www.alirezaafshar.org

نام و نام خانوادگی:

تعداد سوال: ۱۲۰

نام آزمون: ریاضی یازدهم ۱۵ فروردین

زمان برگزاری: ۱۵۰ دقیقه

افشار

مرکز مشاوره تحصیلی دکتر
علیرضا افشار

۱ از دو معادله‌ی $x^۲ - y^۲ = ۳۲, \log_۲^x = ۱ + \log_۲^{y+۱}$، مقدار لگاریتم $(x+y)$ در پایه‌ی ۴، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۲

۲ معادله‌ی $۴^x - ۳ \times ۲^x - ۴ = ۰$ چند ریشه دارد؟

۱) هیچ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۳ در معادله‌ی $\log_۹^x + \log_{x^۳}^۳ = \frac{۵}{۶}$ مجموع ریشه‌های آن کدام است؟

۱) $۳\sqrt{۳}+۳$ ۲) $۳+\sqrt{۳}$ ۳) $۳+\sqrt[۳]{۹}$ ۴) $۳+۲\sqrt{۳}$

۴ معادله‌ی $۲^x + ۱ = ۶ - x$ چند ریشه دارد؟

۱) یک ریشه ی مثبت ۲) یک ریشه ی منفی ۳) هیچ ۴) ۲

۵ اگر $۹^a = ۲۷\sqrt{۳}$ و $\log \sqrt{b} - \log(۲-a) = ۱$، مقدار b است؟

۱) ۶٫۲۵ ۲) ۴٫۵ ۳) ۲٫۵ ۴) ۲۵

۶ اگر $\log_a^۳ ۲ - ۱ = \log_a^x$، آنگاه لگاریتم x در مبنای $\frac{\sqrt{a}}{۳}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۷ مجموعه جواب نامعادله‌ی $\log_{۰٫۵}^{\frac{۲x+۳}{۴}} \geq -۱$ کدام است؟

۱) $(\frac{۳}{۲}, \frac{۵}{۲}]$ ۲) $(\frac{-۳}{۲}, \frac{۵}{۲}]$ ۳) $(-\infty, \frac{۵}{۲}]$ ۴) $(\frac{-۳}{۲}, +\infty)$

۸ اگر حاصل عبارت $A = ۲^{(\log_{\sqrt{۲}}^۴ - \log_۲^x)}$ برابر با یک باشد، آن گاه مقدار $\log_{\frac{۱}{۲}}^{\sqrt[۳]{x}}$ کدام است؟

۱) $-\frac{۱}{۵}$ ۲) $-\frac{۴}{۳}$ ۳) $-\frac{۱}{۲}$ ۴) $-\frac{۳}{۷}$

۹ حاصل ضرب جواب‌های معادله‌ی $(\log_۲^x)^۲ - ۹\log_۸^x = ۴$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) $\frac{۱}{۸}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) ۴

۱۰ حاصل $(\frac{\sqrt{۲}}{۴})^{-۲+\log_{۰٫۵}^۹}$ کدام است؟

۱) ۷۲ ۲) ۱۴۴ ۳) ۲۱۶ ۴) ۳۲۴

۱۱ دامنه‌ی تعریف تابع $y = \sqrt{\log_۳^{\frac{x-۱}{x+۱}}}$ کدام است؟

۱) $x > ۱$ یا $x < -۱$ ۲) $x > ۱$ ۳) $x < -۱$ ۴) $x \geq ۱$ یا $x < -۱$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۱۲) حاصل $[x]+[۲x]+[۳x]$ به ازای $x=\log ۸$ کدام است؟ ($[\ ]$، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۳) نمودار تابع $y=\log_{a}(ax+b)$، محورها را در نقطه‌ای به طول $\frac{۱}{۲}$ قطع می‌کند. اگر دامنه‌ی این تابع، بازه‌ی $(\log_{۳}۴,+\infty)$ باشد، $\log_{a}b$ کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

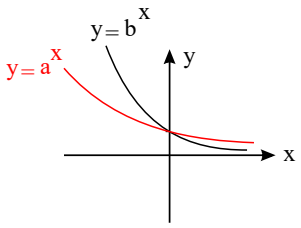
۱۴) حاصل $[\log_{۲}۳+\log_{۴}۳^{-۳}]$ کدام است؟ ($[\ ]$، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۵) اگر $۳^{x-۱}+۳^{x+۱}=۹۰$ و $\log_{۱۶}^{۲x}+\log_{۴}^{y}=۱$، مقدار y چند برابر $\sqrt{۶}$ است؟

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۲

۱۶) در شکل مقابل، نمودار $y=a^x$ و $y=b^x$ رسم شده‌اند. کدام گزینه صحیح است؟



۱) $۰<b<a<۱$ ۲) $۰<a<b<۱$
۳) $a>b>۱$ ۴) $b>a>۱$

۱۷) حاصل عبارت $۲\cos(-\frac{۱۲۵\pi}{۴})+۳\tan(\frac{۱۲۵\pi}{۴})+۴\cot(-\frac{۱۲۵\pi}{۴})$ کدام است؟

۱) $-\sqrt{۲}-۱$ ۲) $۱-\sqrt{۲}$ ۳) $\sqrt{۲}-۱$ ۴) $\sqrt{۲}+۱$

۱۸) اگر مجموعه جواب نامعادلهٔ $(\sqrt{۵}+۲)^{۳x-۴}>(\sqrt{۵}-۲)^{x^۲}$، بازهٔ (a,b) باشد، حاصل $b-a$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۹) اگر $x>۰$ و $x^۲>۲^x$ در بازهٔ (a,b) برقرار باشد، حداکثر مقدار عبارت $\log_{۸}^{\sqrt{b-a}}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۲۰) تابع با ضابطهٔ $f(x)=a+\log_{۲}(bx-۱)$ از دو نقطهٔ $A(۳,۱۰)$ و $B(۴۳,۱۴)$ می‌گذرد. a کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۲۱) معادلهٔ $|۳^x|=|۳^{-x}+۱|$ چند جواب در مجموعهٔ اعداد حقیقی دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۲) فاصلهٔ نقطهٔ تقاطع نمودارهای دو تابع $y=۵(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^{۲x}$ و $y=۲^{x+۱}+۹$ از محور طول‌ها کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱۰ ۳) ۱۱ ۴) $\sqrt{۱۰۱}$

۲۳) ۸۰۰ میلی‌گرم از یک ماده با نیمه‌عمر m سال در اختیار داریم. اگر پس از ۶۰۰ سال ۱۲٫۵ میلی‌گرم از این ماده باقی بماند، m کدام است؟

۱) ۶۰ ۲) ۳۰ ۳) ۹۰ ۴) ۱۰۰

۲۴) اگر $A=\log_{۲}^{\frac{۹۵}{۳}}$ باشد، حاصل $[A]$ کدام است؟ ($[\ ]$، علامت جزء صحیح است.)

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۲۵) معادلهٔ $|\log x|+|x-۲|=۴$ چند جواب دارد؟

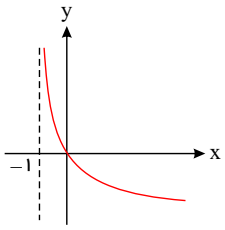
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۲۶ طول کمانی که یک نقطه روی یک چرخ دوار به‌شعاع $\frac{۱}{\pi}$ متر در هر ساعت طی می‌کند برابر با ۲٫۵ متر است. اگر این نقطه نسبت‌به مرکز چرخ به‌اندازهٔ ۹۰۰ درجه دوران کرده و سپس از کار بایستد، این چرخ جمعاً چند ساعت چرخیده است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۵

۲۷ شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = \log_{۲}^{U(x)}$ است. $U(x)$ کدام است؟

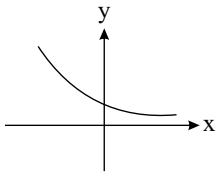


۱) $x+۱$
۲) $(x+۱)^{-۱}$
۳) $x-۱$
۴) $۱-x$

۲۸ اگر $f(x) = \cos\frac{\pi x}{۵}$ باشد، حاصل $f(۱)+f(۲)+f(۳)+f(۴)$ کدام است؟

۱) $۲\sin\frac{\pi}{۵}$
۲) $-\sin\frac{\pi}{۵}$
۳) صفر
۴) $\sin\frac{\pi}{۵}$

۲۹ به‌ازای کدام مجموعه مقادیر a، نمودار تابع $f(x) = (\frac{۳a-۱}{a})^x$ به شکل مقابل است؟



۱) $(-\infty, ۰)$
۲) $(\frac{۱}{۳}, +\infty)$
۳) $(۰, \frac{۱}{۲})$
۴) $(\frac{۱}{۳}, \frac{۱}{۲})$

۳۰ اگر a و b ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم $\frac{۱}{۴}x^۲ - ۲۵x + ۲۵ = ۰$ باشند، حاصل $\log a + \log(a+b) + \log b$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$
۲) ۱
۳) ۴
۴) صفر

۳۱ در ظرفی ۵ مهره به شماره های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ ریخته ایم، دو مهره به تصادف و با هم از ظرف بیرون می آوریم. احتمال آن که مجموع شماره ها بزرگتر از ۵ باشد، کدام است؟

۱) ۰٫۳
۲) ۰٫۴
۳) ۰٫۶
۴) ۰٫۷

۳۲ در یک جامعه ۴٪ مردان و ۱٪ زنان قدی بلندتر از ۱۸۰ سانتی متر دارند. ضمناً ۶۰ درصد افراد این جامعه را زنان تشکیل می دهند. یک نفر به تصادف از افراد جامعه انتخاب می نماییم که قدی بیش از ۱۸۰ سانتی متر دارند. احتمال آن که زن باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۱۱}$
۲) $\frac{۳}{۸۱}$
۳) $\frac{۲}{۱۱}$
۴) $\frac{۸}{۱۱}$

۳۳ یک تاس همگن را چند بار پرتاب کنیم تا احتمال اینکه اعداد ۵ یا ۶ حداقل یکبار رو شود برابر $\frac{۵}{۹}$ گردد؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۳۴ در یک آزمون از دو کلاس A و B، تعداد ۴۰ درصد دانش آموزان کلاس A و ۶۰ درصد دانش آموزان کلاس B قبول شده اند. اگر تعداد داوطلبین در کلاس A دو برابر کلاس B باشد و فردی به تصادف از بین قبول شدگان انتخاب شود، تقریباً با کدام احتمال، این فرد از کلاس A است؟

۱) ۴۳٪
۲) ۵۷٪
۳) ۶۱٪
۴) ۶۳٪

۳۵ یک عدد به تصادف از میان اعداد طبیعی انتخاب می کنیم. اگر احتمال ظاهر شدن عدد n رقمی برابر k^n باشد، مقدار k کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۱۹}$
۲) $\frac{۱}{۹}$
۳) $\frac{۱}{۱۸}$
۴) $\frac{۱}{۸}$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۳۶ می دانیم ۳۰٪ از کل پروازهای داخلی تأخیر دارند. هم چنین ۴۰٪ از پروازها بین ظهر تا نیمه شب انجام می شوند. اگر ۷۰٪ از پروازهای دارای تأخیر بین ظهر و نیمه شب باشند، احتمال این که یک پرواز منتخب از بین پروازهای ظهر تا نیمه شب تأخیر نداشته باشد، چقدر است؟

۱) ۰٫۳۷۵ ۲) ۰٫۴۷۵ ۳) ۰٫۵۷۵ ۴) ۰٫۶۷۵

۳۷ در دسته‌بندی ۱۲۰ داده‌ی آماری در ۹ طبقه، دسته‌ی اول به صورت ۲۵ — ۲۲ می‌باشد. می‌دانیم ۴۵ درصد داده‌ها کمتر از ۳۴ و فراوانی نسبی دسته‌ی وسط ۰٫۲ است. تعداد داده‌های کمتر از ۳۷ کدام است؟

۱) ۶۷ ۲) ۷۶ ۳) ۷۸ ۴) ۸۷

۳۸ در یک جمع، ۲۰ مرد و ۲۵ زن حضور دارند. در بین آن‌ها x مرد و y زن چشم میشی رنگ دارند. یک نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم. فرض کنید A پیشامد مرد بودن و B پیشامد چشم میشی داشتن فرد باشد، در کدام صورت A و B همواره مستقل‌اند؟

۱) $۳x = ۲y$ ۲) $۵x = ۴y$ ۳) $۹y = ۴x$ ۴) $۴x = ۵y$

۳۹ در پرتاب دو تاس، اگر بدانیم ضرب دو عدد رو شده، عددی دو رقمی است، با چه احتمالی جمع دو عدد رو شده، عددی یک رقمی و فرد است؟

۱) $\frac{۶}{۱۹}$ ۲) $\frac{۷}{۱۹}$ ۳) $\frac{۸}{۱۹}$ ۴) $\frac{۱۰}{۱۹}$

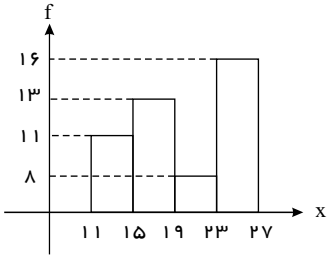
۴۰ یک تاس طوری ساخته شده است که احتمال آمدن عدد ۲، برابر با $\frac{۱}{۳}$ احتمال آمدن هرکدام از اعداد دیگر است. اگر این تاس را پرتاب کنیم، با چه احتمالی عددی غیراول ظاهر می‌شود؟

۱) $\frac{۹}{۱۶}$ ۲) $\frac{۷}{۱۶}$ ۳) $\frac{۵}{۸}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۴۱ محصولات یک کارخانه توسط سه ماشین A، B و C تولید می‌شود که به‌ترتیب ۲۰، ۵۰ و ۳۰ درصد محصولات را تولید می‌کنند. می‌دانیم ۳ درصد از محصولات A و ۳ درصد از محصولات C معیوب هستند و اگر یکی از محصولات این کارخانه را به تصادف انتخاب کنیم با احتمال ۵ درصد معیوب می‌باشد، چند درصد از محصولات تولیدی ماشین B معیوب است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۹

۴۲ از داده‌های آماری با نمودار بافت‌نگاشت شکل زیر، سه دادهٔ ۱۸، ۲۵ و ۲۵ را حذف می‌کنیم. در نمودار دایره‌ای داده‌های جدید، بزرگ‌ترین زاویهٔ مرکزی نظیر دسته‌ها چند درجه است؟



۱) ۱۰۸
۲) ۱۱۰
۳) ۱۱۲
۴) ۱۱۴

۴۳ چقدر احتمال دارد یک سال شمسی ۵۳ جمعه داشته باشد؟

۱) $\frac{۵}{۲۹}$ ۲) $\frac{۳}{۲۸}$ ۳) $\frac{۷}{۲۹}$ ۴) $\frac{۵}{۲۸}$

۴۴ در پرتاب یک تاس، احتمال رو شدن عدد ۶ ، $\frac{۱}{۳}$ احتمال رو نشدن آن است و احتمال رو شدن هریک از اعداد ۱ تا ۵ ، برابر یکدیگر می‌باشد. در یک بار پرتاب این تاس، احتمال اینکه عددی زوج ظاهر شود، کدام است؟

۱) $\frac{۱۳}{۲۰}$ ۲) $\frac{۷}{۲۰}$ ۳) $\frac{۹}{۲۰}$ ۴) $\frac{۱۱}{۲۰}$

۴۵ از میان جایگشت‌های حروف a، b، c، d و e ، یکی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر بدانیم این جایگشت با حرف a آغاز نمی‌شود، احتمال این‌که حرف دوم آن b باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۳}{۱۶}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۳}{۸}$

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۴۶ چند ضلعی منتظمی حول مرکزش هم در دوران 60° و هم در دوران 45° بر خودش منطبق می شود. این چند ضلعی منتظم چند ضلع دارد؟

۱) ۳ ۲) ۲۴ ۳) ۱۲ ۴) ۸

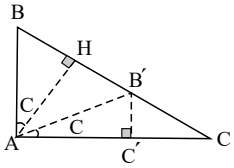
۴۷ مجانس دایره‌ی $C(O,4)$ نسبت به نقطه‌ی P که با فاصله‌ی ۸ واحد از نقطه‌ی O قرار دارد، دایره‌ای است که بر دایره‌ی C مماس است. نسبت تجانس کدام است؟

۱) $\frac{3}{2}$ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۸ دو خط d' و d متقاطع‌اند و با هم زاویه β می‌سازند. اگر d را تحت یک انتقال تبدیل به خط d'' نماییم و سپس d'' را تحت زاویه α دوران دهیم تا خط Δ به دست آید، زاویه بین خط Δ و d' کدام است؟ (جهت دوران پادساعتگرد است)

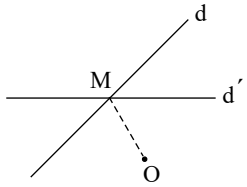
۱) 2α ۲) 2β ۳) $2\alpha-\beta$ ۴) $\alpha+\beta$

۴۹ مطابق شکل دو مثلث $AB'C'$ و ABC متشابهند. AH ارتفاع وارد بر وتر است. با کدام تبدیل مثلث $A'B'C'$ بر ABH منطبق می‌شود. $(AB=AB')$



۱) انعکاس ۲) انتقال ۳) دوران ۴) تجانس

۵۰ دو خط d',d دوارن یافته به مرکز O و زاویهٔ α هستند. زاویهٔ بین OM و خط d کدام است؟



۱) $\frac{3}{2}\alpha$ ۲) $180-\frac{\alpha}{2}$ ۳) $\frac{\alpha}{2}$ ۴) $90-\frac{\alpha}{2}$

۵۱ دو دایره با شعاع‌های برابر با R مماس خارجند. بردار انتقالی که دو دایره را بر هم منطبق می‌کند کدام است؟

۱) $4R$ ۲) R ۳) $2R$ ۴) $3R$

۵۲ مربع $ABCD$ را با تجانسی که مرکز آن محل تلاقی قطرها و نسبت تجانس آن $\frac{2}{3}$ است، تصویر می‌کنیم. اگر مساحت بین مربع و تصویرش برابر ۵ باشد، محیط مربع $ABCD$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۲ ۴) ۳۶

۵۳ در یک مثلث، دایرهٔ محاطی داخلی را با نسبت تجانس k و به مرکز T تجانس می‌دهیم تا بر دایرهٔ محیطی مثلث تصویر شود. اگر نقطهٔ ثابت این تبدیل، محل برخورد نیمسازهای داخلی مثلث باشد، اندازهٔ k کدام است؟

۱) ۱٫۵ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵۴ تبدیل‌یافتهٔ مربعی به طول ضلع $2\sqrt{2}$ تحت تجانس به مرکز O و نسبت k، مربعی به قطر طول $\sqrt{2}$ است. مثلث متساوی‌الاضلاعی به طول ضلع ۴ تحت این تجانس به مثلثی با کدام مساحت تبدیل می‌شود؟

۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ۳) $2\sqrt{3}$ ۴) $\sqrt{3}$

۵۵ مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین ABC به‌طول اضلاع $AB=AC=4$ مفروض است. نقطهٔ M روی ضلع AB طوری قرار دارد که $AM=3$ است. اگر M' بازتاب‌یافتهٔ M نسبت‌به خط BC و نقطهٔ M'' بازتاب‌یافتهٔ M' نسبت‌به خط AC باشد، آنگاه طول MM'' کدام است؟

۱) ۵ ۲) $5\sqrt{2}$ ۳) ۷ ۴) $7\sqrt{2}$

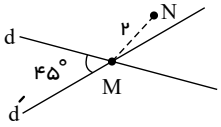
۵۶ خط L روی نیمساز زاویهٔ بین دو خط عمود بر هم d و d' واقع است. خط L را با برداری به اندازهٔ یک واحد در راستای نیمساز دیگر زاویهٔ بین d و d' انتقال می‌دهیم. مساحت محصور بین تصویر L و خطوط d و d' کدام است؟

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۵۸ تبدیل‌های انتقال تحت بردار غیر صفر $\vec{v}$ و دوران به مرکز نقطهٔ ثابت O و زاویهٔ α به‌ترتیب از راست به چپ، چند نقطهٔ ثابت تبدیل دارند؟ ($\alpha \neq 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$)

۱) صفر - یک ۲) صفر - بی‌شمار ۳) یک - یک ۴) یک - بی‌شمار

۵۹ مطابق شکل $NM = 2$ و زاویهٔ بین دو خط d و d' برابر 45° است. نقطهٔ N را نسبت به خط d' و سپس تصویر حاصل را نسبت به خط d بازتاب می‌دهیم. فاصلهٔ نقطهٔ N از تصویر نهایی کدام ست؟

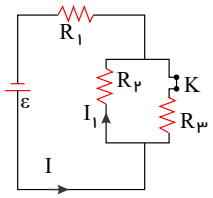


۱) ۴ ۲) ۸ ۳) $4\sqrt{2}$ ۴) $2\sqrt{2}$

۶۰ در چهارضلعی $ABCD$ نقاط M، N، P و Q به‌ترتیب وسط اضلاع AB، BC، CD و AD می‌باشند. هرگاه O محل تلاقی قطرهای چهارضلعی باشد، در این صورت همواره:

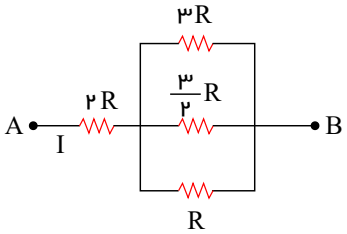
۱) MN انتقال یافتهٔ QP با بردار $\frac{\overrightarrow{DB}}{2}$ است.
۲) MN دوران یافتهٔ ۱۸۰ درجه‌ای QP نسبت به مرکز O است.
۳) MN مجانس معکوس QP نسبت به مرکز O است.
۴) هر سه مورد درست است.

۶۱ اگر در شکل مقابل کلید K را باز کنیم، جریان های I و I_1 به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می کنند؟



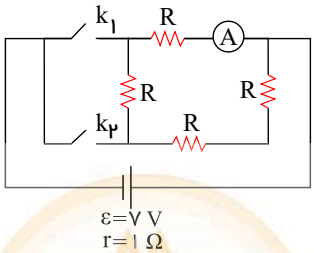
۱) افزایش- افزایش ۲) کاهش- کاهش ۳) کاهش- افزایش ۴) افزایش- کاهش

۶۲ در شکل روبه‌رو توان مصرفی مقاومت $2R$ چند برابر توان مصرفی مقاومت $3R$ است؟



۱) ۶ ۲) ۲۴ ۳) $\frac{1}{6}$ ۴) $\frac{1}{24}$

۶۳ در مدار زیر در صورتی که کلید K_1 بسته و کلید K_2 باز باشد، آمپرسنج، $\frac{3}{4}A$ را نشان می‌دهد. اگر هر دو کلید بسته شوند آمپرسنج چند آمپر را نشان می‌دهد؟



۱) $\frac{28}{19}$ ۲) $\frac{21}{19}$ ۳) $\frac{7}{19}$ ۴) $\frac{14}{19}$

۶۴ نمودار تغییر ولتاژ دو سر مولدهای A و B بر حسب شدت جریانی که از آن‌ها می‌گذرد، مطابق شکل است. مقاومت درونی مولد B چند برابر مقاومت درونی مولد A است؟

استاد علیرضا افشار
@Alirezaafsharofficial

۶۹ در مدار شکل زیر، اگر جای آمپرسنج و ولت‌سنج را باهم عوض کنیم، اعدادی که آمپرسنج ایده‌آل و ولت‌سنج ایده‌آل نشان می‌دهد، به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر خواهند کرد؟ (آمپرسنج و ولت‌سنج ایده‌آل‌اند.)

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۸۱ در شکل زیر، آرایه‌ای شامل n مقاومت موازی به‌طور پشت‌سرهم به یک باتری با مقاومت درونی صفر، و یک مقاومت بسته شده‌اند. اندازهٔ همهٔ مقاومت‌های خارجی یکسان است. اگر مقاومت یکسانی به‌طور موازی به این آرایش افزوده شود، جریان عبوری از باتری به‌اندازهٔ ۱٫۲۵ درصد تغییر می‌کند. n کدام است؟

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۹۲ ۰٫۱۶ مول $N_۲O_۵$ در یک ظرف ۲ لیتری براساس واکنش $N_۲O_۵ \rightarrow ۲NO_۲ + \frac{۱}{۲}O_۲$ در حال تجزیه شدن است. پس از یک دقیقه از آغاز واکنش تعداد مول‌های $N_۲O_۵$ برابر ۰٫۰۸ مول است. سرعت متوسط تولید $NO_۲$ در دوره زمانی داده شده برحسب مول بر لیتر بر ثانیه کدام است؟

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۹۹ باتوجه به واکنش‌های زیر، آنتالپی واکنش $N_۲H_۴(l)+O_۲(g)\rightarrow N_۲(g)+۲H_۲O(l)$ کدام است؟

۱) $۲NH_۳(g)+۳N_۲O(g)\rightarrow ۴N_۲(g)+۳H_۲O(l)$	$\Delta H_۱=-۱۰۰۰kJ$
۲) $H_۲(g)+\frac{۱}{۲}O_۲(g)\rightarrow H_۲O(l)$	$\Delta H_۲=-۲۵۰kJ$
۳) $N_۲O(g)+۳H_۲(g)\rightarrow N_۲H_۴(l)+H_۲O(l)$	$\Delta H_۳=-۳۰۰kJ$
۴) $۴NH_۳(g)+O_۲(g)\rightarrow ۲N_۲H_۴(l)+۲H_۲O(l)$	$\Delta H_۴=-۲۸۰kJ$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۱۰۶ چند مورد از مطالب زیر نادرست‌اند؟

الف) با افزایش دما، افزایش غلظت واکنش‌دهنده‌ها و افزایش سطح تماس گونه‌های شرکت‌کننده در واکنش، می‌توان سرعت انجام واکنش‌ها را افزایش داد.

ب) محلول بنفش رنگ پتاسیم پرمنگنات با یک اسید آلی در دمای اتاق به تندی واکنش می‌دهد.

پ) فلزهای قلیایی سدیم و پتاسیم در شرایط یکسان با آب سرد به شدت واکنش می‌دهند.

ت) افزودن دو قطره محلول پتاسیم یدید به محلول هیدروژن پراکسید، سرعت واکنش را به طور چشمگیری افزایش می‌دهد.

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۱۱۲ چند مورد از عبارت‌های زیر درست هستند؟(با تغییر)

الف) آشناترین عضو خانوادهٔ کربوکسیلیک‌اسیدها، بنزوئیک‌اسید می‌باشد که در صنعت به‌عنوان نگهدارنده کاربرد دارد.

ب) افزودن دو قطره محلول پتاسیم یدید به محلول هیدروژن‌پراکسید برای تجزیهٔ آن، اثری مشابه افزودن خاک باغچه به قند برای سوختن آن دارد.

پ) لیکوپن نوعی ترکیب آلی سیر نشده است که از انجام واکنش‌های نامطلوب و ناخواسته به دلیل حضور رادیکال‌ها جلوگیری می‌کند.

ت) با توجه به شکل زیر که واکنش میان میخ آهنی و محلول هیدروکلریک‌اسید را نشان می‌دهد، سرعت متوسط انجام واکنش در ظرف B از دو ظرف دیگر بیشتر می‌باشد.

۱) ۱ مورد
۲) ۲ مورد
۳) ۳ مورد
۴) ۴ مورد

۱۱۳ با توجه به نمودار حجم - زمان زیر که مربوط به واکنش $۲NO_۲(g) \rightarrow ۲NO(g) + O_۲(g)$، می‌باشد، سرعت متوسط مصرف گاز $NO_۲$ تا ثانیهٔ ۲۰، برحسب مول بر دقیقه کدام است؟ (واکنش در شرایط STP انجام می‌شود.)

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۱۱۸ طبق واکنش زیر ۹۶ گرم گاز SO_2 با مقدار کافی گاز اکسیژن درون ظرف ۱۰ لیتری وارد واکنش می‌شود. اگر سرعت واکنش برابر ۰٫۱ مول بر لیتر دقیقه باشد، کدام‌یک از موارد زیر نادرست است؟ ($S = ۳۲, O = ۱۶ g/mol$)

$$۲SO_2(g) + O_2(g) \rightarrow ۲SO_3(g) \quad , \quad \Delta H = -۲۰۰ kJ$$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

پاسخ‌نامه تشریحی

۱ ۱ ۲ **۳** ۴

می‌دانیم: $\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}$ ، $\log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a$

$$\log_۲^x = ۱ + \log_۲^{y+۱} \Rightarrow \log_۲^x = \log_۲^۲ + \log_۲^{y+۱} \Rightarrow \log_۲^x = \log_۲^{۲y+۲} \Rightarrow x = ۲y + ۲$$

$$x^۲ - y^۲ = ۳۲ \Rightarrow (۲y+۲)^۲ - y^۲ = ۳۲ \Rightarrow (۴y^۲ + ۸y + ۴) - y^۲ = ۳۲ \Rightarrow ۳y^۲ + ۸y - ۲۸ = ۰$$

$$\Rightarrow y = \frac{-۸ \pm \sqrt{۶۴ + ۳۳۶}}{۶} \begin{cases} y = ۲ \Rightarrow x = ۶ \\ y = -\frac{۱۴}{۳} \Rightarrow \text{چون جلوی لگاریتم را منفی می کند، غیر قابل قبول است} \end{cases}$$

$$\log_۴^{x+y} \underset{y=۲}{\overset{x=۶}{=\!=}} \log_۴^{۶+۲} = \log_{۲^۲}^{۲^۳} = \frac{۳}{۲}$$

سخت

۲ ۱ **۲** ۳ ۴

$$۴^x - ۳ \times ۲^x - ۴ = ۰ \rightarrow (۲^x)^۲ - ۳(۲^x) - ۴ = ۰ \xrightarrow{۲^x = A} A^۲ - ۳A - ۴ = ۰$$

$$\rightarrow (A-۴)(A+۱) = ۰ \rightarrow \begin{cases} A = -۱ \Rightarrow ۲^x = -۱ \rightarrow \text{امکان ندارد} \\ A = ۴ \Rightarrow ۲^x = ۴ \Rightarrow x = ۲ \end{cases}$$

بنابراین معادله دارای یک ریشه است.

متوسط

۳ ۱ ۲ **۳** ۴

می‌دانیم: $\log_k^a = \frac{۱}{\log_a^k}$ ، $\log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a$ ، $\log_b^N = x \rightarrow N = b^x$

$$\log_۹^x + \log_{x^۳}^۳ = \frac{۵}{۶} \rightarrow \log_{۳^۲}^x + \log_{x^۳}^۳ = \frac{۵}{۶} \Rightarrow \frac{۱}{۲}\log_۳^x + \frac{۱}{۳}\log_x^۳ = \frac{۵}{۶}$$

$$\log_۳^x = t \Rightarrow \frac{۱}{۲}t + \frac{۱}{۳t} = \frac{۵}{۶} \Rightarrow \frac{۳t^۲ + ۲}{۶t} = \frac{۵}{۶} \Rightarrow ۳t^۲ - ۵t + ۲ = ۰$$

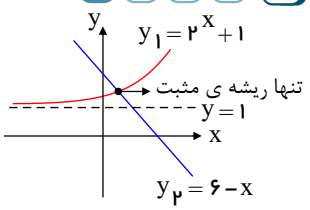
$$a + b + c = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = ۱ \Rightarrow \log_۳^x = ۱ \Rightarrow x = ۳^۱ = ۳ \\ t = \frac{c}{a} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \log_۳^x = \frac{۲}{۳} \Rightarrow x = ۳^{\frac{۲}{۳}} = \sqrt[۳]{۹} \end{cases} \xrightarrow{\text{مجموع ریشه‌ها}} ۳ + \sqrt[۳]{۹}$$

سخت

۴ **۱** ۲ ۳ ۴

کافی است $y_۱ = ۲^x + ۱$ ، $y_۲ = ۶ - x$ را رسم کنیم و مشاهده کنیم در چند جا همدیگر را قطع می‌کنند.

$$\underbrace{۲^x + ۱}_{y_۱} = \underbrace{۶ - x}_{y_۲}$$



سخت

۵ ۱ ۲ ۳ ۴ **۱**

می‌دانیم: $\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}$

$$۹^a = ۲۷\sqrt{۳} \Rightarrow ۳^{۲a} = ۳^۳ \times ۳^{\frac{۱}{۲}} = ۳^{\frac{۷}{۲}} \Rightarrow ۲a = \frac{۷}{۲} \Rightarrow a = \frac{۷}{۴}$$

$$\log\sqrt{b} - \log(۲ - \frac{۷}{۴}) = ۱ \Rightarrow \log\sqrt{b} = \log\frac{۱}{۴} + \log ۱۰ = \log(\frac{۱۰}{۴}) \Rightarrow \sqrt{b} = \frac{۵}{۲} \Rightarrow b = \frac{۲۵}{۴} = ۶,۲۵$$

متوسط

۶ ۱ **۲** ۳ ۴

می‌دانیم: $\log_k^{a^n} = n\log_k^a$ ، $\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}$ ، $\log_b^N = x \rightarrow N = b^x$

$$\log_a^x = ۱ - ۲\log_a^۳ \Rightarrow \log_a^x + \log_a^۹ = ۱ \Rightarrow \log_a^{۹x} = ۱ \Rightarrow ۹x = a \Rightarrow x = \frac{a}{۹}$$

$$\log_{\frac{\sqrt{a}}{۳}}^x = \log_{\frac{\sqrt{a}}{۳}}^{\frac{a}{۹}} = \log_{\frac{\sqrt{a}}{۳}}^{(\frac{\sqrt{a}}{۳})^۲} = ۲$$

متوسط

۷ ۱ **۲** ۳ ۴

استاد علیرضا افشار
@Alirezaafsharoffic

$$\log_{0.5}^{\frac{2x+3}{4}} \geq -1 \rightarrow \frac{2x+3}{4} \leq (0.5)^{-1} \Rightarrow \frac{2x+3}{4} \leq 2 \Rightarrow x \leq \frac{5}{2} \quad (I)$$
$$\text{از طرفی : } \frac{2x+3}{4} > 0 \Rightarrow x > \frac{-3}{2} \quad (II)$$
$$\xrightarrow{\text{اشتراک } II,I} \frac{-3}{2} < x \leq \frac{5}{2}$$

سخت

۸) ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}}$ ، $\log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a$

$$\log_{\sqrt{2}}^4 - \log_2^x = \log_{2^{\frac{1}{2}}}^4 - \log_2^x = 2\log_2^4 - \log_2^x \Rightarrow \log_2^{16} - \log_2^x = \log_2^{\frac{16}{x}}$$
$$A = 2^{(\log_{\sqrt{2}}^4 - \log_2^x)} = 1 \Rightarrow 2^{\log_2^{\frac{16}{x}}} = 1 = 2^0 \xrightarrow{\log 1 = 0} \frac{16}{x} = 1 \Rightarrow x = 16$$
$$\log_{\frac{1}{2}}^{\sqrt[3]{x}} = \log_{2^{-1}}^{\sqrt[3]{16}} = \log_{2^{-1}}^{\sqrt[3]{2^4}} = \log_{2^{-1}}^{2^{\frac{4}{3}}} = -\frac{4}{3}\log_2^2 = -\frac{4}{3}(1) = -\frac{4}{3}$$

سخت

۹) ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a$ ، $\log_b^N = x \rightarrow N = b^x$

$$(\log_2^x)^2 - 9\log_8^x = 4 \rightarrow (\log_2^x)^2 - 9\log_{2^3}^x - 4 = 0$$
$$\rightarrow (\log_2^x)^2 - 3\log_2^x - 4 = 0 \xrightarrow{\log_2^x = A} A^2 - 3A - 4 = 0$$
$$\rightarrow (A-4)(A+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} A = 4 \rightarrow \log_2^x = 4 \xrightarrow{\text{تعریف}} x = 2^4 = 16 \\ A = -1 \rightarrow \log_2^x = -1 \xrightarrow{\text{تعریف}} x = 2^{-1} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

حاصل ضرب ریشه‌ها برابر $8 = \frac{1}{2} \times 16$ می‌باشد.

متوسط

۱۰) ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a$ ، $a^{\log_k^b} = b^{\log_k^a}$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^{-2+\log_{0.5}^9} = \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^{-2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^{\log_{0.5}^9} = \left(\frac{2^{\frac{1}{2}}}{2^2}\right)^{-2} \times 9^{\log_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{2}}} = (2^{-\frac{3}{2}})^{-2} \times 9^{\log_{2^{-1}}^{2^{\frac{1}{2}}}}$$
$$= 2^3 \times 9^{\log_{2^{-1}}^{2^{-\frac{3}{2}}}} = 2^3 \times 9^{\frac{3}{2}} = 8 \times (3^2)^{\frac{3}{2}} = 8 \times 3^3 = 8 \times 27 = 216$$

سخت

۱۱) ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\log_a^A \geq m \xrightarrow{a>1} A \geq a^m$

$$\begin{cases} \frac{x-1}{x+1} > 0 \Rightarrow \begin{array}{c|ccccc} x & -\infty & & -1 & & 1 & & +\infty \\ \hline \frac{x-1}{x+1} > 0 & + & \text{ن} & - & 0 & + \end{array} \Rightarrow x > 1 \text{ یا } x < -1 \\ \log_3^{\frac{x-1}{x+1}} \geq 0 \Rightarrow \frac{x-1}{x+1} \geq 1 \Rightarrow \frac{x-1}{x+1} - 1 \geq 0 \Rightarrow \frac{-2}{x+1} \geq 0 \Rightarrow x+1 < 0 \Rightarrow x < -1 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} x < -1$$

متوسط

۱۲) ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\log_k^{a^n} = n\log_k^a$

$$[\log 8] + [2\log 8] + [3\log 8] = [\log 8] + [\log 64] + [\log 512]$$
$$\text{داریم : } 1 < 8 < 10 \rightarrow \log 1 < \log 8 < \log 10 \rightarrow 0 < \log 8 < 1 \rightarrow [\log 8] = 0$$
$$10 < 64 < 100 \rightarrow \log 10 < \log 64 < \log 10^2 \rightarrow 1 < \log 64 < 2 \rightarrow [\log 64] = 1$$
$$100 < 512 < 1000 \rightarrow \log 10^2 < \log 512 < \log 10^3 \rightarrow 2 < \log 512 < 3 \rightarrow [\log 512] = 2$$
$$\text{بنابراین : } [\log 8] + [\log 64] + [\log 512] = 0 + 1 + 2 = 3$$

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

سخت

۱۳ ۱ ۲ ۳ **۴** می‌دانیم: $\log_k^{a^n} = n\log_k^a$

این تابع محور طول را در $\left|\begin{matrix}-۱۰/۱\\ ۰\end{matrix}\right.$ قطع می‌کند پس در تابع صدق می‌کند.

$$\left|\begin{matrix}-۱۰/۱\\ ۰\end{matrix}\right. \xrightarrow{\text{صدق}} ۰ = \log(-۱۰/۱a+b) \xrightarrow{\log ۱=۰} -۱۰/۱a+b=۱$$

برای پیدا کردن دامنه‌ی تعریف این تابع کافی است جلوی لگاریتم را بزرگتر از صفر قرار دهید.

$$ax+b>۰ \to ax>-b \to \begin{cases} a>۰ \to x>\frac{-b}{a} \\ a<۰ \to x<\frac{-b}{a}\end{cases}$$

چون دامنه‌ی تعریف این تابع $x<-۱۰$ است. پس: $-\frac{b}{a}=-۱۰ \to ۱۰a=b$

$$\begin{cases} -۱۰/۱a+b=۱ \\ b=۱۰a\end{cases} \to a=-۱۰,\ b=-۱۰۰$$

پس: $\log\sqrt{ab}=\log\sqrt{۱۰۰۰}=\log\sqrt{۱۰^۳}=\log ۱۰^{\frac{۳}{۲}}=\frac{۳}{۲}$

سخت

۱۴ ۱ ۲ **۳** ۴ می‌دانیم: $\log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}}$

$$\log_۲^{۲+\sqrt{۳}} - \log_۲^{۲-\sqrt{۳}} = \log_۲^{\frac{۲+\sqrt{۳}}{۲-\sqrt{۳}}} \overset{\text{گویا می‌کنیم}}{=\!=\!=} \log_۲^{\frac{۲+\sqrt{۳}}{۲-\sqrt{۳}}\times\frac{۲+\sqrt{۳}}{۲+\sqrt{۳}}} = \log_۲^{\frac{(۲+\sqrt{۳})^۲}{۴-۳}} = \log_۲^{\frac{۴+۳+۴\sqrt{۳}}{۱}} = \log_۲^{۷+۴\sqrt{۳}^{۱/۷}} = \log_۲^{۱۳/۸}$$

$$۲^۳<۱۳/۸<۲^۴ \to \log_۲^{۲^۳}<\log_۲^{۱۳/۸}<\log_۲^{۲^۴} \to ۳<\log_۲^{۱۳/۸}<۴ \to [\log_۲^{۱۳/۸}]=۳$$

سخت

۱۵ ۱ **۲** ۳ ۴ می‌دانیم: $\log_{k^n}^a=\frac{۱}{n}\log_k^a,\ \log_k^a+\log_k^b=\log_k^{ab},\ \log_b^a=c \to a=b^c$

$$۳^{x-۱}+۳^{x+۱}=۹۰ \to ۳^x\times ۳^{-۱}+۳^x\times ۳=۹۰ \to ۳^x(۳^{-۱}+۳)=۹۰ \to ۳^x(\frac{۱}{۳}+۳)=۹۰$$

$$\to ۳^x(\frac{۱۰}{۳})=۹۰ \to ۳^x=\frac{۹۰}{\frac{۱۰}{۳}}=۲۷=۳^۳ \to x=۳$$

$$\log_{۱۶}^{۲x}+\log_۴^y=۱ \xrightarrow{x=۳} \log_{۱۶}^۶+\log_۴^y=۱ \to \log_{۴^۲}^۶+\log_۴^y=۱ \to \frac{۱}{۲}\log_۴^۶+\log_۴^y=۱$$

$$\to \log_۴^{\sqrt{۶}}+\log_۴^y=۱ \to \log_۴^{\sqrt{۶}y}=۱ \to \sqrt{۶}y=۴ \to y=\frac{۴}{\sqrt{۶}}\times\frac{\sqrt{۶}}{\sqrt{۶}}=\frac{۴\sqrt{۶}}{۶}=\frac{۲}{۳}\sqrt{۶}$$

متوسط

۱۶ ۱ ۲ ۳ ۴ باتوجه به نمودارها هر دو مقدار a و b بین صفر و یک هستند. با مقایسه‌ی مقدار دو تابع در $x=۱$ داریم:

$$y=a^x \xrightarrow{x=۱} y=a,\ y=b^x \xrightarrow{x=۱} y=b \Rightarrow a>b \Rightarrow ۰<b<a<۱$$

متوسط

۱۷ ۱ ۲ ۳ ۴

$$۲\cos(\frac{۱۲۵\pi}{۴})+۳\tan(\frac{۱۲۵\pi}{۴})-۴\cot(\frac{۱۲۵\pi}{۴})$$

$$=۲\cos(۳۰\pi+\pi+\frac{\pi}{۴})+۳\tan(۳۱\pi+\frac{\pi}{۴})-۴\cot(۳۱\pi+\frac{\pi}{۴})$$

$$۲\cos(\pi+\frac{\pi}{۴})+۳\tan\frac{\pi}{۴}-۴\cot\frac{\pi}{۴}=-۲\cos\frac{\pi}{۴}+۳-۴$$

$$=-۲\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}-۱=-\sqrt{۲}-۱$$

متوسط

۱۸ ۱ ۲ ۳ **۴** حاصل‌ضرب دو عدد $۲-\sqrt{۵}$ و $۲+\sqrt{۵}$ برابر ۱ است، پس این دو عدد وارون یک‌دیگرند، پس $(\sqrt{۵}-۲)=(\sqrt{۵}+۲)^{-۱}$

$$(\sqrt{۵}-۲)^{x^۲}>(\sqrt{۵}+۲)^{۳x-۴} \Rightarrow (\sqrt{۵}+۲)^{-x^۲}>(\sqrt{۵}+۲)^{۳x-۴}$$

$$\xrightarrow{(\sqrt{۵}+۲)>۱} -x^۲>۳x-۴ \Rightarrow x^۲+۳x-۴<۰ \Rightarrow (x+۴)(x-۱)<۰ \Rightarrow -۴<x<۱$$

پس:

$$b-a=۱-(-۴)=۵$$

متوسط

۱۹ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به شکل و این‌که $x>۰$ است، نمودار $y_۱=x^۲$ در بازهٔ $(۲,۴)$ بالای نمودار $y_۲=۲^x$ قرار می‌گیرد.

$$\log_۸^{\sqrt{b-a}}=\log_۸^{\sqrt{۲}}=\log_{۲^۳}^{۲^{\frac{۱}{۲}}}=\frac{۱}{۶}$$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

سخت

۲۰ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\left.\begin{matrix} f(۳)=۱۰ \Rightarrow ۱۰=a+\log_۲(۳b-۱) \\ f(۴۳)=۱۴ \Rightarrow ۱۴=a+\log_۲(۴۳b-۱) \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} ۴=\log_۲(۴۳b-۱)-\log_۲(۳b-۱)$$

$$\Rightarrow \log_۲\frac{۴۳b-۱}{۳b-۱}=۴ \Rightarrow \frac{۴۳b-۱}{۳b-۱}=۱۶ \Rightarrow b=۳$$

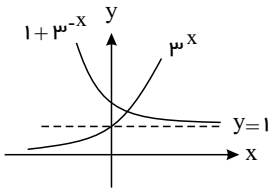
$$۱۰=a+\log_۲(۹-۱) \Rightarrow ۱۰=a+۳ \Rightarrow a=۷$$

سخت

۲۱ **۱** ۲ ۳ ۴

$$|۳^x|=|۳^{-x}+۱| \Rightarrow ۳^x=\pm(۳^{-x}+۱)$$

(الف) $۳^x=۳^{-x}+۱$



طبق نمودار، معادله یک ریشه دارد

(ب) $۳^x=-۳^{-x}-۱$

سمت چپ همواره مثبت و سمت راست همواره منفی است، پس معادلهٔ (ب) اصلاً جواب ندارد.

در کل معادله یک جواب دارد.

سخت

۲۲ ۱ **۲** ۳ ۴

برای یافتن نقطهٔ تقاطع دو تابع، آن‌ها را مساوی هم قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} y=۵(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^{۲x} \\ y=۲^{x+۱}+۹ \end{cases} \Rightarrow ۵(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^{۲x}=۲^{x+۱}+۹ \Rightarrow ۵((\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲)^x=۲^x\times ۲+۹$$

$$۵(\frac{۱}{۲})^x=۲^x\times ۲+۹ \Rightarrow \frac{۵}{۲^x}=۲\times ۲^x+۹ \xrightarrow{۲^x=A} \frac{۵}{A}=۲A+۹$$

$$\xrightarrow{\times A} ۵=۲A^۲+۹A \Rightarrow ۲A^۲+۹A-۵=۰ \Rightarrow (۲A-۱)(A+۵)=۰ \Rightarrow \begin{cases} A=\frac{۱}{۲} \\ A=-۵ \text{ غ‌ق‌ق} \end{cases}$$

$$A=\frac{۱}{۲} \Rightarrow ۲^x=\frac{۱}{۲} \Rightarrow x=-۱ \Rightarrow y=۲^{-۱+۱}+۹=۱۰ \Rightarrow A(-۱,۱۰)$$

فاصلهٔ نقطهٔ A تا محور xها برابر ۱۰ می‌باشد.

سخت

۲۳ ۱ ۲ ۳ **۴**

جرم ماده پس از t سال از رابطهٔ مقابل به‌دست می‌آید:

$$f(t)=۸۰۰\times(\frac{۱}{۲})^{\frac{t}{m}}$$

$$f(۶۰۰)=۱۲٫۵ \Rightarrow ۸۰۰(\frac{۱}{۲})^{\frac{۶۰۰}{m}}=۱۲٫۵ \Rightarrow \frac{۸۰۰}{۲^{\frac{۶۰۰}{m}}}=۱۲٫۵ \Rightarrow ۲^{\frac{۶۰۰}{m}}=\frac{۸۰۰}{۱۲٫۵}=۶۴=۲^۶$$

$$\Rightarrow \frac{۶۰۰}{m}=۶ \Rightarrow m=۱۰۰$$

متوسط

۲۴ ۱ **۲** ۳ ۴

$$۲^۴<\frac{۹۵}{۳}<۲^۵ \Rightarrow \log_۲^{۲^۴}<\log_۲^{\frac{۹۵}{۳}}<\log_۲^{۲^۵} \Rightarrow ۴<\log_۲^{\frac{۹۵}{۳}}<۵ \Rightarrow ۴<A<۵ \Rightarrow [A]=۴$$

متوسط

۲۵ ۱ **۲** ۳ ۴

$$|\log x|+|x-۲|=۴ \Rightarrow |\log x|=۴-|x-۲|$$

با رسم توابع $f(x)=۴-|x-۲|$ و $g(x)=|\log x|$ داریم:

$$f(x)=۴-|x-۲| \Rightarrow \begin{vmatrix} x=۲ \\ y=۴ \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x=۱ \\ y=۳ \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x=۳ \\ y=۳ \end{vmatrix}$$

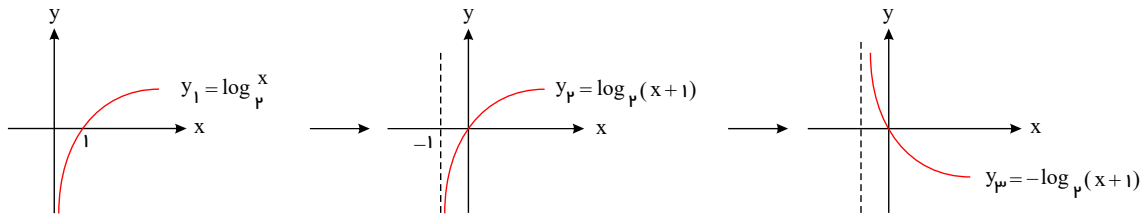
استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

چون هر یک ساعت ۲٫۵ متر می‌چرخد، پس در مدت ۲ ساعت ۵ متر می‌چرخد.

متوسط

۲۷ ۱ ۲ ۳ ۴ روش اول:

نمودار تابع داده‌شده $y=\log_{۲}^{x}$ است که یک واحد به سمت چپ برده شده و سپس نسبت به محور xها قرینه شده است.



پس : $y=-\log_{۲}^{(x+۱)} \rightarrow y=\log_{۲}^{(x+۱)^{-۱}} \rightarrow U(x)=(x+۱)^{-۱}$

روش دوم:

با توجه به شکل، دامنهٔ تابع داده‌شده $x>-۱$ است بنابراین گزینه‌های سوم و چهارم حذف می‌شوند. با توجه به شکل وقتی $x \rightarrow (-۱)^{+}$ نمودار تابع به سمت $+\infty$ می‌رود.

گزینهٔ اول : $\lim\limits_{x\to(-۱)^{+}} \log_{۲}(x+۱)=\log_{۲} ۰^{+}=-\infty$ نادرست :

گزینهٔ دوم : $\lim\limits_{x\to(-۱)^{+}} \log_{۲} \frac{۱}{x+۱}=\log_{۲} \frac{۱}{۰^{+}}=\log_{۲}(+\infty)=+\infty$ درست :

توجه کنید اگر $a>۱$ باشد $\log_{a}^{۰^{+}}=-\infty$ و $\log_{a}^{+\infty}=+\infty$ است.

متوسط

۲۸ ۱ ۲ ۳ ۴

$$f(۱)+f(۲)+f(۳)+f(۴)=\cos\frac{\pi}{۵}+\cos\frac{۲\pi}{۵}+\cos\frac{۳\pi}{۵}+\cos\frac{۴\pi}{۵}$$

$$=\cos\frac{\pi}{۵}+\cos\frac{۲\pi}{۵}+\cos(\pi-\frac{۲\pi}{۵})+\cos(\pi-\frac{\pi}{۵})=\cos(\frac{\pi}{۵})+\cos\frac{۲\pi}{۵}-\cos\frac{۲\pi}{۵}-\cos\frac{\pi}{۵}=۰$$

متوسط

۲۹ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به شکل، یک تابع نمایی با روند کاهش داریم پس باید $\frac{۳a-۱}{a}$ عددی بین صفر و یک باشد، بنابراین داریم:

$$۰<\frac{۳a-۱}{a}<۱$$

$$(I)=\frac{۳a-۱}{a}>۰ \Rightarrow$$

a	$-\infty$		۰		$\frac{۱}{۳}$		$+\infty$
$۳a-۱$		$-$		$-$	۰	$+$	
a		$-$	۰	$+$		$+$	
$\frac{۳a-۱}{a}$		$+$		$-$	۰	$+$	

ت . ن

$$\Rightarrow a<۰ \text{ یا } a>\frac{۱}{۳}$$

$$(II): \frac{۳a-۱}{a}<۱ \Rightarrow \frac{۳a-۱}{a}-۱<۰ \Rightarrow \frac{۲a-۱}{a}<۰$$

a	$-\infty$		۰		$\frac{۱}{۲}$	$+\infty$
$۲a-۱$		$-$		$-$	۰	$+$
a		$-$	۰	$+$		$+$
$\frac{۲a-۱}{a}$		$+$		$-$	۰	$+$

ت . ن

$$\Rightarrow ۰<a<\frac{۱}{۲}$$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

بین محدوده جواب‌های I و II اشتراک می‌گیریم:

۳۰ ۱ ۲ **۳** ۴

$\frac{۱}{۴}x^۲ - ۲۵x + ۲۵ = ۰ \Rightarrow$ مجموع ریشه‌ها : $a+b = -\frac{b'}{a'} = \frac{-۲۵}{\frac{۱}{۴}} = ۱۰۰$, ضرب ریشه‌ها : $ab = \frac{c'}{a'} = \frac{۲۵}{\frac{۱}{۴}} = ۱۰۰$

در نتیجه داریم:

$$\log a + \log b + \log(a+b) = \log ab + \log(a+b) \xrightarrow{ab=۱۰۰, ab=۱۰۰} \log ۱۰۰ + \log ۱۰۰ = ۲ + ۲ = ۴$$

متوسط

۳۱ ۱ ۲ **۳** ۴

$$n(S) = \binom{۵}{۲} = ۱۰$$

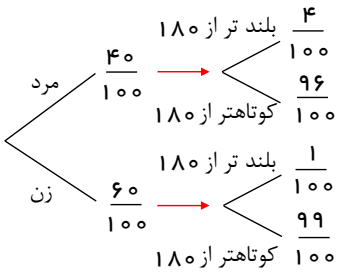
$$A = \{(۱,۵)\ ,\ (۲,۴)\ ,\ (۲,۵)\ ,\ (۳,۴)\ ,\ (۳,۵)\ ,\ (۴,۵)\} \Rightarrow n(A) = ۶$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۶}{۱۰}$$

تذکر: جایگشت های مهره اول و دوم بی تأثیرند و همچنین دو مهره نمی توانند مانند هم باشند (چون دو مهره با هم برداشته شده اند)

متوسط

۳۲ **۱** ۲ ۳ ۴



$$P(\text{زن} \mid \text{بیش از ۱۸۰}) = \frac{P(\text{زن} \cap \text{بیش از ۱۸۰})}{P(\text{بیش از ۱۸۰})}$$

$$= \frac{\frac{۶۰}{۱۰۰}\times\frac{۱}{۱۰۰}}{\frac{۴۰}{۱۰۰}\times\frac{۴}{۱۰۰} + \frac{۶۰}{۱۰۰}\times\frac{۱}{۱۰۰}} = \frac{۶۰}{۱۶۰+۶۰} = \frac{۶۰}{۲۲۰} = \frac{۳}{۱۱}$$

سخت

۳۳ ۱ **۲** ۳ ۴

فرض کنیم n مرتبه تاس را پرتاب کنیم در هر بار پرتاب تاس نه ۶ ظاهر شود نه ۵.

احتمال این که در هر بار پرتاب عدد رو شده نه ۵ باشد و نه ۶ برابر $\frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳}$ می باشد فرض کنیم در n بار پرتاب تاس در همه دفعات نه ۵ ظاهر شود نه ۶ . احتمال این آزمایش برابر است با $\left(\frac{۲}{۳}\right)^n$. حال اگر این احتمال را از یک کم کنیم احتمال مطلوب مسأله حاصل می شود.

$$p = ۱ - (\frac{۲}{۳})^n = \frac{۵}{۹} \Rightarrow (\frac{۲}{۳})^n = \frac{۴}{۹} \Rightarrow n = ۲$$

سخت

۳۴ ۱ **۲** ۳ ۴ روش اول:

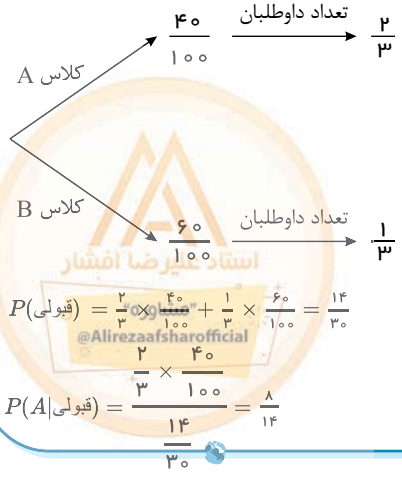
$$P(A \mid \text{قبولی}) = \frac{P(A \cap \text{قبولی})}{P(\text{قبولی})}$$

$$P(\text{قبولی}) = \frac{۴۰}{۱۰۰}\times\frac{۲x}{۳x} + \frac{۶۰}{۱۰۰}\times\frac{x}{۳x} = \frac{۱۴۰}{۳۰۰}$$

$$P(A \cap \text{قبولی}) = \frac{۲x \times \frac{۴۰}{۱۰۰}}{۳x} = \frac{۸۰}{۳۰۰}$$

$$P(A \mid \text{قبولی}) \quad \frac{\frac{۸۰}{۳۰۰}}{\frac{۱۴۰}{۳۰۰}} = \frac{۸}{۱۴} = \frac{۴}{۷} \simeq ۰/۵۷$$

روش دوم: نمودار درختی:



$$P(\text{قبولی}) = \frac{۲}{۳}\times\frac{۴۰}{۱۰۰} + \frac{۱}{۳}\times\frac{۶۰}{۱۰۰} = \frac{۱۴}{۳۰}$$

$$P(A \mid \text{قبولی}) = \frac{\frac{۲}{۳}\times\frac{۴۰}{۱۰۰}}{\frac{۱۴}{۳۰}} = \frac{۸}{۱۴}$$

استاد علیرضا افشار
@Alirezaafsharofficial

سخت

۳۶ ۱ ۲ ۳ ۴

B : پروازهای بین ظهر تا نیمه شب A : پروازهای دارای تأخیر

$P(A)=۰/۳$ ، $P(B)=۰/۴$ ، $P(B|A)=۰/۷ \Rightarrow P(A'|B)=?$

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)} \Rightarrow ۰/۷=\frac{P(A\cap B)}{۰/۳} \Rightarrow P(A\cap B)=۰/۲۱$$

$$P(A'|B)=p(A'|B)=\frac{p(B\cap A')}{p(B)}=\frac{p(B-A)}{p(B)}=\frac{p(B)-p(A\cap B)}{p(B)}=\frac{۰/۴-۰/۲۱}{۰/۴}=\frac{۰/۱۹}{۰/۴}=۰/۴۷۵$$

متوسط

۳۷ ۱ ۲ ۳ ۴ چون داده‌ها در ۹ دسته طبقه‌بندی شده‌اند، دسته‌ی پنجم دسته‌ی وسط است و طول دسته‌ها ۳ می‌باشد، بنابراین می‌توان دسته‌ی پنجم را نوشت.

$$\underbrace{۳۴-۳۷}_{\text{دسته‌ی پنجم}} \quad ۳۱-۳۴ \quad ۲۸-۳۱ \quad ۲۵-۲۸ \quad ۲۲-۲۵ \quad \cdots\cdots$$

فراوانی مطلق دسته‌ی وسط: $\text{فراوانی نسبی دسته‌ی وسط}=\frac{\text{فراوانی مطلق}}{\text{تعداد کل داده‌ها}} \rightarrow \frac{۲}{۱۰}=\frac{F_i}{۱۲۰} \rightarrow F_i=۲۴$

چون ۴۵ درصد داده ها کمتر از ۳۴ هستند یعنی $\frac{۴۵}{۱۰۰}\times ۱۲۰=۵۴$ داده کمتر از ۳۴ هستند. پس تعداد داده های کمتر از ۳۷ برابر $۵۴+۲۴=۷۸$ می‌باشد.

سخت

۳۸ ۱ ۲ ۳ ۴

نکته: اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، آنگاه: $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$

احتمال چشم میشی داشتن: $P(B)=\frac{x+y}{۴۵}$ ، احتمال مرد بودن: $P(A)=\frac{۲۰}{۴۵}=\frac{۴}{۹}$

چون B و A مستقل‌اند، پس داریم:

$$P(A\cap B)=\frac{x}{۴۵} \Rightarrow \frac{۴}{۹}\times\frac{x+y}{۴۵}=\frac{x}{۴۵} \Rightarrow ۵x=۴y$$

سخت

۳۹ ۱ ۲ ۳ ۴ نکته: اگر B پیشامدی غیرتهی باشد، احتمال وقوع A به شرط آن‌که B اتفاق افتاده باشد از دستور $P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$ حاصل می‌شود.

تذکر: در احتمالات شرطی فضای نمونه‌ای محدود به پیشامد، شرط مسأله می‌باشد.

اگر شرط مسئله را با B نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$B=\left\{\begin{matrix}(۲,۵),(۲,۶),(۳,۴),(۳,۵),(۳,۶),(۴,۳),(۴,۴),(۴,۵),(۴,۶)\\(۵,۲),(۵,۳),(۵,۴),(۵,۵),(۵,۶),(۶,۲),(۶,۳),(۶,۴),(۶,۵),(۶,۶)\end{matrix}\right\}$$

از مجموعهٔ B، زوج‌هایی را انتخاب می‌کنیم که جمع آن‌ها فرد (یکی زوج و یکی فرد) و یک رقمی باشد که زیر آن‌ها خط کشیده‌ایم. در نتیجه:

$$P(A|B)=\frac{۸}{۱۹}$$

متوسط

۴۰ ۱ ۲ ۳ ۴ اگر احتمال آمدن عدد ۲ را برابر x درنظر بگیریم، احتمال آمدن بقیهٔ اعداد برابر $۳x$ است. چون $S=\{۱,۲,۳,۴,۵,۶\}$ پس داریم:

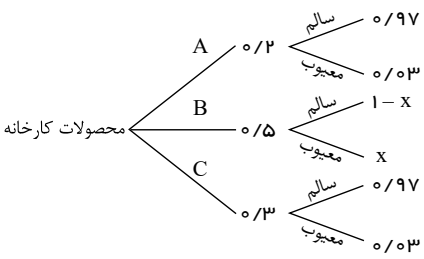
$$P(۱)+P(۲)+P(۳)+P(۴)+P(۵)+P(۶)=۱ \Rightarrow ۵(۳x)+x=۱ \Rightarrow x=\frac{۱}{۱۶}$$

$$P(\text{غیراول بودن})=P(\{۱,۴,۶\})=۳x+۳x+۳x=\frac{۹}{۱۶}$$

متوسط

۴۱ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا نمودار درختی را رسم می کنیم:



طبق قانون احتمال کل داریم:

$$P(\text{معیوب بودن})=۰/۲\times ۰/۰۳+۰/۵\times x+۰/۳\times ۰/۰۳ \Rightarrow ۰/۰۵=۰/۰۱۵+۰/۵x \Rightarrow ۰/۵x=۰/۰۳۵ \Rightarrow x=۰/۰۷$$

متوسط

۴۲ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا داده‌ها را به‌صورت جدول فراوانی نمایش می‌دهیم:

x	$[۱۱,۱۵)$	$[۱۵,۱۹)$	$[۱۹,۲۳)$	$[۲۳,۲۷)$
f	۱۱	۱۳	۸	۱۶

داده‌های ۱۸، ۲۵ به‌ترتیب متعلق به دسته‌های دوم و چهارم هستند. واضح است با حذف داده‌های ۱۸، ۲۵ فراوانی دستهٔ دوم ۱۲ و فراوانی دستهٔ چهارم ۱۴ خواهد شد. واضح است که در شرایط جدید دستهٔ چهارم با فراوانی ۱۴ دارای بیش‌ترین فراوانی و بزرگ‌ترین زاویهٔ مرکزی نظیر همین دسته می‌باشد پس:

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

بنابراین احتمال آنکه یک سال شمسی ۵۳ جمعه داشته باشد برابر $\frac{۵}{۲۸} = \frac{۱}{۴} \times \frac{۲}{۷} + \frac{۳}{۴} \times \frac{۱}{۷}$ می‌باشد.

سخت

۴۴ ۱ ۲ ۳ **۴** فرض می‌کنیم احتمال رو شدن هریک از ارقام ۱ تا ۵ برابر x باشد طبق فرض سؤال داریم:

$$P(۶) = \frac{۱}{۳}(P(۶))' = \frac{۱}{۳}(۱ - P(۶)) \quad (۱)$$

از طرفی می‌دانیم $P(۱) + P(۲) + \cdots + P(۶) = ۱$ پس $P(۱) + P(۲) + P(۳) + \cdots + P(۵) = ۱ - P(۶)$

بنابراین با توجه به رابطهٔ (۱) داریم:

$$P(۶) = \frac{۱}{۳}(P(۱) + P(۲) + P(۳) + P(۴) + P(۵))$$

$$\Rightarrow P(۶) = \frac{۱}{۳}(x + x + x + x + x) \Rightarrow P(۶) = \frac{۵x}{۳}$$

$$S = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\} \Rightarrow P(۱) + P(۲) + P(۳) + P(۴) + P(۵) + P(۶) = ۱$$

$$\Rightarrow x + x + x + x + x + \frac{۵x}{۳} = ۱ \Rightarrow ۵x + \frac{۵x}{۳} = ۱ \Rightarrow \frac{۲۰x}{۳} = ۱ \Rightarrow x = \frac{۳}{۲۰}$$

$$P(\text{زوج بودن}) = P(\{۲, ۴, ۶\}) = P(۲) + P(۴) + P(۶) = x + x + \frac{۵x}{۳} = ۲x + \frac{۵x}{۳} = \frac{۱۱x}{۳} = ۱۱ \times \frac{\frac{۳}{۲۰}}{۳} = \frac{۱۱}{۲۰}$$

سخت

۴۵ ۱ **۲** ۳ ۴ می‌دانیم تعداد جایگشت‌های یک مجموعهٔ n عضوی برابر با $n!$ است. فضای نمونهٔ اولیه شامل جایگشت‌های حروف a، b، c، d و e است، اما چون می‌دانیم که جایگشت انتخاب شده با حرف a آغاز نمی‌شود، تعداد حالت‌های فضای نمونه از $۵!$ به $۴ \times ۴!$ کاهش می‌یابد. فرض کنید در این فضای نمونه، A پیشامد آن باشد که حرف دوم در جایگشت این حروف، حرف b باشد، با توجه به این‌که حرف اول جایگشت نمی‌تواند a باشد، داریم:

$$n(A) = \overset{\bigcirc}{۳} \times \overset{\bigcirc}{۱} \times \overset{\bigcirc}{۳} \times \overset{\bigcirc}{۲} \times \overset{\bigcirc}{۱} = ۳ \times ۳!$$

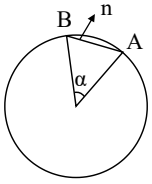
در نتیجه:

$$\text{احتمال مطلوب} : P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۳ \times ۳!}{۴ \times ۴!} = \frac{۳}{۴} \times \frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۱۶}$$

متوسط

۴۶ ۱ **۲** ۳ ۴ یادآوری می‌کنیم اگر یک دایره را به n کمان مساوی تقسیم کنیم و نقاط تقسیم را به هم وصل کنیم یک n ضلعی منتظم به دست می‌آید.

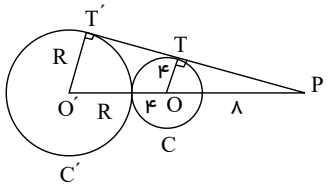
برای اینکه هم در دوران ۶۰° و هم در دوران ۴۵° هر رأس n ضلعی بر رأس n ضلعی منطبق شود باید زاویه مرکزی بین دو رأس متوالی ب.م.م ۶۰° و ۴۵° باشد، از آنجا ب.م.م ۶۰° و ۴۵° برابر ۱۵° است پس $\frac{۳۶۰}{۱۵} = ۲۴$. تعداد اضلاع چند ضلعی است.



$$\alpha = ۴۵^\circ, ۶۰^\circ \quad \text{ب.م.م} = ۱۵ \Rightarrow n = ۲۴$$

متوسط

۴۷ ۱ ۲ **۳** ۴ فرض کنیم دایره‌ی C' مجانس دایره‌ی C به مرکز تجانس P و نسبت k باشد. نقطه‌ی P نقطه‌ی تلاقی مماس مشترک دو دایره با خط‌المرکزین است. با توجه به این که $OT \| O'T'$، خواهیم داشت:



$$OT \| O'T' \xrightarrow{\text{قضیه‌ی تالس}} \frac{O'T'}{OT} = \frac{O'P}{OP} \Rightarrow \frac{R}{۴} = \frac{R + ۱۲}{۸}$$

$$\Rightarrow ۴R + ۴۸ = ۸R \Rightarrow ۴R = ۴۸ \Rightarrow R = ۱۲$$

نسبت تجانس دو دایره برابر است با:

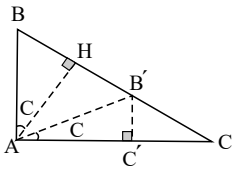
$$k = \frac{O'P}{OP} = \frac{۲۴}{۸} = ۳$$

سخت

۴۸ ۱ ۲ ۳ **۴** مطابق شکل، خط d تحت بردار V انتقال می‌یابد تا d'' حاصل شود. می‌دانیم که $d \| d''$. خط Δ دوران یافته خط d'' به مرکز O و زاویه α خط d'' را تحت زاویه α قطع می‌کند. چون $d \| d''$ در نتیجه زاویه بین Δ و d هم α است. مطابق شکل زاویه موردنظر $x = \alpha + \beta$ یا مکمل آن است.

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$$AB = AB', B'\hat{A}C' = B\hat{A}H = \hat{C}$$

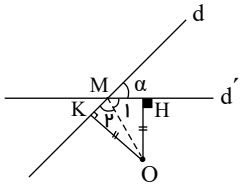


دو مثلث ABH و $AB'C'$ در حالت وتر و یک زاویه حاده همنهشتند، پس قابل انطباق با دوران هستند.

سخت

۵۰ ۱ ۲ ۳ **۴**

می‌دانیم که زاویهٔ بین خط و دوران یافته آن α است.



داریم:

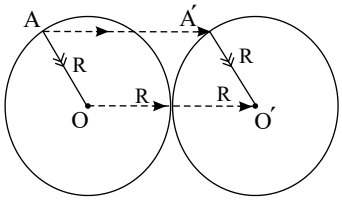
$$O \text{ مرکز دوران} \Rightarrow OH = OK \Rightarrow \hat{M}_۱ = \hat{M}_۲, \hat{M}_۱ + \hat{M}_۲ = ۱۸۰^\circ - \alpha$$

$$\Rightarrow \hat{M}_۱ = \hat{M}_۲ = \frac{۱۸۰^\circ - \alpha}{۲} = ۹۰ - \frac{\alpha}{۲}$$

متوسط

۵۱ ۱ ۲ **۳** ۴ مطابق شکل داریم:

$$\begin{cases} OO' \parallel AA' \\ O'A' \parallel OA \end{cases}, OA = O'A' = R \Rightarrow \left|\overrightarrow{AA'}\right| = \left|\overrightarrow{OO'}\right| = ۲R$$

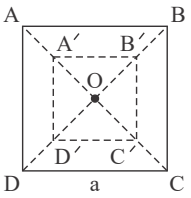


بنابراین بردار انتقال به طول $۲R$ است.

متوسط

۵۲ ۱ ۲ **۳** ۴ مطابق شکل مربع $A'B'C'D'$ مجانس $ABCD$ به مرکز نقطهٔ O و نسبت $K = \frac{۲}{۳}$ است. داریم:

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{OC'}{OC} = \frac{OD'}{OD} = \frac{۲}{۳}$$



در نتیجه نسبت مساحت‌های دو مربع برابر است با $(\frac{۲}{۳})^۲ = \frac{۴}{۹}$. بنابراین مساحت قسمت بین دو مربع برابر است با:

$$S_{ABCD} - \frac{۴}{۹}S_{ABCD} = \frac{۵}{۹}S_{ABCD} = ۵ \Rightarrow S_{ABCD} = ۹$$

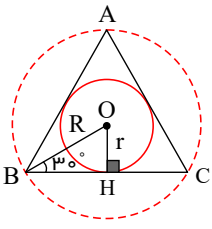
$$\Rightarrow a^۲ = ۹ \Rightarrow a = ۳ \Rightarrow ABCD \text{ محیط} = ۴ \times ۳ = ۱۲$$

متوسط

۵۳ ۱ **۲** ۳ ۴ در هر تجانس تنها نقطه ثابت، مرکز تجانس می‌باشد. بنابراین مرکز دایره محاطی داخلی مثلث، مرکز تجانس می‌باشد. به این ترتیب مرکز دو دایره بر هم منطبق است و این تنها در مثلث متساوی‌الاضلاع ممکن می‌باشد. همچنین k برابر است با نسبت شعاع‌های دو دایره.

داریم:

$$O \text{ مرکز تجانس} : K = \frac{R}{r} = \frac{۱}{\sin ۳۰^\circ} = \frac{۱}{\frac{۱}{۲}} = ۲$$



سخت

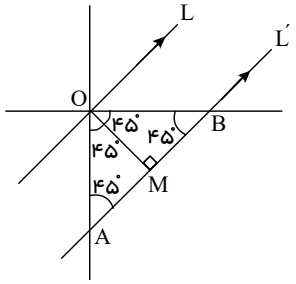
۵۴ **۱** ۲ ۳ ۴

ضلع مربع متجانس $a = ۱ \Rightarrow a\sqrt{۲} = \sqrt{۲}$:مربعی به ضلع a → مربعی به قطر $\sqrt{۲}$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۵۶ ۱ ۲ ۳ ۴

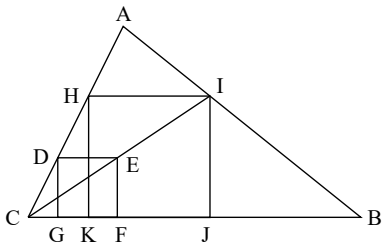
مطابق شکل، L' تصویر خط L، بردار انتقال $\vec{OM} = ۱$ می‌باشد. برای یافتن مساحت مثلث OAB داریم:



$$\begin{cases} OM = MB = ۱ \\ OM = AM = ۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} S_{\overset{\Delta}{OMB}} = \frac{۱}{۲} \times OM \times MB = \frac{۱}{۲} \\ S_{\overset{\Delta}{OAM}} = \frac{۱}{۲} \times OM \times AM = \frac{۱}{۲} \end{matrix} \Rightarrow S_{\overset{\Delta}{AOB}} = \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} = ۱$$

متوسط

۵۷ ۱ ۲ ۳ ۴



مربع $DEFG$ را داخل مثلث ABC به گونه‌ای می‌سازیم که یکی از اضلاع آن روی ضلع BC واقع باشد. از رأس C به E وصل کرده و امتداد می‌دهیم تا ضلع AB را در نقطهٔ I قطع کند. سپس از I خطی موازی BC رسم می‌کنیم تا ضلع AC را در H قطع نماید. از نقاط H و I دو عمود HK و IJ را بر ضلع BC رسم می‌کنیم. چهار ضلعی $HIJK$ بزرگترین مربع ممکن داخل مثلث ABC است به طوری که یک ضلع آن بر BC منطبق است و مجانس مربع در تجانس $DEFG$ به مرکز C می‌باشد.

سخت

۵۸ ۱ ۲ ۳ ۴ انتقال تحت بردار غیر صفر نقطهٔ ثابت تبدیل ندارند.

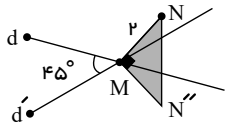
در دوران غیر همانی ($\alpha \neq ۲k\pi, k \in \mathbb{Z}$) تنها نقطهٔ ثابت تبدیل مرکز دوران است.

متوسط

۵۹ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم ترکیب دو بازتاب متوالی نسبت به محورهای بازتاب متقاطع با زاویهٔ θ معادل یک دوران است.

مرکز محل تقاطع دو محور بازتاب و با زاویهٔ ۲θ. بنابراین:

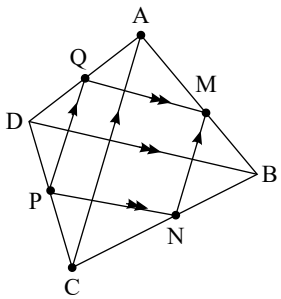


$$\left.\begin{matrix} N\hat{M}N'' = ۲ \times ۴۵^\circ = ۹۰^\circ \\ \text{شعاع دوران} = MN'' = MN = ۲ \end{matrix}\right\} \rightarrow NN'' = \sqrt{۲^۲ + ۲^۲} = ۲\sqrt{۲}$$

متوسط

۶۰ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\begin{cases} QM || PN || DB \\ QM = PN = \frac{DB}{۲} \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} MN \text{ انتقال یافته} \\ \text{با بردار } QP \text{ به } \frac{\vec{DB}}{۲} \text{ است.} \end{matrix}$$



سخت

۶۱ ۱ ۲ ۳ ۴ اگر کلید K را باز نماییم مقاومت معادل قسمتی از مدار که شامل مقاومت‌های $R_۱, R_۲$ است، زیاد می‌شود و مقاومت معادل مدار (R_T) نیز بیشتر خواهد شد.

$$\downarrow I = \frac{\varepsilon}{\uparrow R_T + r}$$

اگر ولتاژ دو سر $R_۱$ را $V_۱$ بنامیم، بنابر قانون ولتاژ می‌توان نوشت:

$$+\varepsilon - R_۲ I - V_۱ = ۰ \Rightarrow V_۱ = \varepsilon - R_۲ I$$ (اگر جریان I کم شود مقدار $V_۱$ زیاد می شود.)

$$V_۱ = R_۱ I_۱ \Rightarrow \uparrow I_۱ = \frac{V_۱ \uparrow}{R_۱}$$

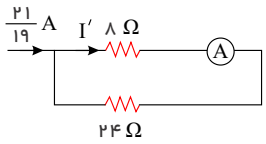
سخت

۶۲ ۱ ۲ ۳ ۴

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$$R_T = \frac{۱۶ \times ۸}{۱۶ \times ۸} = \frac{۱۶}{۳}\Omega \Rightarrow I_{\text{کل}} = \frac{۷}{\frac{۱۶}{۳} + ۱} = \frac{۲۱}{۱۹}A$$

$$I' = \frac{۲}{۳} I_{\text{کل}} = \frac{۲}{۳} \times \frac{۲۱}{۱۹} = \frac{۱۴}{۱۹}A$$



سخت

۶۴ ۱ ۲ ۳ ۴

روش اول: طبق رابطه‌ی $V = \varepsilon - rI$ در نمودار $V - I$ عرض از مبدأ برابر ε و شیب خط برابر r می‌باشد.

$$\frac{r_B}{r_A} = \frac{\text{شیب خط } B}{\text{شیب خط } A} = \frac{\frac{۲۰}{I}}{\frac{۱۰}{I}} = ۲$$

روش دوم:

$$V = \varepsilon - Ir \xrightarrow{I=۰} \begin{cases} ۱۰ = \varepsilon_A \\ ۲۰ = \varepsilon_B \end{cases}$$

$$V = ۰ \Rightarrow \varepsilon = Ir \Rightarrow \frac{\varepsilon_B}{\varepsilon_A} = \frac{r_B}{r_A} = ۲$$

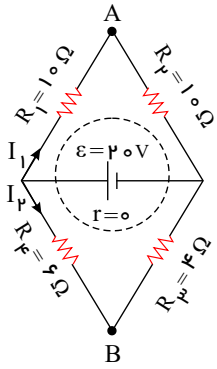
متوسط

۶۵ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا جریان عبوری از هر یک از شاخه‌های بالایی و پایین را به دست می‌اوریم. باتوجه به شکل داریم:

$$I_۱ = \frac{\varepsilon}{R_۱ + R_۲} = \frac{۲۰}{۲۰} = ۱A$$

$$I_۲ = \frac{\varepsilon}{R_۳ + R_۴} = \frac{۲۰}{۱۰} = ۲A$$



با حرکت از نقطه‌ی A به سمت نقطه‌ی B به طور ساعت گرد، اختلاف پتانسیل دو سر اجزاء مدار را با هم جمع جبری می‌کنیم. داریم:

$$V_A - R_۲I_۱ + R_۳I_۲ = V_B \Rightarrow V_A - ۱۰(۱) + ۴(۲) = V_B \Rightarrow V_A - V_B = ۲V$$

سخت

۶۶ ۱ ۲ ۳ ۴

به کمک قانون انشعاب در نقطه O داریم:

$$I_۱ + I_۳ = I_۲ \Rightarrow I_۲ = ۵(A)$$

با داشتن جریان $I_۲$ می‌توان اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B را محاسبه کرد.

$$V_A - I_۱r_۱ + \varepsilon_۱ - I_۱R_۱ - \varepsilon_۲ - I_۲r_۲ - I_۲R_۲ = V_B$$

$$\Rightarrow V_A - ۱ \times ۱ + ۱۰ - ۱ \times ۲ - ۳ - ۵ \times ۱ - ۵ \times ۱ = V_B \Rightarrow V_B - V_A = -۶(V)$$

اکنون با استفاده از رابطه تغییر انرژی پتانسیل داریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta U = \Delta V \cdot q \Rightarrow \Delta U_{AB} = -۶ \times (-۲) = +۱۲\mu J$$

انرژی پتانسیل الکتریکی بار q ،$۱۲\mu J$ افزایش پیدا کرده است.

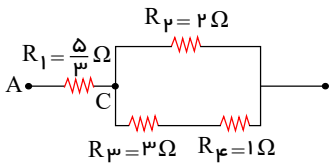
متوسط

۶۷ ۱ ۲ ۳ ۴

نکته: حداکثر توان قابل تحمل را مقاومتی مصرف می‌کند که حداکثر جریان از آن عبور کند.

در این مثال چون مقاومت $R_۱$ در شاخه اصلی مدار قرار دارد پس حداکثر جریان از آن عبور می‌کند در نتیجه حداکثر توان را مصرف می‌کند. پس ابتدا مقاومت معادل بین دو نقطه CB را بدست می‌آوریم:

$$R_{CB} = \frac{۴ \times ۲}{۴ + ۲} = \frac{۴}{۳}\Omega$$



باتوجه به این که جریان عبوری از مقاومت‌های متوالی یکسان است لذا با استفاده از رابطه $P = RI^۲$ توان مصرفی بین دو نقطه CB را بدست می‌آوریم:

$$P = RI^۲ \Rightarrow \frac{P_{CB}}{P_{AC}} = \frac{R_{CB}}{R_{AC}} \Rightarrow \frac{P_{CB}}{۱۵} = \frac{\frac{۴}{۳}}{\frac{۵}{۳}} \Rightarrow P_{CB} = ۱۲W$$

حداکثر توانی که می‌توان به دو سر مدار اعمال کرد برابر است با:

$$P_T = P_{AC} + P_{CB} \Rightarrow P_T = ۱۵ + ۱۲ = ۲۷W$$

سخت

۶۸ ۱ ۲ ۳ ۴

باتوجه به نمودار، جریانی که در آن $P_{\text{مفید}}$ بیشینه می‌شود برابر $\frac{۴+۲}{۲} = ۳A$ است. از طرفی می‌دانیم زمانی توان مفید یک مولد بیشینه می‌شود که $r = R_T$ می‌شود.

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$$V_{۳\Omega}=V_{۶\Omega}\Rightarrow I_۱R_۱=I_۲R_۲\Rightarrow ۳I_۱=۶I_۲\Rightarrow I_۱=۲I_۲$$
$$\begin{cases} I_۱=۲I_۲ \\ I_۱+I_۲=۲/۸ \end{cases}\Rightarrow I_۱=\frac{۲۸}{۱۵}A\ ,\ I_۲=\frac{۱۴}{۱۵}A$$

پس آمپرسنج ایده‌آل $I_۱=\frac{۲۸}{۱۵}A$ را نشان می‌دهد و چون ولت‌سنج با مقاومت ۲ اهمی موازی است پس اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۲ اهمی را نشان می‌دهد.

$$V=IR=۲\times ۲/۸=۵/۶V$$

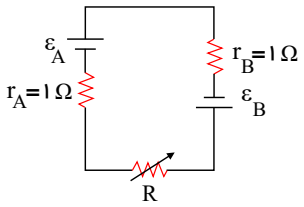
حالت دوم: با عوض کردن جای آمپرسنج و ولت‌سنج چون آمپرسنج ایده‌آل است پس دو سر مقاومت ۲ اهمی اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. از طرفی چون ولت‌سنج ایده‌آل است از شاخه‌ی مقاومت ۳ اهمی نیز جریانی نمی‌گذرد و این مقاومت نیز در مدار نخواهد بود و عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد برابر ولتاژ دو سر مقاومت ۶ اهمی خواهد بود. یعنی:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'+r}=\frac{۱۴}{۶+۱}=۲A$$
$$V'=I'R=۲\times ۶=۱۲V$$

سخت

۷۰ ۱ ۲ ۳ ۴

از آن‌جایی که انرژی پتانسیل الکتریکی بار در حالت اول هنگام عبور از باتری B تغییر نمی‌کند، بنابراین همان مقدار از انرژی پتانسیل الکتریکی بار که در مقاومت درونی باتری کاهش می‌یابد، انرژی پتانسیل الکتریکی آن به واسطه نیروی محرکه باتری افزایش می‌یابد. لذا جریان الکتریکی از پایانه منفی باتری B وارد و از پایانه مثبت آن خارج می‌شود. از طرف دیگر چون تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی حین عبور از باتری B برابر با صفر است، لذا هر دو مولد به صورت موافق بسته شده‌اند. تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار را در هر دو حالت حین عبور از باتری B به دست می‌آوریم. بار عبوری از مقطع مدار، به هنگام عبور از مولد به اندازه $\varepsilon I\Delta t$ از باتری انرژی می‌گیرد. و به اندازه $rI^۲\Delta t$ انرژی از دست می‌رود. بنابراین:



حالت اول: $\varepsilon_B I\Delta t-r_B I^۲\Delta t=\Delta U$

$$\xrightarrow{\Delta U=۰}\varepsilon_B=r_B I\xrightarrow[r_A=r_B=۱\Omega\ ,\ R=۱\Omega]{I=\frac{\varepsilon_A+\varepsilon_B}{r_A+r_B+R}}\varepsilon_B=۱\times\frac{\varepsilon_A+\varepsilon_B}{۱+۱+۱}\Rightarrow\varepsilon_A=۲\varepsilon_B$$

حالت دوم: $\varepsilon_B=\frac{\varepsilon_A+\varepsilon_B}{r_A+r_B+R}\Delta t-۱\times\frac{(\varepsilon_A+\varepsilon_B)^۲}{(r_A+r_B+R)^۲}\Delta t=\Delta U'$

$$\xrightarrow[\Delta t=۵ms=۵\times۱۰^{-۳}s]{\Delta U'=۳۰mJ=۳۰\times۱۰^{-۳}J}\varepsilon_B\frac{\varepsilon_A+\varepsilon_B}{۵}-\frac{(\varepsilon_A+\varepsilon_B)^۲}{۲۵}=۶\xrightarrow{\varepsilon_A=۲\varepsilon_B}=\frac{۳\varepsilon_B^۲}{۵}-\frac{۹\varepsilon_B^۲}{۲۵}=۶$$

$$\xrightarrow{\varepsilon_A=۲\varepsilon_B}\varepsilon_A=۱۰V\Rightarrow ۱۵\varepsilon_B^۲-۹\varepsilon_B^۲=۱۵۰\Rightarrow\varepsilon_B^۲=\frac{۱۵۰}{۶}=۲۵\Rightarrow\varepsilon_B=۵V$$

سخت

۷۱ ۱ ۲ ۳ ۴

اندازه‌ی هر مقاومت کربنی از رابطه‌ی $R=\overline{ab}\times۱۰^n$ به دست می‌آید که در آن a عدد رنگ اول، b عدد رنگ دوم و n عدد رنگ سوم است. عدد رنگ چهارم نیز مقدار خطا (تلورانس) را نشان می‌دهد.

$$R_A=\overline{ab}\times۱۰^n\xrightarrow[n=۵]{a=۶\ ,\ b=۱}R_A=۶۱\times۱۰^۵=۶/۱\times۱۰^۶\Omega$$
$$R_B=\overline{ab}\times۱۰^n\xrightarrow[n=۶]{a=۱\ ,\ b=۵}R_B=۱۵\times۱۰^۶\Omega$$

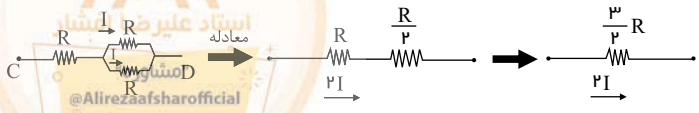
با استفاده از قاعده‌ی حلقه داریم:

$$\varepsilon-IR_B-IR_A=۰\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{R_A+R_B}=\frac{۴۲/۲}{۶/۱\times۱۰^۶+۱۵\times۱۰^۶}$$
$$\Rightarrow I=۲\times۱۰^{-۶}A=۲\times۱۰^{-۳}mA$$

متوسط

۷۲ ۱ ۲ ۳ ۴

جریان عبوری از هر یک از شاخه‌های بین A و B را I در نظر می‌گیریم: (هر شاخه مقاومت یکسانی دارد)



اختلاف پتانسیل دو سر A و B: $V=\frac{R}{۲}\times۲I\Rightarrow V=RI$

اختلاف پتانسیل دو سر C و D: $V=\frac{۳}{۲}R\times۲I=۳RI=۳V$

ابتکار علیرضا افشار
مشاوره
@Alirezaafsharofficial

پس جریان کل مدار برابر $I = I_۲ + I_{۳,۴} = ۲ + ۳ = ۵A$ است.

$$R_{۲,۳,۴} = \frac{۲ \times ۳}{۲ + ۳} = \frac{۶}{۵} = ۱٫۲\Omega \qquad R_{eq} = R_۱ + R_{۲,۳,۴} = ۰٫۸ + ۱٫۲ = ۲\Omega$$

طبق رابطهٔ زیر داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow ۵ = \frac{\varepsilon}{۲ + ۱} \Rightarrow \varepsilon = ۱۵V$$

سخت

۷۴ ۱ ۲ ۳ ۴ روش اول: با توجه به رابطهٔ $P = RI^۲$ و این‌که در مقاومت‌های متوالی جریان برابر است، خواهیم داشت:

$$R_۲ = \frac{۱}{۲}R_۱ \Rightarrow P_۲ = \frac{۱}{۲}P_۱$$

با توجه به این‌که توان خروجی مولد با مجموع توان مصرفی در مقاومت‌های خارجی برابر است، داریم:

$$P_{\text{خروجی}} = P_۱ + P_۲ + P_۳$$

$$P_{\text{خروجی}} = P_۱ + \frac{۱}{۲}P_۱ + \frac{۱}{۳}P_۱ \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = \frac{۱۱}{۶}P_۱$$

روش دوم: می‌دانیم توان خروجی (مفید) مولد برابر است با: $P = \varepsilon I - rI^۲$

سؤال نسبت توان مفید مولد به توان مقاومت $R_۱$ $(P = R_۱ I^۲)$ را خواسته، که داریم:

$$\frac{P_{\text{مولد}}}{P_{R_۱}} = \frac{\varepsilon I - Ir^۲}{R_۱ I^۲} = \frac{I(\varepsilon - Ir)}{R_۱ I^۲} = \frac{\varepsilon - Ir}{RI}$$

$$\xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{Req + r}} \frac{\varepsilon - \frac{\varepsilon}{Req+r}r}{R \times \frac{\varepsilon}{Req+r}} = \frac{\varepsilon(۱ - \frac{r}{Req+r})}{\frac{\varepsilon R}{Req+r}} \xrightarrow{\varepsilon \text{ها ساده}} \frac{(۱ - \frac{r}{Req+r})}{\frac{R}{Req+r}} = \frac{\frac{Req}{Req+r}}{\frac{R}{Req+r}} = \frac{Req}{R}$$

$$\xrightarrow{\text{سری } Req = R + \frac{R}{۲} + \frac{R}{۳} = \frac{۱۱R}{۶}} \frac{P_{\text{مولد}}}{P_{R_۱}} = \frac{\frac{۱۱}{۶}R}{R} = \frac{۱۱}{۶}$$

متوسط

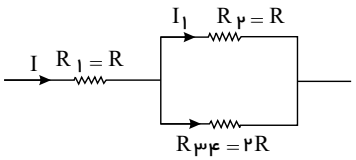
۷۵ ۱ ۲ ۳ ۴ بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار متحرک با اندازهٔ بار (q)، اندازهٔ سرعت (v) و بزرگی میدان مغناطیسی (B) و زاویهٔ (θ) بین $\vec{B}$ و $\vec{v}$ برابر است با:

$$F = |q| vB \sin\theta$$

$$\begin{cases} F_\alpha = |q_\alpha| vB \sin ۳۰^\circ \\ F_e = |q_e| vB \sin ۶۰^\circ \end{cases} \xrightarrow{q_\alpha = ۲q_e} \frac{F_\alpha}{F_e} = \frac{|۲q_e| \times v \times B \times \sin ۳۰^\circ}{|q_e| \times v \times B \times \sin ۶۰^\circ} \Rightarrow \frac{F_\alpha}{F_e} = \frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$$

متوسط

۷۶ ۱ ۲ ۳ ۴ بیشینهٔ توان الکتریکی مصرفی بدون آن‌که مقاومتی آسیب ببیند هنگامی اتفاق می‌افتد که حداکثر جریان ممکن از مقاومت $R_۱$ عبور کند. اگر جریان الکتریکی عبوری از مقاومت $R_۱$ را I فرض کنیم، داریم:



$$R_{۳۴} = R_۳ + R_۴ = ۲R$$

$$I_۱ + I_۲ = I \qquad (۱)$$

$$I_۱ R_۲ = I_۲ R_{۳۴} \Rightarrow I_۱ R = I_۲ \times ۲R \Rightarrow I_۱ = ۲I_۲ \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} I_۱ = \frac{۲}{۳}I \ , \ I_۲ = \frac{I}{۳}$$

$$P_۲ = R_۲ I_۱^۲ = R \times \frac{۴}{۹}I_۲ = \frac{۴}{۹}RI^۲ \ , \ P_۳ = P_۴ = RI_۲^۲ = R \times \frac{۱}{۹}I^۲ = \frac{۱}{۹}RI^۲$$

$$P_{\text{کل}} = P_۱ + P_۲ + P_۳ + P_۴ = RI^۲ + \frac{۴}{۹}RI^۲ + ۲(\frac{۱}{۹}RI^۲) = \frac{۵}{۳}RI^۲ \xrightarrow{RI^۲ = ۲۷W} P_{\text{کل}} = \frac{۵}{۳} \times ۲۷ = ۴۵W$$

سخت

۷۷ ۱ ۲ ۳ ۴ با بستن کلید k، مقاومت موازی $R_۲$ به مدار اضافه می‌شود. در نتیجه مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد و طبق رابطهٔ $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ با کاهش مقاومت R_{eq}، جریان در مدار افزایش خواهد یافت و آمپرسنج A عدد بزرگ‌تری را نشان می‌دهد.

اختلاف پتانسیل دو سر مولد با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۱$ برابر است.

$$V_{R_۱} = V_{\text{مولد}} = \varepsilon - \cancel{Ir}^{\,۰} = \varepsilon \Rightarrow I_۱ = \frac{V_{R_۱}}{R_۱} = \frac{\varepsilon}{R_۱}$$

بنابراین با بستن کلید، ولتاژ دو سر مقاومت $R_۱$ تغییری نمی‌کند و جریان عبوری از مقاومت $R_۱$ ثابت می‌ماند.

تذکر: اگر باتری مقاومت درونی داشت $(r \neq ۰)$، ولتاژ و جریان دوسر مقاومت $R_۱$ کاهش پیدا می‌کرد.

سخت

۷۸ ۱ ۲ ۳ ۴ اختلاف پتانسیل دو سر باتری، همان اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۳Ω است.

$$\Delta V = RI \Rightarrow ۶ = ۳I \Rightarrow I = ۲A = ۲۰۰۰mA$$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

متوسط

۷۹ ۱ ۲ ۳ ۴

حالت اول : $\frac{V}{\varepsilon}=\frac{\varepsilon-rI}{\varepsilon}\Rightarrow\frac{\varepsilon-۱٫۵\times۱٫۲}{\varepsilon}=۰٫۹\Rightarrow\varepsilon=۱۸(V)$

$I=\frac{\varepsilon}{r+R}\Rightarrow۱٫۲=\frac{۱۸}{۱٫۵+R}\Rightarrow R=۱۳٫۵\Omega$

حالت دوم : $I'=\frac{\varepsilon}{r+R'}=\frac{۱۸}{۱٫۵+۱۸٫۵}=۰٫۹A$

$\frac{V}{\varepsilon}=\frac{\varepsilon-rI}{\varepsilon}=\frac{۱۸-۱٫۵\times۰٫۹}{۱۸}=۰٫۹۲۵$

$\Rightarrow ۰٫۹۲۵-۰٫۹=۰٫۰۲۵$

سخت

۸۰ ۱ **۲** ۳ ۴ اختلاف پتانسیل معادل $R_۲$ و $R_۳$ با اختلاف پتانسیل دو سر $R_۳$ برابر است. چون $R_۱$ و $R_{۲,۳}$ سری هستند، از آن‌ها جریان یکسانی می‌گذرد. پس:

$V_{۲,۳}=V_۱+۳\Rightarrow R_{۲,۳}I=R_۱I+۳\Rightarrow ۲I=I+۳\Rightarrow I=۳A$

اختلاف پتانسیل دو سر مولد، برابر است با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل مدار.

$V=R_{eq}I=۳\times۳=۹V$

متوسط

۸۱ ۱ ۲ **۳** ۴

مقاومت معادل مدار در حالت اول برابر است با:

$$R_{eq}=R+\frac{R}{n}=\frac{(n+۱)R}{n}$$

بنابراین جریان در باتری برابر خواهد بود با:

$$I_n=\frac{\mathcal{E}}{R_{eq}}=\frac{n\mathcal{E}}{(n+۱)R}$$

در حالت دوم جریان برابر است با:

$$I_{n+۱}=\frac{(n+۱)\mathcal{E}}{(n+۲)R}$$

درصد تغییر جریان $=\frac{I_۲-I_۱}{I_۱}\times۱۰۰\Rightarrow۱٫۲۵=\frac{I_{n+۱}-I_n}{I_n}\times۱۰۰$

$$\frac{I_{n+۱}-I_n}{I_n}=\frac{I_{n+۱}}{I_n}-۱=\frac{\frac{n+۱}{n+۲}}{\frac{n}{n+۱}}-۱=\frac{۱}{۸۰}$$

$$\Rightarrow\frac{n^۲+۲n+۱}{n^۲+۲n}=\frac{۸۱}{۸۰}\Rightarrow ۸۰n^۲+۱۶۰n+۸۰=۸۱n^۲+۱۶۲n$$

$$\Rightarrow n^۲+۲n-۸۰=۰\Rightarrow(n+۱۰)(n-۸)=۰\Rightarrow\begin{cases}n=-۱۰ & \text{غ ق ق}\\ n=۸\end{cases}$$

سخت

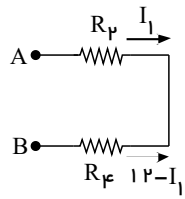
۸۲ ۱ ۲ **۳** ۴ وقتی توان خروجی مولد تغییر نمی‌کند، رابطهٔ زیر برقرار است:

$r=\sqrt{R_۱R_۲}\Rightarrow۲=\sqrt{۱\times R_۲}\Rightarrow R_۲=۴\Omega$

متوسط

۸۳ ۱ **۲** ۳ ۴

$V=RI\Rightarrow I=\frac{۳۶}{۳}=۱۲A$

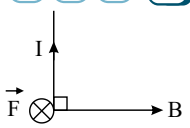


$V_A-R_۲I_۱+R_۴(۱۲-I_۱)=V_B\Rightarrow\underbrace{V_A-V_B}_{۳}=۴I_۱-۱(۱۲-I_۱)\Rightarrow I_۱=۳A$

$V_A+R_۱I_۱-R_۳(۱۲-I_۱)=V_B\Rightarrow\underbrace{V_A-V_B}_{۳}=-۸\times۳+R_۳(۱۲-۳)\Rightarrow R_۳=۳\Omega$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۸۴ ۱ ۲ ۳ ۴

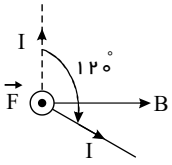


$$F = I\ell B\sin ۹۰^\circ = I\ell B \quad (۱)$$

$$\frac{F}{۲} = I\ell B\sin\theta \xrightarrow{(۱)} \frac{I\ell B}{۲} = I\ell B\sin\theta$$

$$\Rightarrow \sin\theta = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases} \theta = ۳۰^\circ \\ \text{یا} \\ \theta = ۱۵۰^\circ \end{cases}$$

اگر سیم ۳۰° بچرخد، جهت نیروی وارد بر آن تغییر نمی‌کند. پس $\theta = ۱۵۰^\circ$ پاسخ درست است. پس سیم باید ۱۲۰° بچرخد.



سخت

۸۵ ۱ ۲ ۳ ۴

وقتی کلید K باز است، مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ با یکدیگر موازی هستند و معادل آن‌ها با مقاومت $R_۱$ متوالی است. داریم:

$$R_{eq} = R_۱ + \frac{R_۲R_۳}{R_۲ + R_۳} = R + \frac{R\times R}{R+R} \Rightarrow R_{eq} = \frac{۳}{۲}R$$

جریان عبوری از شاخهٔ اصلی مدار و مقاومت $R_۱$ در این حالت برابر است با:

$$I = I_۱ = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} = \frac{\varepsilon}{\frac{۳}{۲}R + ۰} \Rightarrow I = I_۱ = \frac{۲}{۳}\frac{\varepsilon}{R}$$

با بستن کلید K، مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌گردند. در این حالت مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R'_{eq} = R_۱ = R$$

و جریان عبوری از آن برابر است با:

$$I' = I'_۱ = \frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r} = \frac{\varepsilon}{R+۰} \Rightarrow I' = I'_۱ = \frac{\varepsilon}{R}$$

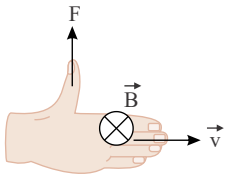
با استفاده از رابطهٔ توان مصرفی در یک مقاومت، داریم:

$$P = RI^۲ \Rightarrow \frac{P'_۱}{P_۱} = \left(\frac{I'_۱}{I_۱}\right)^۲ \Rightarrow \frac{P'_۱}{P_۱} = \left(\frac{\frac{\varepsilon}{R}}{\frac{۲}{۳}\frac{\varepsilon}{R}}\right)^۲ = \frac{۹}{۴}$$

متوسط

۸۶ ۱ ۲ ۳ ۴

شرط عدم انحراف ذره این است که نیروی خالص وارد بر آن صفر شود. (دو نیروی خلاف جهت و هم اندازه) طبق قاعدهٔ درست راست نیروی مغناطیسی رو به بالا به ذره وارد می‌شود.



پس نیروی الکتریکی باید رو به پایین باشد تا آن را خنثی کند. از آنجایی که جهت نیروی الکتریکی وارد بر بار مثبت هم جهت با خطوط میدان است، پس میدان باید رو به پایین باشد و لذا $V_C > V_D$ (رد گزینه‌های ۳ و ۴)

از طرفی دو نیروی مغناطیسی و الکتریکی علاوه بر خلاف جهت بودن باید هم اندازه باشند، پس:

$$F_{\text{الکتریکی}} = F_{\text{مغناطیسی}}$$

$$Eq = qvB\sin\theta$$

$$\xrightarrow[q,\theta=۹۰^\circ \text{ ساده می‌شود}]{E=\frac{V}{d}} \frac{V}{d} = v\times B$$

$$\frac{V}{۰/۱} = ۵\times ۱۰^۴ \times ۱۰۰ \times ۱۰^{-۴} \rightarrow V = ۵۰(V) \xrightarrow{V_C>V_D} V_C - V_D = ۵۰(V)$$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

سخت

۸۷ ۱ ۲ ۳ ۴

$$m = ۱۶۰g = ۱۶\times ۱۰^{-۲}kg \quad , \quad L = ۸۰cm = ۰/۸m \quad , \quad B = ۰/۴T$$

برای این که از طرف میله به فنرها نیرویی وارد نشود باید تمام وزن میله توسط نیروی مغناطیسی خنثی شود.

شیب خط $= r \Rightarrow \frac{\varepsilon}{۹} = ۲ \Rightarrow \varepsilon = ۱۸V$

$$I = \frac{\varepsilon}{r+R} = \frac{۱۸}{۲+۴} = ۳A$$

$$\Delta q = I \cdot \Delta t \Rightarrow ۱۰۰۰ \times ۱۰^{-۳} = ۳ \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{۱}{۳}h \xrightarrow{\times ۶۰} \Delta t = ۲۰ \min$$

متوسط

۸۹ ۱ ۲ **۳** ۴ ابتدا به کمک رابطهٔ $P = I^۲R$، در جریان الکتریکی مدار را محاسبه می‌کنیم.

$$P = I^۲R \Rightarrow ۳۶ = I^۲ \times ۴ \Rightarrow I^۲ = ۹ \Rightarrow ۳A$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow ۳ = \frac{\varepsilon}{۴+۲} \Rightarrow \varepsilon = ۱۸V$$

افت پتانسیل مولد برابر است با:

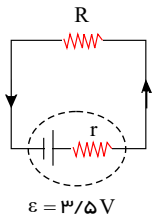
$$Ir = ۳ \times ۲ = ۶V$$

متوسط

۹۰ ۱ ۲ **۳** ۴ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت از رابطهٔ $V = RI$ به‌دست می‌آید، داریم:

$$rI = \frac{۱}{۶}RI \Rightarrow r = \frac{۱}{۶}R \quad (۱)$$

حال طبق رابطهٔ جریان مدار تک‌حلقه داریم:



$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \xrightarrow{(۱)} I = \frac{\varepsilon}{R+\frac{R}{۶}} \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{\frac{۷}{۶}R}$$

$$\Rightarrow R = \frac{۶\varepsilon}{۷I} \xrightarrow[I=۰/۴A]{\varepsilon=۳/۵V} R = \frac{۶ \times ۳/۵}{۷ \times ۰/۴} = ۷/۵\Omega$$

متوسط

۹۱ ۱ **۲** ۳ ۴

$$\bar{R}_{BrO^-} = -\frac{-۰/۲۸}{\frac{۷}{۶۰}} = ۲/۴mol \cdot \min^{-۱}$$

$$\frac{\bar{R}_{Br^-}}{۲} = \frac{\bar{R}_{BrO^-}}{۳} \Rightarrow R_{Br^-} = \frac{۲ \times ۲/۴}{۳} = ۱/۶mol \cdot \min^{-۱}$$

متوسط

۹۲ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\frac{\overline{R}_{NO_۲}}{۲} = \overline{R}_{N_۲O_۵} \Rightarrow \frac{\overline{R}_{NO_۲}}{۲} = \frac{\frac{۰/۱۶-۰/۰۸mol}{۲L}}{۶۰s} \Rightarrow \overline{R}_{NO_۲} = \frac{۴}{۳} \times ۱۰^{-۳}mol \cdot L^{-۱} \cdot s^{-۱}$$

متوسط

۹۳ ۱ ۲ **۳** ۴ واکنش استاندارد تشکیل $N_۲O_۵(g)$ به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$N_۲(g) + \frac{۵}{۲}O_۲(g) \rightarrow N_۲O_۵(g) \qquad \Delta H^\circ = ۱۴\,kJ$$

باید به گونه‌ای از اطلاعات تست، واکنش فوق را به دست آوریم:

بدون تغییر $\rightarrow \frac{۱}{۲}N_۲(g) + \frac{۱}{۲}O_۲(g) \rightarrow NO(g) \qquad \Delta H^\circ = ?$

تقسیم بر ۲ $\rightarrow \frac{۱}{۲}N_۲(g) + O_۲(g) \rightarrow NO_۲(g) \qquad \Delta H^\circ = \frac{۱}{۲} \times ۶۸\,kJ$

وارونه $\rightarrow NO(g) + NO_۲(g) + O_۲(g) \rightarrow N_۲O_۵(g) \quad \Delta H^\circ = -۱۱۰\,kJ$

$$N_۲(g) + \frac{۵}{۲}O_۲(g) \rightarrow N_۲O_۵(g) \qquad \Delta H^\circ + \frac{۱}{۲} \times ۶۸ - ۱۱۰ = ۱۴ \Rightarrow \Delta H^\circ = ۹۰\,kJ$$

متوسط

۹۴ ۱ ۲ ۳ **۴**

توجه داشته باشید که برای سرعت واکنش می‌توان نوشت:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_A}{a} = \frac{\bar{R}_B}{۲}$$

$$۰/۲۵ = \frac{\frac{-\Delta[A]}{\Delta t}}{a} = \frac{\frac{\Delta[B]}{\Delta t}}{۲}$$

$$۰/۲۵ = \frac{-[۰/۵ - ۲]}{a \times ۲} = \frac{x-۱}{۲ \times ۲}$$

$$a = ۳ \qquad x = ۲$$

استاد علیرضا افشار
مشاوره www.alirezaafshar.org

۹۵ ۱ ۲ **۳** ۴

$$2KClO_3(s) \rightarrow 2KCl(s) + 3O_2(g)$$

$$?L_{O_2} = 735gKClO_3 \times \frac{1mol\ KClO_3}{122{,}5\ g\ KClO_3} \times \frac{3mol\ O_2}{2mol\ KClO_3} \times \frac{22{,}4LO_2}{1mol\ O_2} = 201{,}6L\ O_2$$

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{\text{حجم گاز تولید شده}}{\Delta t} \Rightarrow 25{,}2 = \frac{201{,}6}{\Delta t(\min)} \Rightarrow \Delta t = 8\min = 480s$$

سخت

۹۶ ۱ ۲ **۳** ۴ زیرا، باتوجه به واکنش‌های داده شده، می‌توان نوشت:

$2C(s,\ \text{گرافیت}) + 4F_2(g) \rightarrow 2CF_4(g)$, $\Delta H_1 = -2 \times 680kJ \rightarrow$ معکوس می‌شود و در ۲ ضرب می‌کنیم.

$C_2H_4(g) \rightarrow 2C(s,\ \text{گرافیت}) + 2H_2(g)$, $\Delta H_2 = -52{,}3kJ \rightarrow$ معکوس می‌شود

$2H_2(g) + 2F_2(g) \rightarrow 4HF(g)$, $\Delta H_3 = -2 \times 537kJ \rightarrow$ در ۲ ضرب می‌کنیم.

$$C_2H_4(g) + 6F_2(g) \rightarrow 2CF_4(g) + 4HF(g), \quad \Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3$$

$$\Delta H = -2486{,}3kJ$$

متوسط

۹۷ ۱ ۲ **۳** ۴ اولاً نمودار داده شده مربوط به N_2O_5 است، زیرا نزولی می‌باشد.

ثانیاً واکنش تجزیه‌ی دی‌نیتروژن پنتوکسید به صورت $2N_2O_5(g) \rightarrow 4NO_2(g) + O_2(g)$ است که سرعت تولید گاز اکسیژن در فاصله‌ی زمانی ۵ تا ۱۰ ثانیه به ما داده شده است، یعنی:

$$\bar{R}_{N_2O_5} = 2\bar{R}_{O_2} = 2 \times 0{,}5 = 1mol \cdot L^{-1} \cdot \min^{-1}$$

$$\bar{R}_{N_2O_5} = -\frac{\Delta n}{\Delta t} \xrightarrow{[N_2O_5]} 1\frac{mol}{L \cdot \min} = -\frac{\Delta n\ mol}{5s} \times \frac{60s}{1\min} \times \frac{1}{4L} \Rightarrow \Delta n = \frac{-1}{3}$$

باید $n_2 - n_1$ برابر $-\frac{1}{3}$ شود. پس ناچاریم تک‌تک گزینه‌ها را امتحان کنیم، تنها گزینه‌ای که درست است، گزینه (۳) می‌باشد.

سخت

۹۸ **۱** ۲ ۳ ۴ واکنش سوختن گرافیت به صورت: $C(s) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g)$, $\Delta H = -394kJ$ گرافیت می‌باشد.

حال باتوجه به این واکنش و با بهره‌گیری از قانون هس برای بدست آوردن ΔH واکنش مورد نظر خواهیم داشت:

$2 \times \left[C(s, \text{گرافیت}) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g)\ ,\ \Delta H = -394\right]$

$2 \times$ معکوس $\left[H_2O(g) \rightarrow H_2(g) + \frac{1}{2}O_2(g)\ ,\ \Delta H = +245kJ\right]$

بدون تغییر $\left[2CO_2(g) + 2H_2O(g) \rightarrow C_2H_4(g) + 3O_2(g)\ ,\ \Delta H = +1410kJ\right]$

و سپس با هم جمع می‌کنیم. یعنی:

$$+\begin{cases} 2C(s,\ \text{گرافیت}) + 2\ \cancel{O_2(g)} \rightarrow \cancel{2CO_2(g)}\ ,\ \Delta H_1 = -788kJ \\ 2H_2(g) + \cancel{O_2(g)} \rightarrow \cancel{2H_2O(g)}\ ,\ \Delta H_2 = -490kJ \\ \cancel{2CO_2(g)} + \cancel{2H_2O(g)} \rightarrow C_2H_4(g) + 3\ \cancel{O_2(g)}\ ,\ \Delta H_3 = +1410kJ \end{cases}$$

$$2C(s,\ \text{گرافیت}) + 2H_2(g) \rightarrow C_2H_4(g)$$

$$\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 \rightarrow \Delta H = +132kJ$$

سخت

۹۹ **۱** ۲ ۳ ۴ برای پاسخ به این سؤال از قانون هس و به صورت زیر عمل می‌کنیم:

واکنش اول را در $\frac{1}{4}$ و واکنش دوم را در $\frac{9}{4}$ و واکنش سوم را پس از معکوس کردن در $\frac{3}{4}$ و واکنش چهارم را نیز پس از معکوس کردن در $\frac{1}{8}$ ضرب نموده و سپس با یکدیگر جمع می‌کنیم.

یعنی:

$$+\begin{cases} \frac{1}{2}NH_3(g) + \frac{3}{4}N_2O(g) \rightarrow N_2(g) + \frac{3}{4}H_2O(l) \\ \frac{9}{4}H_2(g) + \frac{9}{8}O_2(g) \rightarrow \frac{9}{4}H_2O(l) \\ \frac{3}{4}N_2H_4(l) + \frac{3}{2}H_2O(l) \rightarrow \frac{9}{4}H_2(g) + \frac{3}{4}N_2O(g) \\ \frac{1}{4}N_2H_4(l) + \frac{1}{4}H_2O(l) \rightarrow \frac{1}{8}O_2(g) + \frac{1}{2}NH_3(g) \end{cases}$$

$$N_2H_4(l) + O_2(g) \rightarrow N_2(g) + 2H_2O(l)$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \frac{\Delta H_1}{4} + \frac{9}{4}\Delta H_2 + (-\frac{3\Delta H_3}{4}) - \frac{1}{8}\Delta H_4 \rightarrow \Delta H = -552{,}5kJ$$

سخت

۱۰۰ ۱ ۲ **۳** ۴ واکنشی که باید ΔH آن را بدست آوریم به صورت: $A + E + F \rightarrow 5D$ است که با روش قانون هس به صورت زیر به آن می‌رسیم: واکنش I را بدون تغییر در نظر می‌گیریم و واکنش II را معکوس می‌کنیم و واکنش III را ابتدا معکوس و سپس در ۲ ضرب می‌کنیم و سپس جمع می‌کنیم. یعنی:

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$$+\begin{cases} \overset{A}{\cancel{3A}} + \cancel{B} \rightarrow \cancel{2C} + \cancel{E}\ ,\ \Delta H'_1 = -150kJ \\ \cancel{B} + \overset{E}{\cancel{2E}} \rightarrow \cancel{F} + 3D\ ,\ \Delta H_2 = +230kJ \\ \overset{F}{\cancel{2C}} + \cancel{2F} \rightarrow \cancel{2B} + \cancel{2A} + 2D\ ,\ \Delta H'_3 = -150kJ \end{cases}$$

$$A + E + F \rightarrow 5D, \qquad \Delta H = \Delta H'_1 + \Delta H_2 + \Delta H'_3$$
$$\Delta H = -150 + 230 - 150 = -70kJ$$

سپس گرمای آزاد شده از تشکیل ۳ مول D را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$?kJ = 3molD \times \frac{70kJ}{5mol\,D} = 42kJ = 4200J$$

حال با روش محاسبه می‌توان تعیین کرد که با این مقدار گرما دمای چند کیلوگرم آب به اندازهٔ $10^{\circ}C$ افزایش پیدا می‌کند؟

$$Q = m \cdot c \cdot (\theta_2 - \theta_1)$$

$$4200 = m \times 4/2 \times 10 \rightarrow m = 1000g = 1kg$$

سخت

۱۰۱ ۱ ۲ ۳ ۴ — همگی گزینه‌ها به جز گزینهٔ ۲ صحیح هستند. یعنی تشکیل هیدرازین از عناصر سازنده‌اش است فرایندی گرماگیر است.

$$N_2(g) + 2H_2(g) + Q \rightarrow N_2H_4(g)$$

متوسط

۱۰۲ ۱ ۲ ۳ ۴ — ΔH هر واکنش را می‌توان از کم کردن مجموع ΔHهای پیوند مواد فرآورده از مجموع ΔHهای پیوند مواد واکنش‌دهنده محاسبه نمود. بنابراین:

$$\Delta H_{(I)} = [(A-A) + 2(B=B)] - [4(A=B)]$$

$$\Delta H_{(II)} = [2(A-A) + 3(B=B)] - [4(A=B) + (A-A) + 4(A-B)]$$

$$\Delta H_{(I)} - \Delta H_{(II)} = [(A-A) + 2(B=B) - 4(A=B)] - [(A-A) + 3(B=B) - 4(A=B) - 4(A-B)]$$

$$\rightarrow 4(A-B) - (B=B) = (4 \times 250) - 300 = 700kJ$$

سخت

۱۰۳ ۱ ۲ ۳ ۴

$$CaCO_3 + 2HCl \rightarrow CaCl_2 + CO_2 + H_2O$$

$$CO_2 = 12 + (16 \times 2) = 44g \cdot mol^{-1}$$

$$CaCO_3 = 40 + 12 + (16 \times 3) = 100g \cdot mol^{-1}$$

$$\frac{mol}{s}CO_2 \text{ سرعت متوسط تولید} \rightarrow \bar{R}_{CO_2} = \frac{0/11g\,CO_2}{s} \times \frac{1mol\,CO_2}{44g\,CO_2} = 0/0025\,mol \cdot s^{-1}$$

$$_{CaCO_3}\bar{R}_{\text{مصرف}} = \bar{R}_{\text{تولید}\,CO_2} \rightarrow ?mol\,CaCO_3 = 50\,g\,CaCO_3 \times \frac{1mol\,CaCO_3}{100g\,CaCO_3} = 0/5mol\,CaCO_3$$

$$\bar{R}_{CaCO_3} = \frac{\Delta n}{\Delta t} \rightarrow 0/0025 = \frac{0/5}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = 200\,s$$

متوسط

۱۰۴ ۱ ۲ ۳ ۴ — اگر تغییرات مول‌های هر ماده را محاسبه کنیم خواهیم داشت:

$$A:\ 0/3 - 0/6 = -0/3mol\,A$$
$$B:\ 0/2 - 0 = 0/2molLB$$
$$C:\ 0/1 - 0 = 0/1mol\,C$$

چون تعداد مول‌های محاسبه شده برای مادهٔ A منفی است بنابراین مادهٔ A واکنش‌دهنده و مواد B و C فرآورده هستند و باتوجه به اینکه رابطهٔ میان این تعداد مول‌ها وجود دارد که A سه برابر C و B دو برابر C و A، $\frac{3}{2}B$ است خواهیم داشت: $3A \rightarrow 2B + C$

متوسط

۱۰۵ ۱ ۲ ۳ ۴

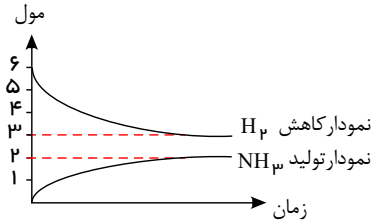
$$N_2(g) + 3H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g)$$

$$?mol\,NH_3 = 6\,mol\,H_2 \times \frac{2mol\,NH_3}{3mol\,H_2} \times \frac{50}{100} = 2mol\,NH_3 \quad \text{مقدار آمونیاک تولید شده}$$

$$?mol\,H_2 = 6mol\,H_2 \times \frac{50}{100} = 3mol\,H_2 \quad \text{مقدار هیدروژن مصرف شده}$$

$$\Delta n\,(H_2) = 3 - 6 = -3mol\,H_2$$
$$\Delta n(NH_3) = 2mol\,NH_3$$

استاد علیرضا افشار
مشاوره
@Alirezaafsharofficial



سخت

۱۰۶ ۱ ۲ ۳ ۴ موارد الف و پ و ت درست هستند.

مورد ب نادرست است، زیرا محلول بنفش رنگ پتاسیم پرمنگنات با یک اسید آلی در دمای اتاق به کندی واکنش می‌دهد.

متوسط

۱۰۷ ۱ ۲ ۳ ۴ در این فرآیند گاز کربن‌دی‌اکسید حاصل می‌شود و علت کاهش جرم محتویات داخل ظرف به‌علت خروج گاز کربن‌دی‌اکسید می‌باشد.

$$CaCO_3(s) + 2HCl(aq) \rightarrow CaCl_2(aq) + CO_2(g) + H_2O(l)$$

مقدار جرم کاهش‌یافته برابر با جرم CO_2 تولیدشده است.

$$?g\,CO_2 = 15s \times \frac{1\,\min}{60s} \times \frac{1/2mol\,HCl}{1\,\min} \times \frac{1mol\,CO_2}{2mol\,HCl} \times \frac{44g\,CO_2}{1mol\,CO_2} = 6/6g\,CO_2$$

متوسط

۱۰۸ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا به کمک قانون هس ΔH واکنش را به‌دست می‌آوریم:

واکنش «آ» را معکوس و در ۲ ضرب می‌کنیم:

$$2H_3BO_3(s) + 6HCl(g) \rightarrow 2BCl_3(g) + 6H_2O(l);\ \Delta H = 225kJ$$

واکنش «ب» را بدون تغییر می‌نویسیم:

$$B_2H_6(g) + 6H_2O(l) \rightarrow 2H_3BO_3(s) + 6H_2(g);\ \Delta H = -489kJ$$

واکنش «پ» را در ۱۲ ضرب می‌کنیم:

$$6H_2(g) + 6Cl_2(g) \rightarrow 12HCl(g);\ \Delta H = -1104kJ$$

واکنش هدف:

$$B_2H_6(g) + 6Cl_2(g) \rightarrow 2BCl_3(g) + 6HCl(g)$$
$$\Delta H = -(225) + (-489) + (-1104) = -1368kJ$$

مقدار انرژی آزاد شده به ازای مصرف ۵/۶ لیتر گاز کلر:

$$?kJ = 5/6LCl_2 \times \frac{1molCl_2}{22/4LCl_2} \times \frac{-1368kJ}{6molCl_2} = -57kJ$$

سخت

۱۰۹ ۱ ۲ ۳ ۴ طبق رابطه‌ی داده شده در مساله، SiO_2 و C در نقش واکنش‌دهنده ولی CO و SiC در نقش فرآورده می‌باشند زیرا SiO و C دارای علامت منفی هستند و CO و SiC در حال افزایش است. پس گزینه‌های «۲» و «۳» رد می‌شوند. با توجه به اینکه ضریب موازنه هر ماده در مخرج کسر است همه‌ی کسرها را بر عدد ۶ تقسیم می‌کنیم:

$$-\frac{\bar{R}_{SiO_2}}{1} = -\frac{\bar{R}_C}{3} = \frac{\bar{R}_{CO}}{3} = \frac{\bar{R}_{SiC}}{1} \Rightarrow SiO_2 + 3C \rightarrow 3CO + SiC$$

متوسط

۱۱۰ ۱ ۲ ۳ ۴ بررسی موارد:

مورد الف) درست. علت عدم واکنش گازهای N_2 و O_2 در دمای اتاق سرعت کم آن‌ها و انجام واکنش در دمای بالا به دلیل افزایش سرعت واکنش است.

مورد ب) نادرست. افزایش فشار تأثیری بر سرعت واکنش مواد به حالت محلول ندارد.

مورد پ) نادرست. افزایش حجم اسید با افزودن آب، سبب رقیق شدن اسید و کاهش سرعت واکنش می گردد.

مورد ت) درست. ماهیت به‌عنوان متغیر مطرح نمی‌شود چون با تغییر ماهیت مواد شرکت‌کننده در واکنش، نوع واکنش تغییر می‌کند.

متوسط

۱۱۱ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به واکنش می توان نوشت:

	$2N_2O_5(g)$	$\rightarrow$	$4NO_2(g)$	$+$	$O_2(g)$
ابتدای واکنش	$10L$		0		0
در لحظهٔ t	$10-2x$		$4x$		x

مجموع حجم گاز ها $= (10-2x) + 4x + x = 16 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2L$

بنابراین در این لحظه، ۲ لیتر O_2، ۸ لیتر NO_2 و ۶ لیتر N_2O_5 در ظرف واکنش وجود دارد. با توجه به نمودار، زمان مربوط به این حجم از N_2O_5 را به‌دست می‌آوریم: $(t = 2min)$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \bar{R}_{O_2} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{2}{2} = 1\ \frac{L}{min}$$

نکته: در دما و فشار ثابت می‌توان به جای نسبت‌های مولی از نسبت‌های حجمی استفاده نمود.

سخت

۱۱۲ ۱ ۲ ۳ ۴ موارد (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد (الف) و (ت):

مورد (الف): آشناترین عضو خانوادهٔ کربوکسیلیک‌اسیدها، استیک‌اسید (اتانوییک‌اسید) می‌باشد.

استاد علیرضا افشار
@Alirezaafsharofficial

مول NO تولید شده $= ۲۲٫۴LNO \times \frac{۱mol\ NO}{۲۲٫۴L\ NO} = ۱mol\ NO$

$$\bar{R}_{(NO)} = \frac{۱mol}{۲۰s \times \frac{۱min}{۶۰s}} = ۳mol \cdot min^{-۱}$$

ضریب NO و $NO_۲$ یکسان است؛ پس می‌توان گفت سرعت متوسط تولید NO و سرعت متوسط مصرف $NO_۲$ باهم برابر خواهد بود.

$$\bar{R}_{(NO_۲)} = \bar{R}_{(NO)} = ۳mol \cdot min^{-۱}$$

متوسط

۱۱۴ ۱ ۲ ۳ ۴ ۱٫۶ برابرشدن شدت رنگ آبی محلول، بیانگر ۱٫۶ برابرشدن غلظت یون‌های $Cu^{۲+}$ در محلول و به بیان دیگر افزایش ۰٫۶ مول از این یون‌ها در بازهٔ زمانی ۲ تا ۸ دقیقه می‌باشد (زیرا حجم تقریباً ثابت بوده و تغییر غلظت تنها در اثر تغییر تعداد مول بوده است.)، به این سبب، سرعت تولید یون‌های $Cu^{۲+}$ در این بازه ۰٫۱ مول بر دقیقه می باشد. با توجه به این‌که ضریب استوکیومتری محلول $CuSO_۴$ برابر یک است، سرعت تولید یون‌های $Cu^{۲+}$ با سرعت متوسط واکنش برابر است.

نسبت خواسته‌شده $= \frac{۰٫۱}{۰٫۲۵} = ۰٫۴$

سخت

۱۱۵ ۱ ۲ ۳ ۴ واکنش اول را در $\frac{۱}{۲}$ ضرب می‌کنیم.

واکنش دوم را در ۳ ضرب می‌کنیم.

واکنش سوم را معکوس و در ۳ ضرب می‌کنیم.

$$۲NH_۳ + \frac{۳}{۲}O_۲(g) \rightarrow N_۲ + ۳H_۲O \quad ,\Delta H = -۶۷۵٫۵kJ$$
$$۳N_۲O + ۳H_۲(g) \rightarrow ۳N_۲ + ۳H_۲O \quad ,\Delta H = -۱۱۰۲٫۲kJ$$
$$۳H_۲O \rightarrow ۳H_۲ + \frac{۳}{۲}O_۲ \quad ,\Delta H = +۸۵۷٫۷kJ$$
$$\Rightarrow ۲NH_۳ + ۳N_۲O \rightarrow ۴N_۲ + ۳H_۲O$$
$$\Rightarrow \Delta H = (-۶۷۵٫۵) + (-۱۱۰۲٫۲) + (+۸۵۷٫۷) = -۹۲۰kJ$$

متوسط

۱۱۶ ۱ ۲ ۳ ۴

جرم محلول $NaOH = ۱۰۰mL \times \frac{۱٫۲g}{۱mL} = ۱۲۰g$

جرم محلول $H_۲SO_۴ = ۸۴mL \times \frac{۱٫۲۵g}{۱mL} = ۱۰۵g$

جرم محلول کلی $= ۱۲۰ + ۱۰۵ = ۲۲۵g$

$$Q = mc\Delta\theta = ۲۲۵ \times ۴ \times ۲ = ۱۸۰۰J = ۱٫۸kJ$$

$$?kJ = ۱۰۰mL\ NaOH \times \frac{۱L}{۱۰۰۰mL} \times \frac{۰٫۳mol\ NaOH}{۱L\ NaOH} \times \frac{\Delta H \text{ واکنش}}{۲mol\ NaOH} = ۱٫۸kJ$$
$$\Delta H = -۱۲۰kJ$$

چون گرما آزاد می‌شود، علامت ΔH منفی است.

سخت

۱۱۷ ۱ ۲ ۳ ۴ کاهش جرم مواد موجود در ظرف به‌دلیل خروج گازهای تولیدی از ظرف واکنش است.

$$xmolCO_۲ \times \frac{۴۴gCO_۲}{۱molCO_۲} = ۱۳٫۲g \Rightarrow x = ۰٫۳$$

پس در این مدت ۰٫۶ مول HCl مصرف شده است:

$$\bar{R}_{HCl} = -\frac{(-۰٫۶mol)}{۲L \times ۹۰s \times \frac{۱min}{۶۰s}} = ۰٫۲mol \cdot min^{-۱} \cdot L^{-۱}$$

متوسط

۱۱۸ ۱ ۲ ۳ ۴

گزینهٔ «۱»:

$$?kJ = ۹۶gSO_۲ \times \frac{۱molSO_۲}{۶۴gSO_۲} \times \frac{-۲۰۰kJ}{۲molSO_۲} = -۱۵۰kJ = -۱۵۰۰۰۰J$$
$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow ۱۵۰۰۰۰ = ۱۰۰۰ \times ۴٫۲ \times \Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = ۳۵٫۷^{\circ}C = ۳۵٫۷K$$

گزینهٔ «۲»:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{O_۲}}{۱} \rightarrow \bar{R}_{O_۲} = ۰٫۱mol/L \cdot min$$

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{\Delta n_{O_2}}{V \cdot \Delta t} \rightarrow ۰/۱ = \frac{\Delta n_{O_2}}{۱۰ \times ۱} \rightarrow \Delta n_{O_2} = ۱mol$$

$$?kJ = ۱molO_2 \times \frac{-۲۰۰kJ}{۱molO_2} = -۲۰۰kJ$$

گزینهٔ «۳»:

$$\frac{\bar{R}_{O_2}}{۱} = \frac{\bar{R}_{SO_3}}{۲} \rightarrow \bar{R}_{SO_3} = ۰/۲mol/L \cdot min, \bar{R}_{SO_3} = \frac{\Delta n_{SO_3}}{V \cdot \Delta t} \rightarrow ۰/۲ = \frac{\Delta n_{SO_3}}{۱۰ \times ۱/۲۵} \rightarrow \Delta n_{SO_3} = ۲/۵mol$$

$$?gSO_3 = ۲/۵molSO_3 \times \frac{۸۰gSO_3}{۱molSO_3} = ۲۰۰g$$

گزینهٔ «۴»:

$$frac\bar{R}_{O_2}۱ = \frac{\bar{R}_{SO_2}}{۲} \rightarrow \bar{R}_{SO_3} = ۰/۲mol/L \cdot min$$

$$?\frac{g}{min} = ۰/۲\frac{mol}{L \cdot min} \times \frac{۶۴gSO_2}{۱molSO_2} \times \frac{۱min}{۶۰s} \times ۱۰L = ۲/۱۳\frac{g}{min}$$

سخت

۱۱۹ ۱ ۲ ۳ ۴ اگر آنتالپی پیوند $H-H$ را برابر x و آنتالپی پیوند $N-N$ را برابر y درنظر بگیریم داریم:

واکنش دوم:

$$\Delta H = [\text{مجموع آنتالپی پیوند فرآورده‌ها}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوند واکنش‌دهنده‌ها}] \rightarrow -۹۲ = [۹۴۶ + ۳x] - [۶ \times ۳۹۱] \Rightarrow x = ۴۳۶kJ \cdot mol^{-۱}$$

واکنش اول:

$$\Delta H = [\text{مجموع آنتالپی پیوند فرآورده‌ها}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوند واکنش‌دهنده‌ها}] \rightarrow +۹۱ = [۹۴۶ + ۲(۴۳۶)] - [y + ۴(۳۹۱)] \Rightarrow y = ۱۶۳kJ \cdot mol^{-۱}$$

سخت

۱۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴ با گذشت زمان و با کاهش مقدار واکنش‌دهنده‌ها، سرعت مصرف آن‌ها و سرعت تولید فرآورده‌ها کاهش می‌یابد. به‌دلیل آن‌که از دقیقهٔ هشتم پس از شروع واکنش، حجم گاز تولیدی تغییری نکرده است، این زمان پایان واکنش را نشان می‌دهد.

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \bar{R}_{O_2} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{۱۵}{۸} = ۱/۸۷۵L \cdot min^{-۱}$$

متوسط

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

پاسخ‌نامه کلیدی

۱	۳	۳	۳	۲
۲	۲	۲	۲	۴
۳	۳	۲	۲	۳
۴	۱	۲	۲	۴
۵	۱	۱	۳	۳
۶	۲	۲	۳	۳
۷	۲	۳	۳	۳
۸	۲	۴	۴	۳
۹	۱	۱	۳	۴
۱۰	۳	۲	۴	۴
۱۱	۳	۳	۴	۴
۱۲	۳	۴	۴	۴
۱۳	۴	۳	۴	۴
۱۴	۳	۴	۴	۴
۱۵	۲	۳	۴	۴
۱۶	۱	۲	۴	۴
۱۷	۱	۳	۴	۴
۱۸	۴	۴	۴	۴
۱۹	۱	۳	۴	۴
۲۰	۴	۴	۴	۴
۲۱	۲	۳	۴	۴
۲۲	۲	۳	۴	۴
۲۳	۴	۲	۴	۴
۲۴	۲	۱	۴	۴
۲۵	۲	۲	۴	۴
۲۶	۲	۱	۴	۴
۲۷	۲	۲	۴	۴
۲۸	۳	۱	۴	۴
۲۹	۴	۳	۴	۴
۳۰	۳	۳	۴	۴
۳۱	۳	۲	۴	۴
۳۲	۱	۲	۴	۴
۳۳	۲	۳	۴	۴
۳۴	۲	۳	۴	۴
۳۵	۱	۲	۴	۴
۳۶	۲	۳	۴	۴
۳۷	۳	۳	۴	۴
۳۸	۲	۴	۴	۴
۳۹	۳	۳	۴	۴
۴۰	۱	۲	۴	۴
۴۱	۳	۳	۴	۴
۴۲	۳	۴	۴	۴
۴۳	۴	۳	۴	۴
۴۴	۴	۴	۴	۴
۴۵	۲	۳	۴	۴
۴۶	۲	۴	۴	۴
۴۷	۳	۳	۴	۴
۴۸	۴	۴	۴	۴
۴۹	۳	۳	۴	۴
۵۰	۴	۴	۴	۴
۵۱	۳	۳	۴	۴
۵۲	۳	۴	۴	۴
۵۳	۲	۳	۴	۴
۵۴	۱	۲	۴	۴
۵۵	۲	۳	۴	۴
۵۶	۱	۴	۴	۴
۵۷	۲	۳	۴	۴
۵۸	۱	۳	۴	۴
۵۹	۴	۳	۴	۴
۶۰	۱	۳	۴	۴
۶۱	۳	۳	۴	۴
۶۲	۲	۳	۴	۴
۶۳	۴	۳	۴	۴
۶۴	۲	۳	۴	۴
۶۵	۳	۳	۴	۴
۶۶	۴	۳	۴	۴
۶۷	۱	۳	۴	۴
۶۸	۴	۳	۴	۴
۶۹	۲	۳	۴	۴
۷۰	۲	۳	۴	۴
۷۱	۳	۳	۴	۴
۷۲	۲	۳	۴	۴
۷۳	۲	۳	۴	۴
۷۴	۲	۳	۴	۴
۷۵	۳	۳	۴	۴
۷۶	۲	۳	۴	۴
۷۷	۳	۳	۴	۴
۷۸	۴	۳	۴	۴
۷۹	۱	۳	۴	۴
۸۰	۲	۳	۴	۴
۸۱	۳	۳	۴	۴
۸۲	۳	۳	۴	۴
۸۳	۲	۳	۴	۴
۸۴	۱	۳	۴	۴
۸۵	۳	۳	۴	۴
۸۶	۲	۳	۴	۴
۸۷	۱	۳	۴	۴
۸۸	۳	۳	۴	۴
۸۹	۳	۳	۴	۴
۹۰	۳	۳	۴	۴
۹۱	۲	۳	۴	۴
۹۲	۴	۳	۴	۴
۹۳	۳	۳	۴	۴
۹۴	۴	۳	۴	۴
۹۵	۳	۳	۴	۴
۹۶	۳	۳	۴	۴
۹۷	۳	۳	۴	۴
۹۸	۱	۳	۴	۴
۹۹	۱	۳	۴	۴
۱۰۰	۲	۳	۴	۴
۱۰۱	۲	۳	۴	۴
۱۰۲	۳	۳	۴	۴
۱۰۳	۴	۳	۴	۴
۱۰۴	۲	۳	۴	۴
۱۰۵	۴	۳	۴	۴
۱۰۶	۴	۳	۴	۴
۱۰۷	۴	۳	۴	۴
۱۰۸	۱	۳	۴	۴
۱۰۹	۱	۳	۴	۴
۱۱۰	۲	۳	۴	۴
۱۱۱	۱	۳	۴	۴
۱۱۲	۲	۳	۴	۴
۱۱۳	۲	۳	۴	۴
۱۱۴	۲	۳	۴	۴
۱۱۵	۱	۳	۴	۴
۱۱۶	۴	۳	۴	۴
۱۱۷	۳	۳	۴	۴
۱۱۸	۴	۳	۴	۴
۱۱۹	۲	۳	۴	۴
۱۲۰	۲	۳	۴	۴

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial