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 12 & 14 \end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -6 & 7 \end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ -12 & 14 \end{bmatrix}$

۳۶) اگر A ماتریسی از مرتبه $(m-1) \times (n+2)$ و B ماتریسی از مرتبه $(2n-1) \times (m+3)$ و AB از مرتبه $5 \times (p+3)$ باشد، $m+n+p$ کدام است؟

- ۱) ۲۲ ۲) ۲۳ ۳) ۲۴ ۴) ۲۵

۳۷) چند نوع گراف ساده از مرتبه ۶ و اندازه ۱۳ می توان رسم کرد؟

- ۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۳۸) در گرافی با ۸ رأس همسایگی باز ۵ رأس آن فقط یک عضو و همسایگی باز دو رأس آن دو عضو و همسایگی باز یک رأس دیگر آن ۳ عضو دارد. کدام گزینه زیر درباره این گراف درست است؟

- ۱) قطعاً دارای دور است. ۲) چنین گرافی وجود ندارد. ۳) همبند است. ۴) ناهمبند است.

۳۹) اگر $abc = d$ کدام رابطه همواره غلط است؟ ($a, b, c, d \in \mathbb{Z}$)

- ۱) $1 | abc$ ۲) $ab | d$ ۳) $abc | 0$ ۴) $bc | a$

۴۰) اگر $n | m^2 - 5m + 5$ به ازای هر n برقرار باشد، آنگاه m چند مقدار متمایز دارد؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۱) اگر y عددی صحیح باشد، آنگاه بیش ترین مقدار طبیعی n در تساوی $y = \frac{n^2 + 4}{n + 1}$ کدام خواهد بود؟

- ۱) ۶ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۸

۴۲) به ازای چند عدد اول مانند p عدد $p + 27$ برابر مکعب یک عدد طبیعی است؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۴۳) به ازای کدام مقدار m معادله ماتریسی $\begin{bmatrix} m & 2 \\ 3 & m+5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m+2 \\ 2 \end{bmatrix}$ جواب ندارد؟

- ۱) -۶ ۲) -۳ ۳) ۱ ۴) ۲

۴۴) اگر $A \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ دترمینان ماتریس A کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{2}{3}$



۴۵) چه تعداد از گزاره‌های زیر درست هستند؟

۱. بین هر دو عدد گنگ، فقط یک عدد صحیح وجود دارد.
۲. بین هر دو عدد گویا، بی‌شمار عدد گنگ وجود دارد.
۳. بین هر دو عدد گنگ، بی‌شمار عدد صحیح وجود دارد.
۴. بین هر دو عدد گویا، فقط یک عدد گنگ وجود دارد.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۴۶) چه تعداد از گزاره‌های زیر به صورت دو شرطی بیان می‌شوند؟ ($x \in \mathbb{R}$)

- ۱) اگر $x = 0$ آنگاه $x(x^2 + 4x + 9) = 0$
- ۲) اگر $x = 1$ آنگاه $(x-1)(x^2 - x - 2) = 0$
- ۳) اگر $x = 0$ آنگاه $x(x^3 + 7) = 0$

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۴۷) از روابط $a \equiv b^{105}$ و $b \equiv c^7$ کدام رابطه نتیجه می‌شود؟

۱) $a \equiv c^{35}$ ۲) $a \equiv c^{10}$ ۳) $a \equiv c^{15}$ ۴) $a \equiv c^{12}$

۴۸) معادله سیاله خطی $15x + 6y = 21$ چند جواب صحیح در بازه $-30 \leq x \leq 30$ ، $-30 \leq y \leq 30$ دارد؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۵ ۴) ۱۷

۴۹) چند عدد کوچکتر از ۱۲۵ وجود دارد که نسبت به ۱۲۵ اول باشند؟

۱) ۹۸ ۲) ۹۹ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۰۱

۵۰) فرض کنید $45a + 35b = 30$ کدام معادله سیاله قطعاً جواب دارد؟

۱) $ax + by = 48$ ۲) $ax + by = 56$ ۳) $ax + by = 63$ ۴) $ax + by = 81$

۵۱) فرض کنید a و b اعدادی طبیعی باشند، $ab = 462$ آنگاه (a, b) برابر کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۶ ۳) ۲۱ ۴) ۱۴

۵۲) بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد $a = 33$ ، $b < a$ برابر ۳۳ می‌باشد برای b چند مقدار طبیعی بدست می‌آید؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۹ ۴) ۸

۵۳) فرض کنید a و b عددهایی طبیعی باشند حاصل $([a^3, a^2], [a^{11}, b^3])$ برابر کدام است؟

۱) a^7 ۲) a^{11} ۳) b^3 ۴) a^3

۵۴) به ازای چند عدد طبیعی مانند a ، رابطه $[a, 280] = 5600$ برقرار است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵۵) اگر $a^2 | a + b$ آنگاه کدام رابطه زیر لزوماً صحیح نیست؟

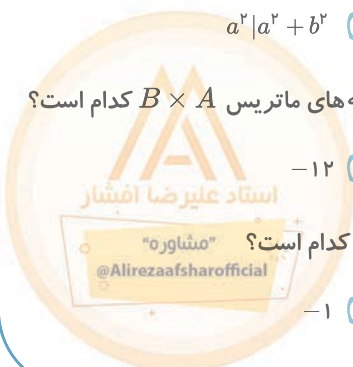
۱) $a^2 | b^2$ ۲) $a | 3b - 2a$ ۳) $a^2 | a - b$ ۴) $a^2 | a^2 + b^2$

۵۶) اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & b \end{bmatrix}$ و ماتریس $B \times A$ ماتریسی قطری باشد، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس $B \times A$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) صفر ۳) -۶ ۴) -۱۲

۵۷) اگر $A = \begin{bmatrix} x + 2y & -1 \\ t + 1 & z \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} -2 & 2x + 3y \\ y - 1 & -t + 1 \end{bmatrix}$ و $A = B$ باشد، حاصل $x + y + z + t$ کدام است؟

۱) -۴ ۲) ۲ ۳) صفر ۴) -۱



۵۸ اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 4a-1 & -14 \\ 5 & a-10 \end{bmatrix}$ باشد، به ازای کدام مقادیر a ، ماتریس $3A^{-1} + B$ وارون پذیر نیست؟

- ۱۱۹۴ (۴) ۷۹۳ (۳) ۴۹۳ (۲) ۱۱۹۷ (۱)

۵۹ اگر معادله هم‌نهشتی $ax \equiv 18 \pmod{15}$ در \mathbb{Z} فاقد جواب باشد، آنگاه کدام معادله زیر قطعاً در \mathbb{Z} جواب ندارد؟ ($a \in \mathbb{Z}$)

- $ax \equiv 6 \pmod{4}$ (۴) $ax \equiv 10 \pmod{3}$ (۳) $ax \equiv 12 \pmod{2}$ (۲) $ax \equiv 8 \pmod{1}$ (۱)

۶۰ اگر x و y دو عدد صحیح و $11y + 7x = 23$ باشد، آنگاه $x + y$ کدام یک از مقادیر زیر می‌تواند باشد؟

- ۱۶ (۴) ۱۵ (۳) ۱۴ (۲) ۱۳ (۱)

۶۱ جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\sin^2 x - \cos^2 x = \sin\left(\frac{3\pi}{4} + x\right)$ به کدام صورت است؟

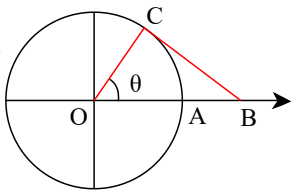
- $x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۴) $x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}$ (۳) $x = \frac{2k\pi}{3}$ (۲) $x = \frac{k\pi}{3}$ (۱)

۶۲ دامنه تابع $y = \sqrt{-\frac{x}{3} - 2} + \sqrt{\frac{x}{3} + 2}$ شامل چند عدد صحیح است؟

- ۴ (۴) ۱ (۳) ۲ (۲) ۳ (۱)

۶۳ اگر $f(x) = \min\{\cos t : \frac{\pi}{3} < t \leq x\}$ در این صورت $f\left(\frac{5\pi}{6}\right) + f\left(\frac{7\pi}{6}\right)$ کدام است؟

- $-1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $-\sqrt{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2} - 1$ (۲) وجود ندارد (۱)



۶۴ در دایره مثلثاتی زیر ($OC = 1$) طول OB همواره برابر کدام است؟ (BC بر دایره مماس است)

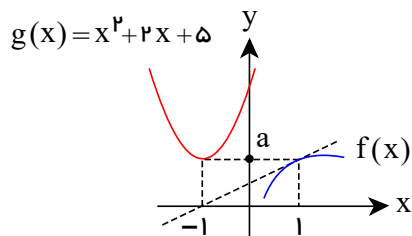
- $1 - \cos \theta$ (۲) $\frac{\sin \theta}{2}$ (۱)
 $\frac{1}{\cos \theta}$ (۴) $\frac{1}{\sin \theta}$ (۳)

۶۵ در تابع با ضابطه‌ی $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = -\sqrt{-x+1} \end{cases}$ به جای A و B کدام گزینه را می‌توان قرار داد؟ (به ترتیب از چپ به راست)

- $(-\infty, 1], [0, +\infty)$ (۴) $(-\infty, 1), (0, +\infty)$ (۳) $(-\infty, 1], (-\infty, 0]$ (۲) $(-\infty, 2], (-\infty, 0]$ (۱)

۶۶ با توجه به معادله‌ی $2 + \tan 40^\circ + \tan 25^\circ = \cot x \sin 80^\circ$ زاویه‌ی x چند درجه است؟

- 25° (۴) 80° (۳) 40° (۲) 50° (۱)



۶۷ نمودار توابع f و g به صورت زیر هستند. مشتق تابع $\frac{g}{f}$ در $x = 1$ کدام است؟

- $\frac{1}{8}$ (۲) ۰ (۱)
 $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$ (۳)

۶۸ تابع دو ضابطه‌ای $y = \begin{cases} x^2 - ax + b & ; x \leq 3 \\ -\sqrt{x+1} & ; x > 3 \end{cases}$ یک به یک است. حداقل مقدار $a + b$ کدام است؟

- ۱۸ (۴) ۱۷ (۳) ۱۴ (۲) ۱۳ (۱)

۶۹ اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل باشد، برد تابع $y = 1 + 3f\left(\frac{x}{3}\right)$ کدام است؟

- $[2, 4]$ (۲) $[-2, 2]$ (۱)
 $[-2, 4]$ (۴) $[-2, 0]$ (۳)

۷۰ اگر $f(x+1) = -f(x)$ باشد، حاصل $f(x+2)$ کدام است؟

- ۱ $-f(x)$ ۲ $-2f(x)$ ۳ $f(x)$ ۴ $2f(x)$

۷۱ دامنه‌ی تابع $f(x) = \frac{x}{2[x]+3}$ کدام است؟

- ۱ $\mathbb{R} - \{-\frac{3}{2}\}$ ۲ $\mathbb{R} - [-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}]$ ۳ \mathbb{R} ۴ $\mathbb{R} - \{-1\}$

۷۲ دامنه‌ی $f(x) = \sqrt{||x-2|-3|-4}$ شامل چند عدد صحیح نیست؟

- ۱ ۱۳ ۲ ۸ ۳ ۹ ۴ ۱۲

۷۳ اگر $f(\frac{x-2}{x+1}) = x^2 + 1$ آن‌گاه $f(2)$ کدام است؟

- ۱ ۵ ۲ ۱۷ ۳ ۶ ۴ ۱۵

۷۴ اگر $f(x-3) + 2f(3-x) = 2x-1$ آن‌گاه $f(x)$ کدام است؟

- ۱ $f(x) = -2x + \frac{5}{3}$ ۲ $f(x) = 2x - \frac{5}{3}$ ۳ $f(x) = -2x - \frac{13}{3}$ ۴ $f(x) = 2x - \frac{13}{3}$

۷۵ اگر $f = \{(4, 2), (a, 5), (4, a^2 - a), (b, 2), (-1, 4)\}$ یک تابع یک‌به‌یک باشد، زوج مرتب (a, b) کدام است؟

- ۱ $(2, -1)$ ۲ $(2, 4)$ ۳ $(-1, 4)$ ۴ $(2, 2)$

۷۶ حدود m برای آن‌که تابع $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & ; x \leq 1 \\ mx+5 & ; x > 1 \end{cases}$ یک‌به‌یک باشد، کدام است؟

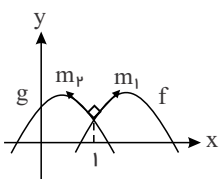
- ۱ $m \geq -1$ ۲ $m > 0$ ۳ $m \leq -1$ ۴ $m < 0$

۷۷ اگر تابع $f = \{(2, a^2), (2, 9), (a, b-1), (3, 5)\}$ باشد، نمودار $\{(a, b) \mid g \text{ چپست}\}$ چیست؟

- ۱ دو نقطه ۲ یک نقطه ۳ یک خط و یک نقطه خارج آن ۴ دو خط

۷۸ در شکل مقابل، نمودارهای دو منحنی $f(x)$ و $g(x)$ در نقطه‌ای به طول $x=1$ برهم عمود هستند و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-g(x)}{x^2-1} = 2$ حاصل

$|m_1 + m_2|$ کدام است؟ f و g چند جمله‌ای هستند، m_1 شیب خط مماس بر f در $x=1$ و m_2 شیب خط مماس بر g در $x=1$ است.



- ۱ $2\sqrt{5}$ ۲ $5\sqrt{2}$ ۳ $2\sqrt{3}$ ۴ $3\sqrt{2}$

۷۹ اگر ضابطه تابع معکوس تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ بصورت $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1} + 3$ باشد، حاصل $a+b-c$ کدام است؟

- ۱ ۴۶ ۲ ۴۵ ۳ ۴۴ ۴ ۴۷

۸۰ اگر تابع f در بازه اعداد حقیقی اکیداً صعودی باشد، دامنه تابع $g(x) = \sqrt{f(|x-2|) - f(|x|)}$ کدام است؟

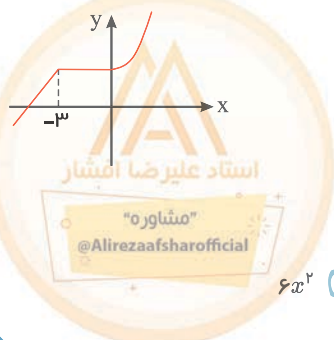
- ۱ $D_g = [1, +\infty)$ ۲ $D_g = (-\infty, 0]$ ۳ $D_g = (2, +\infty)$ ۴ $D_g = (-\infty, 1]$

۸۱ نمودار تابع f بصورت مقابل است، این تابع در کدام فاصله اکیداً صعودی است؟

- ۱ $[-3, 0]$ ۲ $[-3, +\infty)$ ۳ $(-\infty, -3]$ ۴ $(-\infty, 0]$

۸۲ اگر $y = \sqrt{6x^2 - 4}$ ، آنگاه $y' \cdot y$ کدام است؟

- ۱ $6x$ ۲ $12x^2$ ۳ $12x$ ۴ $6x^2$



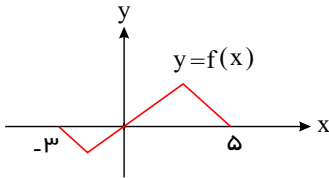
۸۳ حاصلضرب ریشه‌های معادله $[2x^2] + [2x] = -x - 1$ کدام است؟

- ① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ -1 ④ $+1$

۸۴ دامنه تابع $f(x) = \frac{1}{[2^{|x|} - 1]}$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- ① $(-2, 2)$ ② $\mathbb{R} - (-1, 1)$ ③ $(0, 1)$ ④ $\mathbb{R} - [0, 2)$

۸۵ اگر شکل زیر تابع $y = f(x)$ را نشان دهد، دامنه تابع با ضابطه $g(x) = \sqrt{xf(-\frac{x}{2})}$ کدام است؟

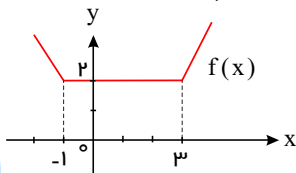


- ① $[-10, 6]$ ② $[0, 6]$ ③ $\{-10, 0, 6\}$ ④ $\{0\}$

۸۶ اگر A و B و C زوایای مثلث ABC باشند، مقدار $\cos(B + C)$ با کدام یک از گزینه‌های زیر برابر است؟

- ① $\cos A$ ② $\sin A$ ③ $-\sin A$ ④ $-\cos A$

۸۷ اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع $y = f(2 + |x|)$ در آن صعودی باشد، کدام است؟

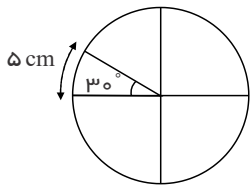


- ① $[-2, +\infty)$ ② $(1, +\infty)$ ③ $[-1, +\infty)$ ④ $[-3, +\infty)$

۸۸ در تابع خطی f رابطه $f(2x) = f(8x - 1) - 5$ برقرار است. اگر $f^{-1}(3) = 5$ باشد، مقدار m از تساوی $f^{-1}(m) = 2$ کدام است؟

- ① صفر ② 1 ③ 2 ④ 3

۸۹ مساحت دایره مقابل کدام است؟



- ① $\frac{900}{\pi}$ ② $\frac{800}{\pi}$ ③ $\frac{700}{\pi}$ ④ $\frac{620}{\pi}$

۹۰ معادله $\tan 2x = 3 \tan x$ در بازه $(0, \frac{5\pi}{2})$ چند جواب دارد؟

- ① 8 ② 7 ③ 6 ④ 9

۹۱ حاصل عبارت $T = \sqrt{1 - \sin(100^\circ)} + \sqrt{1 + \sin(100^\circ)}$ کدام است؟

- ① $2 \sin 40^\circ$ ② $\sin 40^\circ$ ③ $2 \cos 40^\circ$ ④ $\cos 40^\circ$

۹۲ طول کمان زاویه مرکزی $\frac{\pi}{3}$ رادیان در دایره C با طول کمان زاویه مرکزی $\frac{\pi}{12}$ رادیان در دایره C' برابر است. نسبت مساحت دایره C به

مساحت دایره C' کدام است؟

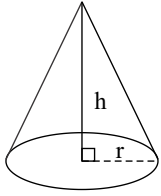
- ① $\frac{1}{4}$ ② 4 ③ $\frac{1}{16}$ ④ 16

۹۳ مساحت ناحیه محصور بین خط مماس بر منحنی $y = \frac{x}{x+4}$ در $x = 1$ واقع بر منحنی و محورهای مختصات کدام است؟ "مشاوره"

- ① $0,001$ ② $0,01$ ③ $0,05$ ④ $0,005$

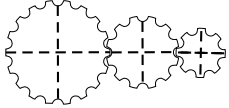


۹۴ در شکل مقابل، یک مخروط با شعاع قاعده r و ارتفاع $h = 2\sqrt{2}r$ نشان داده شده است. در شکل گسترده مخروط، اندازه زاویه قطاع حاصل چند درجه است؟



- ۱) ۹۰
۲) ۱۲۰
۳) ۱۳۵
۴) ۱۵۰

۹۵ چرخ دنده‌هایی با شعاع‌های ۲، ۳ و ۸ مطابق شکل مفروض‌اند. اگر بخواهیم کوچک‌ترین چرخ دنده دقیقاً یک دور کامل بچرخد، بزرگ‌ترین چرخ دنده را باید چند رادیان بچرخانیم؟



- ۱) $\frac{\pi}{4}$
۲) $\frac{2\pi}{5}$
۳) $\frac{\pi}{2}$
۴) $\frac{3\pi}{5}$

۹۶ مقدار عبارت $\sin \frac{\pi}{14} \sin \frac{3\pi}{14} \sin \frac{5\pi}{14}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{4}$
۲) $\frac{1}{8}$
۳) $\frac{1}{12}$
۴) $\frac{1}{16}$

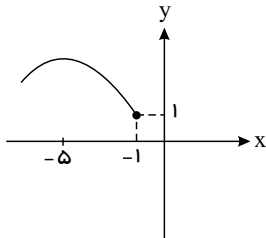
۹۷ دوره تناوب $f(x) = \cos x |\sin x|$ کدام است؟

- ۱) $\frac{\pi}{2}$
۲) π
۳) 2π
۴) 4π

۹۸ حاصل عبارت $A = \cos \frac{\pi}{5} \cos \frac{2\pi}{5} \cos \frac{4\pi}{5}$ کدام گزینه است؟

- ۱) $\frac{1}{4} \cos \frac{\pi}{5}$
۲) $-\frac{1}{4} \cos \frac{\pi}{5}$
۳) $\frac{1}{8} \sin(\frac{2\pi}{5})$
۴) $-\frac{1}{8} \sin(\frac{2\pi}{5})$

۹۹ نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 5 & x < -5 \\ 1 + 2\sqrt{-x-1} & -5 \leq x \leq -1 \end{cases}$ به صورت روبرو است. اگر مشتق چپ تابع f در نقطه $x = -5$ ، یک واحد



از مشتق راست این تابع در $x = -5$ بیشتر باشد، حاصل $5a - 3b$ کدام است؟

- ۱) ۰
۲) -۱
۳) ۱
۴) -۲

۱۰۰ تابع $f(x) = \cos(\frac{\pi x}{2} + \frac{\pi}{4})$ روی بازه $[-\frac{1}{2}, k]$ اکیداً نزولی است. حداکثر مقدار k کدام است؟

- ۱) $\frac{3}{2}$
۲) ۱
۳) $\frac{1}{2}$
۴) ۲

۱۰۱ گلوله‌ی آونگی به جرم M از ریسمانی به طول L ، آویزان است. گلوله روی مسیر دایره‌ای به یک طرف کشیده می‌شود تا به ارتفاع $\frac{L}{5}$ بالاتر از وضعیت تعادل برسد. اگر گلوله از آن حالت رها شود، تکانه اش در هنگام عبور از پایین ترین نقطه‌ی مسیر چقدر است؟ (کمیت‌ها در SI می‌باشند، از مقاومت هوا صرف نظر شود و g ، شتاب گرانش است)

- ۱) $\frac{8}{5} M \cdot Lg$
۲) $\frac{2}{5} M \cdot Lg$
۳) $\sqrt{\frac{8}{5}} M^2 Lg$
۴) $\sqrt{\frac{2}{5}} M^2 Lg$

۱۰۲ در موج ایستاده‌ای که در یک بعد تشکیل شده است، نقاط بین دو گره‌ی متوالی:

- ۱) هم فاز و هم بسامدند.
۲) در لحظه‌ی عبور از نقطه‌ی تعادل، سرعتی برابر دارند.
۳) بسامد آنها برابر با مجموع بسامد موج‌های تشکیل دهنده‌ی موج ایستاده است.
۴) همه‌ی موارد



۱۰۳) یک نوسانگر ساده در دو زمان $t_1 = 1$, $t_2 = 1.6$ از مرکز نوسان می‌گذرد اگر در این فاصله زمانی جهت حرکت فقط ۳ مرتبه تغییر کرده باشد بسامد حرکت چند هرتز است؟

- ① $\frac{5}{6}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{5}{4}$

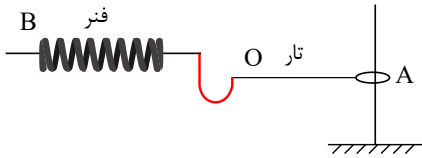
۱۰۴) با دو برابر کردن دامنه‌ی موج و نصف کردن فرکانس، انرژی موج و زمان رسیدن موج از یک نقطه به نقطه‌ی دیگر در محیط چه تغییری می‌کند؟

- ① ۲ برابر - نصف ② ۴ برابر - بدون تغییر ③ ثابت - نصف ④ ثابت - ثابت

۱۰۵) دو گلوله‌ی A و B تکانه‌ی یکسانی دارند. اگر جرم گلوله‌ی B، سه برابر جرم گلوله‌ی A باشد و انرژی جنبشی گلوله‌ی A برابر $18J$ باشد، انرژی جنبشی گلوله‌ی B چند ژول است؟

- ① ۲ ② ۶ ③ ۱۲ ④ ۴۸

۱۰۶) توسط دیپازون دو موج در طول تار و فنر ایجاد می‌کنیم. اگر طول تار و طول فنر مساوی بوده و نسبت زمان رفت و بازگشت آن تا شاخه‌ی دیپازون در تار $\frac{4}{5}$ زمان رفت و بازگشت موج در فنر باشد نسبت طول موج در تار به طول موج، امواج در فنر:



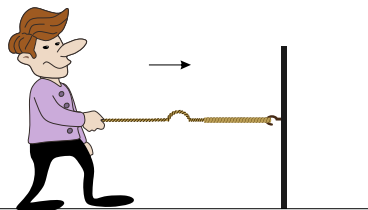
$OA = OB$

- ① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{16}{25}$ ④ $\frac{25}{16}$

۱۰۷) متحرکی با شتاب ثابت 4 m/s^2 مسیر مستقیمی را طی می‌کند اگر تکانه‌ی متحرک در انتهای حرکت $10 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ باشد و مدت زمان حرکت نیز 1 s باشد، مسافت طی شده کدام است؟ ($m = 2 \text{ kg}$)

- ① 4 m ② 3 m ③ 2 m ④ 1 m

۱۰۸) مطابق شکل، تپی با طول موج 6 سانتی‌متر در طناب نازک ایجاد می‌کنیم. اگر قطر طناب ضخیم دو برابر قطر طناب نازک باشد و هر دو طناب هم‌جنس باشند، بسامد، طول موج و سرعت انتشار موج در طناب ضخیم، به ترتیب از راست به چپ چند برابر طناب نازک می‌شود؟



- ① $\frac{1}{2}, 3, 3$ ② $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ ④ $1, 2, 2$

۱۰۹) در یک مسیر مستقیم، جسمی به جرم 2 kg روی یک سطح افقی قرار دارد و نیروی افقی و ثابت \vec{F} از زمان $t = 0$ بر آن وارد می‌شود، به طوری که سرعت آن در SI به صورت $v = 3t + 2$ به زمان تغییر می‌کند. اگر 3 s پس از اعمال نیروی \vec{F} ، نیرو قطع شده و جسم 6 ثانیه پس از قطع نیروی \vec{F} ، با شتاب ثابت متوقف شود، اندازه‌ی نیروی \vec{F} چند نیوتون است؟

- ① ۴ ② ۶ ③ ۷ ④ ۸

۱۱۰) چنانچه نیروی کشش وارد بر یک سیم پیاپی را که بین دو نقطه ثابت شده است چهار برابر کنیم، طول موج و بسامد هماهنگ سوم آن به ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شود؟

- ① ۲ و ۱ ② ۱ و ۲ ③ ۴ و $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{2}$

۱۱۱) ماهواره‌ی A در جهت حرکت وضعی زمین طوری به دور زمین می‌چرخد که در هر شبانه روز فقط یکبار در یک مکان معین به وسیله ناظری ساکن در سطح زمین رؤیت می‌شود. اگر شعاع گردش ماهواره B ، ۹ برابر شعاع مدار ماهواره A باشد، دوره گردش ماهواره‌های A و B به دور زمین چند ساعت است؟ (به ترتیب از راست به چپ)

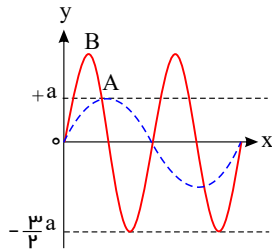
۳۲۴، ۲۴ (۴)

۳۲۴، ۱۲ (۳)

۶۴۸، ۲۴ (۲)

۱۰۸، ۱۲ (۱)

۱۱۲) شکل مقابل نقش دو موج را در لحظه‌ای معین نشان می‌دهد. جرم واحد طول دو طناب یکسان و سرعت انتشار موج در طناب A دو برابر طناب B است. اگر متوسط توان انتقال انرژی از هر نقطه در مدت یک دوره \bar{P} باشد، حاصل $\frac{\bar{P}_A}{\bar{P}_B}$ کدام گزینه است؟



$\frac{2}{9}$ (۲)

$\frac{8}{9}$ (۱)

۱ (۴)

$\frac{4}{9}$ (۳)

۱۱۳) دو جسم با جرم‌های m_1 و $m_2 = 5m_1$ در فاصله $1m$ از هم قرار دارند و بر هم نیروی جاذبه گرانشی F وارد می‌کنند. اگر فاصله بین دو جسم را $32m$ افزایش دهیم، اندازه نیروی جاذبه گرانشی بین دو جسم نسبت به حالت اولیه به اندازه چند درصد کاهش می‌یابد؟

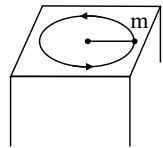
۹۶ (۴)

۹۳٫۷۵ (۳)

۸۰ (۲)

۷۵ (۱)

۱۱۴) مطابق شکل زیر، گلوله‌ای به جرم 10 گرم به نخ سبکی به طول $10cm$ بسته شده و روی سطح افقی یک میز بدون اصطکاک حول سر دیگر نخ که ثابت است، با حرکت دایره‌ای یکنواخت دوران می‌کند. اگر در این حالت نیروی کشش نخ $9N$ باشد، جابه‌جایی زاویه‌ای گلوله در مدت 0.1 چند رادیان است؟



$\frac{\pi}{3}$ (۴)

π (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

۳ (۱)

۱۱۵) دو ماهواره A و B که جرم آن‌ها به ترتیب $m_A = m$ و $m_B = 2m$ است به ترتیب در فواصل R_e و $2R_e$ از سطح زمین به دور زمین می‌چرخند. نیروی گرانشی که زمین بر ماهواره A وارد می‌کند، چند برابر نیروی گرانشی است که زمین بر ماهواره B وارد می‌کند؟ (R_e شعاع زمین است.)

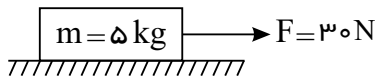
$\frac{9}{8}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۱۶) در شکل زیر جسم $5kg$ در سطح افقی ساکن است. نیروی افقی $F = 30N$ به مدت 5 ثانیه بر این جسم اثر کرده و پس از قطع نیرو، جسم پس از مدتی متوقف می‌شود. اگر $\mu_k = 0.4$ باشد، کل مسافت طی شده توسط جسم چند متر است؟



۵۰ (۴)

۳۷٫۵ (۳)

۲۵ (۲)

۱۲٫۵ (۱)

۱۱۷) دو نیروی F_1 و F_2 به جسمی وارد می‌شوند، m و n را چنان تعیین کنید که جسم در راستای افق ساکن بوده و در راستای قائم حرکت یکنواخت انجام دهد؟

$$\vec{F}_1 = (m-4)\vec{i} + 6\vec{j}, \vec{F}_2 = -\vec{i} + (n-3)\vec{j}$$

$m = -3$
 $n = -2$ (۴)

$m = -2$
 $n = 2$ (۳)

$m = 4$
 $n = -3$ (۲)

$m = 5$
 $n = -3$ (۱)

۱۱۸) فقط دو نیروی $\vec{F}_1 = 2\vec{i} - 6\vec{j}$ و \vec{F}_2 بر ذره‌ای وارد می‌شوند و این ذره با سرعت ثابت $\vec{V} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ حرکت می‌کند. در این حالت نیروی \vec{F}_2 کدام است؟ (یکاهای در SI است.)

$-2\vec{i} + 6\vec{j}$ (۴)

$2\vec{i} - 6\vec{j}$ (۳)

$-\vec{i} - 2\vec{j}$ (۲)

$\vec{i} + 2\vec{j}$ (۱)

۱۱۹) چکشی به جرم 4 kg با سرعت 10 m/s به انتهای میخی برخورد کرده و با سرعت 5 m/s در همان راستا برمی گردد. اگر متوسط اندازهی نیروی وارد بر میخ 6000 N باشد، زمان برخورد چکش چند ثانیه است؟

- ① 10^{-2} ② 2×10^{-2} ③ $\frac{1}{3} \times 10^{-2}$ ④ $\frac{1}{2} \times 10^{-2}$

۱۲۰) گلوله‌ای که به یک فنر بدون جرم با ثابت 100 N/m متصل است با دامنه 2 cm در حال حرکت نوسانی ساده است. جرم گلوله چند کیلوگرم باشد تا انرژی مکانیکی آن با انرژی مکانیکی آونگی ساده با همان جرم به طول 10 cm که با دامنه 0.5 cm نوسان می‌کند برابر باشد؟ ($g = 10\text{ m/s}^2$)

- ① 1 kg ② 4 kg ③ 8 kg ④ 16 kg

۱۲۱) جرم ماهواره A ، $\frac{1}{3}$ جرم ماهواره B است. اگر نیروی مرکز گرای ماهواره A برابر نیروی مرکز گرای ماهواره B باشد، شعاع A چند برابر شعاع B است؟

- ① $\sqrt{3}$ ② 3 ③ 2 ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

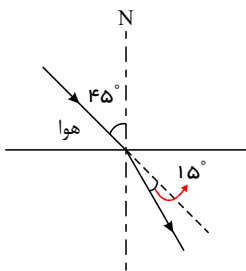
۱۲۲) دو ماهواره A و B در مدارهایی به دور زمین می‌چرخند. اگر سرعت خطی ماهواره A ، سه برابر سرعت خطی ماهواره B باشد، شتاب مرکز گرا و دوره تناوب ماهواره A به ترتیب از راست به چپ چند برابر شتاب مرکز گرا و دوره تناوب ماهواره B است؟

- ① $81, \frac{1}{27}$ ② $81, 0.9$ ③ $229, 81$ ④ $27, 81$

۱۲۳) اگر یک تپ موج طنابی به طول 2 متر را که با نیروی 20 نیوتون کشیده می‌شود را در یک ثانیه بپیماید، طنابی به طول 10 متر با جرم مساوی را که با نیروی 10 نیوتون کشیده می‌شود در چند ثانیه می‌پیماید؟

- ① $\sqrt{10}$ ② 10 ③ $\frac{\sqrt{10}}{10}$ ④ $\frac{1}{10}$

۱۲۴) شکل مقابل پرتویی را نشان می‌دهد که تحت زاویه تابش 45° از هوا وارد محیط شفاف می‌شود و 15° درجه منحرف می‌شود. ضریب شکست محیط شفاف چقدر است؟



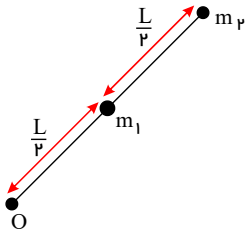
- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\frac{3}{2}$

۱۲۵) شخصی در نقطه B از مثلث متساوی‌الساقین ایستاده و از دو صخره واقع بر رأس‌های A و C پژواک‌های صدای خود را دریافت می‌نماید. اگر پژواک صدا از صخره C را پس از 2 ثانیه بشنود، پژواک صدا از صخره A را در چند ثانیه می‌شنود؟

- ① $\sqrt{2 - \sqrt{3}}$ ② $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$ ③ $2\sqrt{2 - \sqrt{3}}$ ④ $2\sqrt{2 + \sqrt{3}}$



۱۲۶ مطابق شکل زیر، دو جرم m_1 و m_2 به میله نازکی با طول L متصل هستند و میله حول نقطه O به طور یکنواخت در حال دوران است. اندازه نیروی مرکز گرای وارد بر جرم m_2 چند برابر اندازه نیروی مرکز گرای وارد بر جرم m_1 است؟ $(m_2 = \frac{1}{2}m_1)$



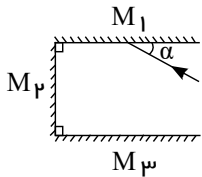
۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۱۲۷ در شکل مقابل، زاویه α ، چند درجه باشد تا پرتو بازتاب از روی آینه‌ی تخت M_3 نسبت به پرتو تابشی به آینه‌ی تخت M_1 به اندازه‌ی 12° منحرف شود؟ (پرتو بازتاب از آینه‌ی تخت M_1 به آینه‌ی تخت M_2 برخورد می‌کند).



۱ (۱)

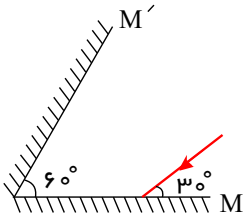
۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۱۲۸

در شکل مقابل، پرتو نور پس از بازتاب از آینه‌ی M به آینه‌ی M' می‌تابد. زاویه‌ی تابش در آینه‌ی M' چند درجه است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۱۲۹ هنگام کوبیدن میخ در قطعه‌ای از چوب، چکش به میخ نیرو وارد می‌کند و سبب فرو رفتن میخ در چوب می‌شود. کدام عامل حرکت چکش را کند و متوقف می‌کند؟

۱ نیروی وزن چکش

۲ واکنش نیروی وزن چکش

۳ نیرویی که از طرف میخ به چکش وارد می‌شود.

۴ واکنش نیروی وزن میخ

۱۳۰ منبع صوتی وسط فاصله‌ی شخص و دیواری قرار دارد. کمترین فاصله‌ی دیوار و شخص چند متر باشد تا شخص پژواک صدای منبع را از صدای اصلی تمیز دهد؟ (تندی صوت در هوا 340 m/s است).

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۱۳۱ دو نوسانگر هماهنگ ساده A و B که معادله‌ی حرکت آن‌ها در SI به صورت $x_A = A \cos \pi t$ و $x_B = A \cos 2\pi t$ است، به طور هم‌زمان روی یک خط شروع به نوسان می‌کنند. چند ثانیه بعد از شروع نوسان، دو نوسانگر برای اولین بار به هم می‌رسند؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۱۳۲ در یک مکان معین و در بازه‌ی زمانی مشخصی، تعداد نوسان‌های آونگ ساده A برابر با ۱۲ نوسان و آونگ ساده B برابر با ۵ نوسان است. اگر در همین مکان، آونگ ساده‌ی قرار دهیم. که طول آن برابر با مجموع طول دو آونگ A و B باشد. در همان مدت زمان، چند نوسان کامل انجام می‌دهد؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۱۳۳ یک ساعت دیواری آونگ دار، در سطح زمین به درستی کار می‌کند. اگر این ساعت را به سطح سیاره‌ای منتقل کنیم، که جرم آن ۴ برابر جرم زمین و چگالی آن $\frac{1}{16}$ برابر چگالی زمین باشد، در هر ۱۲ ساعتی که روی سطح زمین سپری می‌شود. این ساعت چه مدت زمانی عقب‌وپیا جلو می‌افتد.

۱ (۱)

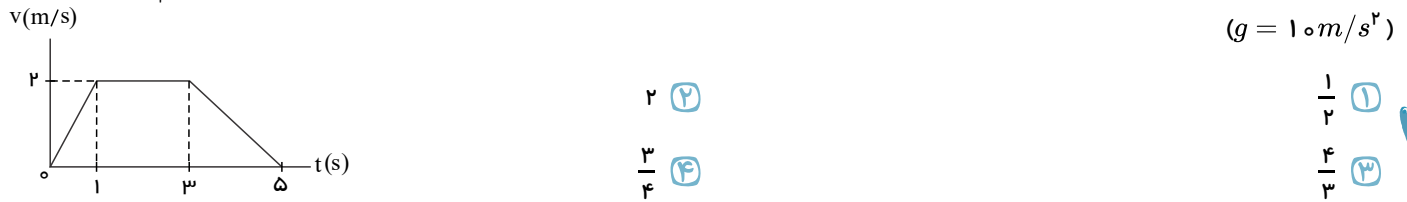
۲ (۲)

۳ (۳)

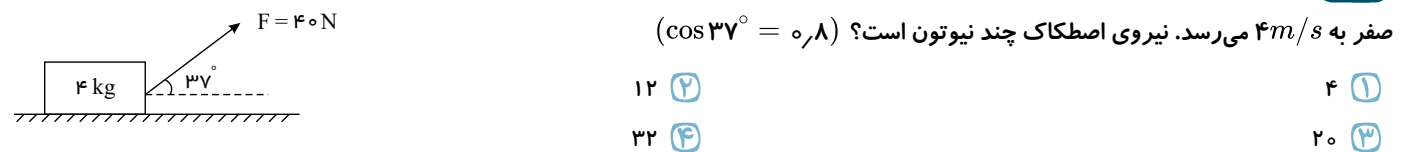
۴ (۴)

۱۳۴) نمودار سرعت - زمان آسانسوری که در راستای قائم به سمت بالا شروع به حرکت می کند مطابق شکل زیر است. اگر اندازه نیروی عمودی که

کف آسانسور به شخص داخل آسانسور وارد می کند در لحظه $t = 0.5s$ برابر با F_{N_1} و در لحظه $t = 4s$ برابر با F_{N_2} باشد، حاصل $\frac{F_{N_1}}{F_{N_2}}$ کدام است؟



۱۳۵) مطابق شکل زیر، به جسمی به جرم ۴ کیلوگرم روی سطح افقی نیروی $F = 40N$ وارد می شود و پس از طی مسافت ۱٫۶ متر سرعتش از



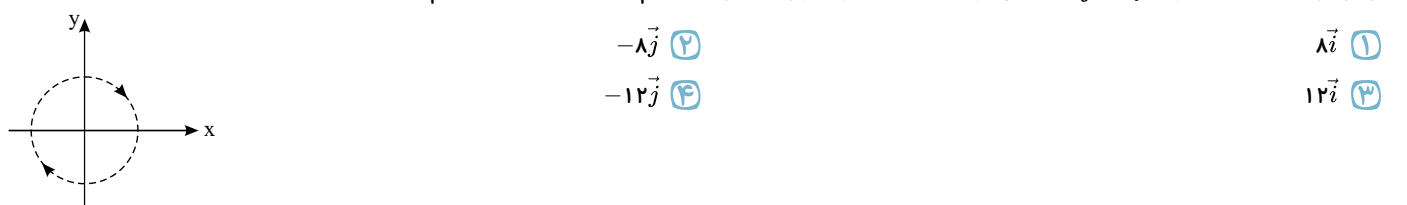
۱۳۶) توسط یک نوسان ساز، با معادله نوسانی: $y = -0.1 \sin(\pi t)$ (SI) روی طنابی که در حالت کشیده شده قرار داشته و توزیع جرم در آن

یکنواخت است، موج عرضی ایجاد می کنیم. شکل داده شده در $t = 0$ و لحظه شروع نوسان را نشان می دهد. شتاب ذره B، نشان داده شده در شکل، در $t = 3s$ چند $\frac{cm}{s^2}$ است؟ (تندی انتشار موج در طناب $200 \frac{cm}{s}$) $(\pi^2 \approx 10)$



۱۳۷) مطابق شکل زیر، متحرکی روی یک دایره با دوره ۴s حرکت دایره ای یکنواخت در جهت مشخص شده انجام می دهد. اگر بردار شتاب

مرکزگرا در یک لحظه به صورت $\vec{a}_c = 18\vec{j}$ باشد، سه ثانیه بعد بردار سرعت کدام است؟ $(\pi = 3)$ و تمام واحدها در SI هستند.



۱۳۸) ذره ای روی محور x و حول مبدأ مختصات با دامنه ۴cm و بسامد ۰٫۵Hz در حال نوسان هماهنگ ساده است. اگر این ذره در لحظه t_1 در

مکان $x = -4cm$ قرار داشته باشد، ۲s پس از این لحظه به ترتیب از راست به چپ، مسافت طی شده توسط ذره چند سانتی متر است و ذره در چه مکانی بر حسب سانتی متر قرار دارد؟

- ۴٫۱۶ (۴) +۴٫۱۶ (۳) +۴٫۸ (۲) -۴٫۸ (۱)

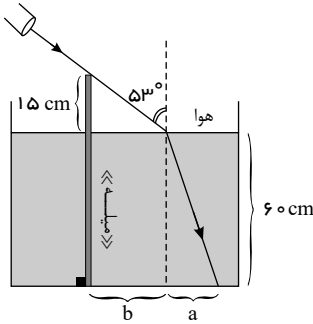
۱۳۹) نمودار مکان - زمان نوسانگری که حرکت هماهنگ ساده انجام می دهد، مطابق شکل زیر است. اگر تندی متوسط آن در ۰٫۴ ثانیه اول حرکت

برابر $5 \frac{cm}{s}$ باشد، اندازه جابه جایی نوسانگر در مدت زمان ۰٫۳ ثانیه اول چند سانتی متر است؟



۱۴۰ پرتو تک رنگی مطابق شکل داده شده، پس از عبور از لبه یک میله (عمود بر کف ظرف)، به سطح مایعی رسیده و شکست یافته است. اگر

(منبع نور تک رنگ)



ضریب شکست مایع $\frac{4}{3}$ باشد، کدام است؟ $\frac{a}{b}$ ($\sin 53^\circ = \cos 37^\circ = 0.8$)

- ① $\frac{9}{4}$
- ② $\frac{18}{4}$
- ③ $\frac{16}{9}$
- ④ $\frac{64}{9}$

۱۴۱ تغییر عدد اکسایش اتم‌های کربن ضمن سوختن کامل اتیلن چقدر است؟

- ① شش
- ② دوازده
- ③ ده
- ④ هشت

۱۴۲ ضمن برقکافت سدیم کلرید مذاب:

- ① یون سدیم اکسید و یون کلر کاهش می‌یابد.
- ② یون کلرید در کاتد کاهش یافته و گاز کلر می‌دهد.
- ③ یون سدیم در کاتد کاهش یافته تبدیل به فلز سدیم می‌شود.
- ④ یون سدیم در کاتد اکسید شده و تبدیل به فلز سدیم می‌شود.

۱۴۳ ۲۰ میلی‌لیتر محلول HCl که pH آن برابر ۳ است، با چند میلی‌گرم کلسیم کربنات واکنش می‌دهد؟ ($C = 12, O = 16, Ca = 40$)

- ① ۰.۵
- ② ۱
- ③ ۲
- ④ ۱۰

۱۴۴ برای تهیه ۲۰۰ mL محلول HCl با $pH = 2$ چند میلی‌لیتر محلول HCl با $pH = 1$ لازم است و محلول تهیه شده با چند میلی‌لیتر سود

۰.۲ مولار خنثی می‌شود؟ (به ترتیب از راست به چپ بخوانید)

- ① ۲۰۰، ۱۰
- ② ۲۰۰، ۲۰
- ③ ۱۰۰، ۲۰
- ④ ۱۰۰، ۱۰۰

۱۴۵ در کدام واکنش عدد اکسایش عناصرها ثابت باقی می‌ماند؟

- ① $CaCO_3(s) \rightarrow CaO(s) + CO_2(g)$
- ② $2CuCl(s) \rightarrow CuCl_2(aq) + Cu(s)$
- ③ $2Mg(s) + O_2(g) \rightarrow 2MgO(s)$
- ④ $2H_2S(g) + SO_2(g) \rightarrow 3S(s) + 2H_2O(g)$

۱۴۶ عدد اکسایش فلوئور در کدام گزینه با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟

- ① MgF_2
- ② OF_2
- ③ F_2
- ④ SF_6

۱۴۷ در دمای $25^\circ C$ ، غلظت مولی HA برابر $12 \times 10^{-3} mol \cdot L^{-1}$ است. اگر مجموع غلظت مولی گونه‌های موجود در محلول پس از یونش، نسبت

به محلول قبل از یونش، 1.04 برابر شده باشد، pH محلول کدام است؟

- ① ۴.۵
- ② ۴.۳
- ③ ۳.۳
- ④ ۱.۷

۱۴۸ به ترتیب ثابت تفکیک اسیدهای HA و HB را نشان می‌دهند. اگر محلول 0.2 مولار HA با درجه تفکیک 0.1 و محلول

0.1 مولار HB با درجه تفکیک 0.2 در اختیار داشته باشیم مقدار عبارت $\frac{K_{a1}}{K_{a2}}$ به تقریب کدام است؟

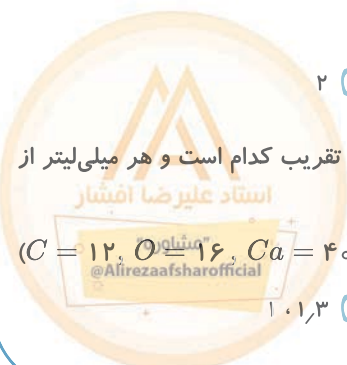
- ① ۲.۲۵
- ② ۰.۴۴
- ③ ۰.۵۵
- ④ ۲

۱۴۹ اگر 11.2 میلی‌لیتر گاز هیدروژن کلرید در شرایط STP در 25 میلی‌لیتر آب حل شود، pH محلول به تقریب کدام است و هر میلی‌لیتر از

این محلول با چند میلی‌گرم کلسیم کربنات واکنش کامل می‌دهد؟

(حجم محلول ثابت و برابر حجم آب فرض شود: $C = 12, O = 16, Ca = 40 : g \cdot mol^{-1}$)

- ① ۱.۰۱۷
- ② ۲.۰۱۷
- ③ ۲.۰۱۳
- ④ ۱.۰۱۳



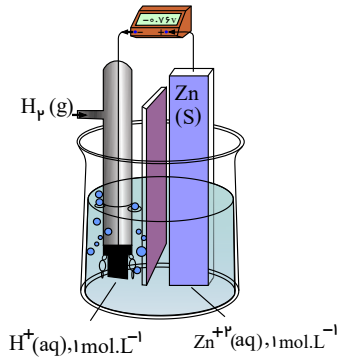
۱۵۰ در تبدیل آنیون CN^- به آنیون NCO^- ، عدد اکسایش نیتروژن و عدد اکسایش کربن

- ۱ تغییر نمی‌کند - دو واحد افزایش می‌یابد
 ۲ دو واحد افزایش می‌یابد - ثابت باقی می‌ماند
 ۳ تغییر نمی‌کند - یک واحد کاهش می‌یابد
 ۴ یک واحد افزایش می‌یابد - ثابت باقی می‌ماند

۱۵۱ زمانی که تیغه مسی در محلول نقره نیترات قرار می‌گیرد، اکسند و کاهنده به ترتیب و می‌باشند و واکنش موازنه شده اکسایش - کاهش به صورت خواهد بود.

- ۱ مس - یون نقره - $Cu(s) + 2Ag^+(aq) \rightarrow Cu^{2+}(aq) + 2Ag(s)$
 ۲ یون نقره - مس - $Cu(s) + 2Ag^+(aq) \rightarrow Cu^{2+}(aq) + 2Ag(s)$
 ۳ مس - یون نقره - $Cu^{2+}(aq) + 2Ag(s) \rightarrow Cu(s) + 2Ag^+(aq)$
 ۴ یون نقره - مس - $Cu^{2+}(aq) + 2Ag(s) \rightarrow Cu(s) + 2Ag^+(aq)$

۱۵۲ اگر در شرایط استاندارد در شکل زیر از آند $1.0 \times 10^{22} \times 6.022$ الکترون خارج شده باشد، چند لیتر گاز هیدروژن تولید شده است؟



- ۱ ۱۱۲
 ۲ ۱٫۱۲
 ۳ ۲۲۴
 ۴ ۲٫۲۴

۱۵۳ کدام گزینه نادرست است؟

- ۱ کم‌ترین عدد اکسایش کربن در اتانویک اسید، ۳- است.
 ۲ اکسند ماده‌ای است که با گرفتن الکترون از گونه‌های دیگر، آن‌ها را اکسید می‌کند.
 ۳ در نیم‌واکنش کاهش، الکترون آزاد می‌شود.
 ۴ نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش هم‌زمان روی می‌دهند.

۱۵۴ پاک‌کننده‌های غیرصابونی، برخلاف پاک‌کننده‌های صابونی که دارای گروه هستند، گروه را دارا می‌باشند. اگر زنجیره

هیدروکربنی سیر شده متصل به حلقه بنزنی در آن ۱۲ اتم کربن داشته باشد، دارای فرمول مولکولی است. (با تغییر)

- ۱ کربوکسیلات - سولفونات - $C_{19}H_{28}SO_3Na$
 ۲ سولفونات - کربوکسیلات - $C_{19}H_{28}SO_3Na$
 ۳ کربوکسیلات - سولفونات - $C_{18}H_{29}SO_3Na$
 ۴ سولفونات - کربوکسیلات - $C_{18}H_{29}SO_3Na$

۱۵۵ کدام یک از ترکیبات زیر اکسید اسیدی است؟

- ۱ ZnO
 ۲ NO
 ۳ Al_2O_3
 ۴ SO_3

۱۵۶ به ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول HCl با $pH = 1$ ، چند میلی‌لیتر محلول HBr با $pH = 0$ اضافه کنیم تا pH محلول نهایی به ۰٫۳ برسد؟
 ($\log 5 = 0.7$)

- ۱ ۸۰
 ۲ ۱۲۰
 ۳ ۴۰
 ۴ ۱۰۰

۱۵۷ اگر یک محلول کاغذ pH را به رنگ آبی درآورد، کدام یک از مواد زیر در آن محلول وجود دارد؟

- ۱ NaOH
 ۲ CO_2
 ۳ HNO_3
 ۴ HCl

۱۵۸ کدام گزینه نادرست است؟

- ۱ کاغذ pH در محلول K_2O آبی رنگ می‌شود.
 ۲ غلظت یون هیدرونیوم در محلول لیتیم هیدروکسید کمتر از غلظت یون هیدروکسید است.
 ۳ در محلول دی‌کلر تری اکسید، غلظت یون هیدرونیوم کمتر از غلظت یون هیدروکسید است.
 ۴ محلول HCl یک اسید آرنیوس است.



۱۵۹) pH محلولی که غلظت یون هیدروژن در آن $M \times 10^{-3}$ است، کدام است؟

- ۱) ۲٫۷ ۲) ۲٫۳ ۳) ۳٫۳ ۴) ۳٫۷

۱۶۰) غلظت یون هیدروژن در محلولی از هیدروفلوئوریک اسید که از حل شدن ۴ گرم HF در 200 ml آب به دست آمده است، چند مول بر لیتر است؟ 2.5% مولکولهای HF در آب یونیده شده‌اند. (از تغییر حجم در اثر انحلال صرف نظر کنید.) ($H = 1, F = 19\text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- ۱) ۰٫۲۵ ۲) ۲٫۵ ۳) ۰٫۰۲۵ ۴) ۱

۱۶۱) چگالی محلول اسید HA که غلظت یون هیدروژن در آن 2 ppm است و pH محلول برابر با 2.5 است، چندگرم بر میلی‌لیتر است؟ ($H = 1\text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}, \log 3 = 0.5$)

- ۱) ۱٫۵ ۲) ۱٫۷۵ ۳) ۲ ۴) ۲٫۲۵

۱۶۲) کدامیک از فلزهای زیر نمی‌تواند سرب را از محلول نمک‌های آن جدا نماید؟

- ۱) آلومینیوم ۲) مس ۳) روی ۴) پتاسیم

۱۶۳) همهٔ مطالب زیر درست هستند، به‌جز...

- ۱) وبا یک بیماری واگیردار است که به دلیل آلوده شدن آب و نبود بهداشت شایع می‌شود.
 ۲) در طول سالیان اخیر، نرخ امید به زندگی در کشورها و مناطق برخوردار در مقایسه با مناطق کمترخوردار، افزایش بیش‌تری داشته است.
 ۳) وازلین آلکانی با مولکولهای ۷۷ اتمی است که در حلال‌های ناقطبی به خوبی حل می‌شود.
 ۴) نیروی بین مولکولی غالب در چربی‌ها و مولکولهای بنزین، یکسان است.

۱۶۴) نسبت غلظت اسید HA با $pH = 4.5$ و درصد یونش 0.2 ، به غلظت آمونیاک در محلول با $pH = 12.7$ و درجهٔ یونش 0.2 در دمای $25^\circ C$ و فشار یک اتمسفر کدام است؟ ($\log 2 = 0.3, \log 3 = 0.5$)

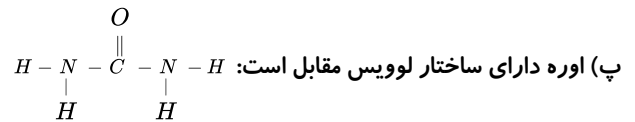
- ۱) ۰٫۰۶ ۲) ۰٫۰۱۵ ۳) ۰٫۲۵ ۴) ۰٫۰۴

۱۶۵) در برقکافت آب حجم گاز تولید شده در دو برابر نیم سلول دیگر است و به دلیل تولید یون در کاتد، کاغذ pH در آن به رنگ در می‌آید.

- ۱) هیدروژن - کاتد - OH^- - آبی ۲) اکسیژن - آند - H^+ - قرمز ۳) هیدروژن - آند - H^+ - قرمز ۴) اکسیژن - کاتد - OH^- - آبی

۱۶۶) کدام موارد از مطالب زیر به درستی بیان شده‌اند؟

آ) اتیلن گلیکول دارای فرمول شیمیایی $C_2H_4O_2$ بوده و به عنوان ضدیخ کاربرد دارد.
 ب) از میان بنزین، روغن زیتون، وازلین و نمک خوراکی، سه گونه در هگزان محلول هستند.



ت) تعداد اتم‌های هیدروژن موجود در وازلین، نصف تعداد اتم‌های هیدروژن موجود در روغن زیتون است.

- ۱) آ - ب ۲) پ - ت ۳) ب - ت ۴) آ - پ

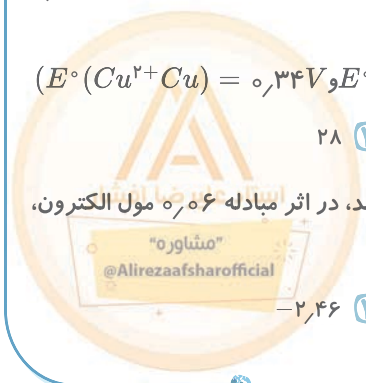
۱۶۷) اگر آلیاژی به جرم ۵۰ گرم از آلومینیم و مس را درون مقدار کافی از HCl قرار دهیم، پس از پایان کامل واکنش، مجموعاً $10^{24} \times 2.408$ الکترون مبادله می‌شود، درصد جرمی مس در آلیاژ اولیه چقدر بوده است؟

($E^\circ(Cu^{2+}/Cu) = 0.34V$ و $E^\circ(Al^{3+}/Al) = -1.67V$ و $Al = 27, Cu = 64 : g \cdot mol^{-1}$)

- ۱) ۳۶ ۲) ۷۲ ۳) ۱۴ ۴) ۲۸

۱۶۸) اگر در واکنش تیغهٔ آلومینیمی در محلول مس II سولفات فقط 50% فلز مس تولید شده روی تیغه بنشیند، در اثر مبادله 0.6 مول الکترون، تغییر جرم تیغهٔ فلزی کدام است؟ ($Al = 27, Cu = 64$)

- ۱) $+0.42$ ۲) -0.42 ۳) 2.46 ۴) -2.46



۱۶۹ کدام گزینه در مورد برقکافت سدیم کلرید مذاب درست است؟

- ۱ در تیغه گرافیتی که به قطب منفی باتری متصل می شود، نیم واکنش آندی رخ می دهد.
 ۲ اطراف قطب منفی سلول، گاز تولید می شود.
 ۳ برای تولید فلز سدیم، علاوه بر این روش، می توان از برقکافت محلول سدیم کلرید نیز استفاده کرد.
 ۴ اندازه تغییر عدد اکسایش گونه کاهنده برابر با گونه اکسنده است.

۱۷۰ در واکنش سوختن کامل گلوکز، مجموع تغییر عدد اکسایش اتم های کربن چند برابر مجموع تغییر عدد اکسایش اتم های کربن در سوختن کامل استون است؟

- ۱ ۳/۴ ۲ ۳/۲ ۳ ۴/۳ ۴ ۲

۱۷۱ اگر واکنش های I و III انجام ناپذیر و واکنش II انجام پذیر باشد، چند مورد از مطالب زیر همواره درست است؟

(I) فلز M دارای پتانسیل کاهش منفی است.

(II) در سلول گالوانی تشکیل شده از نیم سلول های SHE و M، فلز M نقش آند خواهد داشت.

(III) در سلول های گالوانی، فلز M با فلزهای Mg، Al و Ag در دو سلول گالوانی، فلز M نقش کاتد دارد.

پ) فلز M در سری الکتروشیمیایی پایین تر از فلز آلومینیم است.
 ت) در سلول های گالوانی، تشکیل شده از فلز M با فلزهای Mg، Al و Ag نقش کاتد دارد.

$$E_{Mg^{2+}/Mg}^{\circ} = -2,38, \quad E_{Al^{3+}/Al}^{\circ} = -1,66, \quad E_{Ag^{+}/Ag}^{\circ} = +0,8$$

- ۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴

۱۷۲ چند مورد از عبارات زیر در مورد واکنش های برگشت پذیر درست می باشد؟

الف) واکنش های رفت و برگشت در سامانه های برگشت پذیر به طور پیوسته با سرعت برابر انجام می شوند.

ب) این نوع واکنش ها در شرایط مناسب، هم زمان در هر دو جهت رفت و برگشت انجام می شوند.

پ) نشانه ای از برگشت پذیر بودن واکنش ها، حضور حداقل یکی از واکنش دهنده ها و فرآورده ها در مخلوط واکنش است.

ت) پیش روی این واکنش ها کامل نبوده و مقدار فرآورده ها بعد از مدتی تغییر نخواهد کرد.

- ۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴

۱۷۳ کدام گزینه جاهای خالی موارد «الف»، «ب»، «پ» را به درستی پر می کند؟ (گزینه ها را از راست به چپ بخوانید).

الف) در سلول دانز به ازای مصرف ۳۵٫۱ گرم سدیم کلرید، مقدار لیتر گاز کلر تولید می شود. ($Cl = 35,5, Na = 23 : g \cdot mol^{-1}$)
 و شرایط را STP در نظر بگیرید

ب) در سلول سوختی «هیدروژن - اکسیژن» به ازای تولید ۳٫۶g آب، الکترون مبادله می شود. ($H = 1, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

پ) در برقکافت آب برای افزایش رسانایی الکتریکی مقدار کمی به آن می افزایند.

- ۱ ۳۶٫۳، $24,08 \times 10^{22}$ ، $CaCl_2$ ، $2,408 \times 10^{22}$ ، $6,72$ ۲ $CaCl_2$ ، $24,08 \times 10^{22}$ ، $6,72$ ، $2,408 \times 10^{22}$ ، $36,3$ ۳ $NaCl$ ، $2,408 \times 10^{23}$ ، $6,72$ ۴ $NaCl$ ، $2,408 \times 10^{23}$ ، $6,72$

۱۷۴ چنانچه با قرار دادن تیغه ای از جنس فلز مس در محلول نقره نیترات، ۱۹۲۶۴ کولن بار الکتریکی مبادله شود، جرم تیغه چند گرم تغییر خواهد کرد؟ (فرض کنید تمامی یون های کاهش یافته بر روی تیغه مسی رسوب کرده اند و بار الکتریکی الکترون را $1,6 \times 10^{-19}$ کولن در نظر بگیرید).

$$(Cu = 64, Ag = 108 : g \cdot mol^{-1})$$

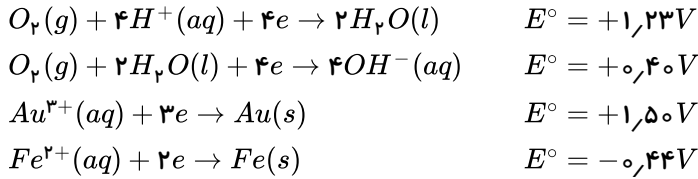
- ۱ ۱۵٫۲ ۲ ۳۰٫۴ ۳ ۷٫۶ ۴ تغییر جرمی روی نمی دهد.

۱۷۵ یک تیغه آلومینیومی را در ۵۰۰mL محلول $CuSO_4$ با غلظت $8 mol \cdot L^{-1}$ قرار می دهیم. اگر طی مدت زمان نیم دقیقه،

$1,0836 \times 10^{22}$ الکترون بین گونه اکسنده و کاهنده مبادله شود، سرعت واکنش بر حسب $mol \cdot s^{-1}$ در بازه زمانی داده شده کدام است؟

- ۱ ۰٫۰۰۳ ۲ ۰٫۰۰۲ ۳ ۰٫۱۸ ۴ ۰٫۰۰۱

۱۷۶ با توجه به نیم‌واکنش‌های زیر کدام عبارت‌ها نادرست‌اند؟



الف) خوردگی آهن در محیط اسیدی به میزان بیشتری نسبت به محیط خنثی روی می‌دهد.

ب) طلا در محیط خنثی اکسایش نمی‌یابد ولی در محیط اسیدی دچار اکسایش می‌شود.

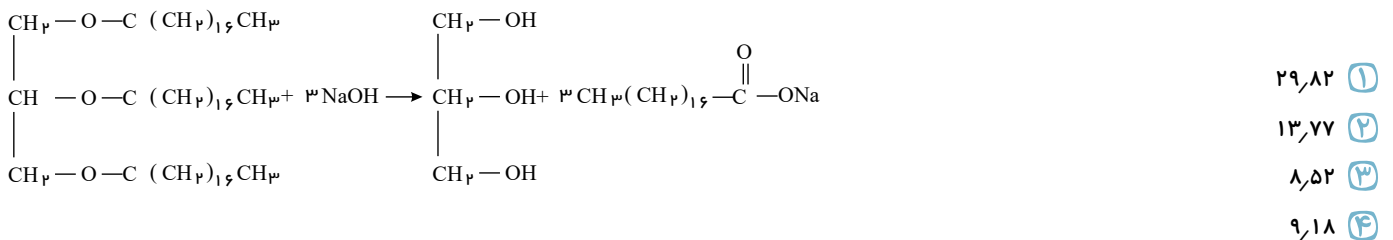
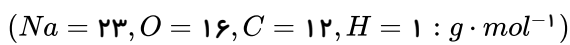
پ) در خوردگی آهن در محیط اسیدی عدد اکسایش آهن به میزان بیشتری نسبت به محیط خنثی افزایش می‌یابد.

ت) در فرآیند خوردگی آهن، عدد اکسایش اتم‌های اکسیژن در محیط اسیدی و محیط خنثی به یک میزان کاهش می‌یابد.

- الف و ت ① ب، پ و ت ② ب و پ ③ الف و پ ④

۱۷۷ ۲۲٫۲۵ کیلوگرم از یک نمونه چربی با جرم مولی $890 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ را طبق واکنش زیر در محلول سدیم هیدروکسید کافی حرارت می‌دهیم.

اگر بازده درصدی این واکنش ۴۰٪ باشد، چند کیلوگرم صابون تولید خواهد شد؟



۱۷۸ فرمول شیمیایی اسیدچرب ۱۸ کربن با زنجیر آلکیل سیر شده کدام است؟



۱۷۹ همه عبارت‌های زیر درست هستند، به جز

① رنگ پوششی همانند سس مایونز و ژله نمونه‌هایی از کلویدها هستند.

② سطح بیرونی لکه چربی احاطه شده با مولکول‌های صابون در آب، دارای بار الکتریکی منفی است.

③ قدرت پاک‌کنندگی صابون در آب دریا کمتر از آب چشمه است، زیرا آب دریا حاوی مقدار چشمگیری از یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+} است.

④ وازلین همانند روغن زیتون در هگزان مخلوط ناهمگن ایجاد می‌کند.

۱۸۰ HA و HB دو اسید ضعیف هستند ($\alpha_{HB} = 0,04, K_{aHA} = 4 \times 10^{-7}$). اگر $0,04$ مول از هر کدام را جداگانه در 100 mL آب حل کنیم، نسبت pH محلول HA به غلظت یون هیدروکسید در محلول HB چقدر است؟ (محلول‌ها را در دمای اتاق در نظر بگیرید).

- ① $2,125 \times 10^2$ ② $5,44 \times 10^{12}$ ③ $2,125 \times 10^{-2}$ ④ $5,44 \times 10^{-12}$



پاسخنامه تشریحی

۱) سطح ایستایی در نقاط مرتفع و دامنه‌ی کوه‌ها در عمق بیش تر و در دره‌ها و نقاط پست در عمق کم تر قرار دارد. متوسط

۲) ته نشین شدن ذرات درشت ماسه بر روی ذرات ریز آهک نشان‌دهنده‌ی پستی دریاست. بنابراین پس از رسوبات ذرات، به ترتیب در شکل پستی دریا، پیشروی دریا (رسوب‌گذاری شیل بر روی ماسه، گسل عادی، ناپوستگی هم‌شیب رسوب‌گذاری ماسه، تزریق دایک و در نهایت فرسایش صورت گرفته است. سخت

۳) واحدهای زمانی زمین‌شناسی از بزرگ به کوچک عبارتند از: ائون، دوران، دوره، عصر(دور) (۱) پالتوزویک دورانی از ائون فانروزویک. (۲) فانروزویک. (۳) کرتاسه دوره‌ای از دوران مروزویک است. (۴) پرمن دوره پالتوزویک است. سخت

۴) بخش عمده‌ی آب زیرزمینی سرانجام از طریق چشمه، چاه یا قنات مجدد به سطح زمین راه می‌یابد. متوسط

۵) بیشترین تخریب رودخانه‌ها در دیواره‌ی مقعر آن‌ها اتفاق می‌افتد. متوسط

۶) تخریب و فرسایش بیشتر در دیواره‌ی مقعر اتفاق افتاده است. متوسط

۷) درخشش رنگین‌کمانی در جواهر اپال دیده می‌شود. متوسط

۸) متوسط

$$5000 \div 2 = 25000$$

$$\frac{5}{2} = 2,5 \quad \text{یا} \quad 50000 \div 5 = 10000 \quad \frac{25000}{10000} = 2,5$$

سخت

۹) لایه‌ی B یک گدازه مدفون و قدیمی است و نمی‌تواند نفوذی باشد است. (گزینه‌های ۱ و ۲ و ۳ درست هستند). سخت

۱۰) در اول تیر ماه و اول دی ماه اختلاف ساعت شبانه‌روز به حداکثر می‌رسد. سخت

۱۱) در نیمکره‌ی شمالی سایه‌ها رو به شمال (در هر مدار) و در نیمکره‌ی جنوبی سایه‌ها رو به جنوب (در هر مدار) تشکیل می‌شود. سخت

۱۲) در بهمن ماه سرعت چرخش زمین به دور خورشید از مرداد ماه بیشتر است، چون زمین به خورشید نزدیک‌تر است و جاذبه‌ی بیشتری از طرف خورشید به آن می‌رسد. متوسط

۱۳) A ← فلدسپار پلاژیوکلاز C ← کوارتز B ← فلدسپارهای پتاسیم متوسط

۱۴) لایه‌های زغال‌دار طبس نشان‌دهنده‌ی وجود مناطق باتلاقی و آب و هوای گرم و پرباران است. متوسط

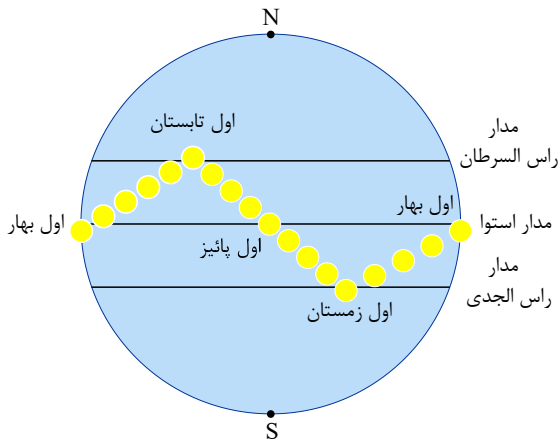
۱۵) منشأ گرمایی: مس، سرب، روی، مولیبدن، قلع منشأ ماگمایی: ذخایر کروم، نیکل، پلاتین و... به همراه عناصر لیتیم، کانی‌های گوهری، زمرد، کانی‌های صنعتی مانند مسکوویت سخت

۱۶) پیدایش اولین گیاه آونددار در دوره‌ی سیلورین اتفاق افتاد نه اردوین. متوسط



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

با توجه به شکل زیر می توان گفت:



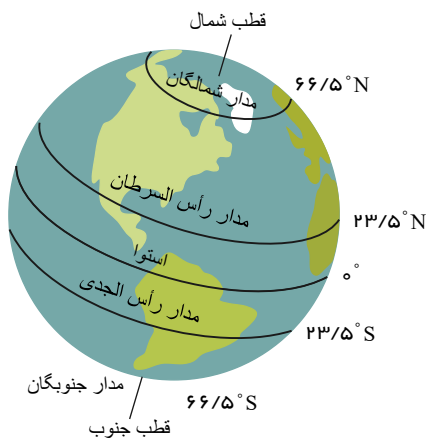
۱- در اول بهار و اول پاییز، خورشید بر استوا عمود می تابد.

۲- در اول تابستان خورشید بر مدار رأس السرطان عمود می تابد.

۳- در اول زمستان (اول دی) خورشید بر مدار رأس الجدی عمود می تابد. (نادرستی گزینۀ ۴)

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸ شهری که در خردادماه سایه ندارد، متعلق به مدار بین صفر تا ۲۳٫۵ درجه شمالی است.



سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹ در بخش های عمیق پوسته، به علت گرمای ناشی از شیب زمین گرمایی و یا توده های مذاب، دمای آب های موجود در این مناطق افزایش می یابد. این آب ها برخی عناصر را به شکل کانسنگ در داخل شکستگی های سنگ ته نشین می کنند و رگه های معدنی را می سازند. بسیاری از ذخایر مس، سرب، روی، مولیبدن، قلع و برخی از فلزات دیگر منشأ گرمایی دارند.

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰ وقتی که مسیر رودخانه دارای انحنا باشد، بیشترین سرعت از وسط رودخانه به طرف دیواره مقعر آن منتقل می شود؛ به طوری که در دیواره مقعر بیشترین فرسایش و در نقطه مقابل (دیواره محدب) بیشترین رسوبگذاری رخ می دهد. با توجه به شکل، میزان فرسایش در نقطه A کمتر از نقطه B است.

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = A$$

دقت کنید وقتی $A^2 = A$ شده است پس A به هر توانی هم که برسد همان A می شود، یعنی:

$$A + A^2 + A^3 + A^4 + A^5 = 5A = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 5 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{جمع درایه ها} = 5 + 5 = 10$$

آسان

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲ چون عدد a فرد است، پس باقیمانده تقسیم آن بر ۲ مساوی ۱ است بنابراین طبق فرض باقیمانده بر ۴ و ۸ نیز مساوی ۱ می شود.

$$a^2 \equiv 1 \Rightarrow a^2 + 6 \equiv 7 \equiv 1$$

$$a^4 \equiv 1 \Rightarrow a^2 + 6 \equiv 7 \equiv 3$$

$$a^8 \equiv 1 \Rightarrow a^2 + 6 \equiv 7$$

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳

روش اول: با تعویض ستون اول و هفتم و همچنین ستون دوم و ششم و ستون های سوم و پنجم یک دترمینان قطری ایجاد می شود که حاصل آن منهای دترمینان اولیه می باشد.

$$(-1) \times \dots \times (-1) \times a_1 a_2 \dots a_p a_q$$

روش دوم:

$$\begin{vmatrix} \circ & \circ & \dots & a_1 \\ \circ & \circ & \dots & a_2 \\ \circ & \circ & \dots & a_r \\ \circ & \circ & \dots & a_n \end{vmatrix}_{n \times n} = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} \times (\text{حاصلضرب قطر فرعی}) \stackrel{n=7}{=} (-1)^{\frac{7 \times 6}{2}} \times (a_1 a_2 \dots a_7) = -a_1 a_2 \dots a_7$$

متوسط

روش اول: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴

$$A^r = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 10 & 21 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 10 & 21 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\alpha & \alpha \\ 5\alpha & 4\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2 \\ \beta = 13 \end{cases}$$

روش دوم: هر ماتریس 2×2 مثل A در رابطه‌ی زیر صدق می‌کند.

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^r - (a+d)A + |A|I = 0$$

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^r - 2A - 13I = 0 \Rightarrow A^r = 2A + 13I \Rightarrow \alpha = 2, \beta = 13$$

آسان

عددی بر ۹ بخشپذیر است که مجموع ارقام آن بر ۹ بخشپذیر باشد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵

عددی بر ۱۱ بخشپذیر است که اگر از سمت راست ارقام را یکی در میان مثبت و منفی کنیم، حاصل بر ۱۱ بخشپذیر باشد.

$$\begin{cases} \overline{a \ 6 \ 3 \ b \ 2 \ 9} \stackrel{11}{=} 0 \Rightarrow 9 - 2 + b - 3 + 6 - a \stackrel{11}{=} 0 \Rightarrow b \stackrel{11}{=} a + 1 & b = a + 1 \text{ پس } a, b \text{ دو عدد متوالی هستند پس} \\ \overline{a \ 6 \ 3 \ b \ 2 \ 9} \stackrel{9}{=} 0 \Rightarrow a + 6 + 3 + b + 2 + 9 \stackrel{9}{=} 0 \Rightarrow a + b + 2 \stackrel{9}{=} 0 \end{cases}$$

پس $a = 3$ و $b = 4$ قابل قبول است.

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶

نکته: $a^n + b^n \stackrel{ab}{=} (a+b)^n$

روش دوم: به n یک مقدار دلخواه مثلاً ۱ می‌دهیم.

$$\begin{aligned} 7^n + 8^n &\stackrel{56}{=} (7+8)^n \stackrel{56}{=} 15^n \Rightarrow 15^n - 7^n - 8^n \stackrel{56}{=} 0 \\ 15^n - 7^n - 8^n &\stackrel{56}{=} 15 - 7 - 8 \stackrel{56}{=} 0 \end{aligned}$$

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷

$$a = bq + r, \quad 0 \leq r < b$$

$$\begin{cases} a = bq + 2q \\ a = (b-3)(q+5) \end{cases} \Rightarrow bq + 2q = bq + 5b - 3q - 15 \Rightarrow 5b - 5q = 15 \Rightarrow b - q = 3 \Rightarrow b = q + 3$$

از طرفی در قضیه تقسیم، $a = bq + 2q$ محدودیت باقیمانده را لحاظ می‌کنیم

$$0 \leq r < b \Rightarrow 0 \leq 2q < b \Rightarrow q < \frac{b}{2} \Rightarrow q < \frac{q+3}{2} \Rightarrow 2q < q+3 \Rightarrow q < 3 \Rightarrow \max(q) = 2$$

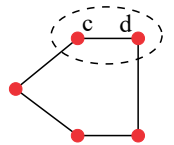
$$a_{\max} = 5 \times 2 + 2 \times 2 = 14$$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸

روش اول: یال cd را یک بسته فرض می‌کنیم.

$$? = \binom{4}{3} \times \frac{\overset{\text{بسته ی } cd}{(1+3-1)!}}{2} \times \underset{\text{جابه جایی } d,c}{2!} = 24$$



روش دوم: دور بطول ۵ نیاز به ۵ رأس دارد که باید ۲ تا از آنها c, d باشند پس ۳ رأس دیگر می‌خواهیم که اینکار را به $\binom{4}{3}$ طریق می‌توان انجام داد، ۳ رأس انتخابی به ۳ جابه جا شده و دورهای جدید شامل یال cd می‌سازند پس:

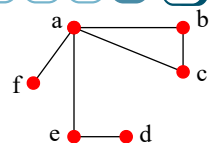
$$\text{تعداد} = \binom{4}{3} \times 3! = 24$$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹

باید گراف گفته شده را رسم کنیم. با توجه به گراف رسم شده تعداد یال ها (q) برابر ۶ است و بیشترین و کمترین درجه ی رؤس به ترتیب ۴، ۱ است پس:

$$\begin{cases} \Delta = 4 \\ \delta = 1 \Rightarrow \Delta + \delta + q = 11 \\ q = 6 \end{cases}$$



آسان

دترمینان را نسبت به سطر اول بسط می‌دهیم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰

$$1(-a-0) + a(-1-1) = 6 \Rightarrow -a - 2a = 6 \Rightarrow -3a = 6 \Rightarrow a = -2$$

آسان



۱ ۲ ۳ ۴ ۳۱

$$\begin{cases} 107 = bq + 3 \rightarrow b > 3 \\ 83 = bq' + 5 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 24 = b(q - q') - 2, \quad b > 5 \Rightarrow 26 = b(q - q')$$

$\Rightarrow 26 = bq'' \Rightarrow$ مقسوم علیه طبیعی بزرگ تر از پنج است
 $\Rightarrow b = 1$ یا ۲ یا ۱۳ یا ۲۶

اما با توجه به الگوریتم تقسیم، باید $b > 5$ باشد، پس b برابر ۱۳ یا ۲۶ است.
 سخت

همواره مربع عدد طبیعی فرد به صورت $8k + 1$ است و نقضی ندارد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۲

مثال نقض گزینه ۱، اعداد 2^n است.

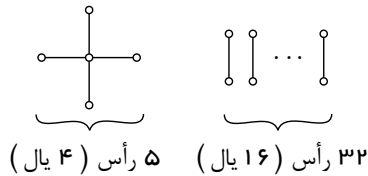
مثال نقض گزینه ۲، اعداد $8k + 7$ است.

مثال نقض گزینه ۴، اعداد $n \geq 6$ است.

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۳

برای آنکه مرتبه ی گراف حداکثر شود یک رأس درجه ۴ در نظر گرفته و بقیه رأس ها را درجه یک در نظر می گیریم یعنی:



یعنی در کل $32 + 5 = 37$ رأس وجود دارد.
 سخت

نکته: اگر $ac \equiv bc \pmod{m}$ و $a \not\equiv b \pmod{m}$ آنگاه $(c, m) = d$ ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۴

ابتدا دو طرف را بر 3^n تقسیم می کنیم:

$$6^{11} \equiv 2^{22} \pmod{3^n} \xrightarrow{\div 3^n} 3^{11} \equiv 1 \pmod{3^n}$$

پس می خواهیم بینیم حداقل مقدار n در رابطه $3^n \equiv 1$ کدام است.

$$3^3 \equiv 1 \pmod{5} \xrightarrow{\times 3} 3^4 \equiv 3 \pmod{5} \xrightarrow{\times 3} 3^5 \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow n_{\min} = 5$$

آسان

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۵

$$3A - 2X = 4I$$

$$3 \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} - 2X = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 & -6 \\ 12 & 18 \end{bmatrix} - 2X = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$2X = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 12 & 14 \end{bmatrix} \rightarrow X = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$$

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۶

$$A = [a_{ij}]_{(m-1) \times (n+2)}, \quad B = [b_{ij}]_{(m+2) \times (2n-1)}$$

برای این که A و B قابل ضرب در یکدیگر باشند:

$$n + 2 = m + 2$$

همچنین حاصل ضرب AB از مرتبه ی زیر خواهد بود:

$$(m - 1) \times (2n - 1) = 5 \times (p + 3) \rightarrow m - 1 = 5 \rightarrow m = 6$$

$$n + 2 = m + 2 \xrightarrow{m=6} n + 2 = 6 + 2 \rightarrow n = 7$$

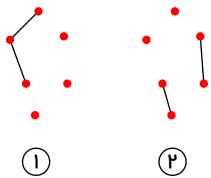
$$2n - 1 = p + 3 \xrightarrow{n=7} p = 10 \rightarrow m + n + p = 6 + 7 + 10 = 23$$

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۷

$$q = 13 \Rightarrow p = 6 + 3 + q = 22 \Rightarrow 22 - 13 = 9$$

تعداد گراف های ۲ یال و رأس را رسم می کنیم.



در واقع ۲ گراف مکمل به دست آمده پس ۲ گراف وجود دارد که در شرایط مسئله صدق کند. توجه شود که مکمل گراف‌های فوق پاسخ مسئله است.

سخت ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۸

پس این گراف قطعاً ناهمبند است. $q < p - 1 \rightarrow q = 6 \rightarrow 5 \times 1 + 2 \times 2 + 3 = 2q$

سخت ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۹

گزینه (۱) $abc = 1 \times (d) \rightarrow 1|abc$

گزینه (۲) $d = ab(c) \rightarrow ab|d$

گزینه (۳) $\circ = abc(\circ) \rightarrow abc|\circ$

آسان

چون رابطه به ازای هر n برقرار است پس باید $m^2 - 5m + 5 = \pm 1$ داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۰

$\begin{cases} 1) m^2 - 5m + 5 = 1 \Rightarrow m = 1 \text{ یا } m = 4 \\ 2) m^2 - 5m + 5 = -1 \Rightarrow m = 2 \text{ یا } m = 3 \end{cases}$

آسان

برای اینکه y صحیح باشد، باید $n + 1 | n^2 + 4$ ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۱

$$\left. \begin{aligned} n + 1 | n^2 + 4 \\ n + 1 | n + 1 \Rightarrow n + 1 | (n + 1)(n - 1) = n^2 - 1 \end{aligned} \right\} \rightarrow n + 1 | (n^2 + 4) - (n^2 - 1) \rightarrow n + 1 | 5$$

$$\rightarrow n + 1 \in \{-5, -1, 1, 5\} \xrightarrow{-1} n \in \{-6, -2, 0, 4\}$$

بنابراین بیشترین مقدار n عدد ۴ می‌باشد.

سخت

طبق فرض $p + 27 = a^3$ بنابراین داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۲

$p = a^3 - 27 = (a - 3)(a^2 + 3a + 9)$

پس $a^2 + 3a + 9 | p$, $a - 3 | p$, چون a عددی طبیعی است پس $a^2 + 3a + 9 > 1$ و چون p عددی اول است، بنابراین $a - 3 = 1$ از اینجا $a = 4$ به

دست می‌آید. در نتیجه $p = 37$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۳

$\frac{m}{3} = \frac{2}{m+5} \neq \frac{m+2}{2} \rightarrow m(m+5) = 6 \rightarrow m = 1$ (زیرا $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} \neq \frac{3}{2}$)

آسان

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۴

$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}}_B A \underbrace{\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_C = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}}_D \rightarrow BAC = D$

طرفین را از سمت چپ در B^{-1} و از سمت راست در C^{-1} ضرب می‌کنیم، بنابراین:

$B^{-1}BACC^{-1} = B^{-1}DC^{-1} \rightarrow A = B^{-1}DC^{-1}$

$B^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, C^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$A = B^{-1}DC^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow |A| = \frac{2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

سخت

برای رد مورد اول دو عدد $\sqrt{2}, -\sqrt{2}$ را در نظر بگیرید (۳ عدد صحیح بین این دو وجود دارد). ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۵

درستی مورد دوم را هم می دانیم: مثال نقض مورد اول، مورد سوم را نیز رد می کند برای رد مورد چهارم دو عدد گویای ۱ و ۲ را در نظر بگیرید $\sqrt{3}$ و $\sqrt{2}$ بین این دو عدد قرار دارند.

متوسط

عکس قضیه مورد ۲ برقرار نیست زیرا عکس قضیه به ازای سایر ریشه های $x^2 - x - 2$ نیز برقرار است و الزاماً $x = 1$ نتیجه نمی شود به دلیل مشابه عکس

قضیه مورد سوم هم برقرار نیست.

توجه نمایید در قضیه اول عبارت داخل پرانتز ریشه ندارد.

سخت

$$\left. \begin{matrix} a \equiv b \\ a \equiv b \end{matrix} \right\} \rightarrow \left. \begin{matrix} a \equiv b \\ a \equiv b \end{matrix} \right\} \xrightarrow{n \in \mathbb{N} - \{1\}} a \equiv b \text{ تذکر: } \quad \text{۱} \quad \text{۲} \quad \text{۳} \quad \text{۴} \quad \text{۴۷}$$

می توان نوشت:

$$\left. \begin{matrix} a \equiv b \\ b \equiv c \end{matrix} \right\} \rightarrow a \equiv c$$

آسان

ابتدا صورت کلی جواب های معادله را می یابیم: $\text{۱} \quad \text{۲} \quad \text{۳} \quad \text{۴} \quad \text{۴۸}$

$$15x + 6y = 21 \xrightarrow{\div 3} 5x + 2y = 7 \rightarrow 5x \equiv 7 - 2y \xrightarrow{(2,5)=1} x \equiv 1 - \frac{2}{5}y \rightarrow x = 2k + 1$$

$$15(2k + 1) + 6y = 21 \rightarrow 6y = 21 - 15 \times 2k - 15 \rightarrow y = 1 - 5k$$

$$\begin{cases} x = 2k + 1 \\ y = 1 - 5k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

برای پیدا کردن جواب های معادله در بازه مورد نظر به صورت زیر عمل می کنیم:

$$\begin{cases} -3 \leq x \leq 3 \rightarrow -3 \leq 2k + 1 \leq 3 \rightarrow -15 \leq k \leq 14 \\ -3 \leq y \leq 3 \rightarrow -3 \leq 1 - 5k \leq 3 \rightarrow -5 \leq k \leq 6 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک ۲ محدوده}} -5 \leq k \leq 6$$

بنابراین ۱۲ جواب در محدوده مورد نظر دارد.

سخت

عدد ۱۲۵ به صورت 5^3 تجزیه می شود اعدادی نسبت به ۱۲۵ اول هستند که بر ۵ بخش پذیر نباشند؛ در بین اعداد ۱ تا ۱۲۵، ۲۵ عدد به ۵ بخش پذیرند؛

بنابراین $100 = 125 - 25$ عدد نسبت به ۱۲۵ اول هستند.

سخت

از رابطه $45a + 35b = 30$ می توان نتیجه گرفت $9a + 7b = 6$ ؛ فرض می کنیم $(a, b) = d$ داریم: $\text{۱} \quad \text{۲} \quad \text{۳} \quad \text{۴} \quad \text{۵۰}$

$$\left. \begin{matrix} d|a \\ d|b \end{matrix} \right\} \rightarrow d|9a + 7b \rightarrow d|6$$

می دانیم معادله سیاله $ax + by = c$ جواب دارد اگر و فقط اگر $(a, b)|c$. در بین گزینه ها فقط به ازای $c = 48$ قطعاً رابطه $d|c$ برقرار است.

سخت

فرض کنید $d = (a, b)$ در اینصورت: $\text{۱} \quad \text{۲} \quad \text{۳} \quad \text{۴} \quad \text{۵۱}$

$$\left. \begin{matrix} d|a \\ d|b \end{matrix} \right\} \rightarrow d^2|ab \rightarrow d^2|462$$

با توجه به اینکه $11 = 2 \times 3 \times 7 \times 11$ پس $462 = 2 \times 3 \times 7 \times 11$ بر مربع هیچ عدد طبیعی غیر از یک بخش پذیر نیست؛ در نتیجه داریم: $d = 1$.

سخت

توجه کنید که $330 = 3 \times 11 \times 2 \times 5$ ، $33 = 3 \times 11$ بنابراین چون $(a, b) = 33$ پس $33|b$ یعنی می توان نوشت $b = 33k$. البته توجه کنید که k

چون $2/k, 5/k, 9/k$ پس داریم: $k \in \{1, 3, 7, 9\}$

سخت

چون $a^3|a^3 = a^y$ بنابراین $a^3|a^y$ حال چون $[a^3, a^y] = [a^3, b^3]$ پس $a^y|[a^3, b^3]$ پس $a^y|[a^3, b^3]$ برابر a^y می باشد. $\text{۱} \quad \text{۲} \quad \text{۳} \quad \text{۴} \quad \text{۵۳}$

سخت

توجه کنید که $280 = 2^3 \times 7 \times 5$ ، $560 = 2^5 \times 7 \times 5$ پس اگر $[a, 280] = 560$ باید دقیقاً ۵ عامل ۲ و ۲ عامل ۵ و حداکثر یک عامل ۷

داشته باشد. به هیچ عدد اول دیگری بخش پذیر نباشد، بنابراین رابطه مذکور تنها به ازای عدد $2^5 \times 5^2 \times 7$ برقرار است.

سخت

$\text{۱} \quad \text{۲} \quad \text{۳} \quad \text{۴} \quad \text{۵۵}$

نکته:

$$(1) a|b \Leftrightarrow \begin{cases} a^n|b^n & n \in \mathbb{N} \\ ka|kb & k \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad (2) \left. \begin{matrix} a|b \\ a|c \end{matrix} \right\} \xrightarrow{m, n \in \mathbb{Z}} a|mb + nc$$

$$(3) a|b \Rightarrow a|kb \quad k \in \mathbb{Z} \quad (4) \left. \begin{matrix} a|b \\ b|c \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{تعدی}} a|c$$

$$a^2|a + b \xrightarrow{\text{سمت راست } (a-b) \times} \begin{cases} a^2|a^2 - b^2 & \times -1 \\ a^2|a^2 & \times 1 \end{cases} \rightarrow a^2|b^2$$

گزینه ۱:

گزینه ۲:



گزینه ۴:
$$\begin{cases} a^2 | b^2 \\ a^2 | a^2 \end{cases} \xrightarrow{\text{مجموع}} a^2 | a^2 + b^2$$

برای گزینه ۳ مثال نقض $a = 3$ و $b = 6$ وجود دارد.

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۶

ماتریس قطری، ماتریسی است که کلیه درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن همگی برابر صفر باشند.

$$B \times A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & b \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 & a \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a+2 \\ 12+2b & 3a-b \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} 12+2b=0 \Rightarrow b=-6 \\ a+2=0 \Rightarrow a=-2 \end{cases} \Rightarrow 3a-b=0$$

بنابراین تمام درایه‌های ماتریس $B \times A$ برابر صفر است و در نتیجه مجموع درایه‌های این ماتریس نیز صفر است.

آسان

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۷

در ماتریس A و B با هم برابرند هرگاه درایه‌های آنها نظیر با هم برابر باشند.

$$A = B \Rightarrow \begin{bmatrix} x+2y & -1 \\ t+1 & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 2x+3y \\ y-1 & -t+1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \text{حل دستگاه} \\ \begin{cases} x+2y=-2 \\ 2x+3y=-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-3 \end{cases} \\ y=-3 \\ t+1=y-1 \rightarrow t=-5 \\ z=-t+1 \rightarrow z=6 \end{cases}$$

پس:

$$x + y + z + t = 2$$

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۸

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

نکته: شرط آنکه ماتریس A وارون پذیر باشد آن است که $|A| = ad - bc \neq 0$ باشد.

$$3A^{-1} + B = \begin{bmatrix} -7 & 6 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4a-1 & -14 \\ 5 & a-10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4a-8 & -8 \\ 9 & a-13 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{21-24} \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{\times 3} 3A^{-1} = \begin{bmatrix} -7 & 6 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$$

شرط آنکه ماتریس فوق وارون پذیر نباشد آن است که دترمینان آن مساوی صفر باشد. پس:

$$\begin{aligned} |3A^{-1} + B| = 0 &\Rightarrow (4a-8)(a-13) - 9(-8) = 0 \\ &\Rightarrow 4a^2 - 52a - 8a + 104 + 72 = 0 \Rightarrow 4a^2 - 60a + 176 = 0 \\ \div 4 &\rightarrow a^2 - 15a + 44 = 0 \Rightarrow (a-4)(a-11) = 0 \rightarrow \begin{cases} a=4 \\ a=11 \end{cases} \end{aligned}$$

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۹

نکته: شرط آنکه معادله هم‌نهشتی $ax \equiv b \pmod{m}$ در \mathbb{Z} فاقد جواب باشد آن است که $(a, m) \nmid b$

چون معادله $ax \equiv 18 \pmod{15}$ فاقد جواب است پس $(a, 15) \nmid 18$ از طرفی می‌دانیم $(a, 15)$ یکی از اعداد ۱، ۳، ۵، ۱۵ می‌باشد چون $(a, 15) \nmid 18$ پس ۱۵ یا ۵ یا $(a, 15) = 5$ بنابراین a حتما مضرب ۵ می‌باشد.

در گزینه ۲، $(a, 10)$ با توجه به اینکه a مضرب ۵ است، ۵ یا ۱۰ می‌باشد که هیچکدام ۱۲ را نمی‌شمارند.

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۰

$$7x + 11y = 23 \Rightarrow 11y = 23 - 7x \Rightarrow 11y \equiv 23 - 7x \pmod{11} \Rightarrow 4y \equiv 23 - 7x \pmod{11} \Rightarrow 4y \equiv 2 - 7x \pmod{11} \xrightarrow{\div 4} y \equiv 4 - 7x \pmod{11} \Rightarrow y = 7k + 4$$

$$\text{رادر معادله صندق می‌دهیم.} \rightarrow y = 7k + 4 \Rightarrow 7x + 11(7k + 4) = 23 \Rightarrow 7x = -11 \times 7k - 21 \xrightarrow{\div 7} x = -11k - 3$$

$$x + y = (-11k - 3) + (7k + 4) = -4k + 1$$

اگر $k = -3$ باشد، آنگاه $x + y = 13$ ولی به‌ازای هیچ مقداری از $k \in \mathbb{Z}$ ، سایر گزینه‌ها حاصل نمی‌شود.

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۱

می‌دانیم: $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$

$$\sin^2 x - \cos^2 x = \sin^2 \left(\frac{3\pi}{2} + x \right) \Rightarrow -\cos 2x = -\cos x \Rightarrow \cos 2x = \cos x$$

مشاوره
Alirezaafsharofficial

$$x = 2k\pi \quad \text{یا} \quad x = \frac{2k\pi}{3} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3}$$

$x = \frac{2k\pi}{3}$ جواب‌های $x = 2k\pi$ را پوشش می‌دهد.

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۲

برای توابعی که چند رادیکال داخل هم دارند ابتدا دامنه رادیکال‌های داخلی را می‌یابیم و سپس دامنه رادیکال بزرگتر را حساب می‌کنیم و بعد اشتراک همه را می‌گیریم:

$$y = \sqrt{\sqrt{\frac{x}{3} + 2} - \left(\frac{x}{3} + 2\right)}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -6 \\ \sqrt{\frac{x}{3} + 2} - \left(\frac{x}{3} + 2\right) \geq 0 \Rightarrow \sqrt{\frac{x}{3} + 2} \geq \frac{x}{3} + 2 \Rightarrow \frac{x}{3} + 2 \geq \left(\frac{x}{3} + 2\right)^2 \Rightarrow \frac{x}{3} + 2 \leq 1 \Rightarrow \frac{x}{3} \leq -1 \Rightarrow x \leq -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -6 \leq x \leq -3$$

چهار عدد صحیح

توجه کنیم که اگر $a > 0$ و $a^2 \leq a$ آنگاه قطعاً $a \leq 1$ است.

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۳

بر روی دایره‌ی مثلثاتی کمان‌های $\frac{5\pi}{6}$ و $\frac{7\pi}{6}$ را پیدا کرده و مینیمم مقدار کسینوس را یکبار در بازه‌ی $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}\right]$ و یکبار در بازه‌ی $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{7\pi}{6}\right]$ بدست می‌آوریم.

$$\begin{aligned} x = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \frac{\pi}{3} < t \leq \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \min \cos t = \cos \frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow f\left(\frac{5\pi}{6}\right) + f\left(\frac{7\pi}{6}\right) = -1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \\ x = \frac{7\pi}{6} \Rightarrow \frac{\pi}{3} < t \leq \frac{7\pi}{6} \Rightarrow \min \cos t = \cos \pi = -1 \end{aligned}$$

سخت

از هندسه ۲ می‌دانیم، خط مماس بر دایره در نقطه‌ی تماس بر شعاع دایره عمود است بنابراین $\hat{O}CB = 90^\circ$ است.

در مثلث قائم الزاویه‌ی OCB ($C = 90^\circ$) داریم:

$$\cos \theta = \frac{OC}{OB} = \frac{1}{OB} \Rightarrow OB = \frac{1}{\cos \theta}$$

آسان

عبارت $f: A \rightarrow B$ یعنی A زیرمجموعه‌ای از دامنه و B زیرمجموعه‌ای از برد است.

A هم دامنه زیرمجموعه دامنه تابع $x \leq 1$ $D_f = -x + 1 \geq 0 \Rightarrow x \leq 1$

B زیرمجموعه برد تابع $R_f = (-\infty, 0]$

آسان

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۶

می‌دانیم $\tan \alpha + \tan \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$ بنابراین:

$$\begin{aligned} \tan 25^\circ + \tan 40^\circ + 2 &= \frac{\sin(25^\circ + 40^\circ)}{\cos 25^\circ \cos 40^\circ} + 2 = \frac{\sin 65^\circ}{\cos 25^\circ \cos 40^\circ} + 2 \\ \frac{1}{\cos 40^\circ} + 2 &= \frac{1 + 2 \cos 40^\circ}{\cos 40^\circ} = \frac{2\left(\frac{1}{2} + \cos 40^\circ\right)}{\cos 40^\circ} = \frac{2(\cos 60^\circ + \cos 40^\circ)}{\cos 40^\circ} = \frac{4(\cos 50^\circ \cos 10^\circ)}{\cos 40^\circ} \end{aligned}$$

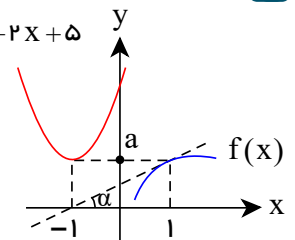
$$\begin{cases} \frac{4(\cos 50^\circ \cos 10^\circ)}{\cos 40^\circ} = 4 \cot x \sin 10^\circ \\ \sin 10^\circ = \cos 10^\circ \\ \cos 50^\circ = \sin 40^\circ \end{cases} \Rightarrow \frac{4 \sin 40^\circ \cos 10^\circ}{\cos 40^\circ} = 4 \cot x \cos 10^\circ \Rightarrow \cot x = \tan 40^\circ \Rightarrow x = 50^\circ$$

سخت

مطابق شکل واضح است $f(1) = a$. از طرفی نقطه $(-1, a)$ ، رأس سهمی $g(x)$ است، لذا می‌توان نوشت:

$$g(-1) = a \Rightarrow (-1)^2 + 2(-1) + 5 = a \Rightarrow a = 4$$

$$g(x) = x^2 + 2x + 5$$



در نتیجه $f(1) = 4$. همچنین $f'(1)$ برابر شیب خط مماس در نقطه $x = 1$ است که برابر $\tan \alpha$ می‌باشد، در نتیجه داریم:

$$f'(1) = \tan \alpha = \frac{4}{2} = 2$$

مقدار $g(1) = 1 + 2 + 5 = 8$ بوده و همچنین $g'(1) = 2(1) + 2 = 4$ می باشد. حال با مشتق گیری از تابع $\frac{g}{f}$ ، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} g(x) = x^2 + 2x + 5 \rightarrow g(1) = 8 \\ g'(x) = 2x + 2 \rightarrow g'(1) = 4 \end{cases}$$

$$\left(\frac{g}{f}\right)'(x) = \frac{g'(x)f(x) - f'(x)g(x)}{f^2(x)} \xrightarrow{x=1} \left(\frac{g}{f}\right)'(1) = \frac{g'(1)f(1) - f'(1)g(1)}{f^2(1)} = \frac{4 \times 8 - 2 \times 8}{4^2} = 0$$

سخت

نکته ۱: توابع صعودی اکید یا نزولی اکید یک به یک هستند. (۶۸) ۱ ۲ ۳ ۴

نکته ۲: تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، غیر یک به یک است ولی با محدود کردن دامنه آن بصورت $(-\infty, -\frac{b}{2a}]$ یا $[\frac{b}{2a}, +\infty)$ تبدیل به یک تابع یک به یک می شود.

به ازای $x > 3$ ، ضابطه تابع، مربوط به تابعی نزولی و یک به یک است. برای این که به ازای $x \leq 3$ نیز تابع یک به یک باشد، لازم است رأس سهمی یعنی $x = \frac{a}{2}$ ، قبل از ۳ نباشد، یعنی:

$$\frac{a}{2} \geq 3 \Rightarrow a \geq 6$$

شرط دیگر برای یک به یک بودن تابع این است که مقدار تابع در $x = 3$ از حد راست تابع در $x = 3$ ، بزرگتر یا مساوی باشد، یعنی:

$$9 - 3a + b \geq -2 \Rightarrow b \geq 3a - 11$$

به ازای $a = 6$ و $b = 7$ ، مقادیر a و b کمترین مقدار خود را خواهند داشت و کمترین مقدار $a + b$ برابر ۱۳ می شود.

سخت

می دانیم که اگر برد تابع $f(x)$ بازه $[a, b]$ باشد آنگاه برد $f(g(x))$ هم، همان بازه است. (۶۹) ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به نمودار:

$$\begin{aligned} -1 \leq f(x) \leq 1 &\Rightarrow -1 \leq f\left(\frac{x}{2}\right) \leq 1 \Rightarrow -3 \leq 3f\left(\frac{x}{2}\right) \leq 3 \\ \Rightarrow -2 \leq 1 + 3f\left(\frac{x}{2}\right) \leq 4 &\Rightarrow -2 \leq y \leq 4 \end{aligned}$$

آسان

کافی است x را به $x + 1$ تبدیل کنیم. داریم: (۷۰) ۱ ۲ ۳ ۴

$$f(x+1+1) = -f(x+1) \Rightarrow f(x+2) = f(x)$$

آسان

(۷۱) ۱ ۲ ۳ ۴

$$2[x] + 3 = 0 \rightarrow [x] = -\frac{3}{2} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow \text{جواب ندارد}$$

$$D_f = \mathbb{R} \Rightarrow \text{مخرج صفر نمی شود}$$

آسان

(۷۲) ۱ ۲ ۳ ۴

$$\| |x-2| - 3 | - 4 \geq 0 \Rightarrow \| |x-2| - 3 | \geq 4$$

$$\Rightarrow |x-2| - 3 \leq -4 \text{ یا } |x-2| - 3 \geq 4$$

$$\Rightarrow \underbrace{|x-2| \leq -1}_{\text{غذق}} \text{ یا } |x-2| \geq 7 \Rightarrow |x-2| \geq 7$$

$$\Rightarrow x-2 \leq -7 \text{ یا } x-2 \geq 7 \Rightarrow x \leq -5 \text{ یا } x \geq 9$$

$$D_f = (-\infty, -5] \cup [9, +\infty)$$

۱۳ تا $\rightarrow 8, \dots, 2, 1, 0, -1, -2, -3, -4$: اعداد صحیحی که در دامنه نیستند

متوسط

(۷۳) ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{x-2}{x+1} = 2 \Rightarrow 2x+2 = x-2 \Rightarrow x = -4 \Rightarrow f(2) = (-4)^2 + 1 = 16 + 1 = 17$$

آسان

(۷۴) ۱ ۲ ۳ ۴

$$x-3 = t \Rightarrow x = t+3 \Rightarrow f(t) + 2f(-t) = 2(t+3) - 1$$

$$f(t) + 2f(-t) = 2t + 5 \xrightarrow{t \rightarrow -t} f(-t) + 2f(t) = -2t + 5$$

$$\begin{cases} -2 \times \{ f(-t) + 2f(t) = -2t + 5 \\ 2f(-t) + f(t) = 2t + 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2f(-t) - 4f(t) = 4t - 10 \\ 2f(-t) + f(t) = 2t + 5 \end{cases}$$

$$\hline -3f(t) = 6t - 5$$

$$\Rightarrow f(t) = -2t + \frac{5}{3} \rightarrow f(x) = -2x + \frac{5}{3}$$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۵

$$\begin{aligned} \text{شرط تابع بودن} &\rightarrow (4, 2), (4, a^2 - a) \Rightarrow a^2 - a = 2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \\ &\Rightarrow (a - 2)(a + 1) = 0 \Rightarrow a = 2, a = -1 \\ a = -1 &\Rightarrow f = \{(4, 2), (-1, 5), (b, 2), (-1, 4)\} \Rightarrow (-1, 5) \in f, (-1, 4) \in f \end{aligned}$$

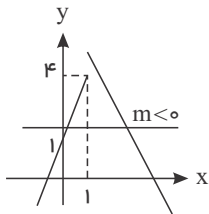
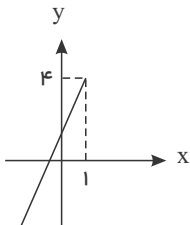
f تابع نمی‌باشد پس $a = -1$ غیر قابل قبول است.

$$\begin{aligned} a = 2 &\Rightarrow f = \{(4, 2), (2, 5), (b, 2), (-1, 4)\} \\ \text{شرط یک‌به‌یک بودن} &\Rightarrow (4, 2), (b, 2) \Rightarrow b = 4 \Rightarrow (a, b) = (2, 4) \end{aligned}$$

متوسط

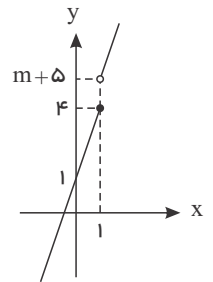
۱ ۲ ۳ ۴ ۷۶

نمودار قسمت اول تابع $(x \leq 1)$ به صورت روبه‌رو است. با توجه به این که قسمت دوم تابع نیز به صورت یک خط راست با شیب m می‌باشد، واضح است که m نباید منفی شود، زیرا اگر m منفی باشد، حالتی مانند نمودار دوم رخ می‌دهد که در این صورت می‌توان خطی موازی محور x ‌ها یافت که نمودار تابع را در دو نقطه قطع کند. (رد گزینه‌های ۱، ۳ و ۴)
همچنین m نباید برابر با صفر شود زیرا در این صورت تابع ثابت خواهد شد و یک‌به‌یک نمی‌شود.



با شرط $m > 0$ ، نمودار تابع به صورت زیر می‌شود. برای آن که این نمودار مربوط به یک تابع یک‌به‌یک باشد، باید شرط $m + 5 \geq 4$ برقرار باشد که در نتیجه:

$$\begin{cases} m + 5 \geq 4 \Rightarrow m \geq -1 \\ m > 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} m > 0$$



سخت

شرط تابع بودن یک مجموعه بصورت زوج مرتب این است که مؤلفه اول برابر نداشته باشند و در صورت داشتن مؤلفه اول برابر، باید مؤلفه دوم هم برابر باشند. بنابراین:

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۷

$$a^2 = 9 \rightarrow a = \pm 3$$

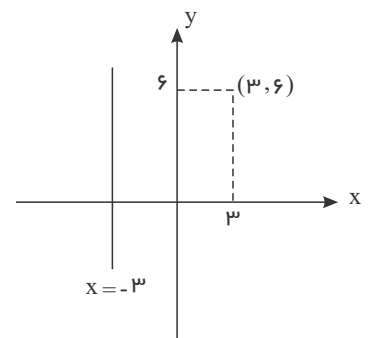
$$a = 3 \rightarrow f = \{(2, 9), (2, 9), (3, b - 1), (3, 5)\}$$

$$\Rightarrow (3, b - 1) = (3, 5) \Rightarrow b - 1 = 5 \Rightarrow b = 6 \Rightarrow (a, b) = (3, 6)$$

$$a = -3 \rightarrow f = \{(2, 9), (2, 9) \text{ و } (-3, b - 1) \text{ و } (3, 5)\}$$

$b - 1$ هر عددی می‌تواند باشد.

$$(a, b) \Rightarrow x = -3$$



بنابراین نقطه $(3, 6)$ و خط $x = -3$ پاسخ مسئله هستند.



سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۸

می دانیم:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = f'(a)$$

روش اول:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - g(x)}{x^2 - 1} &= \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(f(x) - f(1)) - (g(x) - g(1))}{x^2 - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x+1} \left(\frac{f(x) - f(1)}{x-1} - \frac{g(x) - g(1)}{x-1} \right) = \frac{1}{2} (f'(1) - g'(1)) = 2 \\ \Rightarrow f'(1) - g'(1) &= 4 \Rightarrow m_1 - m_2 = 4 \end{aligned}$$

روش دوم:

برای محاسبه حد فوق می توانیم از قاعده هوییتال نیز به صورت زیر استفاده کنیم.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - g(x)}{x^2 - 1} &= \frac{0}{0} \xrightarrow{HOP} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) - g'(x)}{2x} \\ &= \frac{f'(1) - g'(1)}{2} = 2 \Rightarrow f'(1) - g'(1) = 4 \Rightarrow m_1 - m_2 = 4 \end{aligned}$$

چون f و g در $x = 1$ برهم عمودند $\Rightarrow m_1 m_2 = -1$

پس:

$$(m_1 + m_2)^2 = (m_1 - m_2)^2 + 4m_1 m_2 = (4)^2 - 4 = 12 \Rightarrow |m_1 + m_2| = 2\sqrt{3}$$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۹

تابع معکوس تابع $y = \sqrt[3]{x-1} + 3$ همان $f^{-1}(x)$ همان تابع $f(x)$ است، پس داریم:

$$y = \sqrt[3]{x-1} + 3 \Rightarrow \sqrt[3]{x-1} = y - 3 \Rightarrow x - 1 = (y - 3)^3 \Rightarrow x = 1 + (y - 3)^3$$

$$\Rightarrow y = f(x) = 1 + (x - 3)^3 = 1 + x^3 - 9x^2 + 27x - 27$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 - 9x^2 + 27x - 26 = x^3 + ax^2 + bx + c$$

$$\Rightarrow a = -9, b = 27, c = -26 \Rightarrow a + b - c = -9 + 27 + 26 = 44$$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۰

اگر تابع f اکیداً صعودی و $f(a) \geq f(b)$ ، آنگاه $a \geq b$ است.

با توجه به نکته بالا داریم:

$$g(x) = \sqrt{f(|x-2|) - f(|x|)} \Rightarrow f(|x-2|) - f(|x|) \geq 0$$

$$\Rightarrow f(|x-2|) \geq f(|x|) \Rightarrow |x-2| \geq |x|$$

$$(x-2)^2 \geq x^2 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 \geq x^2 \Rightarrow 4x \leq 4 \Rightarrow x \leq 1$$

برای حل این نوع نامعادلات، باید طرفین را به توان ۲ برسانیم، که داریم:

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۱

بررسی گزینه ها:

هم صعودی و هم نزولی = تابع ثابت $\rightarrow [-3, 0]$ (گزینه ۱)تابع صعودی $\rightarrow [-3, +\infty)$ (گزینه ۲)تابع اکیداً صعودی $\rightarrow (-\infty, -3]$ (گزینه ۳)تابع صعودی $\rightarrow (-\infty, 0]$ (گزینه ۴)

$$y = \sqrt{6x^2 - 4} \Rightarrow y^2 = 6x^2 - 4 \xrightarrow{\text{مشق}} 2y \cdot y' = 12x \Rightarrow y' \cdot y = 6x$$

با توجه به آنکه همه عبارت های بالا صحیح می باشند، x هم باید صحیح باشد تا حاصل برابر صفر شود. اگر x صحیح باشد، x^2 هم باید صحیح باشد و خواهیم

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۳

داشت:

$$2x^2 + 2x + x + 1 = 0 \rightarrow 2x^2 + 3x + 1 = 0$$

آسان

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۲

آسان

$$\rightarrow x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{4} = \begin{cases} \rightarrow x = -1 \\ \rightarrow x = \frac{-1}{4} \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

$x = \frac{-1}{4}$ غیر قابل قبول می باشد چرا که x باید صحیح باشد. بنابراین $x = -1$ تنها جواب مسئله است.

متوسط

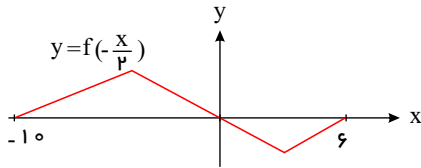
می دانیم که دامنه توابع کسری {ریشه های مخرج} - \mathbb{R} است. بنابراین ابتدا ریشه های مخرج را می یابیم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۸۴**

$$\begin{aligned} [2^{|x|} - 1] = 0 &\rightarrow 0 \leq 2^{|x|} - 1 < 1 \rightarrow 1 \leq 2^{|x|} < 2 \\ 1 \leq 2^{|x|} < 2 &\rightarrow 2^0 \leq 2^{|x|} < 2^1 \rightarrow 0 \leq |x| < 1 \rightarrow -1 < x < 1 \end{aligned}$$

بنابراین دامنه تابع $f(x)$ برابر است با: $\mathbb{R} - (-1, 1)$

سخت

برای رسم $y = f(-\frac{1}{4}x)$ باید در نمودار $y = f(x)$ طول نقاط را بر $-\frac{1}{4}$ تقسیم کنیم (در -2 ضرب کنیم). **۱ ۲ ۳ ۴ ۸۵**



زیر رادیکال باید بزرگتر مساوی صفر باشد:

$$g(x) = \sqrt{xf(-\frac{x}{4})} \Rightarrow xf(-\frac{x}{4}) \geq 0$$

x	-1	0	6
x		$-$	$+$
$f(-\frac{x}{4})$	0	$+$	$-$
$xf(-\frac{x}{4})$	0	$-$	$-$

عبارت $xf(-\frac{x}{4})$ در نقاط $x = -1, 0, 6$ صفر و در مابقی نقاط منفی است، پس داریم:

$$D_g = \{-1, 0, 6\}$$

سخت

چون A و B و C زاویه های یک مثلث هستند؛ داریم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۸۶**

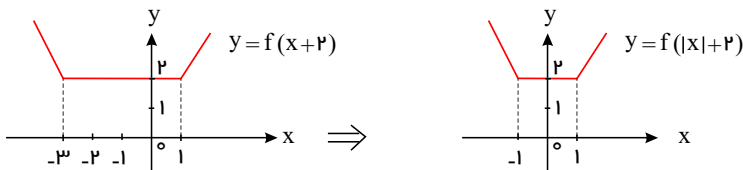
$$A + B + C = \pi \Rightarrow B + C = \pi - A \Rightarrow \cos(B + C) = \cos(\pi - A) = -\cos A$$

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۷

$$y = f(x) \xrightarrow{x \rightarrow x+2} y = f(x+2) \xrightarrow{x \rightarrow |x|} y = f(|x|+2)$$

در نمودار $y = f(x+2)$ سمت چپ محور y ها را حذف کرده و قرینه سمت راست محور y ها را نسبت به محور y ها یافته و به شکل اضافه می کنیم تا نمودار $y = f(|x|+2)$ حاصل شود.



بزرگ ترین بازه ای که تابع $y = f(|x|+2)$ در آن بازه صعودی است بازه $[-1, +\infty)$ است.

متوسط

با فرض $f(x) = ax + b$ داریم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۸۸**

$$\begin{aligned} 4f(2x) = f(4x-1) - 5 &\Rightarrow 4(2ax+b) = a(4x-1) + b - 5 \\ \Rightarrow 8ax + 4b = 4ax - a + b - 5 &\Rightarrow a + 3b = -5 \Rightarrow a = -3b - 5 \quad (I) \end{aligned}$$

$$f^{-1}(3) = 5 \Rightarrow f(5) = 3 \Rightarrow 5a + b = 3 \quad (II)$$

از (I) و (II)، $a = 1$ و $b = -2$ به دست می آید.

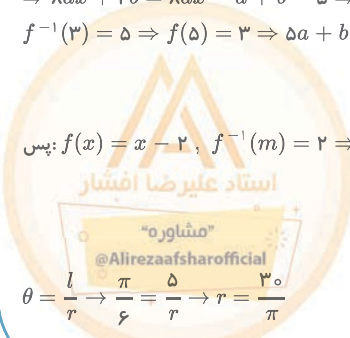
$$\text{پس: } f(x) = x - 2, f^{-1}(m) = 2 \Rightarrow f(2) = m \Rightarrow m = 2 - 2 = 0$$

توجه کنید اگر $f(a) = b$ باشد، آن گاه $f^{-1}(b) = a$ است.

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۹

$$\theta = \frac{l}{r} \rightarrow \frac{\pi}{6} = \frac{5}{r} \rightarrow r = \frac{30}{\pi}$$



$$\Rightarrow S = \pi r^2 = \pi \times \frac{900}{\pi^2} = \frac{900}{\pi}$$

آسان

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۰

می‌دانیم $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$ است.

$$\tan 2x = 3 \tan x \rightarrow \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = 3 \tan x \rightarrow 2 \tan x = 3 \tan x (1 - \tan^2 x) \rightarrow 2 \tan x = 3 \tan x - 3 \tan^3 x \rightarrow 3 \tan^3 x - \tan x = 0$$

$$\rightarrow \tan x (3 \tan^2 x - 1) = 0 \rightarrow \tan x = 0 \text{ یا } 3 \tan^2 x - 1 = 0$$

$$\tan x = 0 \rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = 0 \rightarrow \sin x = 0 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = k\pi \rightarrow x = \pi, 2\pi \text{ جواب ۲}$$

$$3 \tan^2 x - 1 = 0 \Rightarrow \tan^2 x = \frac{1}{3} \Rightarrow \tan x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3} = \tan\left(\pm \frac{\pi}{6}\right) \xrightarrow{\tan x = \tan \alpha \rightarrow x = k\pi + \alpha} x = k\pi \pm \frac{\pi}{6} \rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \pi + \frac{\pi}{6}, \pi - \frac{\pi}{6}, 2\pi - \frac{\pi}{6}, 2\pi + \frac{\pi}{6} \text{ جواب ۵}$$

در کل معادله در بازه $(0, \frac{5\pi}{2})$ دارای ۷ جواب است.

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۱

$$\text{نکته: } 1 - \cos \alpha = 2 \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right), \quad 1 + \cos \alpha = 2 \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$T = \sqrt{1 - \sin(90^\circ + 10^\circ)} + \sqrt{1 + \sin(90^\circ + 10^\circ)} = \sqrt{1 - \cos 10^\circ} + \sqrt{1 + \cos 10^\circ}$$

$$T = \sqrt{2 \sin^2 5^\circ} + \sqrt{2 \cos^2 5^\circ} = \sqrt{2} \sin 5^\circ + \sqrt{2} \cos 5^\circ = 2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5^\circ + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5^\circ \right)$$

$$T = 2(\sin 5^\circ \cos 45^\circ + \sin 45^\circ \cos 5^\circ) = 2 \sin(5^\circ + 45^\circ) = 2 \sin 50^\circ = 2 \sin(90^\circ - 40^\circ)$$

$$\Rightarrow T = 2 \cos 40^\circ$$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۲

$$C \text{ طول کمان در دایره } C' = \text{طول کمان در دایره } \Rightarrow \ell = \ell' \Rightarrow r_C \cdot \alpha = r_{C'} \cdot \alpha'$$

$$\Rightarrow r_C \times \frac{\pi}{3} = r_{C'} \times \frac{\pi}{12} \Rightarrow \frac{1}{3} r_C = \frac{1}{12} r_{C'} \Rightarrow r_{C'} = 4 r_C$$

$$\frac{S_C}{S_{C'}} = \frac{\pi r_C^2}{\pi r_{C'}^2} = \left(\frac{r_C}{r_{C'}}\right)^2 = \left(\frac{r_C}{4 r_C}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

متوسط

۹۳ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا معادله خط مماس بر منحنی $y = \frac{x}{x+4}$ در $x = 1$ را می‌یابیم.

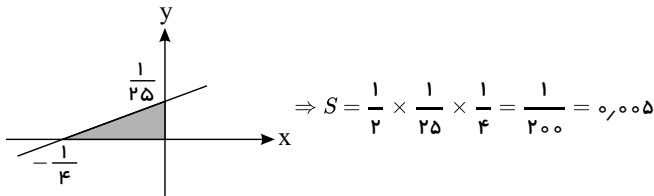
$$1) x = 1 \rightarrow y = \frac{1}{5} \rightarrow A\left(1, \frac{1}{5}\right)$$

$$2) y' = \frac{1(x+4) - 1 \times x}{(x+4)^2} = \frac{4}{(x+4)^2} \rightarrow \text{مماس } m = y'(1) = \frac{4}{25}$$

$$3) y - \frac{1}{5} = \frac{4}{25}(x-1) \rightarrow y = \frac{4}{25}x - \frac{4}{25} + \frac{1}{5} \rightarrow y = \frac{4}{25}x + \frac{1}{25}$$

$$x = 0 \rightarrow y = \frac{1}{25}, y = 0 \rightarrow \frac{4}{25}x + \frac{1}{25} = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{4}$$

یک بار به x و بار دیگر به y صفر می‌دهیم:

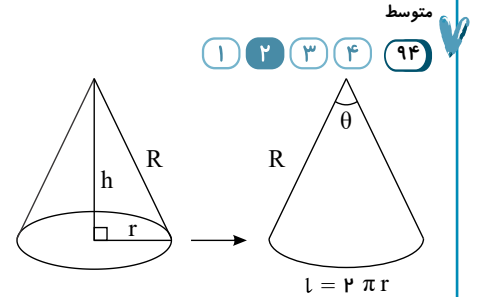


$$h = \sqrt{R^2 - r^2}, R^2 = h^2 + r^2$$

$$\Rightarrow R^2 = 16r^2 + r^2 = 17r^2 \Rightarrow R = \sqrt{17}r$$

$$\theta = \frac{\ell}{R} = \frac{2\pi r}{R} = \frac{2\pi r}{\sqrt{17}r} = \frac{2\pi}{\sqrt{17}} \Rightarrow \frac{D}{180} = \frac{2}{\sqrt{17}} = \frac{2}{\sqrt{17}}$$

$$\Rightarrow D = \frac{2 \times 180}{\sqrt{17}} = 120^\circ$$



در این حالت اگر یک نقطه دلخواه را روی هر چرخ دنده در نظر بگیریم، مسافت طی شده در تمام چرخ دنده‌ها یکسان است، پس داریم:

1 2 3 4 95

$$r_1 = 2, \alpha_1 = 2\pi, r_2 = 8, \alpha_2 = ?$$

$$\Rightarrow l_1 = l_2 \Rightarrow r_1 \alpha_1 = r_2 \alpha_2 \Rightarrow 4\pi = 8\alpha_2 \Rightarrow \alpha_2 = \frac{\pi}{2}$$

آسان

می‌دانیم $\sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a$

1 2 3 4 96

$$\sin \frac{\pi}{14} \sin \frac{3\pi}{14} \sin \frac{5\pi}{14} = \sin \frac{\pi}{14} \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{14} \right) \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{5\pi}{14} \right) = \sin \frac{\pi}{14} \cos \frac{4\pi}{14} \cos \frac{2\pi}{14}$$

عبارت را در $\cos \frac{\pi}{14}$ ضرب و تقسیم می‌کنیم، بنابراین داریم:

$$\frac{\sin \frac{\pi}{14} \cos \frac{\pi}{14} \cos \frac{2\pi}{14} \cos \frac{4\pi}{14}}{\cos \frac{\pi}{14}} = \frac{\frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{14} \cos \frac{2\pi}{14} \cos \frac{4\pi}{14}}{\cos \frac{\pi}{14}} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \sin \frac{4\pi}{14} \cos \frac{4\pi}{14}}{\cos \frac{\pi}{14}}$$

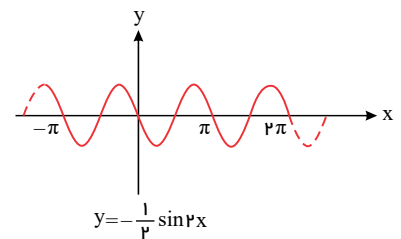
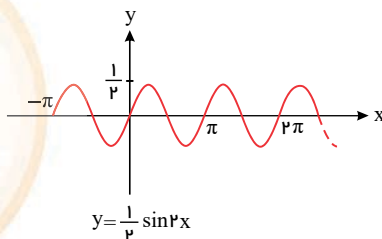
$$= \frac{\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \sin \frac{8\pi}{14}}{\sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{14} \right)} = \frac{\frac{1}{8} \sin \left(\pi - \frac{8\pi}{14} \right)}{\sin \left(\frac{6\pi}{14} \right)} = \frac{\frac{1}{8} \sin \frac{6\pi}{14}}{\sin \frac{6\pi}{14}} = \frac{1}{8}$$

سخت

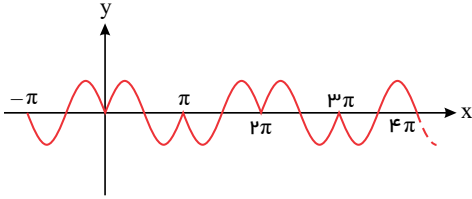
تابع را به صورت دوضابطه‌ای نوشته و نمودار هر ضابطه را رسم می‌کنیم:

1 2 3 4 97

$$f(x) = \begin{cases} \cos x \sin x & \sin x \geq 0 \\ -\cos x \sin x & \sin x < 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \sin 2x & \sin x \geq 0 \\ -\frac{1}{2} \sin 2x & & \sin x < 0 \end{cases}$$



می دانیم در بازه های $(0, \pi)$ و $(2\pi, 3\pi)$ مقدار سینوس مثبت و در بازه های $(\pi, 2\pi)$ و $(3\pi, 4\pi)$ مقدار سینوس منفی است. بنابراین نمودار $f(x)$ به صورت زیر حاصل می شود:



در نتیجه دوره تناوب تابع $f(x)$ برابر 2π می باشد.

سخت

۹۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | می دانیم $\sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a$ است. برای حل، عبارت داده شده را در $\sin \frac{\pi}{\delta}$ ضرب و تقسیم می کنیم.

$$A = \frac{\sin \frac{\pi}{\delta} \cos \frac{\pi}{\delta} \cos \frac{2\pi}{\delta} \cos \frac{4\pi}{\delta}}{\sin \frac{\pi}{\delta}} = \frac{\frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{\delta} \cos \frac{2\pi}{\delta} \cos \frac{4\pi}{\delta}}{\sin \frac{\pi}{\delta}} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \sin \frac{4\pi}{\delta} \cos \frac{4\pi}{\delta}}{\sin \frac{\pi}{\delta}} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \sin \frac{8\pi}{\delta}}{\sin \frac{\pi}{\delta}} = \frac{\frac{1}{8} \sin(2\pi - \frac{2\pi}{\delta})}{\sin \frac{\pi}{\delta}} = \frac{-\frac{1}{8} \sin \frac{2\pi}{\delta}}{\sin \frac{\pi}{\delta}}$$

$$\frac{\sin 2a = 2 \sin a \cos a}{\sin 2a = 2 \sin a \cos a} = \frac{-\frac{1}{8} (2 \sin \frac{\pi}{\delta} \cos \frac{\pi}{\delta})}{\sin \frac{\pi}{\delta}} = -\frac{1}{4} \cos \frac{\pi}{\delta}$$

سخت

۹۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | با توجه به شکل، تابع در $x = -\delta$ پیوسته است. پس:

$$\lim_{x \rightarrow -\delta^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\delta^+} f(x) = f(\delta) \Rightarrow 2\delta a - \delta b + \delta = \delta \Rightarrow 2\delta a - \delta b = 0 \Rightarrow b = \delta a \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} f'(-\delta^-) &= 2ax + b = -1 \cdot \delta a + b \\ f'(-\delta^+) &= -\frac{1}{\sqrt{-x-1}} = -\frac{1}{\sqrt{-\delta-1}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow -1 \cdot \delta a + b = -\frac{1}{\sqrt{-\delta-1}} + 1 \Rightarrow -1 \cdot \delta a + b = \frac{1}{2} \Rightarrow -2 \cdot \delta a + 2b = 1 \quad (2)$$

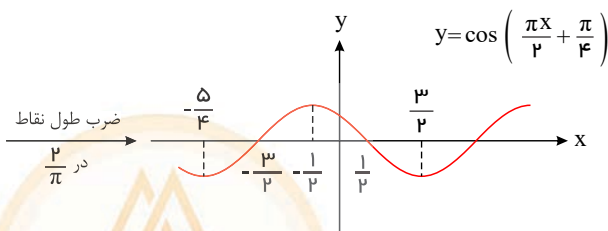
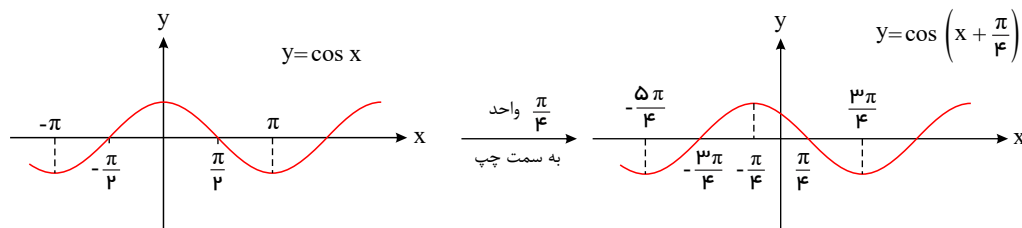
$$(1), (2) \rightarrow -2 \cdot \delta a + 1 \cdot \delta a = 1 \Rightarrow 1 \cdot \delta a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{\delta} \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

$$\delta a - 3b = \delta \times \left(-\frac{1}{\delta}\right) - \left(-\frac{3}{2}\right) = 1$$

سخت

۱۰۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | نمودار تابع f را رسم می کنیم:

$$y = \cos x \xrightarrow{x \rightarrow x + \frac{\pi}{4}} y = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \xrightarrow{\text{طول نقاط ضرب در } \frac{2}{\pi}} y = \cos\left(\frac{2x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$$



واضح است که تابع f روی بازه $[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$ اکیداً نزولی است، پس حداکثر مقدار k برابر با $\frac{3}{2}$ است.

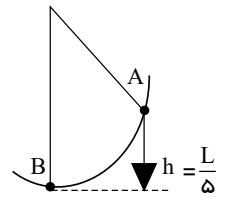
سخت

۱۰۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | با توجه به قضیه کارو انرژزی، می دانیم انرژزی پتانسیل در نقطه A با انرژزی جنبشی در نقطه B برابر است، بنابراین:



$$E_A = E_B \rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v^2 = 2gh = 2g \times \frac{L}{5} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2gL}{5}}$$

$$\vec{p} = m\vec{v} \Rightarrow p = m \times \sqrt{\frac{2gL}{5}} \Rightarrow p = \sqrt{\frac{2gLM^2}{5}}$$



راه دوم: چون $K = \frac{p^2}{2m}$ است. بنابراین:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U = K \Rightarrow mg\frac{L}{5} = \frac{p^2}{2M} \Rightarrow p = \sqrt{\frac{2M^2gL}{5}}$$

در موج ایستاده در یک تار (یک بعدی) نقاط بین دو گره‌ی متوالی، هم فاز و تمامی نقاط هم بسامد هستند.

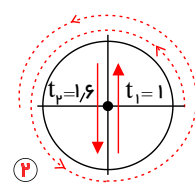
سخت ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۲

آسان

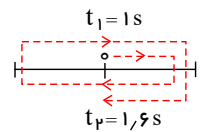
۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۳

روش اول:

تغییر جهت ۱ و ۳



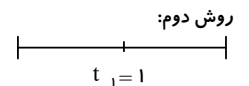
تغییر جهت ۲



$$\Delta\theta = 3\pi$$

$$\Delta\theta = \omega\Delta t \Rightarrow 3\pi = (2\pi f) \cdot 0.6 \Rightarrow f = \frac{3}{1.2} = \frac{5}{2}$$

$$T + \frac{T}{2} = 0.6 \Rightarrow \frac{3T}{2} = 0.6 \Rightarrow T = \frac{1.2}{3} \Rightarrow f = \frac{5}{2}$$



روش دوم:

t_1 = 1

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۴

زمان رسیدن موج به سرعت و مسافت طی شده بستگی دارد که مسافت طی شده در اینجا ثابت و مقدار سرعت نیز وابسته به جنس محیط است بنابراین زمان رسیدن موج تغییری نمی‌کند.

$$E \propto A^2 \Rightarrow E_1 = E_2$$

$$E \propto f^2$$

$$p_A = p_B, m_B = 3m_A, K_A = 18J, K_B = ?$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{p=mv} K = \frac{p^2}{2m}$$

$$\frac{K_B}{K_A} = \left(\frac{p_B}{p_A}\right)^2 \times \frac{m_A}{m_B} \Rightarrow \frac{K_B}{18} = (1)^2 \times \frac{1}{3} \Rightarrow K_B = 6J$$

آسان

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۵

$$\Delta x_{\text{فر}} = \Delta x_{\text{فر}}$$

$$v_{\text{فر}} t_{\text{فر}} = v_{\text{تار}} t_{\text{تار}}$$

$$\frac{t_{\text{تار}} v_{\text{فر}}}{t_{\text{فر}}} = \frac{4}{5} = \frac{v_{\text{فر}} \lambda_{\text{فر}}}{v_{\text{تار}} \lambda_{\text{تار}}} \Rightarrow \frac{5}{4} = \frac{\lambda_{\text{فر}}}{\lambda_{\text{تار}}}$$

آسان

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۶

$$p_2 = mv_2 \Rightarrow v_2 = 5 \text{ m/s}$$

$$v_2 = at + v_0 \Rightarrow v_2 = 4(1) + v_0 \Rightarrow v_0 = 1 \text{ m/s}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2}(4)(1) + 1(1) \Rightarrow \Delta x = 3 \text{ m}$$

بسامد موج از ویژگی‌های منبع تولید موج بوده و با تغییر محیط تغییر نمی‌کند، باتوجه به ثابت ماندن بسامد موج و رابطه‌ی $\lambda = \frac{v}{f}$ طول موج با سرعت انتشار

سخت ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۸

موج رابطه‌ی مستقیم دارد.

$$v = \frac{F}{\rho \pi} \Rightarrow v \propto \frac{1}{D} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{D}{2D} = \frac{1}{2}$$

با نصف شدن سرعت انتشار، طول موج نیز نصف می‌شود.

متوسط

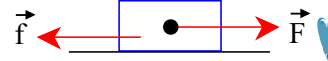
ابتدا با استفاده از معادله‌ی سرعت - زمان جسم، سرعت آن را در لحظه‌ی قطع نیروی \vec{F} بدست می‌آوریم. (۱۰۹) ۱ ۲ ۳ ۴

$$v = 2t + 3 \xrightarrow{t=3s} v = 2 \times 3 + 3 = 9 \frac{m}{s}$$

پس از قطع نیروی \vec{F} ، تنها نیروی اصطکاک به جسم شتاب می‌دهد و می‌توان نوشت:

$$v = a't + v_0 \Rightarrow 0 = a' \times 6 + 9 \Rightarrow a' = -1,5 \frac{m}{s^2}$$

$$-f = ma' \Rightarrow -f = 2 \times (-1,5) \Rightarrow f = 3N$$



با توجه به معادله‌ی سرعت - زمان جسم، در ۳s اول حرکت، شتاب جسم برابر $1,5 \frac{m}{s^2}$ بوده است، بنابراین با توجه به شکل بالا داریم:

$$\sum F = ma \Rightarrow F - f = ma \Rightarrow F = 3 + 2 \times 2 = 7N$$

سخت

با توجه به معادله‌ی $L = n \frac{\lambda}{v}$ ، طول موج به طول سیم و شماره‌ی ارتعاش بستگی دارد، بنابراین با تغییر نیروی وارد بر سیم، طول موج آن تغییر نمی‌کند. (۱۱۰) ۱ ۲ ۳ ۴

در مورد بسامد موج ایجاد شده در تار نیز داریم:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \xrightarrow{v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}} \frac{f'_n}{f_n} = \sqrt{\frac{F'}{F}} = 2$$

متوسط

ماهواره A از یک مکان معین هر ۲۴ ساعت یک بار توسط ناظر روی زمین که خود می‌چرخد (حرکت وضعی زمین) دیده می‌شود و می‌دانیم دوره حرکت (۱۱۱) ۱ ۲ ۳ ۴

وضعی زمین ۲۴ ساعت است، پس دوره حرکت ماهواره A نصف دوره حرکت زمین (ناظر ساکن روی آن) است، پس: ساعت $T_A = 12$

و در مورد ارتباط دوره ماهواره‌ها و شعاع مدار گردش می‌دانیم:

$$T \propto r\sqrt{r} \Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \frac{r_B\sqrt{r_B}}{r_A\sqrt{r_A}} \Rightarrow \frac{T_B}{12\text{ساعت}} = 9 \times \sqrt{9} = 27 \Rightarrow T_B = 324\text{ ساعت}$$

سخت

باتوجه به شکل داریم: (۱۱۲) ۱ ۲ ۳ ۴

$$A_A = \frac{2}{3} A_B$$

$$\lambda_A = 2\lambda_B \xrightarrow{\lambda=\frac{v}{f}} \frac{v_A}{f_A} = 2 \frac{v_B}{f_B} \Rightarrow v_A = 2v_B$$

متوسط توان انتقال انرژی از هر نقطه از طناب در مدت یک دوره از رابطه‌ی $\bar{P} = 2\pi^2 A^2 f^2 \mu v$ به دست می‌آید. بنابراین داریم:

$$\bar{P} = 2\pi^2 f^2 A^2 \mu v \Rightarrow \frac{\bar{P}_A}{\bar{P}_B} = \frac{f_A^2}{f_B^2} \times \frac{A_A^2}{A_B^2} \times \frac{\mu_A}{\mu_B} \times \frac{v_A}{v_B}$$

$$\frac{\mu_A = \mu_B}{f_A = f_B} \Rightarrow \frac{\bar{P}_A}{\bar{P}_B} = \left(\frac{2 A_B}{A_B} \right)^2 \times \left(\frac{2 v_B}{v_B} \right)$$

$$\frac{\bar{P}_A}{\bar{P}_B} = \frac{4}{9} \times 2 = \frac{8}{9}$$

سخت

اگر دو جسم با جرم‌های m_1, m_2 در فاصله‌ی r از هم قرار گیرند بین دو جسم نیروی جاذبه‌ی گرانشی به وجود می‌آید که اندازه‌ی آن با استفاده از قانون جهانی گرانش نیوتون به دست می‌آید. (۱۱۳) ۱ ۲ ۳ ۴

گرانش نیوتون به دست می‌آید.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \xrightarrow{r_2 = 1 + 22 = 23 \text{ m}} \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{1}{23} \right)^2 = \frac{1}{529} \Rightarrow F_2 = \frac{1}{529} F_1$$

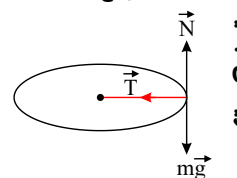
$$\text{درصد تغییرات اندازه‌ی نیروی گرانشی} = \frac{\Delta F}{F_1} \times 100 = \frac{\frac{1}{529} F_1 - F_1}{F_1} \times 100 = -96\%$$

آسان

(۱۱۴) ۱ ۲ ۳ ۴

نیروی کشش نخ، نیروی مرکزگرای حرکت گلوله است.

$$T = F = mr\omega^2$$



$$\Rightarrow 0,9 = 0,1 \times \omega^2 \Rightarrow \omega = 3 \frac{rad}{s}$$

$$\Delta\theta = \omega\Delta t = 3 \times 1 = 3 rad$$



متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۵

$$F = G \frac{mM_e}{r^2}$$

$$r_A = R_e + R_e = 2R_e$$

$$r_B = R_e + 2R_e = 3R_e$$

$$\frac{F_A}{F_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 = \frac{m}{2m} \times \left(\frac{2R_e}{3R_e}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{9} = \frac{2}{9}$$

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۶

$$F - fk = ma \Rightarrow F - \mu mg = ma$$

$$\Rightarrow 30 - 0.4 \times 50 = 5a \Rightarrow a = 2m/s^2$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=5} v = 2 \times 5 = 10m/s$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \times 2 \times 25 = 25m$$

بعد از ۵(s) سرعت جسم ۱۰m/s شده و جابه‌جایی ۲۵ متر است.

$$F - fk = ma \Rightarrow -\mu mg = ma \Rightarrow a = -\mu g$$

$$a = -4m/s^2$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 100 = 2(-4)\Delta x \Rightarrow \Delta x_p = 12.5m$$

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_p = 37.5m$$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۷

با توجه به قانون دوم نیوتن داریم:

$$F_{net} = ma$$

$$(m - 4 - 1)\vec{i} + (6 + n - 3)\vec{j} = ma$$

جسم در راستای افقی ساکن است پس: $a = 0$

$$m - 5 = 0 \Rightarrow m = 5$$

جسم در راستای قائم حرکت یکنواخت دارد یعنی: $a = 0$

$$3 + n = 0 \Rightarrow n = -3$$

آسان

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۸

ذره با سرعت ثابت حرکت می‌کند، پس شتاب آن و در نتیجه برابند نیروهای وارد بر آن صفر می‌باشد.

$$\vec{F}_{net} = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0 \Rightarrow \vec{F}_2 = -\vec{F}_1 = -(2\vec{i} - 6\vec{j}) = -2\vec{i} + 6\vec{j}$$

آسان

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۹

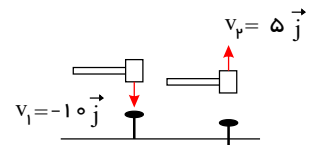
تغییر تکانه‌ی چکش برابر است با:

$$\Delta \vec{p} = m\Delta \vec{v} = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = 4(5\vec{j} - (-10\vec{j})) = 4 \times 15\vec{j}$$

$$\Rightarrow \Delta \vec{p} = 60\vec{j} \left(\frac{kg \cdot m}{s}\right)$$

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow 6000 = \frac{60}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{60}{6000} = 0.01s$$



متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۰

انرژی مکانیکی جرم و فنر در حال نوسان ساده با دامنه A_1 از $\frac{1}{2}kA_1^2$ و انرژی مکانیکی آونگ ساده به طول با دامنه A_2 از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$E_{انرژی} = \frac{1}{2}m\omega^2 A_2^2 \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}, T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}} E_{انرژی} = \frac{1}{2}m\frac{g}{L}A_2^2$$

$$\frac{1}{2}kA_1^2 = \frac{1}{2}m\frac{g}{L}A_2^2$$

از برابر $E_{انرژی} = E_{انرژی}$ می‌توان نوشت: $\frac{1}{2}kA_1^2 = \frac{1}{2}m\frac{g}{L}A_2^2$ با قرار دادن $m = 0.1m$ و $L = 10cm = 0.1m$ و $K = 100N/m$ و $A_1 = 2cm = 0.02m$ و $A_2 = 1cm = 0.01m$ در تساوی فوق جرم به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$m = 16kg$$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۱

نیروی مرکزگرای ماهواره برابر نیروی وزن ماهواره در آن مدار r است و از رابطه $F = \frac{GmM_e}{r^2}$ به دست می‌آید. بنابراین داریم:

$$F_A - F_B \Rightarrow \frac{Gm_A M_e}{r_A^2} = \frac{Gm_B M_e}{r_B^2} \Rightarrow \frac{m_A}{r_A^2} = \frac{3m_A}{r_B^2} \Rightarrow r_B = \sqrt{3}r_A \Rightarrow r_A = \frac{\sqrt{3}}{3}r_B$$

آسان

ابتدا با توجه به این که نیروی مرکزگرای ماهواره همان نیروی گرانشی بین زمین و ماهواره است، تندی ماهواره را در مداری به فاصله r از مرکز زمین به دست

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۲

می‌آوریم:

$$F_{net} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \frac{GM_e m}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v^2 = \frac{GM_e}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

$$\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} \Rightarrow \frac{3v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = 9$$

اندازه شتاب مرکزگرا با توجه به رابطه $(a_e = g' = \frac{GM_e}{r^2})$ با مجذور فاصله از مرکز زمین رابطه عکس دارد و داریم:

$$a_e = g' = \frac{GM_e}{r^2} \Rightarrow \frac{a_{eA}}{a_{eB}} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 = (9)^2 = 81$$

اکنون برای بقای دوره تناوب ماهواره‌ها می‌توان نوشت:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM_e}{r}}} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_e}}$$

$$\left(\frac{T_A}{T_B}\right)^2 = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3 \Rightarrow \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^2 = \left(\frac{1}{9}\right)^3 \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{1}{27}$$

سخت

طبق رابطه $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ و اینکه $v = 2m/s$ و $\Delta x = L_1 = 2m$ و $\Delta t = 1s$ داریم: $v_1 = 2m/s$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۳

از طرفی با توجه به تساوی جرم از رابطه $v = \sqrt{\frac{FL}{m}}$ خواهیم داشت:

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \times \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{v_2}{2} = \sqrt{\frac{1 \cdot N}{2 \cdot N}} \times \sqrt{\frac{1 \cdot m}{2 \cdot m}} \Rightarrow \frac{v_2}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{v_2}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow v_2 = \sqrt{1} \cdot m/s$$

با توجه به رابطه $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ و اینکه در اینجا $v = v_2 = \sqrt{1} \cdot m/s$ ، $\Delta x = L_2 = 1 \cdot m$ خواهیم داشت:

$$\Delta t = \frac{L_2}{v_2} = \frac{1 \cdot m}{\sqrt{1} \cdot m/s} = \sqrt{1} \cdot s$$

متوسط

طبق شکل زاویه شکست برابر است با $\hat{D} = \hat{i} - \hat{D}$ (زاویه انحراف: \hat{D})

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۴

بنابراین $r = 30$ طبق قانون اسنل داریم:

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

$$\sin 45 = n_2 \sin 30 \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = n_2 \frac{1}{2} \Rightarrow n_2 = \sqrt{2}$$

آسان

با توجه به این که $AC = AB$ طول BC بر حسب طول AC به صورت زیر به دست می‌آید:

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۵

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos 30} \xrightarrow{AB=AC} BC = \sqrt{2AB^2 - 2AB^2 \cos 30}$$

$$= \sqrt{2AB^2(1 - \cos 30)} \Rightarrow BC = \sqrt{2 - \sqrt{3}} AB$$

طبق رابطه فاصله صخره در زمان پژواک داریم:

$$t_2 = \frac{2AB}{v}, \quad t_1 = \frac{2BC}{v}$$

استاد علیرضا افشار

با تقسیم طرفین دو تساوی برهم خواهیم داشت:

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{\frac{2AB}{v}}{\frac{2BC}{v}} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}$$

$$t_r = \frac{r}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} \times \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} = r\sqrt{2+\sqrt{3}}$$

سخت

با دوران میله حول نقطه O به طور یکنواخت، دوره دوران جرم های m_1 و m_2 یکسان است. با استفاده از رابطه قانون دوم نیوتون در حرکت دایره ای یکنواخت داریم:

$$F_{net} = m \frac{v^2}{r} \stackrel{v = \frac{2\pi r}{T}}{\Rightarrow} F_{net} = 2\pi r \frac{mr}{T^2} \Rightarrow \frac{(F_{net})_r}{(F_{net})_1} = \frac{m_r}{m_1} \times \frac{r_r}{r_1} \times \left(\frac{T_1}{T_r}\right)^2$$

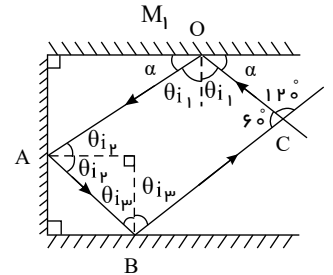
$$\stackrel{T_1 = T_r}{\rightarrow} \frac{(F_{net})_r}{(F_{net})_1} = \frac{m_r}{2m_r} \times \frac{L}{\frac{L}{2}} \times 1^2 = 1$$

متوسط

با توجه به شکل مقابل، برای چهارضلعی $OABC$ می توان نوشت:

$$2\theta_{i_1} + 2\theta_{i_r} + 2\theta_{i_p} + 60^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 2(\theta_{i_1} + \theta_{i_r} + \theta_{i_p}) = 300^\circ \Rightarrow \theta_{i_1} + \theta_{i_r} + \theta_{i_p} = 150^\circ$$



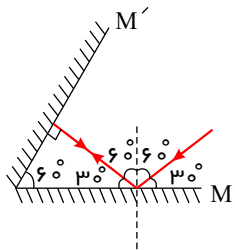
از طرف دیگر می بینیم $\theta_{i_r} + \theta_{i_p} = 90^\circ$ است. بنابراین:
با توجه به این که $\theta_{i_1} + \alpha = 90^\circ$ است، بنابراین:

سخت

مطابق قانون بازتاب عمومی زاویه تابش با زاویه بازتاب در سطح یک آینه تخت با هم برابرند و با توجه به این که مجموع زوایای داخلی یک مثلث 180° است، داریم:

$$\theta_{i_1} + 90^\circ = 150^\circ \Rightarrow \theta_{i_1} = 60^\circ$$

$$60^\circ + \alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$



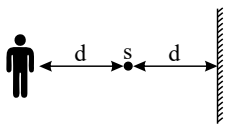
متوسط

نیروی که از طرف میخ به چکش وارد می شود، حرکت چکش را کند و متوقف می کند.

آسان

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۰

فاصله شخص تا منبع صوت را d و فاصله شخص تا دیوار را $2d$ در نظر می گیریم:



اگر مدت زمانی که طول می کشد تا صدای اصلی به شخص برسد برابر t_1 و مدت زمانی که طول می کشد تا پژواک به شخص برسد t_r باشد، داریم:

$$t_1 = \frac{d}{v}$$

$$t_r = 3\frac{d}{v}$$

اگر تأخیر زمانی بین این دو صوت کمتر از $0.1s$ باشد، گوش انسان نمی تواند پژواک را از صوت مستقیم تمیز دهد. بنابراین داریم:

$$t_r - t_1 \geq 0.1 \Rightarrow \frac{2d}{v} \geq 0.1 \Rightarrow d \geq \frac{340 \times 0.1}{2} \Rightarrow d \geq 17m$$

$$\Rightarrow \text{فاصله شخص تا دیوار} = 2d \geq 34m$$

سخت

در لحظه ای که دو نوسانگر به هم می رسند، در یک مکان قرار می گیرند، بنابراین داریم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۱

$$x_A = x_B \Rightarrow A \cos \pi t = \cos 2\pi t \Rightarrow \cos \pi t = A \cos 2\pi t \begin{cases} \pi t = 2\pi t \Rightarrow 0 \text{ (بعد از شروع نوسان غ.ق.ی.)} \\ \pi t = 2\pi - 2\pi t \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3\pi t = 2\pi \Rightarrow t = \frac{2}{3} s$$

سخت

۱۳۲ ۱ ۲ ۳ ۴ اگر بازه زمانی مشخصی را t فرض کنیم، تعداد نوسان‌های کامل هر آونگ برابر است با:

$$n = \frac{t}{T} \Rightarrow T = \frac{t}{n} \Rightarrow \begin{cases} T_A = \frac{t}{12} \\ T_B = \frac{t}{5} \end{cases}$$

حال با استفاده از رابطه دوره تناوب آونگ ساده داریم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} \Rightarrow \begin{cases} L_A = \frac{T_A^2 g}{4\pi^2} \\ L_B = \frac{T_B^2 g}{4\pi^2} \end{cases}$$

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{L_A + L_B}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{T_A^2 g}{4\pi^2} + \frac{T_B^2 g}{4\pi^2}}{g}} \Rightarrow T' = \sqrt{T_A^2 + T_B^2} \Rightarrow T' = \sqrt{\left(\frac{t}{12}\right)^2 + \left(\frac{t}{5}\right)^2} \Rightarrow T' = \frac{13t}{60}$$

بنابراین تعداد نوسان‌های کامل آونگ جدید برابر است با:

$$n' = \frac{t}{T'} = \frac{60}{13}$$

سخت

۱۳۳ ۱ ۲ ۳ ۴ با استفاده از رابطه چگالی داریم:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \Rightarrow \frac{\rho}{\rho_e} = \frac{M'}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R'}\right)^3 \Rightarrow \frac{1}{16} = 4 \times \left(\frac{R_e}{R'}\right)^3 \Rightarrow \frac{R_e}{R'} = \frac{1}{4}$$

حال با استفاده از رابطه شتاب گرانشی، داریم:

$$g = G \frac{M}{R^2} \Rightarrow \frac{g'}{g_e} = \frac{M'}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R'}\right)^2 \Rightarrow \frac{g'}{g} = 4 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 \Rightarrow \frac{g'}{g} = \frac{1}{4}$$

در نهایت با استفاده از رابطه دوره تناوب یک آونگ ساده، داریم:

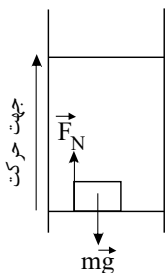
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{4} \Rightarrow \frac{T'}{T} = 2$$

دوره تناوب آونگ ساعت در سطح کره مورد نظر، دو برابر دوره تناوب آن در سطح زمین است، بنابراین در هر یک ساعت روی سطح زمین، این ساعت به اندازه ۵ ساعت عقب می‌افتد. در نتیجه در هر ۱۲ ساعت روی سطح زمینی این ساعت به اندازه ۶ ساعت عقب خواهد ماند.

سخت

۱۳۴ ۱ ۲ ۳ ۴

زمانی که آسانسور رو به بالا حرکت می‌کند، نیروی عمودی کف آسانسور که بر شخص وارد می‌شود برابر است با:

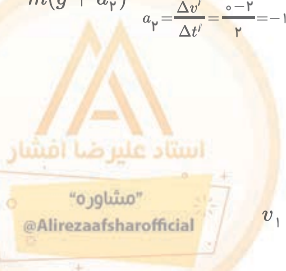
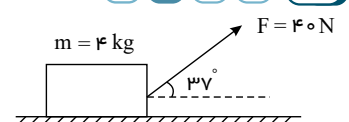


$$a = \frac{F_{net}}{m} \Rightarrow a = \frac{F_N - mg}{m} \Rightarrow F_N = m(g + a)$$

$$\frac{F_{N_1}}{F_{N_2}} = \frac{m(g + a_1)}{m(g + a_2)} \rightarrow \frac{F_{N_1}}{F_{N_2}} = \frac{10 + 2}{10 - 1} \Rightarrow \frac{F_{N_1}}{F_{N_2}} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

سخت

۱۳۵ ۱ ۲ ۳ ۴



$$W_t = \Delta k \rightarrow W_F + \underbrace{W_{F_N}}_{\text{صفر}} + \underbrace{W_{mg}}_{\text{صفر}} + W_{f_k} = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$\rightarrow Fd \cos 37^\circ + f_k d \cos 18^\circ = \frac{1}{2}m(v_f^2 - 0^2)$$

$$\rightarrow 40 \times 1,6 \times \frac{\lambda}{10} + f_k \times 1,6 \times (-1) = \frac{1}{2} \times 4 \times (4^2) = 32$$

$$\rightarrow 51,2 - 1,6f_k = 32 \rightarrow \boxed{f_k = 12N}$$

متوسط

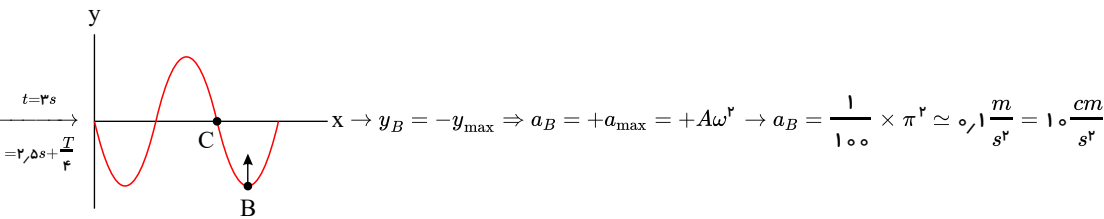
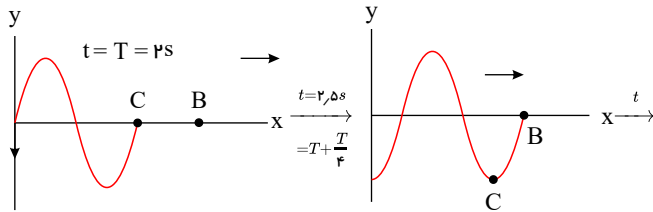
قدم اول: ابتدا دوره نوسان و سپس λ را محاسبه می‌کنیم: 1 2 3 4 136

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi} = 2s \rightarrow \lambda = vT = 200 \frac{cm}{s} \times 2s = 400cm = 4m$$

قدم دوم: چه مدت زمان طول می‌کشد موج از چشمه (نوسان‌ساز) به نقطه B برسد:

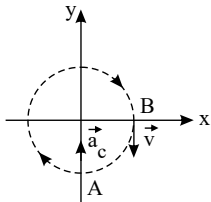
$$\Delta x = \Delta m \Rightarrow \frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{\Delta m}{\lambda} = 1,25 \rightarrow \Delta x = vt \rightarrow 1,25\lambda = v\Delta t \rightarrow \Delta t = 1,25T = 2,5s$$

قدم سوم: از کل مدت 3s، مقدار 2,5s طول می‌کشد تا موج از چشمه به محل ذره B برسد. در 0,5s بعد از آن ذره B به چه مکانی خواهد رسید؟



سخت

1 2 3 4 137



چون در لحظه مورد نظر، بردار شتاب به صورت $\vec{a}_c = 18\vec{j}$ است، متحرک در آن لحظه در مکان A قرار دارد. با توجه به جهت حرکت و دوره حرکت، 3s بعد متحرک در نقطه B خواهد بود و بردار سرعت آن در خلاف جهت محور yها است. سرعت متحرک برابر است با:

$$a_c = \frac{v^2}{r} \xrightarrow{T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow r = \frac{Tv}{2\pi}} a_c = \frac{v^2}{\frac{Tv}{2\pi}} \Rightarrow a_c = \frac{2\pi v}{T} \Rightarrow 18 = \frac{2 \times \pi \times v}{4} \Rightarrow v = 12 \frac{m}{s} \Rightarrow \vec{v} = -12\vec{j}$$

سخت

ابتدا دوره حرکت نوسان‌های ذره را محاسبه می‌کنیم: 1 2 3 4 138

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow 0,5 = \frac{1}{T} \Rightarrow T = 2s$$

نوسانگر در مدت یک دوره، چهار برابر دامنه نوسان را طی می‌کند و دوباره در مکان اولیه خود قرار خواهد گرفت. بنابراین مسافت طی شده توسط نوسانگر طی مدت 2 ثانیه بعد از لحظه t_1 برابر با $16cm = 4 \times 4$ است و نوسانگر در مکان $x = -4cm$ قرار خواهد داشت.

سخت

با استفاده از رابطه تندی متوسط می‌توان نوشت: 1 2 3 4 139

$$s_{av} = \frac{I}{\Delta t} = \frac{I}{T} = s_{av} \Delta t = 5 \times 0,4 = 2cm$$

با توجه به نمودار، متحرک در مدت زمان 4ر ثانیه، مسافتی به اندازه 4A را پیموده است. بنابراین داریم:

$$I = 4A \Rightarrow 2 = 4A \Rightarrow A = 0.5 \text{ cm}$$

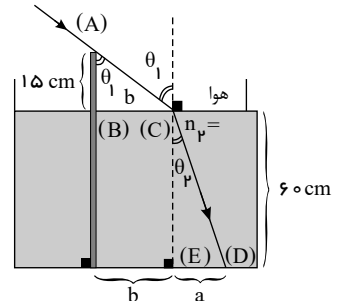
چون دوره متحرک برابر با ۰٫۴ ثانیه است، پس در $t = \frac{3}{4} T = 0.3 \text{ s}$ در مکان $x = 0$ قرار دارد و اندازه جابه‌جایی آن برابر 0.5 cm می‌باشد.

سخت

۱۴۰ (۱) (۲) (۳) (۴) قدم به قدم پیش می‌رویم:

قدم اول: قانون اسنل را در نقطه C می‌نویسیم:

$$n_p \sin \theta_p = n_1 \sin \theta_1 \rightarrow \frac{4}{3} \sin \alpha_p = 1 \times \sin \alpha_1$$



$$\Rightarrow \sin \theta_p = \frac{3}{4} \sin \theta_1 = \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\begin{cases} \sin \alpha_1 = \frac{4}{5} \\ \sin \alpha_p = \frac{3}{5} \end{cases}$$

قدم دوم:

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{طرفین را بر } \sin^2 \theta} 1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

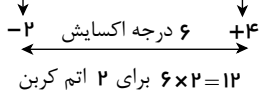
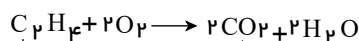
$$\cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta} - 1 \Rightarrow \begin{cases} \cot^2 \theta_p = \frac{1}{\sin^2 \theta_p} - 1 = \frac{1}{\frac{9}{25}} - 1 = \frac{25}{9} - 1 = \frac{16}{9} \Rightarrow \cot \theta_p = \frac{4}{3} \\ \cot^2 \theta_1 = \frac{1}{\sin^2 \theta_1} - 1 = \frac{1}{\frac{16}{25}} - 1 = \frac{25}{16} - 1 = \frac{9}{16} \Rightarrow \cot \theta_1 = \frac{3}{4} \end{cases}$$

قدم سوم:

$$\Delta ABC: \cot \theta_1 = \frac{15 \text{ cm}}{b} = \frac{3}{4} \Rightarrow b = 20 \text{ cm}$$

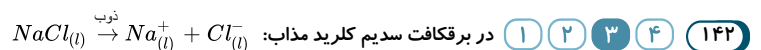
$$\Delta CED: \cot \theta_p = \frac{60 \text{ cm}}{a} = \frac{4}{3} \Rightarrow a = \frac{180}{4} = 45 \text{ cm} \quad \frac{a}{b} = \frac{45 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} = \frac{9}{4}$$

متوسط



۱۴۱ (۱) (۲) (۳) (۴)

آسان



محصول کاتد فلز سدیم: $\text{Na}^+_{(l)} + e^- \rightarrow \text{Na}(s)$ کاهش در کاتد

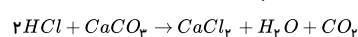
محصول آند گاز کلر: $2\text{Cl}^-_{(l)} \rightarrow 2e^- + \text{Cl}_2(g)$ اکسایش در آند

آسان

۱۴۳ (۱) (۲) (۳) (۴)

ابتدا غلظت مولی HCl را بدست می‌آوریم:

در محلول اسید قوی یک ظرفیتی مانند HCl داریم:



و حالا:

با استفاده از ضریب تبدیل واحد:

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-7} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = M \Rightarrow M = 10^{-7} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$



$$20 \text{ mL HCl} \times \frac{1 \text{ L HCl}}{1000 \text{ mL HCl}} \times \frac{10^{-2} \text{ mol HCl}}{1 \text{ L HCl}} \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{2 \text{ mol HCl}}$$

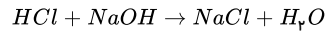
$$\times \frac{100 \text{ g CaCO}_3}{1 \text{ mol CaCO}_3} \times \frac{1000 \text{ mg CaCO}_3}{1 \text{ g CaCO}_3} = 1 \text{ mg CaCO}_3$$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۴

$$[H^+] = M \times \alpha \times n = 10^{-pH} \Rightarrow M_V = 10^{-2}, M_1 = 10^{-1}$$

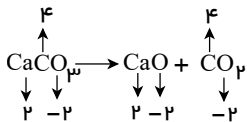
$$M_1 V_1 = M_V V_V \Rightarrow 0.1 \times V_1 = 0.01 \times 200 \Rightarrow V_1 = 20 \text{ mL}$$



$$M_1 V_1 n_1 = M_V V_V n_V \Rightarrow 0.1 \times 200 = 0.02 \times V_V \Rightarrow V_V = 100$$

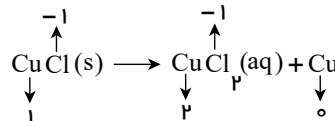
سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۵

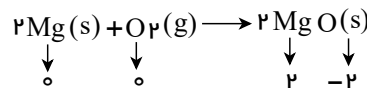


و اما گزینه‌های دیگر:

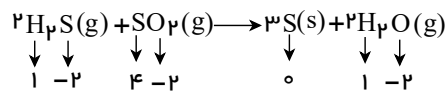
گزینه ۲:



گزینه ۳:



گزینه ۴:



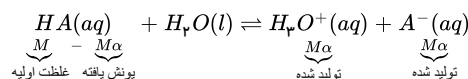
می‌توان گفت در سایر واکنش‌ها عنصر آزاد وجود دارد و حتماً از نوع اکسایش-کاهش است.
آسان

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۶ عدد اکسایش فلئور در همه‌ی ترکیب‌های آن نظیر MgF_2 ، OF_2 و SF_6 برابر ۱- است. این در حالی است که F_2 یک ترکیب محسوب نمی‌شود بلکه

یک مولکول ساده است و عدد اکسایش هر عنصر در حالت آزاد (نه در ترکیب) برابر صفر است.

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۷ معادله‌ی یونش اسید HA ، به صورت زیر است. M غلظت مولی اسید و α ، درجه‌ی یونش است.



قبل از یونش فقط مولکول‌های HA را در محلول داریم که دارای غلظت $12 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot L^{-1}$ می‌باشند. پس از یونش علاوه بر یون‌های H_3O^+ و A^- که بر اثر یونش تولید می‌شوند

مولکول‌های HA که وارد فرایند یونش نشده‌اند هم در محلول وجود دارند.

مجموع غلظت گونه‌های موجود در محلول پس از یونش:

$$[H_3O^+] + [A^-] + [HA]$$

$$= M\alpha + M\alpha + (M - M\alpha) = M + M\alpha$$

$$\frac{\text{مجموع غلظت گونه‌ها پس از یونش}}{\text{مجموع غلظت گونه‌ها قبل از یونش}} = \frac{M + M\alpha}{M} = 1 + \alpha$$

$$\Rightarrow 1 + \alpha = 1.04 \Rightarrow \alpha = 0.04$$

$$[H_3O^+] = M \times \alpha = (12 \times 10^{-3}) \times 0.04 = 48 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$pH = -\log[H_3O^+] = -\log(48 \times 10^{-5}) = -(\log 48 + \log 10^{-5})$$

$$= -(\log(2^3 \times 3) + (-5))$$

$$= -(4 \log 2 + \log 3 + (-5)) = -((4 \times 0.3) + (0.5) + (-5)) = 3.3$$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۸

چون درجه تفکیک اسیدها زیاد است. نمی‌توانیم از مقدار تفکیک شده آن‌ها صرف نظر کنیم بنابراین مقادیر K_{a1} و K_{a2} را به دست می‌آوریم.



$$(HA)K_{a_1} = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} = \frac{0.2 \times (0.1)^2}{1-0.1} = \frac{2 \times 10^{-3}}{0.9}$$

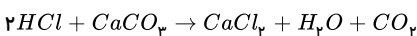
$$(HB)K_{a_2} = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} = \frac{0.1 \times (0.2)^2}{1-0.2} = \frac{4 \times 10^{-3}}{0.8}$$

$$\frac{K_{a_1}}{K_{a_2}} = \frac{\frac{2 \times 10^{-3}}{0.9}}{\frac{4 \times 10^{-3}}{0.8}} = \frac{1.8}{3.6} = \frac{1}{2} \approx 0.5$$

سخت ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۹

$$C_{M HCl} = \frac{11.2 \text{ mL} \times \frac{1 \text{ mol}}{22400 \text{ mL}}}{25 \times 10^{-3} \text{ L}} = 0.2 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \Rightarrow [H^+] = 0.2 \times 1 \times 1 = 2 \times 10^{-2}$$

$$pH = -\log 2 \times 10^{-2} = 2 - \log 2 = 1.7$$



روش اول:

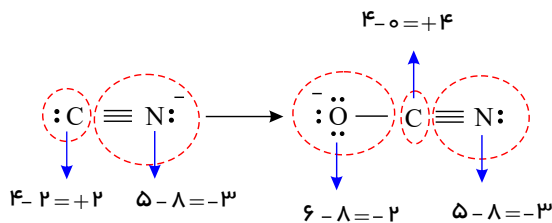
$$1 \text{ mL HCl} \times \frac{0.2 \text{ mol}}{1 \text{ L HCl}} \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{2 \text{ mol HCl}} \times \frac{100 \text{ g}}{1 \text{ mol CaCO}_3} = 1 \text{ mg}$$

روش دوم:

$$\frac{1 \text{ mL} \times 0.2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \text{ HCl}}{2 \text{ mol}} = \frac{x \text{ mg CaCO}_3}{100 \text{ g}} \Rightarrow x = 1 \text{ mg}$$

سخت ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۰

الکترون‌های منتسب به اتم - یکان عدد گروه اتم = عدد اکسایش اتم

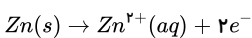


متوسط ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۱

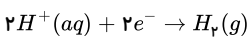
زمانی که تیغه‌ی مسی در محلول نقره نیترات قرار می‌گیرد، واکنش اکسایش-کاهش به صورت $Cu(s) + 2Ag^+(aq) \rightarrow Cu^{2+}(aq) + 2Ag(s)$ انجام می‌گیرد که در آن فلز مس، اکسید و یون نقره کاهش می‌شود، بنابراین یون نقره اکسند و مس کاهشنده است.

آسان

در آند، فلز روی براساس نیم‌واکنش زیر الکترون از دست می‌دهد: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۲



در کاتد، یون‌های $H^+(aq)$ با جذب الکترون و براساس نیم‌واکنش زیر، گاز هیدروژن تولید می‌کنند:



پس در این نیم‌واکنش‌ها، با داد و ستد ۲ مول الکترون مواجه هستیم:

$$? LH_2 = 6.022 \times 10^{23} e^- \times \frac{1 \text{ mol } e^-}{6.022 \times 10^{23} e^-} \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{2 \text{ mol } e^-} \times \frac{22.4 \text{ LH}_2}{1 \text{ mol } H_2} = 1.12 \text{ LH}_2$$

متوسط

در نیم‌واکنش اکسایش، الکترون آزاد می‌شود. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۳

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): کربن در اتانویک اسید دارای اعداد اکسایش +۳ و -۳ است.

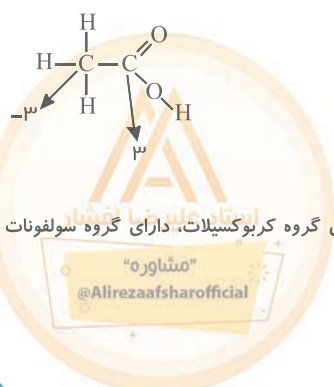
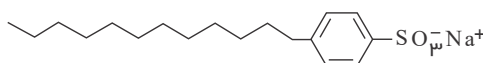
گزینه (۲): اکسند ماده‌ای است که سبب اکسایش ماده دیگر می‌گردد و این کار را با گرفتن الکترون از آن ماده، انجام می‌دهد.

گزینه (۴): در یک واکنش نمی‌تواند تنها اکسایش و یا تنها کاهش وجود داشته باشد بلکه این دو واکنش در کنار هم بوده و هم‌زمان روی می‌دهند.

آسان

پاک‌کننده‌های صابونی دارای گروه کربوکسیلات $(-COO^-)$ می‌باشند، اما پاک‌کننده‌های غیرصابونی به جای گروه کربوکسیلات، دارای گروه سولفونات ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۴

$(-SO_3^-)$ هستند. ساختار و فرمول مولکولی ترکیب مورد نظر به شکل زیر می‌باشد:



متوسط

۱۵۵) ۱ ۲ ۳ ۴ عموماً اکسید نافلز (به جز CO , NO , N_2O) اکسید اسیدی می‌باشد: $SO_2 + H_2O \rightarrow H_2SO_3$ در ضمن CO , NO , N_2O اکسیدهای خنثی می‌باشند.

متوسط

۱۵۶) ۱ ۲ ۳ ۴ روش اول:

هر دو اسید HCl و HBr قوی بوده و از یونش کامل هر مول از آن‌ها، یک مول یون H_3O^+ در آب تولید می‌شود. اگر تعداد مول H_3O^+ تولید شده در محلول HCl را با تعداد مول H_3O^+ تولید شده در محلول HBr جمع کنیم، تعداد مول H_3O^+ در محلول نهایی حاصل می‌شود. با استفاده از pH محلول نهایی، می‌توانیم $[H_3O^+]$ را در محلول نهایی به دست آوریم. فرض می‌کنیم که حجم محلول HBr برابر V میلی‌لیتر باشد.

$$pH = 0.3 \Rightarrow [H_3O^+] = 10^{-0.3}$$

$$= 10^{-1+0.7} = 10^{-1} \times 10^{0.7} = 10^{-1} \times 5 = 0.5 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$HCl \text{ محلول: } pH = 1 \Rightarrow [H_3O^+] = 10^{-1} = 0.1 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$100 \text{ mL محلول} \times \frac{0.1 \text{ mol } H_3O^+}{1000 \text{ mL محلول}} = 0.01 \text{ mol } H_3O^+$$

$$HBr \text{ محلول: } pH = 0 \Rightarrow [H_3O^+] = 10^0 = 1 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$V \text{ mL محلول} \times \frac{1 \text{ mol } H_3O^+}{1000 \text{ mL محلول}} = (10^{-3}V) \text{ mol } H_3O^+$$

$$[H_3O^+] \text{ در محلول نهایی} = \frac{\text{جمع تعداد مول } H_3O^+}{\text{حجم محلول نهایی بر حسب لیتر}} \Rightarrow 0.5 = \frac{(0.01 + 10^{-3} \times V) \text{ mol}}{(0.1 + V \times 10^{-3})L}$$

$$\Rightarrow V = 80 \text{ mL}$$

روش دوم:

در مخلوط چند اسید قوی:

$$(10^{-pH} \times V)_1 + (10^{-pH} \times V)_2 = (10^{-pH} \times V)_{\text{کل}}$$

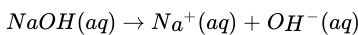
$$(10^{-1} \times 100) + (10^0 \times V) = 10^{-0.3} \times (100 + V)$$

$$10 + V = 50 + 0.5V \Rightarrow 0.5V = 40 \Rightarrow V = 80 \text{ mL}$$

سخت

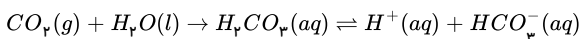
۱۵۷) ۱ ۲ ۳ ۴ کاغذ pH در محیط بازی، آبی می‌شود.

گزینه ۱:

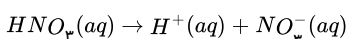


یون OH^- آزاد شده پس محلول یک باز آرنیوس است و کاغذ pH را آبی می‌کند.

گزینه ۲: اکسید نافلز، اسید آرنیوس است. این اکسیدها انحلال شیمیایی دارند و با آب واکنش می‌دهند و فرآورده واکنش به صورت یونی در آب حل می‌شود. محلول اسیدی کاغذ pH را قرمز می‌کند.

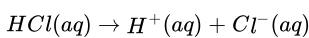


گزینه ۳:



یون H^+ آزاد کرده پس اسید آرنیوس است و کاغذ pH را قرمز می‌کند.

گزینه ۴:



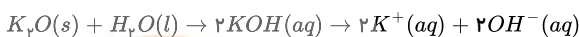
یون H^+ آزاد کرده پس اسید آرنیوس است و کاغذ pH را قرمز می‌کند.

سخت

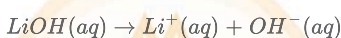
۱۵۸) ۱ ۲ ۳ ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: کاغذ pH در محیط بازی آبی رنگ می‌شود.

اکسیدهای فلزی، باز آرنیوس هستند. این مواد هنگام انحلال با آب واکنش می‌دهند و هیدروکسید فلز تولید می‌کنند. با جدا شدن یون‌های هیدروکسید فلز در آب، غلظت یون OH^- زیاد می‌شود.

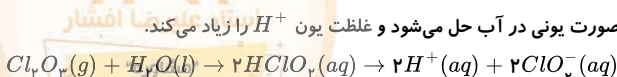


گزینه ۲: در محلول بازی غلظت یون هیدروکسید بیشتر از غلظت یون هیدرونیوم است.

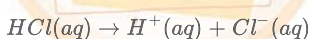


یون OH^- آزاد کرده پس باز آرنیوس است.

گزینه ۳: در محلول‌های اسیدی غلظت یون هیدرونیوم بیشتر از غلظت یون هیدروکسید است.



گزینه ۴:



یون H^+ تولید کرده پس اسید آرنیوس است.

سخت

$$159 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad pH = -\log[H^+] = -\log 2 \times 10^{-3} = -[\log 2 + \log 10^{-3}] = 2,7$$

آسان

$$160 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad ? mol HF = 4g HF \times \frac{1 mol HF}{20g HF} = 0,2 mol HF$$

$$[HF] = \frac{HF \text{ مول}}{(L) \text{ حجم محلول}} = \frac{0,2(mol)}{0,2(L)} = 1 mol \cdot L^{-1}$$

$$\text{درصد یونش} = \alpha \times 100 \Rightarrow 2,5 = \alpha \times 100 \Rightarrow \alpha = 0,025$$

$$\alpha = \frac{[H^+]}{[HF]_{\text{اولیه}}} \Rightarrow 0,025 = \frac{[H^+]}{1(mol \cdot L^{-1})} \Rightarrow [H^+] = 0,025 mol \cdot L^{-1}$$

سخت

1 2 3 4 161

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow -\log[H^+] = 2,5 \Rightarrow -\log[H^+] = 3 - 0,5 \\ \Rightarrow \log[H^+] = -3 + 0,5 \Rightarrow \log[H^+] = \log 10^{-3} + \log 3 \Rightarrow [H^+] = 0,003 mol \cdot L^{-1}$$

فرض: حجم محلول = 1L

$$[H^+] = \frac{H^+ \text{ مول}}{(L) \text{ حجم محلول}} \Rightarrow 0,003(mol \cdot L^{-1}) = \frac{H^+ \text{ مول}}{1(L)} \Rightarrow H^+ \text{ مول} = 0,003 mol$$

$$?g H^+ = 0,003 mol H^+ \times \frac{1g H^+}{1 mol H^+} = 0,003g H^+$$

$$ppm = \frac{H^+ \text{ جرم}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 2 = \frac{0,003(g)}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow \text{جرم محلول} = 1500g$$

$$(\varphi) \text{ چگالی محلول} = \frac{\text{جرم محلول}}{\text{حجم محلول}} \Rightarrow \text{چگالی محلول} = \frac{1500(g)}{1000(mL)} = 1,5g \cdot mL^{-1}$$

سخت

162 1 2 3 4 برای آن که کاتیون یک فلز را بتوان از نمک آن جدا نمود باید آن را مجاور فلزی قرار داد که در سری الکتروشیمیایی پایین تر از کاتیون مورد نظر باشد تا

نقش آند را ایفا کند. در گزینه‌های داده شده همگی در سری E° پایین سرب قرار دارند به جز مس.

اگر جای سرب را هم در سری الکتروشیمیایی ندانیم همین که مس از سایر گزینه‌ها بالاتر است مشخص است که پاسخ مس خواهد بود.

متوسط

163 1 2 3 4 طبق نمودار صفحه ۳ کتاب درسی میزان افزایش امید به زندگی (شیب نمودار) در مناطق کم‌برخوردار نسبت به برخوردار بیشتر است.

بررسی سایر گزینه‌های درست:

گزینه ۱: وبا یک بیماری واگیردار است که به دلیل آلوده شدن آب و نبود بهداشت شایع می‌شود.

گزینه ۳: فرمول وازلین، $C_{15}H_{32}$ است. با توجه به تعداد اتم‌های هیدروژن و کربن در این ترکیب، وازلین یک آلکان است. آلکان‌ها و سایر مواد ناقطبی در حلال‌های شبیه خود به خوبی حل می‌شوند (محلول در چربی هستند). و در مجموع ۱۷ اتم دارد.

گزینه ۴: نیروی بین مولکولی غالب در چربی‌ها و مولکول‌های بنزین، نیروی وان‌دروالسی است و یکسان است.

آسان

164 1 2 3 4 در محلول اسید HA:

$$pH = 4,5 \Rightarrow [H^+] = 10^{-4,5} = 3 \times 10^{-5} mol \cdot L^{-1}$$

$$(\alpha\%) \text{ درصد یونش} = \frac{[H^+]}{[HA]} \times 100 \Rightarrow 0,2 = \frac{3 \times 10^{-5}}{[HA]} \times 100 \Rightarrow [HA] = 1,5 \times 10^{-3} mol \cdot L^{-1}$$

در محلول آمونیاک:

$$pH + 12,7 \Rightarrow [H^+] = 10^{-12,7} = 2 \times 10^{-13} mol \cdot L^{-1}$$

$$[H_3O^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow 2 \times 10^{-13} \times [OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = 5 \times 10^{-2} mol \cdot L^{-1}$$

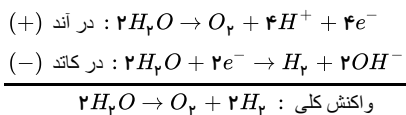
$$(a) \text{ درجه یونش} = \frac{[OH^-]}{[NH_3]} \Rightarrow 0,2 = \frac{5 \times 10^{-2}}{[NH_3]} \Rightarrow [NH_3] = 0,25 mol \cdot L^{-1}$$

$$\frac{HA}{[NH_3]} = \frac{1,5 \times 10^{-3}}{0,25} = 0,06$$

165 1 2 3 4 در برقافت آب حجم گاز هیدروژن تولید شده در کاتد با توجه به معادله ۲ برابر اکسیژن تولید شده در آند است و به دلیل تولید OH^- در کاتد کاغذ pH

سخت

در آن قسمت به رنگ آبی در می آید.



متوسط

بررسی عبارت ها: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۶

(آ) نادرست؛ اتیلن گلیکول دارای فرمول شیمیایی $C_2H_6O_2$ است.

(ب) درست؛ به جز نمک خوراکی بقیه در هگزان حل می شود. چون بنزین، وازلین و روغن زیتون همگی غیرقطبی هستند و در حلال غیرقطبی هگزان حل می شوند.

(پ) نادرست؛ در ساختار لوویس باید جفت الکترون های ناپیوندی نیز نمایش داده شود.

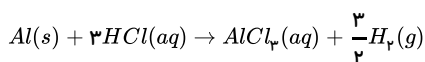
N یک جفت و O دو جفت الکترون ناپیوندی دارند.

بقیه موارد درست می باشند.

(ت) درست؛ تعداد هیدروژن در وازلین ۵۲ و در روغن زیتون ۱۰۴ است.

متوسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۷ می دانیم $E^\circ(H^+/H_2) = 0$ پس فلز Al با محلول HCl حاوی (H^+) واکنش می دهد، ولی فلز مس با HCl واکنش نمی دهد.



واکنش نمی دهد $Cu + HCl \rightarrow$

و همچنین نیم واکنش انجام شده به صورت $Al \rightarrow Al^{3+} + 3e^-$

$$?mole^- = 2,408 \times 10^{24} e^- \times \frac{1mole^-}{6,02 \times 10^{23} e^-} = 4mole^-$$

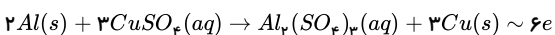
$$?gAl = 4mole^- \times \frac{1molAl}{3mole^-} \times \frac{27gAl}{1molAl} = 36gAl$$

۱۴ گرم $(50 - 36 = 14)$ از آلیاژ اولیه مس بوده است و درصد جرمی مس به صورت زیر است:

$$\%Cu = \frac{14gCu}{50g} \times 100 = 28\%$$

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۸



$$\text{مقدار گرم کاهش یافته تیغه} = 0,6mole \times \frac{2molAl}{6mole} \times \frac{27gAl}{1molAl} = 0,54gAl$$

$$\text{مقدار گرم افزایش یافته} = 0,6mole \times \frac{3molCu}{6mole} \times \frac{64g}{1molCu} \times \frac{50gCu}{100gCu} = 0,96g$$

$$0,96 - 0,54 = 0,42g$$

سخت

بررسی گزینه های نادرست: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۹

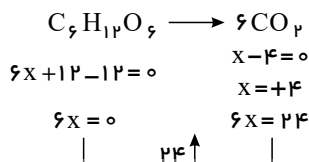
گزینه ۱) تیغه ای که به قطب منفی باتری متصل می شود، تیغه کاتد است.

گزینه ۲) اطراف قطب مثبت سلول (آند)، گاز کلر آزاد می شود.

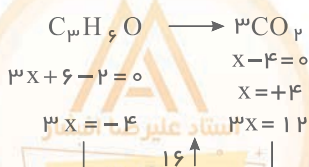
گزینه ۳) در برقکافت $NaCl(aq)$ ، یون Na^+ کاهش نمی یابد.

آسان

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۰



$$\frac{24}{16} = \frac{3}{2}$$



مشاوره
@Alirezaafsharofficial

سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۱

باتوجه به انجام پذیر بودن واکنش II و انجام ناپذیر بودن واکنش های I و III می توان موقعیت فلزها را در سری الکتروشیمیایی به صورت روبرو در نظر

Ag ۰٫۸
M
Al - ۱٫۶۶
Mg - ۲٫۳۸

گرفت (هر فلز در سری با کاتیون بالایی خود واکنش خودبخودی می‌دهد)
(آ) نادرست. فلز M می‌تواند دارای پتانسیل کاهش مثبت یا منفی باشد.
(ب) نادرست. با توجه به مشخص نبودن علامت پتانسیل کاهش فلز M نمی‌توان نقش آن را در مقابل نیم سلول SHE تعیین نمود.
(پ) نادرست. در سری الکتروشیمیایی، فلز M، بالاتر از Al است.
(ت) درست. فلز M در مقابل فلزهای Al و Mg نقش کاتد و در مقابل فلز نقره نقش آنود خواهد داشت.

سخت

عبارت‌های (ب) و (ت) صحیح می‌باشند. **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۲**

عبارت (الف): این ویژگی فقط در لحظه تعادل برقرار است.
عبارت (پ): در واکنش‌های برگشت پذیر واکنش دهنده (ها) و فرآورده (ها) هم‌زمان با هم حضور دارند.

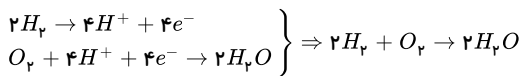
آسان

بررسی موارد: **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۳**

مورد الف) واکنش $2NaCl(l) \rightarrow 2Na(l) + Cl_2(g)$ در سلول دانه انجام می‌شود:

$$?LCl_2 = 35.1gNaCl \times \frac{1molNaCl}{58.5gNaCl} \times \frac{1molCl_2}{2molNaCl} \times \frac{22.4LCl_2}{1molCl_2} = 6.72LCl_2$$

مورد ب) در سلول سوختی «هیدروژن - اکسیژن» نیم‌واکنش‌ها و واکنش کلی به صورت زیر می‌باشد:



$$?e^- = 3.6gH_2O \times \frac{1molH_2O}{18gH_2O} \times \frac{4mole^-}{2molH_2O} \times \frac{6.02 \times 10^{23}e^-}{1mole^-} = 2.408 \times 10^{23}e^-$$

مورد پ) در برقکافت آب، برای افزایش رسانایی الکتریکی، به آن مقداری الکترولیت مثل NaCl و CaCl₂ می‌افزایند.

سخت

با تقسیم بار الکتریکی مبادله شده بر بار الکترون می‌توان تعداد الکترون مبادله شده را به دست آورد: **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۴**

$$\text{تعداد الکترون} = \frac{\text{بار الکتریکی مبادله شده}}{\text{بار الکترون}} = \frac{19264}{1.6 \times 10^{-19}} = 1.204 \times 10^{23}e^-$$

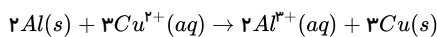
$$?gCu = 1.204 \times 10^{23}e^- \times \frac{1mole^-}{6.02 \times 10^{23}e^-} \times \frac{1molCu}{2mole^-} \times \frac{64gCu}{1molCu} = 6.4gCu$$

$$?gAg = 1.204 \times 10^{23}e^- \times \frac{1mole^-}{6.02 \times 10^{23}e^-} \times \frac{1molAg}{1mole^-} \times \frac{108gAg}{1molAg} = 21.6gAg$$

$$\text{تغییر جرم} \Rightarrow 21.6 - 6.4 = 15.2g$$

سخت

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است: **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۵**



از معادله می‌توان نتیجه گرفت به ازای مبادله $6.02 \times 10^{23}e^-$ ، سه مول Cu^{2+} مصرف می‌شود. با یک تناسب می‌توان مول مصرفی Cu^{2+} را به ازای مبادله 1.0836×10^{22} الکترون محاسبه کرد:

$$\left. \begin{aligned} 6 \times 6.02 \times 10^{23}e^- &\rightarrow 3molCu^{2+} \\ 1.0836 \times 10^{22}e^- &\rightarrow x \end{aligned} \right\} x = 0.09molCu^{2+}$$

مول مصرفی Cu^{2+} برابر ۰٫۰۹ می‌باشد. حال سرعت متوسط مصرف آن را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{R}_{Cu^{2+}} = -\frac{\Delta n}{\Delta t} = -\frac{-0.09mol}{30s} = 0.003mol \cdot s^{-1}$$

می‌دانیم سرعت واکنش از تقسیم سرعت هر ماده بر ضریب آن به دست می‌آید؛ پس سرعت متوسط واکنش در بازه زمانی داده شده برابر با $0.001mol \cdot s^{-1}$ است.

سخت

بررسی موارد نادرست: **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۶**

مورد ب: فلزهای نجیبی مانند طلا که E^\ominus مثبتی دارند در محیط اسیدی نیز اکسایش نمی‌یابند.

مورد پ: در خوردگی آهن، عدد اکسایش آهن از صفر به ۳+ رسیده و سه واحد افزایش می‌یابد. محیط اسیدی یا خنثی تأثیری بر این افزایش ندارد.

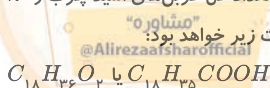
سخت

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۷

$$?kg \text{ صابون} = 22.25kg \text{ چربی} \times \frac{1000g \text{ چربی}}{1kg \text{ چربی}} \times \frac{1mol \text{ چربی}}{890g \text{ چربی}} \times \frac{3mol \text{ صابون}}{1mol \text{ چربی}} \times \frac{306g \text{ صابون}}{1mol \text{ صابون}} \times \frac{1kg \text{ صابون}}{1000g \text{ صابون}} \times \frac{40g \text{ عملی}}{100g \text{ نظری}} = 9.18kg \text{ صابون}$$

متوسط

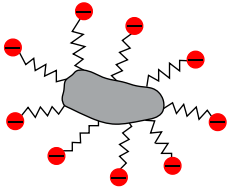
فرمول عمومی اسیدهای چرب با زنجیر آلکیل سیر شده به صورت $C_nH_{2n}O_2$ یا $COOH$ یا C_nH_{2n+1} می‌باشد که n تعداد کل کربن‌های اسید چرب و n' تعداد کربن‌های زنجیر آلکیل را نشان می‌دهد. در صورت سؤال تعداد کل کربن‌های اسید چرب برابر ۱۸ در نظر گرفته شده است پس فرمول عمومی به صورت زیر خواهد بود: **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۸**



متوسط

بررسی گزینه‌ها: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۹

گزینه ۱) رنگ هایی که برای پوشش استفاده می شوند، سس مایونز و ژله هر سه نمونه هایی از کلویید ها هستند.
گزینه ۲) بخش ناقطبی صابون به لکه چربی متصل می شود و بخش باردار آن را در آب پخش می کند پس طبق شکل قسمت آنیونی صابون رو به بیرون است.



گزینه ۳) آب دریا نسبت به آب چشمه مقادیر چشم گیری یون های منیزیم و کلسیم دارد و وجود این یون ها قدرت پاک کنندگی صابون را کم می کند.
گزینه ۴) وازلین همانند روغن زیتون در هگزان مخلوط همگن ایجاد می کند، زیرا دارای مولکول های ناقطبی هستند.
آسان

ابتدا غلظت مولار محلول ها را به دست می آوریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۰

$$M = \frac{n}{v} \Rightarrow M = \frac{0,04}{0,1} = 0,4 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

اسید HA

چون $[H^+]$ در برابر $[HA]$ در تعادل ناچیز است، می توان به جای غلظت تعادلی HA، غلظت کل HA را قرار داد.

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} \Rightarrow 4 \times 10^{-7} = \frac{[H^+]^2}{0,4} \Rightarrow [H^+] = 4 \times 10^{-4} \rightarrow pH = 4 - 0,6 = 3,4$$

اسید HB

$$[H^+] = M\alpha \Rightarrow [H^+] = 0,4 \times 0,04 = 1,6 \times 10^{-2} \Rightarrow [H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{1,6 \times 10^{-2}} = \frac{10^{-12}}{1,6} \Rightarrow \frac{pH \text{ اسید HA}}{[OH^-] \text{ اسید HB}} = \frac{3,4}{1,6} = 5,44 \times 10^{-12}$$

سخت



پاسخنامه کاپری

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴

۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴

۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴
۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۱۰۵	۱	۲	۳	۴
۱۰۶	۱	۲	۳	۴
۱۰۷	۱	۲	۳	۴
۱۰۸	۱	۲	۳	۴
۱۰۹	۱	۲	۳	۴
۱۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۱۹	۱	۲	۳	۴
۱۲۰	۱	۲	۳	۴
۱۲۱	۱	۲	۳	۴
۱۲۲	۱	۲	۳	۴
۱۲۳	۱	۲	۳	۴

۱۲۴	۱	۲	۳	۴
۱۲۵	۱	۲	۳	۴
۱۲۶	۱	۲	۳	۴
۱۲۷	۱	۲	۳	۴
۱۲۸	۱	۲	۳	۴
۱۲۹	۱	۲	۳	۴
۱۳۰	۱	۲	۳	۴
۱۳۱	۱	۲	۳	۴
۱۳۲	۱	۲	۳	۴
۱۳۳	۱	۲	۳	۴
۱۳۴	۱	۲	۳	۴
۱۳۵	۱	۲	۳	۴
۱۳۶	۱	۲	۳	۴
۱۳۷	۱	۲	۳	۴
۱۳۸	۱	۲	۳	۴
۱۳۹	۱	۲	۳	۴
۱۴۰	۱	۲	۳	۴
۱۴۱	۱	۲	۳	۴
۱۴۲	۱	۲	۳	۴
۱۴۳	۱	۲	۳	۴
۱۴۴	۱	۲	۳	۴
۱۴۵	۱	۲	۳	۴
۱۴۶	۱	۲	۳	۴
۱۴۷	۱	۲	۳	۴
۱۴۸	۱	۲	۳	۴
۱۴۹	۱	۲	۳	۴
۱۵۰	۱	۲	۳	۴
۱۵۱	۱	۲	۳	۴
۱۵۲	۱	۲	۳	۴
۱۵۳	۱	۲	۳	۴
۱۵۴	۱	۲	۳	۴
۱۵۵	۱	۲	۳	۴
۱۵۶	۱	۲	۳	۴
۱۵۷	۱	۲	۳	۴
۱۵۸	۱	۲	۳	۴
۱۵۹	۱	۲	۳	۴
۱۶۰	۱	۲	۳	۴
۱۶۱	۱	۲	۳	۴
۱۶۲	۱	۲	۳	۴
۱۶۳	۱	۲	۳	۴
۱۶۴	۱	۲	۳	۴

۱۶۵	۱	۲	۳	۴
۱۶۶	۱	۲	۳	۴
۱۶۷	۱	۲	۳	۴
۱۶۸	۱	۲	۳	۴

۱۶۹	۱	۲	۳	۴
۱۷۰	۱	۲	۳	۴
۱۷۱	۱	۲	۳	۴
۱۷۲	۱	۲	۳	۴

۱۷۳	۱	۲	۳	۴
۱۷۴	۱	۲	۳	۴
۱۷۵	۱	۲	۳	۴
۱۷۶	۱	۲	۳	۴

۱۷۷	۱	۲	۳	۴
۱۷۸	۱	۲	۳	۴
۱۷۹	۱	۲	۳	۴
۱۸۰	۱	۲	۳	۴

