www.alirezaafshar.org

نام و نام خانوادگی:

تعداد سوال: ۱۱۰

نام آزمون: ریاضی نظام جدید ۹ اسفند

زمان برگزاری: ۱۵۰ دقیقه

افشار

مرکز مشاوره تحصیلی دکتر
علیرضا افشار

۱ اندازه‌ی مشتق تابع $y=\frac{x^۳+۳x^۲+۳x+۲}{x+۲}$ در $x=-۱$ برابر است با:

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $-\frac{۱}{۲}$ ۴) -۱

۲ مشتق تابع $f(x)=\frac{x^۲\sqrt[۳]{x}-x^۲+۱}{\sin x+\cos x+۱}$ به ازای $x=۰$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $-\frac{۱}{۴}$ ۳) -۱ ۴) ۰

۳ اگر برای تابع مشتق‌پذیر f داشته باشیم $\lim_{x\to۲}\frac{f(x)+۲}{x-۲}=\frac{۱}{۲}$، معادلهٔ خط مماس بر تابع $y=xf(\sqrt{x})$ در نقطهٔ $x=۴$ واقع بر آن کدام است؟

۱) $۲y+۳x+۴=۰$ ۲) $۲y+۳x=۲۲$ ۳) $۲y=۳x+۱۰$ ۴) $۲y=۳x-۲۲$

۴ خط گذرا بر دو نقطه‌ی $(۱,۲)$ و $(-۱,۳)$ بر منحنی پیوسته‌ی $y=f(x)$ در نقطه‌ی $x=۳$ مماس است. حد عبارت $\frac{f^۲(x)+۴f(x)-۵}{۳-x}$ وقتی $x\to ۳$ کدام می‌باشد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۵ اگر برای تابع $f(x)=a|x+۲|+b|x+۱|+۲$ داشته باشیم $\lim_{h\to۰}\frac{f(۲+h)-f(۲-h)}{h}=۴$، آنگاه $a+b$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

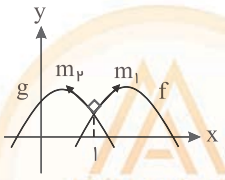
۶ در تابع با ضابطه $f(x)=\left(\sqrt{\frac{x+۲}{۲x-۳}}\right)^۳$، حاصل $\lim_{x\to۲}\frac{f(x)-f(۲)}{x-۲}$، کدام است؟

۱) -۲۱ ۲) -۲۸ ۳) ۱۲ ۴) ۱۵

۷ اگر تابع f در $x=۴$ مشتق‌پذیر و $\lim_{x\to۴}\frac{f(x)+۷}{x-۴}=\frac{-۳}{۲}$ باشد، آنگاه مشتق $\frac{f(۲x)}{x}$ در $x=۲$، کدام است؟

۱) $-\frac{۱}{۴}$ ۲) $-\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۸ در شکل مقابل، نمودارهای دو منحنی $f(x)$ و $g(x)$ در نقطه‌ای به طول $x=۱$ برهم عمود هستند و $\lim_{x\to۱}\frac{f(x)-g(x)}{x^۲-۱}=۲$ حاصل $|m_۱+m_۲|$ کدام است؟ (f و g چند جمله‌ای هستند، $m_۱$ شیب خط مماس بر f در $x=۱$ و $m_۲$ شیب خط مماس بر g در $x=۱$ است.)



۱) $۲\sqrt{۵}$ ۲) $۵\sqrt{۲}$
۳) $۲\sqrt{۳}$ ۴) $۳\sqrt{۲}$

۹ در تابع $f(x)=\sqrt{x+۱}$، شیب خط مماس در نقطهٔ $x=۸$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $-\frac{۱}{۶}$ ۳) ۶ ۴) ۱۲

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۱۰) تابع f در $\mathbb{R}$ مشتق‌پذیر است و برای هر $x \in \mathbb{R}$، $g(x) = (x^۳ + ۲x)f(x)$ اگر $g'(۰) = ۱۲$ باشد، $f(۰)$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۱۲ ۳) ۱۸ ۴) ۴

۱۱) مقدار مشتق $f(x) = \sqrt{۱ + \sin^۲(\frac{۱}{x})}$ به ازای $x = \frac{۶}{\pi}$ کدام است؟

۱) $-\frac{\pi^۲\sqrt{۱۵}}{۳۶۰}$ ۲) $-\frac{\pi^۲\sqrt{۱۵}}{۷۲}$ ۳) $\frac{\pi^۲\sqrt{۱۵}}{۳۶۰}$ ۴) $\frac{\pi^۲\sqrt{۱۵}}{۷۲}$

۱۲) مقدار مشتق تابع $y = \frac{۲\tan^۲ x}{۱ + \tan^۲ x}$ به ازای $x = \frac{\pi}{۱۲}$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۱ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $-\frac{۱}{۲}$

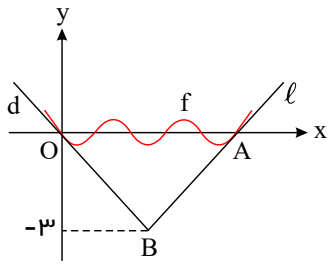
۱۳) اگر $f(x) = (\sqrt{۲ + x^۲} - x)^۵$ و $g(x) = \frac{۱}{(\sqrt{۲ + x^۲} + x)^۵}$، حاصل $f'(x) \cdot g(x) - g'(x)f(x)$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) صفر ۳) ۱ ۴) ۲

۱۴) اگر نیمساز ناحیهٔ اول مختصات بر نمودار تابع f در نقطهٔ $x = ۱$ مماس باشد، حاصل $\lim_{x \to ۰} \frac{f(۱ + \frac{x}{۲}) - ۱}{x}$ کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) ۲

۱۵) خط d و l بر نمودار تابع f به‌ترتیب در مبدأ مختصات و نقطهٔ A مماس هستند. اگر $x_A = k$ و $f'(k) = f'(۰) = -\frac{۱}{۲}$ باشد، مساحت مثلث OAB کدام است؟



۱) $\frac{۱۵}{۲}$ ۲) $\frac{۱۵}{۴}$ ۳) $\frac{۴۵}{۲}$ ۴) $\frac{۴۵}{۴}$

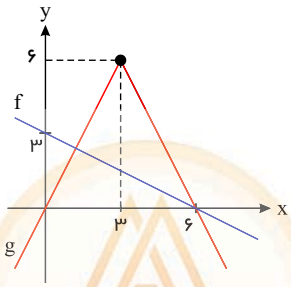
۱۶) مشتق تابع $f(x) = \frac{۱ + \cos ۲x}{۱ + \sin x}$ در نقطهٔ $x = \frac{\pi}{۶}$ کدام است؟

۱) $-\sqrt{۳}$ ۲) $\sqrt{۳}$ ۳) ۱ ۴) -۱

۱۷) اگر $f(x) = (x^۲ + ۲)(x^۴ + ۴)$ و $g(x) = x^۸ - ۱۶$ باشد، حاصل $g'(۱)f(۱) - f'(۱)g(۱)$ کدام است؟

۱) ۲۲۵ ۲) ۲۵۰ ۳) ۴۵۰ ۴) ۵۰۰

۱۸) با توجه به نمودار دو تابع f و g، مشتق تابع $h(x) = \frac{f(x) - ۱}{(g(x))^۲}$ در $x = ۴$ کدام است؟



۱) $-\frac{۱}{۳۲}$ ۲) $-\frac{۱}{۱۶}$ ۳) $-\frac{۱}{۸}$ ۴) $-\frac{۱}{۴}$

۱۹) اگر $f(۰) = ۰$ و $f'(۰) = ۱$ باشد، حاصل $\lim_{x \to ۰} \frac{۱}{x}\left(f(x) + f(\frac{x}{۲}) + f(\frac{x}{۴})\right)$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۴}$ ۲) $\frac{۷}{۴}$ ۳) $\frac{۴}{۵}$ ۴) $\frac{۴}{۷}$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۲۰ اگر $f(x)=[x]+[-x]$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to\frac{۳}{۲}}\dfrac{f(x)-f\left(\frac{۳}{۲}\right)}{x-\frac{۳}{۲}}$ کدام است؟ ($[\ ]$، نماد جزء صحیح است.)

۱) صفر ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) ۲

۲۱ تمام دایره‌های به مرکز $M(x,y)$ واقع بر سهمی $x^۲+۸y+۴x-۶=۰$ و گذرنده از کانون بر کدام خط ثابت همواره مماس است؟

۱) $y=-\frac{۶}{۸}$ ۲) $y=\frac{۱۳}{۴}$ ۳) $y=\frac{۶}{۸}$ ۴) $y=-\frac{۲۶}{۸}$

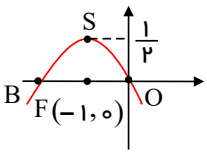
۲۲ کم‌ترین فاصله‌ی مبدأ مختصات از سهمی $y^۲-۱۶x+۴۸=۰$ چقدر است؟

۱) ۳ ۲) $\sqrt{۱۳}$ ۳) $\sqrt{۲۳}$ ۴) ۴

۲۳ سهمی $y^۲=-۴x+۴$ و دایره $x^۲+y^۲=۴$ نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟

۱) همدیگر را قطع نمی کنند. ۲) در یک نقطه مماس اند.
۳) در دو نقطه یکدیگر را قطع می کنند. ۴) در چهار نقطه همدیگر را قطع می کنند.

۲۴ با توجه به سهمی شکل مقابل مختصات نقطه‌ی B کدام است؟



۱) $(-\frac{۱}{۲},۰)$ ۲) $(-\frac{۳}{۴},۰)$ ۳) $(-۲,۰)$ ۴) $(-۳,۰)$

۲۵ اگر از کانون سهمی به معادله‌ی $y^۲-۴x+۱۲=۰$، خطی موازی خط هادی سهمی رسم نماییم تا سهمی را در نقاط A و B قطع کند، زاویه‌ی $A\hat{S}B$ کدام است؟ (S رأس سهمی است)

۱) $۲\tan^{-۱}۲$ ۲) $۲\cos^{-۱}\frac{۳}{۵}$ ۳) $۲\sin^{-۱}\frac{۳}{۵}$ ۴) $۲\cot^{-۱}۲$

۲۶ مکان هندسی مجموعه نقاطی از صفحه که فاصلهٔ آن‌ها از خط $x=۳$ دو واحد بیشتر از فاصلهٔ آن‌ها از نقطه‌ای به طول -۱ روی محور xها است، کدام می‌باشد؟

۱) $y^۲=۱۲(x+۲)$ ۲) $y^۲=۱۲(x-۲)$ ۳) $y^۲=۴x$ ۴) $y^۲=-۴x$

۲۷ اگر معادلهٔ خط هادی سهمی $(x+k)^۲=ky-۲k^۲$ برابر $y=-\frac{۷}{۴}$ باشد. آن‌گاه مقدار k کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -۱ ۴) -۲

۲۸ امتداد وتری که از کانون سهمی به معادلهٔ $y^۲+۴(y+\sqrt{۳}x)+۴(۱-\sqrt{۳})=۰$ می‌گذرد. خط هادی آن را در نقطه‌ای با زاویهٔ ۶۰° قطع می‌کند. فاصلهٔ این نقطه از کانون کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) $۲\sqrt{۳}$ ۴) $۴\sqrt{۳}$

۲۹ دو دیش مخابراتی با ابعاد متفاوت مفروض‌اند. اگر قطر دهانهٔ دیش اول ۶ برابر قطر دهانهٔ دیش دوم و گودی (عمق) دیش اول ۴ برابر گودی (عمق) دیش دوم باشد، آنگاه فاصلهٔ کنونی دیش اول چند برابر فاصلهٔ کانونی دیش دوم است؟

۱) $\frac{۳}{۸}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) ۲ ۴) ۹

۳۰ مختصات کانون سهمی به معادلهٔ $۲x^۲-۴x+۳y=۴$، کدام است؟

۱) $(۱,\frac{۵}{۴})$ ۲) $(۱,\frac{۱۳}{۸})$ ۳) $(\frac{۱}{۴},۲)$ ۴) $(\frac{۵}{۸},۲)$

۳۱ اگر $f(x)=\log(۴-[x]^۲)$، آن گاه دامنه تابع $f(\frac{-۱}{۲}x^۲+۲)$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۶

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

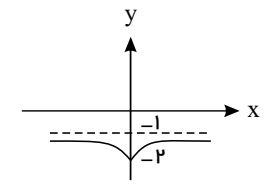
۳۲ نمودار وارون تابع $f(x)=۲(۲^{x-۱}-۱)$ از کدام ناحیه‌ی دستگاه مختصات نمی‌گذرد؟

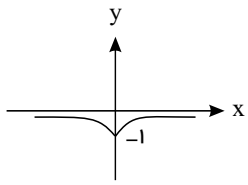
۱) اول ۲) دوم ۳) سوم ۴) چهارم

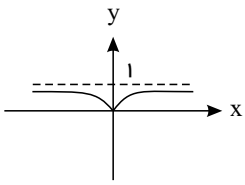
۳۳ حاصل $[x]+[۲x]+[۳x]$ به ازای $x=\log ۸$ کدام است؟ ($[\ ]$، نماد جزء صحیح است.)

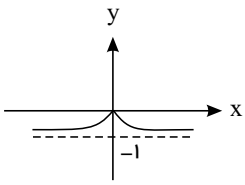
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳۴ نمودار تابع $y=\left|(۰/۲)^{|x|}-۱\right|-۱$ کدام است؟

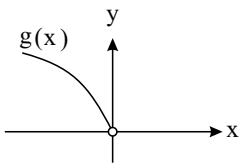
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۳۵ اگر $f(x)=\log(x-۱)$ و نمودار $g(x)$ به صورت زیر باشد، دامنهٔ gof به صورت (a,b) خواهد بود. حداکثر مقدار $b-a$ کدام است؟



۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳۶ کدام یک از نقاط زیر روی نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x)=\log_{۴۹}^{x}$ قرار ندارد؟

۱) $(\sqrt[۳]{۷^{۲}},\frac{۱}{۳})$ ۲) $(\frac{۱}{۴۹},-۱)$ ۳) $(\frac{۱}{\sqrt[۳]{۷}},-\frac{۲}{۳})$ ۴) $(۷^{۴},۲)$

۳۷ نمودار تابع $y=\log_{۰/۳}(x+۲)$ از کدام ناحیهٔ مختصاتی نمی‌گذرد؟

۱) اول ۲) دوم ۳) سوم ۴) چهارم

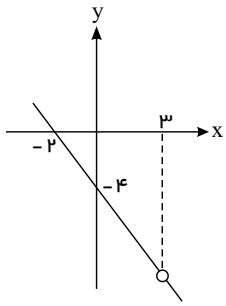
۳۸ در بازهٔ (a,b) نمودار تابع $y=\log_{۳}^{۱-x}$ پائین‌تر از نمودار تابع $y=\log_{۳}^{x}-۱$ قرار می‌گیرد. حداکثر مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۳۹ اگر $۸۱^{x}=۳^{x^{۲}-۲}$ باشد، $\log_{۶}^{(x-۲)}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۴۰ اگر نمودار تابع $f(x)=-۲x+\log_{۲}^{\frac{۲x+a}{cx+d}}$ به‌صورت روبه‌رو باشد، حاصل $\log_{۲}^{c}$ کدام است؟



۱) ۴ ۲) ۵ ۳) -۴ ۴) -۳

۴۱ تعداد جواب های صحیح نامنفی معادله $x+y+z=۸$ با شرط $x<y$ چندتاست؟

۱) ۴۰ ۲) ۲۰ ۳) ۲۲ ۴) ۲۳

۴۲ به چند طریق می توان از بین ۱۰ کارمند یک اداره، یک نفر را برای ریاست، دو نفر را برای معاونت و ۲ نفر را آبدارچی و یک نفر را منشی کرد؟

۱) ۹۴۵۰ ۲) ۸۹۰۰ ۳) ۳۷۸۰۰ ۴) ۷۵۶۰۰

۴۳ در بسط $(a+b+c+d+e)^{۱۰}$ چند جمله وجود دارد که فاقد حرف e باشد؟

۱) ۲۸۶ ۲) ۱۰۰ ۳) ۶۶ ۴) ۲۲۰

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۴۴ در کیسه‌ای ۵ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی قرمز و ۷ مهره‌ی آبی و ۱ مهره‌ی زرد موجود است. حداقل چند مهره از کیسه بیرون آوریم تا مطمئن باشیم، ۳ مهره‌ی همرنگ یا بیشتر از کیسه خارج شده است؟

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹

۴۵ از بین ۱۰ نفر در هر مرحله به تصادف ۴ نفر را انتخاب می‌کنیم و به هر یک از آن‌ها ۵۰ سکه می‌دهیم. این عمل باید حداقل چند بار انجام شود تا مطمئن شویم بین آن‌ها فردی وجود دارد که به او حداقل ۳۰۰ سکه رسیده است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۳ ۳) ۱۴ ۴) ۱۵

۴۶ اگر $A = \{a, b, c, d\}$ باشد، آنگاه چند تابع پوشا از A به A می‌توان تعریف کرد؟

۱) ۴ ۲) ۲۴ ۳) ۱۶ ۴) صفر

۴۷ به چند حالت ۶ مرد و ۵ زن در کنار هم می‌ایستند، به‌طوری که همهٔ مردها کنار هم ایستاده باشند؟

۱) $۶! \times ۶$ ۲) $\frac{۱۱!}{۶!}$ ۳) $\frac{۱۱!}{۵!}$ ۴) $۶!۶!$

۴۸ از بین ۵ مرد و ۴ زن به چند حالت می‌توان یک گروه ۳ نفره انتخاب کرد که حداکثر یک زن بین آنها باشد؟

۱) ۴۰ ۲) ۵۰ ۳) ۴۵ ۴) ۵۵

۴۹ در یک کیسه ۳ مهرهٔ آبی، ۴ مهرهٔ قرمز و ۵ مهرهٔ سبز وجود دارد. حداقل چند مهره از کیسه خارج کنیم تا مطمئن شویم حداقل یکی از مهره های خارج شده آبی است؟

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۹ ۴) ۱۲

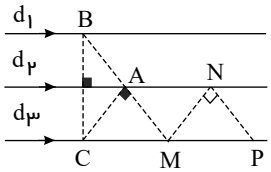
۵۰ نامعادلهٔ $x_۱ + x_۲ + x_۳ + x_۴ < ۱۸$ با شرط $x_۳ > ۵$ چند جواب طبیعی دارد؟

۱) ۳۳۰ ۲) ۴۹۵ ۳) ۱۶۵ ۴) ۷۱۵

۵۱ مثلث های متشابه T و T' در یک صفحه قرار دارند با چه تغییر مکانی می‌توان این دو مثلث را متجانس یکدیگر ساخت؟

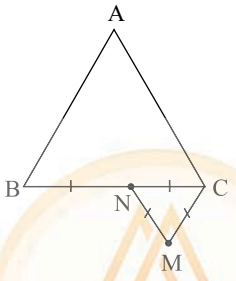
۱) یک تقارن ۲) یک انتقال ۳) یک دوران ۴) یک تقارن و یک انتقال

۵۲ مطابق شکل اگر مثلث $\overset{\Delta}{MNP}$ دوران یافته مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ باشد، شعاع دوران نقطه B که آن را بر P منطبق می‌کند کدام است؟(فاصله هر سه خط $d_۱$ و $d_۲$ و $d_۳$ یکسان است و ABC قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است.)



۱) $\frac{BC}{۲}$ ۲) $۲BC$ ۳) $\frac{\sqrt{۵}}{۲}BC$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}BC$

۵۳ مطابق شکل، با ترکیب کدام تبدیل‌ها مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به مثلث متساوی‌الاضلاع MNC تصویر می‌شود؟



۱) بازتاب محوری و انتقال
۲) بازتاب مرکزی و دوران
۳) بازتاب محوری و دوران
۴) بازتاب محوری و تجانس

۵۴ نقطهٔ A به فاصلهٔ ۱ از خط L قرار دارد. تصویر A تحت بازتاب نسبت به خط L را A' می‌نامیم و A را حول A' به اندازهٔ ۱۲۰° دوران می‌دهیم تا نقطهٔ A'' به دست آید. طول پاره‌خط AA'' کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) ۲ ۳) $۲\sqrt{۳}$ ۴) ۴

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۵۵ در مثلث ABC، زاویهٔ A برابر ۴۰° می‌باشد. ضلع BC را با بردار $\frac{۱}{۳}\overrightarrow{CA}$ انتقال می‌دهیم و انتقال یافتهٔ آن را $B'C'$ می نامیم. سپس $B'C'$ را با بردار $۲\overrightarrow{BA}$ انتقال داده و تصویر آن را $B''C''$ می‌نامیم. اندازهٔ زاویهٔ $BB'B''$ کدام است؟

۱) ۴۰° ۲) ۸۰° ۳) ۱۰۰° ۴) ۱۴۰°

۵۶ مثلث قائم‌الزاویه و متساوی الساقین ABC $(\hat{A} = ۹۰^\circ)$ با طول وتر ۲ واحد مفروض است. اگر این مثلث را به مرکز A با زاویهٔ ۴۵ درجه در جهت ساعتگرد دوران دهیم، مساحت ناحیهٔ مشترک بین تصویر و مثلث اولیه کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}-۱$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) $۲-\sqrt{۲}$ ۴) $۲(\sqrt{۲}-۱)$

۵۷ نوع کدام یک از متغیرهای زیر با سایرین متفاوت است؟

۱) میزان تحصیلات افراد یک شهر
۲) درجهٔ حرارت بدن انسان
۳) رنگ اتومبیل‌های تولیدی یک کارخانه
۴) نوع درختان موجود در یک پارک

۵۸ یک هشت‌ضلعی منتظم را حول مرکز دایرهٔ محیطی آن و با اندازهٔ کوچک‌ترین زاویهٔ دوران ممکن (α)، دوران می‌دهیم تا بر خودش منطبق شود. تعداد نقاط ثابت این تبدیل و اندازهٔ زاویهٔ دوران کدام است؟ $(\alpha > ۰)$

۱) یک نقطه - ۲۲٫۵ درجه ۲) یک نقطه - ۴۵ درجه ۳) بی‌شمار نقطه - ۲۲٫۵ درجه ۴) بی‌شمار نقطه - ۴۵ درجه

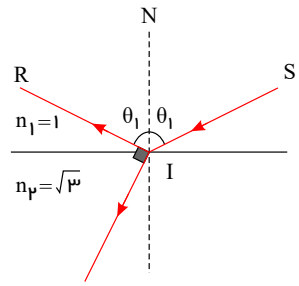
۵۹ نقطهٔ A به فاصلهٔ $۲\sqrt{۶}$ از خط d قرار دارد. تصویر نقطهٔ A را تحت بازتاب نسبت به خط d، نقطهٔ A' می‌نامیم. اگر نقطهٔ A را حول نقطهٔ A' به اندازهٔ ۱۲۰° در جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران دهیم تا نقطهٔ A'' حاصل شود. آنگاه طول پاره‌خط AA'' کدام است؟

۱) $۱۵\sqrt{۲}$ ۲) $۱۲\sqrt{۲}$ ۳) $۱۰\sqrt{۲}$ ۴) $۹\sqrt{۲}$

۶۰ کدام گزینه نادرست است؟

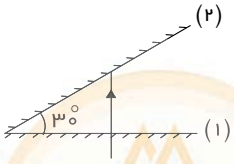
۱) پارامتر جامعه مقدار ثابتی دارد.
۲) از آماره‌ها برای تخمین پارامترها استفاده می‌شود.
۳) ممکن است آماره به‌ازای دو نمونه یکسان باشد.
۴) پارامتر جامعه هیچ‌گاه قابل‌محاسبه نیست.

۶۱ در شکل روبه‌رو پرتو SI بر سطح یک محیط شفاف تابیده است. به طوری که قسمتی از آن بازتاب پیدا کرده و به محیط اول برگشته و قسمتی نیز شکسته و وارد محیط دوم شده است. اگر پرتوهای بازتاب و شکست برهم عمود می‌باشند، زاویهٔ تابش (i) چند درجه است؟



۱) ۱۵
۲) ۳۰
۳) ۴۵
۴) ۶۰

۶۲ دو آینه‌ی تخت با طول زیاد، مطابق شکل زیر با هم زاویه‌ی ۳۰° می‌سازند. در آینه‌ی (۱) روزنه‌ای ایجاد شده و باریکه‌ی نور به طور عمود بر آینه‌ی (۱)، از آن می‌گذرد. این نور چند بار در برخورد به آینه‌ها بازتاب خواهد شد؟



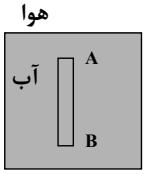
۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۶۳ در یک طناب افقی یکنواخت که بین دو نقطه‌ی ثابت با نیروی F کشیده می‌شود، توسط یک منبع ارتعاشی با بسامد ثابت، امواج ایستاده ایجاد کرده‌ایم، به‌طوری‌که در طول طناب ۳ شکم تشکیل شده است. بدون تغییر در بسامد منبع ارتعاشی، نیروی کشش طناب را چند درصد کاهش دهیم تا در طول طناب ۵ گره تولید شود؟

۱) ۲۰ ۲) ۶۴ ۳) ۳۶ ۴) ۴۳٫۷۵

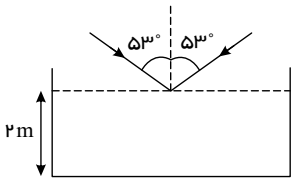
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۶۴ مطابق شکل مقابل، میله‌ای به طول $۱۲cm$ به طور عمودی در داخل ظرفی پر از آب قرار دارد. اگر از بیرون و به‌طور تقریباً عمودی به آن نگاه کنیم، طول میله چند سانتی‌متر به‌نظر می‌رسد؟ $(n_{آب}=\frac{۴}{۳})$



۱) ۳
۲) ۱۲
۳) ۹
۴) ۶

۶۵ مطابق شکل پرتو نور با زاویهٔ ۵۳° وارد یک استخر آب می‌شوند. فاصلهٔ محل‌های برخورد دو پرتو با کف استخر از هم چقدر است؟ $(\cos ۵۳^\circ = ۰/۸ \, , \, n_{آب}=\frac{۴}{۳})$



۱) $۱m$
۲) $۱/۵m$
۳) $۲m$
۴) $۳m$

۶۶ سیمی مرتعش با دو انتهای ثابت توسط یک نیروی متغیر با زمان طبق معادلهٔ $F=۲۵t^۲$ کشیده می‌شود. اگردر $t=۱(s)$ تشدیدی با ۹ شکم داشته باشد در ثانیهٔ چندم تعداد شکم‌های سیم به یک شکم می‌رسد؟ (بسامد ثابت است.)

۱) $۳(s)$
۲) $۹(s)$
۳) $\frac{۱}{۳}(s)$
۴) $\frac{۱}{۹}(s)$

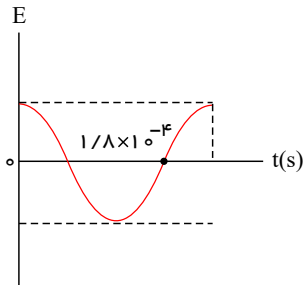
۶۷ شخصی در مقابل یک آینه‌ی تخت به طول ۱۰ سانتی‌متر قرار دارد. این شخص طول ۲۵ سانتی‌متر از دیواری که در فاصله‌ی x در پشت سرش قرار دارد را می‌بیند. اگر بدون جابه‌جایی شخص، فاصله‌ی آینه از او نصف شود. چه طولی از دیوار پشت سرش را برحسب سانتی‌متر خواهد دید؟

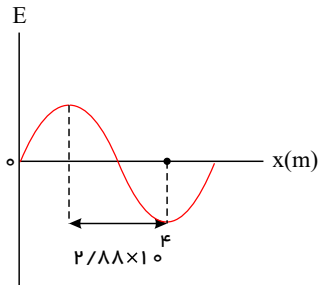
۱) ۳۰
۲) ۵۰
۳) ۴۰
۴) ۶۰

۶۸ در آزمایش یانگ اگر بسامد نور مورد آزمایش را ۲۰ درصد کاهش داده و آزمایش را به‌جای هوا در آب با ضریب شکست $\frac{۴}{۳}$ انجام دهیم، ضخامت نوارها چند برابر می‌شود؟

۱) $\frac{۱۵}{۱۶}$
۲) $\frac{۱۶}{۱۵}$
۳) $\frac{۵}{۳}$
۴) $\frac{۳}{۵}$

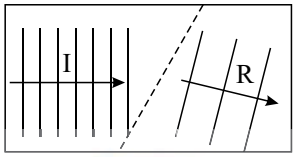
۶۹ نمودارهای زیر مربوط به میدان الکتریکی یک موج الکترومغناطیسی در یک محیط شفاف است. ضریب شکست این محیط چقدر است؟ $(c=۳\times ۱۰^۸ m/s)$





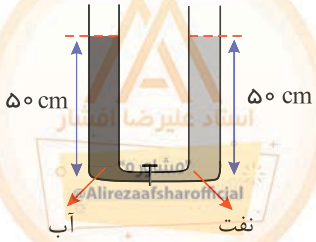
۱) ۱/۲
۲) ۱/۲۵
۳) ۱/۳
۴) ۱/۴

۷۰ در شکل زیر، جبهه‌های یک موج سطحی در یک تشت موج نشان داده شده است که عمق آب در قسمت‌های I و R با هم متفاوت است. به ترتیب از راست به چپ، کدام قسمت از تشت، عمق کم‌تری دارد و تندی موج سطحی در کدام قسمت بیش‌تر است؟



۱) $I-I$
۲) $R-I$
۳) $R-R$
۴) $I-R$

۷۱ در شکل روبه‌رو، قطر قاعده‌ی دو استوانه برابرند. اگر شیر ارتباط بین دو طرف را باز کنیم، سطح آب چند سانتی‌متر پایین می‌آید؟ $(\frac{kg}{m^۳}۸۰۰ =$ چگالی نفت و $\frac{kg}{m^۳}۱۰۰۰$ چگالی آب)



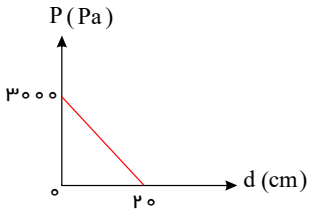
۱) ۱۰
۲) ۵
۳) ۴
۴) ۲/۵

@Alirezaafsharofficial

۷۲ فاصله میانگین بین مولکول‌های مجاور در یک ماده، در حالت تعادل در حدود $1\,\mathring{A}$ است. اگر فرض کنیم فاصله بین دو مولکول از این ماده $10^{-13}m$ باشد، نیروی بین آن‌ها و ..... اگر فاصله بین آن‌ها $10^{-5}m$ باشد، نیروی بین آن‌ها ..... است.

۱) ربایشی - رانشی ۲) ربایشی - صفر ۳) رانشی - رانشی ۴) رانشی - صفر

۷۳ درون ظرفی مقداری مایع ریخته شده است. نمودار فشار مایع نسبت به فاصله از کف ظرف به‌صورت شکل مقابل است. در عمق ۱۲ سانتی‌متری از سطح مایع، فشار ناشی از مایع چند پاسکال است؟ ($g = 10\frac{N}{kg}$ و از فشار هوا صرف‌نظر کنید.)



۱) ۱۲۰۰ ۲) ۱۸۰۰
۳) ۲۴۰۰ ۴) ۹۰۰

۷۴ مقداری مایع درون ظرف استوانه‌ای شکل به ارتفاع h و سطح مقطع A می‌ریزیم، به‌طوری‌که تا نیمه‌ی ظرف ازمایع پُر می‌شود. اگر مساحت مقطع ظرف را ۲۵٪ افزایش دهیم، فشارناشی از همان مقدار مایع در کف ظرف چند درصد تغییر می‌کند؟ (از فشار هوا صرف‌نظر شود.)

۱) ۲۵ ۲) ۲۰ ۳) ۱۲٫۵ ۴) ۱۰

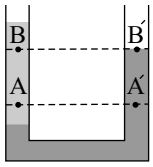
۷۵ میکروسکوپ AFM به میکروسکوپ‌های ..... معروف‌اند و برای ..... ، ..... ، ..... ، ..... ولی میکروسکوپ STM فقط برای ..... قابل استفاده است.

۱) دوبشی - رسانا - نارسانا - مواد غوطه‌ور در محلول - مرتبهٔ نانو - رسانا
۲) دوبشی - رسانا - نارسانا - مواد غوطه‌ور در محلول - مرتبهٔ نانو - نارسانا
۳) تونل‌زنی دوبشی - رسانا - نارسانا - مواد غوطه‌ور در محلول - مرتبهٔ نانو - مرتبهٔ نانو
۴) تونل‌زنی دوبشی - رسانا - نارسانا - مواد غوطه‌ور در محلول - مرتبهٔ نانو - مواد غوطه‌ور در محلول

۷۶ اگر در عمق h نیروی وارد بر دو سطح A و B با شعاع‌های R_1 و $3R_1$ به‌ترتیب F_A و F_B باشد نسبت $\frac{F_B}{F_A}$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) ۹ ۴) $\frac{1}{9}$

۷۷ مطابق شکل، دو مایع مخلوط‌نشدنی آب و نفت در یک لولهٔ U شکل در حال تعادل‌اند. اگر اختلاف فشار بین دو نقطهٔ A و A' را با ΔP_1 و اختلاف فشار بین دو نقطهٔ B و B' را با ΔP_2 نمایش دهیم، کدام‌یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

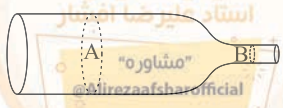


۱) $\Delta P_1 < \Delta P_2$ ۲) $\Delta P_1 = \Delta P_2 \neq 0$
۳) $\Delta P_1 = \Delta P_2 = 0$ ۴) $\Delta P_1 > \Delta P_2$

۷۸ یک مخزن استوانه‌ای با شعاع یک متر و ارتفاع ۳ متر پُر از آب است. شیر خروجی آب را در انتهای این مخزن باز می‌کنیم که آب با تندی $2\frac{m}{s}$ از آن خارج شود. اگر قطر این شیر برابر با $2cm$ باشد، این مخزن پس از چند دقیقه خالی می‌شود؟ $(\pi = 3)$

۱) ۱۵۰ ۲) ۲۵۰ ۳) ۳۰۰ ۴) ۲۰۰

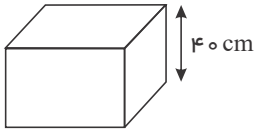
۷۹ جریان یکنواخت و لایه‌ای آب در لولهٔ شکل زیر از A به B برقرار است. اگر مقطع لوله‌ها دایره‌ای باشد و تندی آب در مقطع A، ۴ متر بر ثانیه و قطر لوله در مقطع A، ۱۰ سانتی‌متر و قطر لوله در مقطع B، ۴ سانتی‌متر باشد، کار کل نیروهای وارد بر ۲ کیلوگرم آب در جابه‌جایی از مقطع A تا مقطع B چند ژول است؟



۱) ۱۰٫۵ ۲) ۳۰۴٫۵
۳) ۲۱ ۴) ۶۰۹

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@alirezaafsharofficial

۸۰ یک مکعب که طول هر ضلع آن $۴۰cm$ است پر از مایعی به چگالی $۴\frac{g}{cm^۳}$ است. نیروی متوسط وارد بر یک دیوارهٔ آن از طرف مایع چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

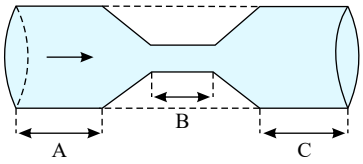


۱) ۲۵۶۰
۲) ۱۲۸۰
۳) ۳۰۰۰
۴) ۱۵۰۰

۸۱ در ظرفی، تا ارتفاع $۴۸cm$ از مایعی به چگالی $۳٫۴\frac{g}{cm^۳}$ ریخته‌ایم. اگر فشار هوا $۷۵cmHg$ باشد، فشار مطلق در کف ظرف چند تور $(torr)$ است؟ $(۱torr = ۱mmHg)$

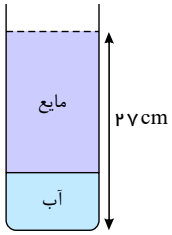
۱) ۱۲۰
۲) ۶۳۰
۳) ۷۸۰
۴) ۸۷۰

۸۲ در شکل مقابل، در لوله‌ای پر از آب، آب از چپ به راست در جریان است. کدام گزینه مقایسهٔ تندی‌های آب در قسمت‌های A، B و C را درست نشان می‌دهد؟



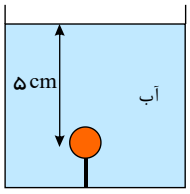
۱) $v_A = v_B = v_C$
۲) $v_A > v_B > v_C$
۳) $v_A = v_C > v_B$
۴) $v_A = v_C < v_B$

۸۳ در مخزن شکل زیر، جرم آب و مایع با هم برابر و چگالی مایع $\frac{۴}{۵}$ برابر چگالی آب است. اگر مجموع ارتفاع آب و مایع برابر $۲۷cm$ باشد، مجموع فشار وارد بر کف ظرف از طرف آب و مایع چند پاسکال است؟ $(\rho_{آب} = ۱۰۰۰kg/m^۳ \text{ و } g = ۱۰N/kg)$



۱) ۱۸۰۰
۲) ۲۷۰۰
۳) ۲۴۰۰
۴) ۳۰۰۰

۸۴ مطابق شکل، گلوله‌ای با چگالی $۰٫۸g/cm^۳$ در عمق $۵m$ از سطح آب قرار دارد. اگر نخ متصل به گلوله ناگهان پاره شود، تندی گلوله در عمق $۱٫۸m$ از سطح آب به چند متر بر ثانیه خواهد رسید؟ (از نیروی مقاوم آب صرف‌نظر کنید، $g = ۱۰N/kg$ و $\rho_{آب} = ۱g/cm^۳$)



۱) ۴
۲) ۱۶
۳) ۲
۴) ۸

۸۵ شکل زیر، شیر بسته شده به انتهای لولهٔ آب را نشان می‌دهد. آب با تندی $v_۱ = ۱٫۲۵m/s$ از لوله با مقطع دایره‌ای به قطر $d_۱ = ۱۰cm$ وارد می‌شود و از خروجی آن که سطح مقطع دایره‌ای به قطر $d_۲ = ۲٫۵cm$ دارد، خارج می‌شود. اگر خروجی شیر در ارتفاع ۱ متری از سطح زمین و به صورت عمودی نگه‌داشته شده باشد و آن‌را لحظه‌ای باز کرده و سپس ببندیم، آب حداکثر تا چه ارتفاعی از سطح زمین برحسب متر بالا می‌رود؟ ($g = ۱۰N/kg$ و از مقاومت هوا صرف نظر کنید.)

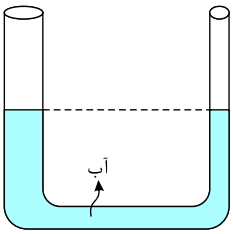
۱) ۳٫۵
۲) ۶
۳) ۱۱
۴) ۲۱

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
alirezaafsharofficial

۸۶ در یک ظرف استوانه‌ای مقداری آب به جرم m و مقداری جیوه به جرم $5m$ ریخته شده است. مجموع ارتفاع این دو مایع $93cm$ است. فشار ناشی از دو مایع در کف ظرف، چند کیلو پاسکال است؟ ($g = 10 m/s^2$ و $\rho_{آب} = 1 gr/cm^3$ و $\rho_{جیوه} = 13/6 gr/cm^3$)

۱) ۶۷/۹ ۲) ۴۰/۸ ۳) ۳۰/۴ ۴) ۶/۸

۸۷ در شکل داده شده، در لولهٔ U شکل که مساحت قاعدهٔ لولهٔ سمت راست و چپ به ترتیب $1cm^2$ و $2cm^2$ می‌باشد، آب با چگالی $1 g/cm^3$ وجود دارد. در لولهٔ سمت راست چند گرم روغن با چگالی $0/8 g/cm^3$ بریزیم تا سطح آب در لولهٔ سمت چپ $4cm$ بالا برود؟

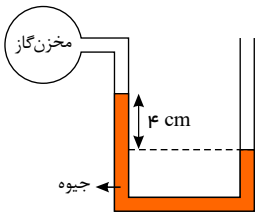


۱) ۸ ۲) ۱۰
۳) ۱۲ ۴) ۱۵

۸۸ دو مایع مخلوط نشدنی A و B را در یک ظرف استوانه‌ای ریخته‌ایم. اگر جرم مایع A برابر با $0/6$ جرم مایع B باشد و مجموع ارتفاع دو مایع برابر با $52cm$ شود، فشار وارد از طرف دو مایع بر کف ظرف چند پاسکال است؟ ($\rho_A = 1/2\ g/cm^3$، $\rho_B = 0/6 g/cm^3$ و $g = 10\ N/kg$)

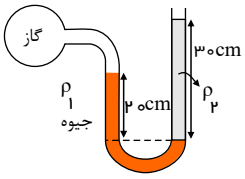
۱) ۳۴۸۰ ۲) ۳۸۴۰ ۳) ۴۳۸۰ ۴) ۸۴۳۰

۸۹ در شکل مقابل اختلاف سطح تراز جیوه در لولهٔ U شکل برابر ۴ سانتی‌متر و فشار گاز محبوس در مخزن $76cmHg$ است. فشار هوا برحسب کیلوپاسکال کدام است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و $\rho_{جیوه} = 13/6 \frac{g}{cm^3}$)



۱) ۱۰۸۸۰۰ ۲) ۹۷/۹۲
۳) ۹۷۹۲۰ ۴) ۱۰۸/۸

۹۰ مطابق شکل زیر درون لولهٔ U شکلی که به یک مخزن گاز وصل شده است، جیوه به چگالی $\rho_1 = 13/5 \frac{g}{cm^3}$ در حالت تعادل قرار دارد. اگر فشار گاز درون مخزن $82kPa$ و فشار هوا $100kPa$ باشد، ρ_2 چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



۱) ۱/۵ ۲) ۲
۳) ۲/۷ ۴) ۳

۹۱ کدام ماده از نظر نوع ذره‌های شرکت کننده در تشکیل بلور با سه ماده دیگر تفاوت دارد؟

۱) نفتالن ۲) نمک طعام ۳) آسپرین ۴) گوگرد

۹۲ کدام گزینه نادرست است؟

۱) انرژی شبکهٔ بلور اکسیدهای فلزهای واسطه با افزایش عدد اکسایش فلز، بیشتر می‌شود.

۲) با وجود گرماگیر بودن تشکیل یون‌های فلزی، وجود انرژی شبکه بلور، دلیل اصلی تشکیل ترکیب‌های یونی است.

۳) انرژی شبکه بلور سدیم کلرید، برابر نیروی جاذبه میان یک زوج از یون‌های Cl^- و Na^+ ضرب در عدد آووگادرو است.

۴) در اثر گذر جریان برق از ترکیب‌های یونی مذاب برخلاف محلول آنها، همواره یون‌ها در واکنش وارد می‌شوند.

۹۳ کدام مطلب صحیح است؟(با تغییر)

۱) انرژی شبکه‌ی بلور سدیم‌کلرید مربوط به واکنش $Na^+(g) + Cl^-(g) \rightarrow NaCl(s)$ است.

۲) نیروهای جاذبه‌ای که پس از وارد شدن ضربه به شکسته شدن بلور یک ترکیب یونی می‌انجامد، عامل شکننده بودن ترکیب یونی است.

۳) در بلور یک ترکیب یونی همواره تعداد کاتیون‌ها با تعداد آنیون‌ها برابر است.

۴) در یک جامد یونی نیروی جاذبه‌ی بین یون‌های با بار ناهمنام خیلی بیش‌تر از نیروی دافعه بین یون‌های با بار همنام است.

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۹۴ عبارت کدام گزینه درست است؟

۱) ترکیبات یونی به علت وجود نیروی جاذبه‌ی قوی بین یون‌ها، دارای برخی خواص مشترک هستند.

۲) سخت و شکننده بودن همانند نقطه‌ی ذوب و جوش بالا، خواص مشترک تمامی ترکیب‌های یونی می‌باشد.

۳) در ساختار یون‌های چند اتمی اتم‌ها با یکدیگر پیوندی قوی از نوع جاذبه میان یون‌های با بار ناهم‌نام دارند.

۴) انرژی شبکه‌ی بلور ترکیب NaF نسبت به KCl کمتر است.

۹۵ چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد خاک رس، درست است؟

الف) با حرارت دادن و پختن سفالینه‌ها و تبخیر آب درصد جرمی ترکیب‌های آن افزایش می‌یابد.

ب) بیشترین درصد جرمی آن را اکسید نخستین شبه فلز گروه ۱۴ جدول به خود اختصاص می‌دهد.

پ) سرخ‌فام بودن آن به‌دلیل وجود آهن III اکسید در مخلوط آن است.

ت) ترکیب‌های یونی موجود در خاک رس درصد جرمی بیشتری از ترکیب‌های موجود در آن دارا هستند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۶ اگر محلول‌های A و B شامل نمک‌هایی از وانادیم باشد که رنگ محلول آن‌ها به ترتیب زرد و سبز است، کدام‌یک از مطالب زیر در ارتباط با این دو محلول به‌درستی ارائه شده است؟ $(_{23}V)$

۱) تعداد الکترون با $l=0$ در کاتیون محلول A دو برابر تعداد الکترون با $l=2$ در کاتیون محلول B است.

۲) طول موج نور بازتاب شده از محلول B بیشتر از طول موج نور بازتابی از محلول A است.

۳) با اضافه کردن فلز روی به محلول B به مقدار کافی می‌توان محلول A را تهیه کرد.

۴) کاتیون مربوط به نمک محلول B در واکنش‌های اکسایش و کاهش می‌تواند هم نقش اکسنده و هم نقش کاهنده داشته باشد.

۹۷ اگر آنتالپی فروپاشی نمک پتاسیم برمید برابر ۶۷۲ کیلوژول بر مول باشد، مقدار انرژی لازم برای فروپاشی شبکهٔ ۲٫۳۸ گرم از این نمک، دمای چند گرم آب در دمای اتاق $(\theta=25^\circ C)$ را می‌تواند به میزان $40^\circ C$ افزایش دهد؟

$$C_{H_2O}=4/2 J\cdot g^{-1}\cdot{}^\circ C^{-1} \quad K=39 \quad Br=80$$

۱) ۲۱۳ ۲) ۸۰ ۳) ۱۶۰ ۴) ۴۲۶

۹۸ نسبت عدد کوئوردیناسیون کاتیون به آنیون در ترکیب کلسیم سیلیکات با نسبت شمار آنیون به کاتیون در کدام ترکیب برابر است؟

۱) سدیم فسفات ۲) پتاسیم هیدروژن فسفات ۳) آمونیوم هیدروژن کربنات ۴) کلسیم نیترید

۹۹ چند مورد از مطالب زیر نادرست‌اند؟

– انرژی لازم برای انجام واکنش: $NaF(s)\rightarrow Na^+(s)+F^-(g)$ را انرژی فروپاشی شبکهٔ یونی NaF می‌نامند.

– نسبت عدد کوئوردیناسیون کاتیون‌ها در بلور نمک طعام به نسبت قدرمطلق بار آنیون بلور MgO برابر یک می‌باشد.

– در ترکیب‌های یونی نیروهای جاذبه میان یون‌های ناهمنام بیشتر از نیروهای دافعه میان یون‌های همنام است.

– در بین ترکیب‌های یونی حاصل از واکنش فلزات قلیایی و هالوژن‌ها، LiF بیشترین و LiI کمترین انرژی فروپاشی شبکه را دارند.

۱) ۴ مورد ۲) ۳ مورد ۳) ۲ مورد ۴) ۱ مورد

۱۰۰ چند مورد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

– محلول ترکیب همهٔ فلزهای واسطه؛ مانند وانادیم به رنگ‌های مختلف دیده می‌شود.

– دوده از جمله رنگدانه‌های معدنی است که همهٔ طول موج‌های نور مرئی را جذب می‌کند.

– رنگ‌های پوششی نوعی کلویید محسوب شده و در برابر نفوذ رطوبت و اکسیژن مقاوم هستند.

– ویژگی‌هایی مانند سختی، رسانایی گرمایی و نقطهٔ ذوب در فلزات دستهٔ s، p و d مشابه است.

۱) ۱ مورد ۲) ۲ مورد ۳) ۳ مورد ۴) ۴ مورد

۱۰۱ اگر سرعت متوسط تولید ماده‌ی خاصی از ابتدای شروع واکنش تا پایان دقیقه‌ی سوم برابر $0/1 mol\cdot \min^{-1}$ و در دو دقیقه‌ی بعدی واکنش $0/05 mol\cdot \min^{-1}$ باشد، سرعت متوسط تولید این ماده از ابتدا تا پایان دقیقه‌ی پنجم چقدر است؟

۱) $0/075 mol\cdot s^{-1}$ ۲) $0/15 mol\cdot \min^{-1}$ ۳) $0/08 mol\cdot \min^{-1}$ ۴) $0/06 mol\cdot s^{-1}$

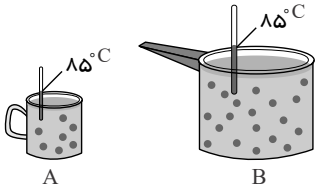
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۱۰۲ جدول زیر، مربوط به واکنش $A(g)+۳B(g)\rightarrow ۲C(g)$ است. باتوجه به اطلاعات موجود در آن، حجم ظرف واکنش، چند لیتر است؟

زمان (S)	مجموع شمار مول‌های گاز موجود در ظرف	$\frac{+\Delta[C]}{\Delta t}(mol\cdot L^{-۱}\cdot s^{-۱})$
۰	۲٫۸	۴×۱۰^{-۳}
۵۰	۲٫۳	

۱) ۲ ۲) ۲٫۵ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۰۳ با توجه به شکل کدام عبارت‌ها نادرست‌اند؟



الف) میانگین تندی مولکول‌های آب در هر دو ظرف با هم برابر است.

ب) در ظرف A میانگین انرژی جنبشی مولکول‌ها بیش‌تر است.

پ) انرژی گرمایی هر دو ظرف با هم برابر است.

ت) برای افزایش دما به اندازهٔ $۵^{\circ}C$ در هر دو ظرف، به انرژی یکسانی نیاز است.

۱) همهٔ موارد ۲) الف، ب، ت ۳) ب، پ، ت ۴) ب، ت

۱۰۴ مقداری محلول $A(aq)$ و با مقدار کافی از محلول $B(aq)$ در دمای $۲۳^{\circ}C$ درون یک گرماسنج مخلوط می‌شوند. اگر دمای نهایی برابر $۱۶^{\circ}C$ و حجم نهایی محلول $۲۰۰mL$ باشد؛ به تقریب چند مول $A(aq)$ از ابتدا در محلول وجود داشته است؟ (از گرمای مبادله شده با بدنه و اجزاء گرماسنج صرف‌نظر کنید.)

(چگالی محلول $= ۱\frac{kg}{L}$ ، گرمای ویژهٔ محلول $= ۴٫۲\frac{kJ}{kg\cdot^{\circ}C}$)

$$A(aq)+B(aq)\rightarrow C(aq)+D(g)\qquad \Delta H=+۳۲kJ$$

۱) ۰٫۱۸ ۲) ۰٫۲ ۳) ۰٫۲۵ ۴) ۰٫۱۶

۱۰۵ با توجه به واکنش‌های زیر، اگر مطابق واکنش: $B_۲H_۶(g)+۶Cl_۲(g)\rightarrow ۲BCl_۳(g)+۶HCl(g)$ در شرایط STP، ۵٫۶ لیتر گاز کلر مصرف شود، چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟

آ) $BCl_۳(g)+۳H_۲O(l)\rightarrow H_۳BO_۳(s)+۳HCl(g)\ ;\ \Delta H=-۱۱۲٫۵kJ$

ب) $B_۲H_۶+۶H_۲O(l)\rightarrow ۲H_۳BO_۳(s)+۶H_۲(g)\ ;\ \Delta H=-۴۸۹kJ$

پ) $\frac{۱}{۲}H_۲(g)+\frac{۱}{۲}Cl_۲(g)\rightarrow HCl(g)\ ;\ \Delta H=-۹۲kJ$

۱) ۵۷ ۲) ۳۴۲ ۳) ۲۱۲ ۴) ۶۷

۱۰۶ رابطه‌ی میان سرعت واکنش برحسب تغییر مول واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌های آن به صورت زیر است:

$$\frac{-۶\Delta nSiO_۲}{\Delta t}=\frac{۳\Delta nCO}{\Delta t}=\frac{-۲\Delta nC}{\Delta t}=\frac{۶\Delta nSiC}{\Delta t}>۰$$

معادله‌ی موازنه شده‌ی واکنش کدام است؟

۱) $SiO_۲+۳C\rightarrow SiC+۲CO$ ۲) $۳SiO_۲+CO\rightarrow ۳SiC_۲+۳C$

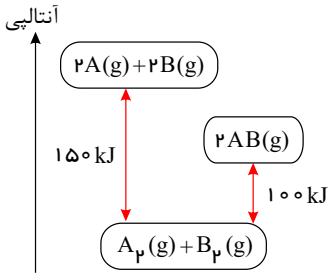
۳) $SiC+۲CO\rightarrow ۲C+SiO_۲$ ۴) $C+۳SiO_۲\rightarrow ۳SiC+CO$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۱۰۷ چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح هستند؟ الف) طعم و بوی رازیانه و گشنیز به‌طور عمده به‌ترتیب وابسته به وجود گروه‌های عاملی الکلی و اتری است.

ب) با جایگزین کردن گروه عاملی موجود در بنزآلدهید با یک گروه $(-CH=CH\ CHO)$ گروه ترکیبی به‌دست می‌آید که در زردچوبه یافت می‌شود.

پ) باتوجه به نمودار مقابل، آنتالپی پیوند $A-B$ برابر ۵۰ کیلوژول بر مول است.

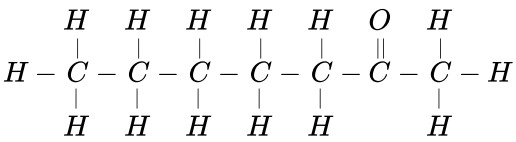


ت) شیمی‌دان‌ها به ترکیب‌هایی که فرمول مولکولی یکسان اما ساختار متفاوتی دارند، آلوتروپ می‌گویند.

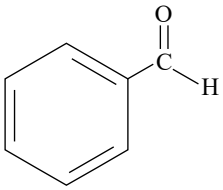
ث) اگر میانگین آنتالپی پیوندهای $C-C$ و $C\equiv C$ به‌ترتیب برابر ۳۴۸ و ۸۳۹ کیلوژول بر مول باشد، میانگین آنتالپی پیوند $C=C$ می‌تواند برابر ۶۹۸ کیلوژول بر مول باشد.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۰۸ چند مورد از مطالب زیر در مورد ساختارهای زیر صحیح است؟



(I)



(II)

آ) به‌طور عمده طعم و بوی گشنیز مربوط به ترکیب (I) است.

ب) تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی در مولکول هر دو ترکیب برابر با ۲ است.

پ) ساختار (I) گروه عاملی مشابهی با ترکیب آلی موجود در زردچوبه دارد.

ت) ترکیب (II) در رازیانه وجود داشته و تعداد هیدروژن‌های آن برابر تعداد هیدروژن‌های ساده‌ترین کتون است.

۱) ۱ مورد ۲) ۲ مورد ۳) ۳ مورد ۴) ۴ مورد

۱۰۹ عبارت بیان شده در کدام گزینه درست است؟

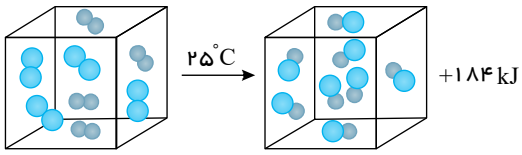
۱) در شرایط یکسان، مقدار گرمای حاصل از تشکیل یک مول آب در حالت مایع کمتر از مقدار گرمای حاصل از تشکیل یک مول بخار آب از عناصر سازندهٔ آن است.

۲) در فرآیند گوارش مواد غذایی در بدن به فراورده‌ها، ضمن انجام واکنشی با $\Delta H<0$ و مبادلهٔ گرما بین محیط و سامانه، دمای سامانه ثابت می‌ماند.

۳) تغییر آنتالپی فرایند انجام‌شده در یخچال صحرایی، همانند تشکیل اکسید گازی بی‌رنگ عنصر نیتروژن از اکسید گازی قهوه‌ای‌رنگ عنصر نیتروژن، کوچک‌تر از صفر می‌باشد.

۴) در یک واکنش گرماگیر، هر چه فراورده‌ها ناپایدارتر و واکنش‌دهنده‌ها پایدارتر باشند، مقدار آنتالپی واکنش کوچک‌تر خواهد بود.

۱۱۰ چند مورد از مطالب زیر درست است؟ آ) باتوجه به شکل مقابل، این گرمای آزادشده، ناشی از تفاوت انرژی گرمایی در مواد واکنش‌دهنده و فرآورده است.



ب) با انجام این واکنش شیمیایی و تغییر در شیوهٔ اتصال اتم‌ها به یکدیگر، تفاوت آشکاری در انرژی جنبشی وابسته به آن‌ها ایجاد می‌شود.

پ) در برخی منابع، از انرژی پتانسیل موجود در یک نمونه با نام انرژی شیمیایی یاد می‌شود.

ت) شیمی‌دان‌ها گرمای جذب یا آزادشده در هر واکنش شیمیایی را به‌طور عمده وابسته به تفاوت میان انرژی جنبشی مواد واکنش‌دهنده و فرآورده می‌دانند.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

پاسخ‌نامه تشریحی

۱ ۱ ۲ ۳ **۴**

می‌دانیم: $(a+b)^۳ = a^۳ + ۳a^۲b + ۳ab^۲ + b^۳$

$$y = \frac{(x+۱)^۳ + ۱}{x+۲} = \frac{\overbrace{(x+۱)^۳}^{\text{عامل صفرشونده}}}{x+۲} + \frac{۱}{x+۲} \Rightarrow y' = \frac{۳(x+۱)^۲}{-۱+۲} - \frac{۱}{(x+۲)^۲} \Rightarrow y'(-۱) = ۰ - ۱ = -۱$$

توجه: جمله‌ی $(x+۱)^۳$ عامل صفرکننده دارد پس باید از آن مشتق بگیریم و در مخرج آن عددگذاری کنیم.

متوسط

۲ ۱ **۲** ۳ ۴

می‌دانیم: مشتق تابع $f(x) = g(x)h(x)$ در نقطهٔ $x = a$ که در آن $g(x)$ در نقطهٔ a مشتق‌پذیر و $g(a) = ۰$ و h در a پیوسته باشد، به صورت $f'(a) = g'(a)h(a)$ است.

ابتدا تفکیک می‌کنیم و سپس فقط از عامل صفرکننده یعنی $x^۲$ مشتق می‌گیریم و سپس عددگذاری می‌کنیم

$$f(x) = \frac{x^۲(\sqrt[۳]{x} - ۱)}{\sin x + \cos x + ۱} + \frac{۱}{\sin x + \cos x + ۱} \to f'(x) = \frac{۲x \cdot (\sqrt[۳]{x} - ۱)}{\sin x + \cos x + ۱} + \frac{-\cos x + \sin x}{(\sin x + \cos x + ۱)^۲}$$

$$= ۰ - \frac{۱}{۴} = -\frac{۱}{۴} = f'(۰)$$

سخت

۳ **۱** ۲ ۳ ۴

از آن جا که تابع f مشتق‌پذیر بوده، و $\lim\limits_{x\to۲} \frac{f(x)+۲}{x-۲} = \frac{۱}{۲}$، در نتیجه $f'(۲) = \frac{۱}{۲}$. همچنین حد مخرج برابر صفر است، لذا حد صورت کسر باید برابر صفر گردد، لذا $f(۲) = -۲$. حال مشتق تابع $y = xf(\sqrt{x})$ را در نقطهٔ $x = ۴$ به‌دست می‌آوریم. در نتیجه می‌توان نوشت:

$$y = xf(\sqrt{x}) \Rightarrow y' = ۱(f\sqrt{x}) + x[\frac{۱}{۲\sqrt{x}} f'(\sqrt{x})] \xrightarrow{x=۴} y'(۴) = f(۲) + \frac{۴}{۲\sqrt{۴}} f'(۲) = -۲ + \frac{۱}{۲} = -\frac{۳}{۲}$$

همچنین داریم $y(۴) = ۴f(\sqrt{۴}) = ۴f(۲) = -۸$، لذا خواهیم داشت:

معادلهٔ خط مماس: $m = y'(۴) = -\frac{۳}{۲}$ ، $A(۴, -۸)$

$$\Rightarrow y - (-۸) = -\frac{۳}{۲}(x - ۴) \Rightarrow ۲y + ۱۶ = -۳x + ۱۲ \Rightarrow ۲y + ۳x + ۴ = ۰$$

سخت

۴ ۱ **۲** ۳ ۴

روش هوپیتال: اگر $\lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{۰}{۰}$ و f' و g' در $x = a$ مشتق‌پذیر باشند آن‌گاه:

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$$

می‌دانیم معادله خط $y - y_۰ = m \cdot (x - x_۰)$ و شیب خط $m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$

ابتدا معادله‌ی خط گذرنده از دو نقطه‌ی $(۱, ۲)$ و $(-۱, ۳)$ را به دست می‌آوریم.

$$y - ۱ = \frac{۲ - ۳}{۱ + ۱}(x - ۲) \Rightarrow y = \frac{-۱}{۲}x + \frac{۵}{۲}$$

این خط در $x = ۳$ بر تابع f مماس است، بنابراین:

$$f(۳) = \frac{-۳}{۲} + \frac{۵}{۲} = ۱ \quad , \quad f'(۳) = m = -\frac{۱}{۲}$$

حال حد خواسته شده را که ابهام $\frac{۰}{۰}$ دارد، به کمک قاعده‌ی هوپیتال به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x\to ۳} \frac{f^۲(x) + ۴f(x) - ۵}{-x + ۳} \underset{Hop}{=} \frac{۲f(۳) \cdot f'(۳) + ۴f'(۳)}{-۱} = \frac{۲ \times ۱ \times (\frac{-۱}{۲}) + ۴(\frac{-۱}{۲})}{-۱} = ۳$$

سخت

۵ ۱ ۲ **۳** ۴

می‌دانیم: هوپیتال: هرگاه $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(x) = ۰$ و $f(x)$ و $g(x)$ در $x = a$ مشتق‌پذیر باشد آنگاه:

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

چون حد مخرج برابر صفر است پس باید صورت نیز برابر صفر باشد در غیر این صورت حاصل حد برابر بی‌نهایت خواهد بود.

$$\lim_{h\to ۰} f(h^۲ + ۱) - f(h^۲ - ۱) + ۲ = ۰$$

$$\Rightarrow f(۱) - f(-۱) + ۲ = ۰ \xrightarrow{f(۱)=۲b \ , \ f(-۱)=۲a} ۲b - ۲a + ۲ = ۰ \Rightarrow a - b = ۱ \quad (I)$$

"مشاوره" @Alirezaafshar_official

$$\lim_{h\to ۰}\frac{f(h^۲+۱)-f(h^۲-۱)+۲}{h^۲}=۴ \xrightarrow{HOP} \lim_{h\to ۰}\frac{۲h\cdot f'(h^۲+۱)-۲h\cdot f'(h^۲-۱)}{۲h}$$
$$=\lim_{h\to ۰}(f'(۱+h^۲)-f'(h^۲-۱))=f'(۱+۰^+)-f'(۰^+-۱)=f'_+(۱)-f'_-(-۱)=۴$$
$$x>۱\to f(x)=ax-a+bx+b\to f'_+(۱)=a+b$$
$$x>-۱\Rightarrow f(x)=-ax+a+bx+b\to f'_+(-۱)=b-a$$
$$\Rightarrow f'_+(۱)-f_+(-۱)=(a+b)-(b-a)=۴\Rightarrow ۲a=۴\to a=۲\xrightarrow{I}b=۱\Rightarrow a+b=۳$$

سخت

۶ ۱ ۲ ۳ ۴

مشخص است که $f'(۲)=\lim_{x\to ۲}\frac{f(x)-f(۲)}{x-۲}$ می‌باشد. بنابراین، کافی است از تابع مشتق گرفته و به جای x آن عدد ۲ را قرار دهیم.

$$f(x)=\left(\sqrt{\frac{x+۲}{۲x-۳}}\right)^۳\to f'(x)=۳\left(\sqrt{\frac{x+۲}{۲x-۳}}\right)^۲\left(\frac{\frac{۱(۲x-۳)-۲(x+۲)}{(۲x-۳)^۲}}{۲\sqrt{\frac{x+۲}{۲x-۳}}}\right)$$
$$=\frac{۳}{۲}\left(\sqrt{\frac{x+۲}{۲x-۳}}\right)\left(\frac{-۷}{(۲x-۳)^۲}\right)\to f'(۲)=\frac{۳}{۲}(۲)(-۷)=-۲۱$$

متوسط

۷ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا حد عبارت $\lim_{x\to ۴}\frac{f(x)+۷}{x-۴}=-\frac{۳}{۲}$ را محاسبه می‌کنیم و اطلاعات مورد نیاز را به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x\to ۴}\frac{f(x)+۷}{x-۴}=\frac{f(x)+۷}{۴-۴}$$

چون جواب این حد یک عدد حقیقی است و مخرج کسر صفر می‌باشد باید صورت کسر هم صفر باشد و به ابهام $\frac{۰}{۰}$ برسیم.

$$f(۴)+۷=۰\to f(۴)=-۷$$
$$\lim_{x\to ۴}\frac{f(x)+۷}{x-۴}=\frac{f(۴)+۷}{۴-۴}=\frac{۰}{۰}\ \text{مبهم}\quad H:\lim_{x\to ۴}\frac{f'(x)}{۱}=f'(۴)\Rightarrow \boxed{f'(۴)=-\frac{۳}{۲}}$$

با توجه به اطلاعات کسب شده، مشتق $y=\frac{f(۲x)}{x}$ را محاسبه می‌کنیم.

$$y=\frac{f(۲x)}{x}\to y'=\frac{۲f'(۲x)\times x-۱\times f(۲x)}{x^۲}$$
$$y'(۲)=\frac{۲f'(۴)\times ۲-f(۴)}{۴}=\frac{۴f'(۴)-f(۴)}{۴}=\frac{۴(-\frac{۳}{۲})-(-۷)}{۴}=\frac{۱}{۴}$$

متوسط

۸ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=f'(a)$

روش اول:

$$\lim_{x\to ۱}\frac{f(x)-g(x)}{x^۲-۱}=\frac{۰}{۰}\Rightarrow\lim_{x\to ۱}\frac{(f(x)-f(۱))-(g(x)-g(۱))}{x^۲-۱}$$
$$=\lim_{x\to ۱}\frac{۱}{x+۱}\left(\frac{f(x)-f(۱)}{x-۱}-\frac{g(x)-g(۱)}{x-۱}\right)=\frac{۱}{۲}(f'(۱)-g'(۱))=۲$$
$$\Rightarrow f'(۱)-g'(۱)=۴\Rightarrow m_۱-m_۲=۴$$

روش دوم:

برای محاسبهٔ حد فوق می‌توانیم از قاعدهٔ هوپیتال نیز به صورت زیر استفاده کنیم.

$$\lim_{x\to ۱}\frac{f(x)-g(x)}{x^۲-۱}=\frac{۰}{۰}\xrightarrow{HOP}\lim_{x\to ۱}\frac{f'(x)-g'(x)}{۲x}$$
$$=\frac{f'(۱)-g'(۱)}{۲}=۲\Rightarrow f'(۱)-g'(۱)=۴\Rightarrow m_۱-m_۲=۴$$

چون f و g در $x=۱$ برهم عمودند $\Rightarrow m_۱m_۲=-۱$

پس:

$$(m_۱+m_۲)^۲=(m_۱-m_۲)^۲+۴m_۱m_۲=(۴)^۲-۴=۱۲\Rightarrow|m_۱+m_۲|=۲\sqrt{۳}$$

سخت

۹ ۱ ۲ ۳ ۴

$$f(x)=\sqrt{x+۱}\ ,\quad f(۸)=\sqrt{۹}=۳$$

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$x=۸$ شیب مماس در $= f'(۸) = \lim\limits_{x\to ۸} \dfrac{f(x)-f(۸)}{x-۸} = \lim\limits_{x\to ۸} \dfrac{\sqrt{x+۱}-۳}{x-۸} \times \dfrac{\sqrt{x+۱}+۳}{\sqrt{x+۱}+۳}$

$= \lim\limits_{x\to ۸} \dfrac{x+۱-۹}{(x-۸)(\sqrt{x+۱}+۳)} = \lim\limits_{x\to ۸} \dfrac{۱}{\sqrt{x+۱}+۳} = \dfrac{۱}{۳+۳} = \dfrac{۱}{۶}$

متوسط

۱۰ ۱ ۲ ۳ ۴

$g(x) = (x^۳+۲x)f(x) \Rightarrow g'(x) = (۳x^۲+۲)f(x) + (x^۳+۲x)f'(x)$

$x=۰ \Rightarrow g'(۰) = (۰+۲)f(۰) + ۰ \times f'(۰) \Rightarrow g'(۰) = ۲f(۰) \Rightarrow ۱۲ = ۲f(۰) \Rightarrow f(۰) = ۶$

متوسط

۱۱ ۱ ۲ ۳ ۴

$f(x) = \sqrt{۱+\sin^۲(\dfrac{۱}{x})} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{(۱+\sin^۲(\frac{۱}{x}))'}{۲\sqrt{۱+\sin^۲(\frac{۱}{x})}} = \dfrac{۰+۲(-\frac{۱}{x^۲})\cos(\frac{۱}{x})\sin(\frac{۱}{x})}{۲\sqrt{۱+\sin^۲(\frac{۱}{x})}}$

$f'(x) = \dfrac{-\frac{۲}{x^۲}\cos(\frac{۱}{x})\sin(\frac{۱}{x})}{۲\sqrt{۱+\sin^۲(\frac{۱}{x})}} \Rightarrow f'(\dfrac{۶}{\pi}) = \dfrac{-\frac{۲\pi^۲}{۳۶} \times \cos(\frac{\pi}{۶})\sin(\frac{\pi}{۶})}{۲\sqrt{۱+\sin^۲(\frac{\pi}{۶})}}$

$= \dfrac{-\frac{\pi^۲}{۱۸} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times \frac{۱}{۲}}{۲\sqrt{۱+\frac{۱}{۴}}} = \dfrac{-\frac{\pi^۲\sqrt{۳}}{۷۲}}{\frac{۲\sqrt{۵}}{۲}} = \dfrac{-\frac{\pi^۲\sqrt{۳}}{۷۲}}{\sqrt{۵}} = -\dfrac{\pi^۲\sqrt{۳}}{۷۲\sqrt{۵}} \times \dfrac{\sqrt{۵}}{\sqrt{۵}} = -\dfrac{\pi^۲\sqrt{۱۵}}{۳۶۰}$

متوسط

۱۲ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا تابع را ساده کرده و سپس مشتق می‌گیریم:

$y = \dfrac{۲ \times \frac{\sin^۲x}{\cos^۲x}}{۱+\frac{\sin^۲x}{\cos^۲x}} = \dfrac{\frac{۲\sin^۲x}{\cos^۲x}}{\frac{\cos^۲x+\sin^۲x}{\cos^۲x}} = ۲\sin^۲x \Rightarrow y' = ۲ \times ۲\cos x \sin x$

$y' = ۲\sin ۲x \Rightarrow y'(\dfrac{\pi}{۱۲}) = ۲\sin ۲(\dfrac{\pi}{۱۲}) = ۲\sin\dfrac{\pi}{۶} = ۲ \times \dfrac{۱}{۲} = ۱$

متوسط

۱۳ ۱ ۲ ۳ ۴

$\dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{(\sqrt{۲+x^۲}-x)^۵}{\frac{۱}{(\sqrt{۲+x^۲}+x)^۵}} = (\sqrt{۲+x^۲}-x)^۵(\sqrt{۲+x^۲}+x)^۵$

$\dfrac{f(x)}{g(x)} = (۲+x^۲-x^۲)^۵ = ۲^۵ = ۳۲$

از طرفین رابطهٔ فوق مشتق می‌گیریم:

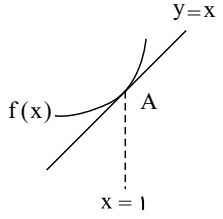
$\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)' = ۰ \Rightarrow \dfrac{f'(x)g(x)-g'(x)f(x)}{g^۲(x)} = ۰ \Rightarrow f'(x)g(x)-g'(x)f(x) = ۰$

متوسط

۱۴ ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به شکل تقریبی زیر داریم:

$x=۱ \xrightarrow{y=x} y=۱ \Rightarrow A(۱,۱)$ ، A شیب مماس در $= ۱ \Rightarrow f'(۱) = ۱$



استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

حال با فرض $\frac{x}{۲}=t$ داریم:

$$\frac{x}{۲}=t\Rightarrow x=۲t$$

$$\lim_{x\to ۰}\frac{f\left(۱+\frac{x}{۲}\right)-۱}{x}=\lim_{t\to ۰}\frac{f(۱+t)-f(۱)}{۲t}=\frac{۱}{۲}\lim_{t\to ۰}\frac{f(۱+t)-f(۱)}{t}$$

$$=\frac{۱}{۲}f'(۱)=\frac{۱}{۲}\times ۱=\frac{۱}{۲}$$

سخت

۱۵ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$f'(۰)=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow x=۰\text{ شیب مماس در }=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow d\text{ شیب خط }=-\frac{۱}{۲}$$

معادلهٔ خط d: $y-۰=-\frac{۱}{۲}(x-۰)\Rightarrow y=-\frac{۱}{۲}x\xrightarrow{y=-۳}-\frac{۱}{۲}x=-۳\Rightarrow x=۶$

پس مختصات نقطهٔ B به‌صورت $B(۶,-۳)$ است.

$$-\frac{۱}{۴}f'(k)=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow f'(k)=۲\xrightarrow{x_A=k}f'(x_A)=۲\Rightarrow A\text{ شیب مماس در }=۲$$

معادلهٔ خط l: $B(۶,-۳)\Rightarrow y+۳=۲(x-۶)\Rightarrow y=۲x-۱۵$

$$y=۰\Rightarrow ۲x-۱۵=۰\Rightarrow x_A=\frac{۱۵}{۲}\Rightarrow S_{\overset{\triangle}{OAB}}=\frac{۱}{۲}|x_A||y_B|=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱۵}{۲}\times ۳=\frac{۴۵}{۴}$$

سخت

۱۶ **۱** ۲ ۳ ۴

$$f(x)=\frac{۱+\cos ۲x}{۱+\sin x}=\frac{۱+۲\cos^۲ x-۱}{۱+\sin x}=\frac{۲(۱-\sin^۲ x)}{۱+\sin x}=\frac{۲(۱-\sin x)(۱+\sin x)}{۱+\sin x}$$

$$f(x)=۲-۲\sin x$$

$$f'(x)=-۲\cos x\Rightarrow f'(\frac{\pi}{۶})=-۲\cos\frac{\pi}{۶}=-۲\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=-\sqrt{۳}$$

متوسط

۱۷ ۱ ۲ **۳** ۴ عبارت خواسته شده شبیه صورت مشتق $\frac{g}{f}$ است.

ابتدا حاصل $\frac{g(x)}{f(x)}$ را می‌یابیم:

$$\frac{g(x)}{f(x)}=\frac{x^۸-۱۶}{(x^۲+۲)(x^۴+۴)}=\frac{(x^۴-۴)(x^۴+۴)}{(x^۲+۲)(x^۴+۴)}=\frac{(x^۲-۲)(x^۲+۲)}{x^۲+۲}=x^۲-۲$$

حال از دو طرف رابطهٔ بالا مشتق می‌گیریم:

$$\left(\frac{g(x)}{f(x)}\right)'=۲x\Rightarrow\frac{g'(x)f(x)-f'(x)g(x)}{f^۲(x)}=۲x$$

$$\Rightarrow g'(x)f(x)-f'(x)g(x)=۲xf^۲(x)\xrightarrow{x=۱}g'(۱)f(۱)-f'(۱)g(۱)=۲f^۲(۱)$$

$$\Rightarrow g'(۱)f(۱)-f'(۱)g(۱)=۲\Big((۱+۲)(۱+۴)\Big)^۲=۲\times ۱۵^۲=۴۵۰$$

سخت

۱۸ **۱** ۲ ۳ ۴ با استفاده از دو نقطهٔ $(۰,۳)$ و $(۶,۰)$، ضابطهٔ تابع خطی f را می‌یابیم.

$$m=\frac{y_۲-y_۱}{x_۲-x_۱}=\frac{۰-۳}{۶-۰}=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow y-۰=-\frac{۱}{۲}(x-۶)\Rightarrow f(x)=-\frac{۱}{۲}x+۳$$

برای $x>۳$، با استفاده از دو نقطهٔ $(۳,۶)$ و $(۶,۰)$ ضابطهٔ تابع خطی g را می‌یابیم.

$$m=\frac{۶-۰}{۳-۶}=-۲\Rightarrow y-۰=-۲(x-۶)\Rightarrow g(x)=-۲x+۱۲\ ,\ x>۳$$

"مشاوره" @Alirezaafshar_social

$$x>۳ \Rightarrow h(x)=\frac{f(x)-۱}{(g(x))^۲}=\frac{-\frac{۱}{۲}x+۳-۱}{(-۲x+۱۲)^۲}=\frac{-\frac{۱}{۲}x+۲}{(-۲x+۱۲)^۲}=\frac{-x+۴}{۲(-۲x+۱۲)^۲}$$

$$h'(x)=\frac{-۲(-۲x+۱۲)^۲-۲\times ۲(-۲)(-۲x+۱۲)(-x+۴)}{۴(-۲x+۱۲)^۴}$$

$$h'(۴)=\frac{-۲(-۸+۱۲)^۲-۰}{۴(-۸+۱۲)^۴}=\frac{-۲}{۴(-۸+۱۲)^۲}=\frac{-۱}{۲\times ۴^۲}=\frac{-۱}{۳۲}$$

سخت

۱۹ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\lim_{x\to ۰}\frac{f(x)+f(\frac{x}{۲})+f(\frac{x}{۴})}{x}=\lim_{x\to ۰}\frac{f(x)}{x}+\lim_{x\to ۰}\frac{f(\frac{x}{۲})}{x}+\lim_{x\to ۰}\frac{f(\frac{x}{۴})}{x}$$

$$=\lim_{x\to ۰}\frac{f(x)-f(۰)}{x-۰}+\lim_{x\to ۰}\frac{f(\frac{x}{۲})-f(۰)}{۲(\frac{x}{۲}-۰)}+\lim_{x\to ۰}\frac{f(\frac{x}{۴})-f(۰)}{۴(\frac{x}{۴}-۰)}$$

$$=f'(۰)+\frac{۱}{۲}\lim_{x\to ۰}\frac{f(\frac{x}{۲})-f(۰)}{\frac{x}{۲}-۰}+\frac{۱}{۴}\lim_{x\to ۰}\frac{f(\frac{x}{۴})-f(۰)}{\frac{x}{۴}-۰}$$

با فرض $\frac{x}{۲}=t$ و $\frac{x}{۴}=h$ داریم:

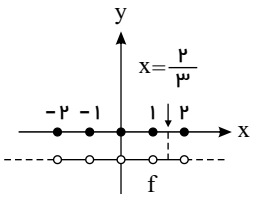
$$f'(۰)+\frac{۱}{۲}\lim_{t\to ۰}\frac{f(t)-f(۰)}{t-۰}+\frac{۱}{۴}\lim_{h\to ۰}\frac{f(h)-f(۰)}{h-۰}=f'(۰)+\frac{۱}{۲}f'(۰)+\frac{۱}{۴}f'(۰)=۱+\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}=\frac{۴+۲+۱}{۴}=\frac{۷}{۴}$$

سخت

۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴ حد داده شده در صورت سؤال همان تعریف مشتق در $x=\frac{۳}{۲}$ است.

$$f'\left(\frac{۳}{۲}\right)=\lim_{x\to \frac{۳}{۲}}\frac{f(x)-f\left(\frac{۳}{۲}\right)}{x-\frac{۳}{۲}}$$

$$f(x)=[x]+[-x]=\begin{cases}۰ & ;x\in\mathbb{Z}\\ -۱ & ;x\notin\mathbb{Z}\end{cases}$$



با توجه به نمودار تابع f ، شیب خط مماس بر آن در $x=\frac{۳}{۲}$ برابر صفر است.

متوسط

۲۱ ۱ ۲ ۳ ۴ هر نقطه روی سهمی از کانون و خط هادی به یک فاصله است پس اگر مرکز دایره ای روی سهمی باشد و از کانون بگذرد بر خط هادی مماس خواهد شد در نتیجه باید خط هادی سهمی داده شده را بدست آوریم.

$$x^۲+۴x+۸y-۶=۰\rightarrow (x+۲)^۲-۴+۸y-۶=۰$$

$$(x+۲)^۲=-۸y+۶+۴\rightarrow (x+۲)^۲=-۸(y-\frac{۵}{۴})$$

سهمی قائم منفی

$$S\begin{vmatrix}-۲:\alpha\\ \frac{۵}{۴}:\beta\end{vmatrix},\quad ۴p=-۸\rightarrow p=-۲$$

معادله خط هادی $y=\beta-p\rightarrow y=\frac{۵}{۴}+۲\rightarrow y=\frac{۱۳}{۴}$

سخت

۲۲ ۱ ۲ ۳ ۴

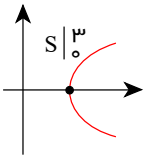
$$y^۲-۱۶x+۴۸=۰\rightarrow (y-۰)^۲=۱۶(x-۳)$$

$$۴p=۱۶\rightarrow p=۴\ ,\ S\begin{vmatrix}۳:\alpha\\ ۰:\beta\end{vmatrix}$$

سهمی افقی مثبت

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharonline

با توجه به شکل مبدأ مختصات تا رأس کمترین فاصله مبدأ مختصات تا نقاط روی سهمی است.



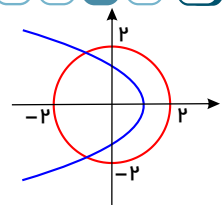
متوسط

۲۳ ۱ ۲ ۳ ۴

$$x^۲+y^۲=۴\to(x-۰)^۲+(y-۰)^۲=۴\Rightarrow C\left|\begin{matrix}۰\\۰\end{matrix}\right.,\ R=۲$$

$$y^۲=-۴x+۴\to(y-۰)^۲=-۴(x-۱)\ \text{سهمی افقی منفی}$$

$$\Rightarrow S\left|\begin{matrix}۱:\alpha\\۰:\beta\end{matrix}\right.\quad ۴p=-۴\to p=-۱$$



با توجه به شکل، همدیگر را در دو نقطه قطع می کنند.

متوسط

۲۴ ۱ ۲ ۳ ۴ سهمی قائم است پس طول رأس و کانون با هم برابرند پس $S(-۱,\frac{۱}{۲})$ و چون O (مبدأ) و B روی محور x ها و در امتداد F قرار دارند و هر دو روی سهمی هستند پس می توانیم نتیجه بگیریم که O و B دو سر وتر کانون سهمی هستند.

$$\left.\begin{matrix}S=(-۱,\frac{۱}{۲})\\F=(-۱,۰)\end{matrix}\right\}\xrightarrow{P=-\frac{۱}{۲}}|OB|=\left|۴\times-\frac{۱}{۲}\right|=۲$$

نقطه B به اندازه ۲ واحد از O عقب تر است پس مختصات آن $(-۲,۰)$ است.

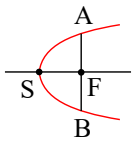
تذکر: می توانیم معادله سهمی را نوشته و نهایتاً محل برخورد سهمی را با محور x بدست آوریم.

متوسط

۲۵ ۱ ۲ ۳ ۴

$$y^۲=۴(x-۳)\Rightarrow S(۳,۰)\xrightarrow{p=۱}F=(\alpha+p,\beta)=(۴,۰)$$

$$AB\ \text{معادله‌ی خط}: x=۴\xrightarrow[\text{قطع می‌دهیم}]{\text{با معادله‌ی سهمی}}\quad y^۲=۴(۴-۳)=۴\Rightarrow\begin{cases}y_A=۲\\y_B=-۲\end{cases}$$



$$\tan A\hat{S}F=\frac{AF}{SF}=\frac{۲}{۱}\Rightarrow A\hat{S}F=\tan^{-۱}۲\Rightarrow A\hat{S}F=۲\tan^{-۱}۲$$

سخت

۲۶ ۱ ۲ ۳ ۴ فاصلهٔ نقطهٔ $M(x,y)$ را از خط $x=۳$ را MH و فاصلهٔ آن از نقطهٔ $A(-۱,۰)$ را MA در نظر می‌گیریم. داریم:

$$MH=MA+۲\ \to\ \frac{|x-۳|}{\sqrt{۱^۲+۰^۲}}=\sqrt{(x-(-۱))^۲+(y-۰)^۲}+۲$$

اگر $x>۳$ باشد؛ داریم:

$$x-۳=\sqrt{(x+۱)^۲+y^۲}+۲\ \to\ (x-۵)^۲=(x+۱)^۲+y^۲$$

$$\to\ \cancel{x^۲}-۱۰x+۲۵=\cancel{x^۲}+۲x+۱+y^۲\ \to\ y^۲=-۱۲x+۲۴\ \to\ y^۲=-۱۲(x-۲)$$

اگر $x<۳$ باشد؛ داریم:

$$-x+۳=\sqrt{(x+۱)^۲+y^۲}+۲\ \to\ (۱-x)^۲=(x+۱)^۲+y^۲$$

$$\to\ \cancel{۱}-۲x+\cancel{x^۲}=\cancel{x^۲}+۲x+\cancel{۱}+y^۲\ \to\ y^۲=-۴x$$

سخت

۲۷ ۱ ۲ ۳ ۴

$$(x+k)^۲=ky-۲k^۲\to(x+k)^۲=k(y-۲k)$$

سهمی قائم است.

$$|k|=۴a\to a=\frac{|k|}{۴}$$

مختصات رأس $S(-k,۲k)$

– اگر $k>۰$ باشد $a=\frac{k}{۴}$ و دهانهٔ سهمی رو به بالا است و معادلهٔ خط هادی به‌صورت زیر است.

استاد علیرضا افشار "مشاوره" @Alirezaafsharofficial

$$\left.\begin{array}{l} y = ۲k - \frac{k}{۴} = \frac{۷k}{۴} > ۰ \\ \text{فرض}: y = -\frac{۷}{۴} \end{array}\right\} \rightarrow \text{این حالت امکان‌پذیر نیست.}$$

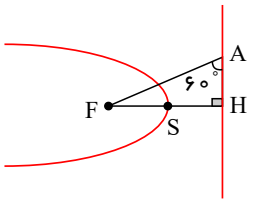
– اگر $k < ۰$ باشد $a = -\frac{k}{۴}$ و دهانهٔ سهمی رو به پایین است و معادلهٔ خط هادی به‌صورت زیر است:

$$\left.\begin{array}{l} y = ۲k - \frac{k}{۴} = \frac{۷k}{۴} < ۰ \\ \text{فرض}: y = -\frac{۷}{۴} \end{array}\right\} \rightarrow \frac{۷k}{۴} = -\frac{۷}{۴} \rightarrow k = -۱$$

سخت

۲۸ ۱ ۲ ۳ ۴

$$y^۲ + ۴(y + \sqrt{۳}x) + ۴(۱ - \sqrt{۳}) = ۰ \rightarrow y^۲ + ۴y + ۴ = -۴\sqrt{۳}(x - ۱)$$
$$\rightarrow (y + ۲)^۲ = -۴\sqrt{۳}(x - ۱)$$
$$\rightarrow ۴a = ۴\sqrt{۳} \rightarrow a = \sqrt{۳}$$



$$\overset{\triangle}{AFH}: \sin ۶۰^\circ = \frac{FH}{AF} \rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۲a}{AF} \rightarrow AF = \frac{۴a}{\sqrt{۳}} \times \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}} = \frac{۴\sqrt{۳}}{۳}a$$

$$\xrightarrow{a=\sqrt{۳}} AF = \frac{۴\sqrt{۳}}{۳} \times \sqrt{۳} = ۴$$

سخت

۲۹ ۱ ۲ ۳ ۴

نکته: اگر قطر دهانه و فاصلهٔ کانونی و گودی (عمق) یک دیش را به ترتیب d، a و h نمایش دهیم، آنگاه $a = \frac{d^۲}{۱۶h}$.

$$\frac{a_۱}{a_۲} = \frac{\frac{d_۱^۲}{۱۶h_۱}}{\frac{d_۲^۲}{۱۶h_۲}} = \frac{d_۱^۲ \times h_۲}{d_۲^۲ \times h_۱} = \frac{(۶d_۲)^۲ \times h_۲}{d_۲^۲ \times ۴h_۲} = \frac{۳۶d_۲^۲ \times h_۲}{۴d_۲^۲ \times h_۲} = \frac{۳۶}{۴} = ۹$$

متوسط

۳۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا بایستی معادلهٔ سهمی را استاندارد نماییم:

$$۲x^۲ - ۴x + ۳y = ۴$$
$$۲[x^۲ - ۲x] = -۳y + ۴ \Rightarrow ۲[(x - ۱)^۲ - ۱] = -۳y + ۴ \Rightarrow ۲(x - ۱)^۲ = -۳y + ۶$$
$$\Rightarrow ۲(x - ۱)^۲ = -۳(y - ۲) \xrightarrow{\div ۲} (x - ۱)^۲ = -\frac{۳}{۲}(y - ۲) \leftarrow \text{سهمی قائم دهانه رو به پایین}$$

رأس سهمی: $S = (۱, ۲)$, $۴a = \frac{۳}{۲} \Rightarrow a = \frac{۳}{۸}$

کانون: $F \begin{vmatrix} h = ۱ \\ k - a = ۲ - \frac{۳}{۸} = \frac{۱۳}{۸} \end{vmatrix}$

متوسط

۳۱ ۱ ۲ ۳ ۴ برای محاسبهٔ دامنهٔ $y = \log_B^A$ باید $A > ۰$ و $B > ۰$ و $B \neq ۱$ باشد.

$$\log(۴ - [x]^۲) \Rightarrow ۴ - [x]^۲ > ۰ \Rightarrow [x]^۲ < ۴ \Rightarrow -۲ < [x] < ۲ \Rightarrow -۱ \leq x < ۲$$

برای محاسبهٔ دامنهٔ $f(\frac{-۱}{۲}x^۲ + ۲)$ باید عبارت $-\frac{۱}{۲}x^۲ + ۲$ را بجای x در نامساوی $-۱ \leq x < ۲$ قرار دهیم.

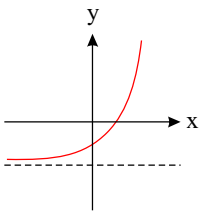
$$f(\frac{-۱}{۲}x^۲ + ۲) \text{ دامنهٔ } \Rightarrow -۱ \leq \frac{-۱}{۲}x^۲ + ۲ < ۲ \Rightarrow -۳ \leq \frac{-۱}{۲}x^۲ < ۰ \Rightarrow ۰ < x^۲ \leq ۶$$
$$\Rightarrow -\sqrt{۶} \leq x \leq \sqrt{۶} \ , \ x \neq ۰ \Rightarrow \text{اعداد صحیح درون دامنه } \{-۲, -۱, ۱, ۲\}$$

سخت

استاد علیرضا افشار
مشاوره
@Alirezaafsharofficial

۳۲ ۱ ۲ ۳ **۴**

داریم $y = ۲^{x} - ۲ \Rightarrow f(x) = ۲(۲^{x-۱} - ۱)$ نمودار تابع f به صورت مقابل است. نمودار تابع f از ناحیه‌ی دوم دستگاه مختصات نمی‌گذرد. از آن جا که نمودار تابع f و نمودار وارون آن نسبت به نیم‌ساز ربع اول و سوم دستگاه مختصات قرینه هستند، پس نمودار وارون تابع f از ناحیه‌ی چهارم دستگاه مختصات نخواهد گذاشت.



متوسط

۳۳ ۱ ۲ **۳** ۴

می‌دانیم: $\boxed{\log_k^{a^n} = n \log_k^a}$

$$[\log ۸] + [۲ \log ۸] + [۳ \log ۸] = [\log ۸] + [\log ۶۴] + [\log ۵۱۲]$$

داریم : $۱ < ۸ < ۱۰ \rightarrow \log ۱ < \log ۸ < \log ۱۰ \rightarrow ۰ < \log ۸ < ۱ \rightarrow [\log ۸] = ۰$

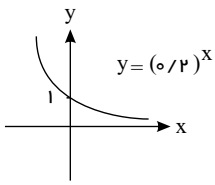
$۱۰ < ۶۴ < ۱۰۰ \rightarrow \log ۱۰ < \log ۶۴ < \log ۱۰^{۲} \rightarrow ۱ < \log ۶۴ < ۲ \rightarrow [\log ۶۴] = ۱$

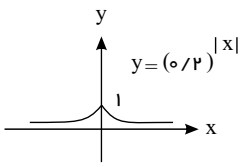
$۱۰۰ < ۵۱۲ < ۱۰۰۰ \rightarrow \log ۱۰^{۲} < \log ۵۱۲ < \log ۱۰^{۳} \rightarrow ۲ < \log ۵۱۲ < ۳ \rightarrow [\log ۵۱۲] = ۲$

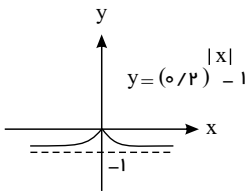
بنابراین : $[\log ۸] + [\log ۶۴] + [\log ۵۱۲] = ۰ + ۱ + ۲ = ۳$

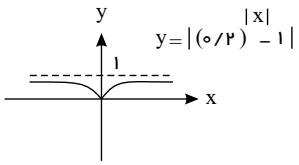
سخت

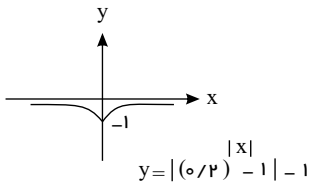
۳۴ ۱ **۲** ۳ ۴ برای رسم $f(|x|)$ از روی $f(x)$ باید سمت چپ محور yها را حذف کرده و قرینه‌ی سمت راست محور yها را نسبت به محور yها به شکل اضافه کرد.







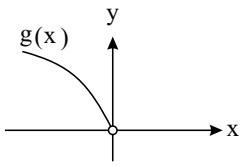




متوسط

۳۵ ۱ ۲ ۳ ۴ **۱**

ابتدا دامنهٔ f را می‌یابیم. $x - ۱ > ۰ \Rightarrow x > ۱$. ضمناً نمودار g به صورت روبرو است.



طبق تعریف دامنهٔ gof داریم:

$$D_{gof} = \{x \in D_f | f(x) \in D_g\}$$

$$D_{gof} = \{x > ۱ | \log(x - ۱) < ۰\}$$

$$\log(x - ۱) < ۰ \Rightarrow x - ۱ < ۱$$

$$\Rightarrow x < ۲ \xrightarrow{\text{اشتراک با } x>۱} ۱ < x < ۲$$

لذا حداکثر مقدار $b - a$ به صورت $۲ - ۱ = ۱$ خواهد بود.

سخت

۳۶ ۱ ۲ **۳** ۴ گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$f(x) = \log_{۴۹}^{x}$

گزینهٔ ۱) $(\sqrt[۳]{۷^{۲}}, \frac{۱}{۳}) \Rightarrow f(\sqrt[۳]{۷^{۲}}) = \log_{۷^{۲}}^{۷^{\frac{۲}{۳}}} = \frac{۲}{۳} \times \frac{۱}{۲} \log_{۷}^{۷} = \frac{۱}{۳}$ درست

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

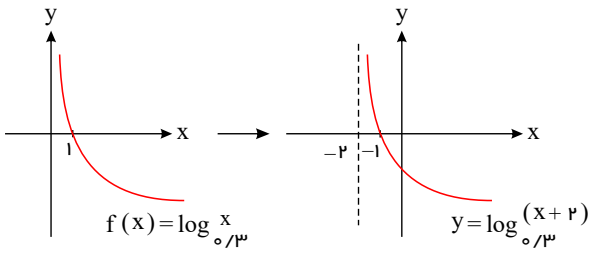
گزینهٔ ۲) $(\frac{۱}{۴۹}, -۱) \Rightarrow f(\frac{۱}{۴۹}) = \log_{۴۹}^{\frac{۱}{۴۹}} = \log_{۴۹}^{۴۹^{-۱}} = -۱$ درست

گزینهٔ ۳) $(\frac{۱}{\sqrt[۳]{۷}}, -\frac{۲}{۳}) \Rightarrow f(\frac{۱}{\sqrt[۳]{۷}}) = \log_{۷^۲}^{\frac{۱}{\sqrt[۳]{۷}}} = \log_{۷^۲}^{-\frac{۱}{۳}} = -\frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۲}\log_۷^۷ = -\frac{۱}{۶}$ نادرست

گزینهٔ ۴) $(۷^۴, ۲) \Rightarrow f(۷^۴) = \log_{۴۹}^{۷^۴} = \log_{۷^۲}^{۷^۴} = ۴ \times \frac{۱}{۲}\log_۷^۷ = ۲$ درست

متوسط

۳۷ ۱ ۲ ۳ ۴ با فرض $f(x) = \log_{۰/۳} x$ برای رسم $y = \log_{۰/۳}(x+۲)$ باید نمودار $y = f(x)$ را ۲ واحد به چپ منتقل کنیم. پس داریم:



نمودار تابع از ناحیهٔ اول نمی‌گذرد.

متوسط

۳۸ ۱ ۲ ۳ ۴ می‌دانیم $a < b \xrightarrow{k>۱} \log_k^a < \log_k^b$ و $\log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}}$ است.

$$\log_۳^{۱-x} < \log_۳^x - ۱ \rightarrow \log_۳^{۱-x} < \log_۳^x - \log_۳^۳ \rightarrow \log_۳^{۱-x} < \log_۳^{\frac{x}{۳}}$$

$$\rightarrow ۱ - x < \frac{x}{۳} \rightarrow ۳ - ۳x < x \rightarrow -۴x < -۳ \rightarrow x > \frac{۳}{۴} \quad (I)$$

ازطرفی عبارت‌های جلوی لگارتیم باید مثبت باشند یعنی:

$$\begin{cases} x > ۰ \\ ۱ - x > ۰ \rightarrow x < ۱ \end{cases} \rightarrow ۰ < x < ۱ \quad (II)$$

از اشتراک (I) و (II) به جواب $(\frac{۳}{۴}, ۱)$ می‌رسیم پس حداکثر مقدار $b - a$ برابر $۱ - \frac{۳}{۴} = \frac{۱}{۴}$ است.

سخت

۳۹ ۱ ۲ ۳ ۴

$$۳^{x^۲-۲} = ۸۱^x \rightarrow ۳^{x^۲-۲} = ۳^{۴x} \rightarrow x^۲ - ۲ = ۴x \rightarrow x^۲ - ۴x = ۲$$

$$\rightarrow (x-۲)^۲ - ۴ = ۲ \rightarrow (x-۲)^۲ = ۶ \rightarrow x - ۲ = \pm\sqrt{۶} \rightarrow \begin{cases} x = ۲ + \sqrt{۶} \\ x = ۲ - \sqrt{۶} \end{cases}$$

می‌دانیم $\log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a$ است.

$$\log_۶^{x-۲} \xrightarrow{x=۲+\sqrt{۶}} \log_۶^{۲+\sqrt{۶}-۲} = \log_۶^{\sqrt{۶}} = \log_۶^{۶^{\frac{۱}{۲}}} = \frac{۱}{۲}$$

متوسط

۴۰ ۱ ۲ ۳ ۴ نمودار شکل سؤال، تابع خطی $f(x) = -۲x - ۴$ می‌باشد $(x \neq ۳)$ پس

$$\log_۲^{\frac{۲x+a}{cx+d}} = -۴ \quad (x \neq ۳) \quad \star$$

چون $x = ۳$ در دامنه قرار ندارد، پس مخرج کسر را صفر می‌کند.

$$c \times ۳ + d = ۰ \Rightarrow ۳c + d = ۰ \Rightarrow \boxed{d = -۳c}$$

از طرفی، رابطهٔ $\star$ باید برقرار باشد.

$$\frac{۲x+a}{cx+d} = ۲^{-۴} = \frac{۱}{۱۶} \Rightarrow \boxed{\frac{۲x+a}{cx-۳c} = \frac{۱}{۱۶}}$$

این رابطه باید به‌ازای هر x دامنه برقرار باشد. $\Rightarrow \frac{۲(x+\frac{a}{۲})}{c(x-۳)} = \frac{۱}{۱۶} \Rightarrow \frac{۲}{c} = \frac{۱}{۱۶} \Rightarrow \boxed{c = ۳۲}$

مشاوره آنلاین علیرضا افشار
@Alirezaafsharofficial

$\frac{a}{۲} = -۳ \Rightarrow \boxed{a = -۶} \Rightarrow \log_{۲}^{۳۲} = \log_{۲}^{۲۵} = ۵$

سخت

۴۱ ۱ ۲ ۳ ۴

برای هر دو عددی سه حالت ممکن است. یا برابرند یا یکی بزرگ تر از دیگری است. در این مسأله که شرایط یکسانی بر x, y حکم فرماست، تعداد جواب های $x > y$ برابر با تعداد جواب های $y > x$ است. پس کافی است کل جواب ها را بیابیم و از جواب های برابر کم کرده و تقسیم بر ۲ کنیم.

(۱) کل جواب ها $= \binom{۸ + ۳ - ۱}{۳ - ۱} = \binom{۱۰}{۲} = ۴۵$

(۲) $x = y \Rightarrow ۲x + z = ۸ \Rightarrow$ جواب ها $(x, y) : (۰, ۸) \ , \ (۱, ۶) \ , \ (۲, ۴) \ , \ (۳, ۲) \ , \ (۴, ۰) \Rightarrow$ ۵ جواب

$\Rightarrow x < y$ جواب های با شرط $= \frac{۴۵ - ۵}{۲} =$ جواب ۲۰

سخت

۴۲ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\text{جواب} = \underbrace{\binom{۱۰}{۱}}_{\text{ریاست}} \times \underbrace{\binom{۱۰ - ۱}{۲}}_{\text{معاونت}} \times \underbrace{\binom{۱۰ - ۱ - ۲}{۲}}_{\text{آبدارچی}} \times \underbrace{\binom{۱۰ - ۱ - ۲ - ۱}{۱}}_{\text{منشی}}$$

$$= \binom{۱۰}{۱}\binom{۹}{۲}\binom{۷}{۲}\binom{۵}{۱} = ۳۷۸۰۰$$

چون سِمَت ها متفاوت است کافی است از یکی از آنها شروع کنیم و بقیه را محاسبه کنیم.

سخت

۴۳ ۱ ۲ ۳ ۴

هر جمله این بسط به فرم $a^{x_۱}b^{x_۲}c^{x_۳}d^{x_۴}e^{x_۵}$ می‌باشد که در آن $x_۱ + x_۲ + x_۳ + x_۴ + x_۵ = ۱۰$ می‌باشد.

تعداد جملات بسط $(a + b + c + d + e)^{۱۰}$ که فاقد e باشند، برابر است با تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله‌ی

$x_۱ + x_۲ + x_۳ + x_۴ + x_۵ = ۱۰$ با این‌شرط که $x_۵ = ۰$:

$$x_۱ + x_۲ + x_۳ + x_۴ = ۱۰ \Rightarrow \binom{۱۰ + ۴ - ۱}{۴ - ۱} = \binom{۱۳}{۳} = \frac{۱۳ \times ۱۲ \times ۱۱}{۶} = ۲۸۶$$

متوسط

۴۴ ۱ ۲ ۳ ۴

در بدترین حالت ۴ مهره‌ی اول از ۴ رنگ مختلف می‌باشند (مهره‌ی زرد دیگر نداریم) ۳ مهره‌ی بعدی نیز از ۳ رنگ مختلف می‌باشند تا اینجا ۲ مهره خارج کرده‌ایم (غیر از مهره‌ی زرد) از هر رنگ ۲ مهره خارج کرده‌ایم. مهره‌ی هشتم هر رنگی باشد قبلاً ۲ مهره از آن رنگ خارج کرده‌ایم.

متوسط

۴۵ ۱ ۲ ۳ ۴

طبق اصل لانه کبوتری در بدترین حالت این مکان وجود دارد که هر ۱۰ نفر دارای دقیقاً ۲۵۰ سکه باشند که این حالت مستلزم آن است که هر نفر ۵ بار انتخاب شده باشد که روی هم می‌شود $۵ \times ۱۰ = ۵۰$ انتخاب.

اما چون در هر مرحله ۴ نفر انتخاب می‌شوند، پس در بدترین حالت طبق اصل لانه کبوتری می‌توان ۱۲ بار این عمل را تکرار کرد. در سیزدهمین دور انتخاب افراد، حتماً فردی وجود خواهد داشت که برای بار ششم انتخاب شده باشد و در نتیجه حداقل ۳۰۰ سکه به او رسیده است.

سخت

۴۶ ۱ ۲ ۳ ۴

برای آنکه تابع F از A به A پوشا باشد، باید هر عضو از A با یک عضو منحصر به خود از A نظیر شود (تابع یک به یک باشد).

تعداد توابع یک‌به‌یک روی $A = P(۴, ۴) = ۴! = ۲۴$

متوسط

۴۷ ۱ ۲ ۳ ۴

۶ مرد را به‌صورت یک شیء درنظر می گیریم. جایگشت این یک شیء به همراه ۵ زن برابر با جایگشت ۶ شیء متمایز است که تعداد آن برابر با !۶ است.

جایگشت ۶ شیء متمایز → | یک زن | یک زن | یک زن | ۶ مرد | یک زن | یک زن |

از طرفی ۶ مرد در کنار یکدیگر به !۶ حالت دارای جایگشت هستند.

بنابراین تعداد کل حالات برابر است با: !۶!۶

سخت

۴۸ ۱ ۲ ۳ ۴

خواسته شده که حداکثر یک زن در گروه ۳ نفره حضور داشته باشد. پس یا باید یک زن حضور داشته باشد یا زنی حضور نداشته باشد.

حالت اوّل: اگر یک زن در گروه حضور داشته باشد یعنی دو نفر دیگر مرد هستند.

پس تعداد حالات برابر است با: $\binom{۵}{۲}\binom{۴}{۱} = ۱۰ \times ۴ = ۴۰$

حالت دوّم: اگر هیچ زنی در گروه حضور نداشته باشد یعنی هر سه نفر مرد هستند.

پس تعداد حالات برابر است با: $\binom{۵}{۳}\binom{۴}{۰} = ۱۰ \times ۱ = ۱۰$

بنابراین طبق اصل جمع، تعداد کل حالات برابر است با: $۴۰ + ۱۰ = ۵۰$

متوسط

۴۹ ۱ ۲ ۳ ۴

در بدترین حالت ۹ مهرهٔ غیر آبی انتخاب می‌شوند. پس حداقل باید ۱۰ مهره انتخاب کنیم تا مطمئناً حداقل یک مهرهٔ آبی انتخاب شده باشد.

سخت

۵۰ ۱ ۲ ۳ ۴

چون تعداد جواب‌های طبیعی خواسته شده،داریم:

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$$x_۱ \geq ۱ \to \underbrace{x_۱ - ۱}_{y_۱} \geq ۰ \to x_۱ = y_۱ + ۱$$

$$x_۲ \geq ۱ \to \underbrace{x_۲ - ۱}_{y_۲} \geq ۰ \to x_۲ = y_۲ + ۱$$

$$x_۳ > ۵ \to x_۳ \geq ۶ \to \underbrace{x_۳ - ۶}_{y_۳} \geq ۰ \to x_۳ = y_۳ + ۶$$

$$x_۴ \geq ۱ \to \underbrace{x_۴ - ۱}_{y_۴} \geq ۰ \to x_۴ = y_۴ + ۱$$

با افزودن متغیر $t \geq ۰$ به نامعادلهٔ $x_۱ + x_۲ + x_۳ + x_۴ < ۱۸$، معادلهٔ زیر حاصل می‌شود که تعداد جواب‌های طبیعی آن برابر است با:

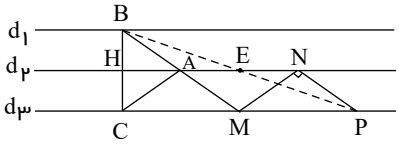
$$y_۱ + y_۲ + y_۳ + y_۴ + t = ۱۷ - (۱ + ۱ + ۶ + ۱) = ۸ \to |S| = \binom{۸ + ۵ - ۱}{۵ - ۱} = \binom{۱۲}{۴} = ۴۹۵$$

متوسط

۵۱ ۱ ۲ **۳** ۴ انتقال و تقارن دو تبدیل هستند که طول پاره‌خط‌ها را تغییر نمی‌دهند و چون T و T' متشابه‌اند (طول پاره خط های نظیر برابر نیستند) پس با انتقال و تقارن نمی‌توان T و T' را مجانس یکدیگر دانست ولی دوران پاره‌خط‌های نظیر دو شکل را موازی کرده تا T و T' متجانس یکدیگر شوند.

متوسط

۵۲ ۱ ۲ **۳** ۴ از آنجا که $d_۳$ و $d_۲$ و $d_۱$ موازی و هم‌فاصله هستند پس $AH \perp BC$. می‌توان گفت که نقطه‌ی N دوران یافته نقطهٔ A به زاویهٔ ۱۸۰° و مرکز وسط AN است. اگر BP، AN را در E قطع کند داریم:



$$B\hat{C}M = ۹۰^\circ, A\hat{C}B = ۴۵^\circ \Rightarrow A\hat{C}M = ۴۵^\circ$$
$$B\hat{C}M = ۹۰^\circ, C\hat{B}M = ۴۵^\circ \Rightarrow C\hat{M}B = ۴۵^\circ \Rightarrow CM = BC$$

$\overset{\Delta}{BC}M \Rightarrow AC = AM = AB$ مثلث قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین است.

از طرفی بر طبق سوال ۱۸، مثلث $\overset{\Delta}{AB}C$ با انتقال و دوران بر مثلث MNP منطبق می‌شود. پس این دو مثلث هم‌نهشتند. در نتیجه داریم:

$$MP = BC$$

در مثلث BCP داریم:

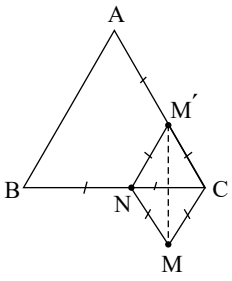
$$B\hat{C}P = ۹۰^\circ \Rightarrow BP^۲ = BC^۲ + CP^۲ = BC^۲ + ۴BC^۲ = ۵BC^۲ \Rightarrow BP = \sqrt{۵}BC$$

حال اگر نقطهٔ B را تحت دوران با زاویهٔ ۱۸۰° و وسط BP به نقطهٔ P تبدیل کنیم شعاع دوران $\frac{BP}{۲}$ یا $\frac{\sqrt{۵}}{۲}BC$ خواهد بود.

سخت

۵۳ ۱ ۲ ۳ **۴**

مطابق شکل $\overset{\Delta}{M'N}C$ بازتاب محوری MNC به محور BC است.



از آنجا که:

$$\begin{cases} CM' = CM = \frac{BC}{۲} \Rightarrow CM' = \frac{AC}{۲} \\ NM' = MN = \frac{BC}{۲} \Rightarrow CN = \frac{BC}{۲} \end{cases} \Rightarrow M'N' \parallel AB \Rightarrow \frac{CA}{CM'} = \frac{CB}{CN} = ۲ \quad \text{عکس تالس}$$

پس با تجانس $NM'C$ به مرکز C و نسبت $k = ۲$ مثلث $NM'C$ به ABC تصویر می‌شود.

سخت

۵۴ ۱ ۲ **۳** ۴

مطابق شکل بازتاب A نسبت به d، A' می‌شود. دوران یافته A به مرکز A' می‌شود، A''.

در مثلث $AA'A''$ داریم:

بنیاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

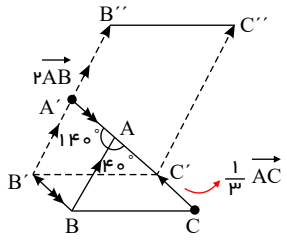
$AA''^{۲} = ۲^{۲} + ۲^{۲} - ۲ \times ۲ \times ۲ \times \underbrace{\cos ۱۲۰^{\circ}}_{-\frac{۱}{۲}}$: قضیهٔ کسینوس‌ها

$AA''^{۲} = ۴ + ۴ + ۴ = ۱۲ \Rightarrow AA'' = \sqrt{۱۲} = ۲\sqrt{۳}$

متوسط

۵۵ ۱ ۲ ۳ **۴**

مطابق شکل $B'C'$ انتقال یافته BC با بردار $\frac{۱}{۳}\overrightarrow{AC}$ و سپس $B''C''$ انتقال یافته $B'C'$ با بردار $۲AB$ می‌باشد.



داریم:

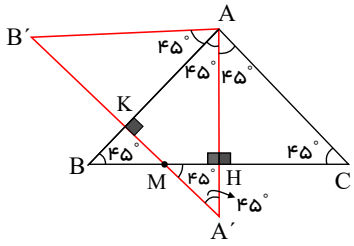
$\Rightarrow AA' \parallel BB', AB \parallel A'B' \Rightarrow AA'B'B$ متوازی‌الاضلاع ← انتقال شیب خط را حفظ می‌کند

$\Rightarrow A'\hat{A}B = B\hat{B'}B'' = ۱۸۰^{\circ} - ۴۰^{\circ} = ۱۴۰^{\circ}$

سخت

۵۶ **۱** ۲ ۳ ۴

مطابق شکل، $AA'B'$ دوران یافته ABC به مرکز A و زاویه ۴۵° می‌باشد. بنابراین هر دو مثلث $\overset{\Delta}{AB}C$ و $\overset{\Delta}{AA'}B'$ همنهشت و قائم‌الزاویه متساوی الساقین هستند. اگر اضلاع قائمه در دو مثلث a باشد، داریم:



$$AC = AB = AA' = AB' = a$$

$$\Rightarrow BC = A'B' = \sqrt{۲}a \text{ و } AH = CH = BH = AK = A'K = KB' = \frac{\sqrt{۲}}{۲}a$$

$$\Rightarrow A'H = a - \frac{\sqrt{۲}}{۲}a = \frac{۲ - \sqrt{۲}}{۲}a$$

$$\overset{\Delta}{A'M}H : \hat{A'} = \hat{M} = ۴۵^{\circ} \Rightarrow MH = A'H = \frac{۲ - \sqrt{۲}}{۲}a$$

$$\begin{cases} \overset{\Delta}{BM}K \cong \overset{\Delta}{A'M}H \Rightarrow BK = MK = MH = A'H = \frac{۲ - \sqrt{۲}}{۲}a \\ AH = AK = \frac{\sqrt{۲}}{۲}a \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{AKMH} = S_{\overset{\Delta}{AK}M} + S_{\overset{\Delta}{AH}M} = \frac{AK \times MH}{۲} + \frac{AH \times MH}{۲}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}a \times (\frac{۲-\sqrt{۲}}{۲})a}{۲} + \frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}a \times (\frac{۲-\sqrt{۲}}{۲})a}{۲} = \frac{\sqrt{۲}(۲ - \sqrt{۲})a^{۲}}{۴}$$

طول وتر $= ۲ = \sqrt{۲}a \Rightarrow a = \sqrt{۲}$

$$\Rightarrow S_{AKMH} = \frac{\sqrt{۲}(۲ - \sqrt{۲}) \times ۲}{۴} = \frac{\sqrt{۲}(۲ - \sqrt{۲})}{۲} = \frac{\sqrt{۲} \times \sqrt{۲}(\sqrt{۲} - ۱)}{۲} = \sqrt{۲} - ۱$$

سخت

۵۷ ۱ **۲** ۳ ۴

تذکر: متغیر: هر ویژگی از اشخاص یا اشیاء که قرار است بررسی شوند را متغیر می‌نامند.
متغیر کمی: متغیری است که مقادیر عددی می‌گیرد و برای آن عملیات ریاضی از قبیل جمع، تفریق و معدل‌گیری قابل انجام است.
متغیر کیفی: متغیری است که صرفاً برای دسته‌بندی افراد یا اشیاء در گروهها بکار می‌رود و لزوماً مقدار عددی نمی‌گیرد.

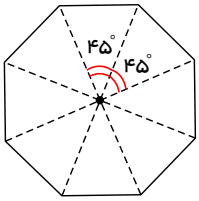
درجهٔ حرارت بدن انسان، متغیری کمی است، در حالی که میزات تحصیلات افراد یک شهر، رنگ اتومبیل‌های تولیدی یک کارخانه و نوع درختان موجود در یک پارک، همگی متغیرهای کیفی هستند.

متوسط

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۵۸ ۱ ۲ ۳ ۴

زاویهٔ مرکزی هر هشت‌ضلعی منتظم، $\frac{۳۶۰^\circ}{۸} = ۴۵^\circ$ است.



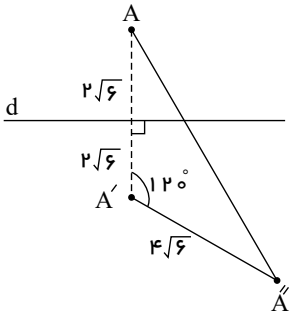
در دوران به مرکز دایرهٔ محیطی و زاویهٔ ۴۵°، هشت‌ضلعی بر خودش منطبق می‌شود. پس کمترین زاویه ۴۵° می‌باشد.

در دوران با زاویه ۳۶۰°، هر نقطه بر خودش منطبق می‌شود. اگر زاویهٔ دوران بجز ۳۶۰° و ضرایب آن باشد، نقاط بر خودشان منطبق نمی‌شوند. بنابراین تنها نقطهٔ ثابت مرکز دوران می‌باشد.

متوسط

۵۹ ۱ ۲ ۳ ۴

مطابق شکل A' بازتاب A نسبت به d و A'' دوران‌یافتهٔ A به مرکز A' و زاویهٔ ۱۲۰° می‌باشد، داریم:



$$AA' = A'A'' = ۴\sqrt{۶}$$

قضیهٔ کسینوس‌ها در $\overset{\Delta}{AA'A''}$:

$$AA''^۲ = AA'^۲ + A'A''^۲ - ۲AA' \cdot A'A'' \times \cos ۱۲۰^\circ$$

$$AA''^۲ = (۴\sqrt{۶})^۲ + (۴\sqrt{۶})^۲ + ۲ \times ۴\sqrt{۶} \times ۴\sqrt{۶} \times \frac{۱}{۲}$$

$$= ۹۶ + ۹۶ + ۹۶ = ۲۸۸ \Rightarrow AA'' = ۱۲\sqrt{۲}$$

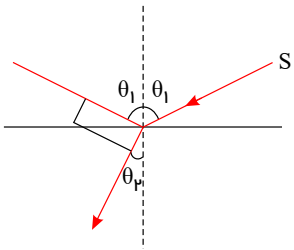
سخت

۶۰ ۱ ۲ ۳ ۴

پارامتر یک مشخصهٔ عددی است که توصیف‌کنندهٔ جنبه‌ای خاص از جامعه است و درصورتی که داده‌های کل جامعه در اختیار باشند قابل محاسبه است. همچنین پارامتر جامعه همیشه ثابت است. از آماره‌ها برای تخمین پارامترها استفاده می‌شود که از نمونه‌ای به نمونهٔ دیگر تغییر می‌کنند ولی می‌توان نمونه‌هایی یافت که مقدار آماره برای آن‌ها یکسان باشد، مثلاً میانگین دو نمونهٔ $\{۲,۴\}$ و $\{۱,۵\}$ یکسان است.

متوسط

۶۱ ۱ ۲ ۳ ۴



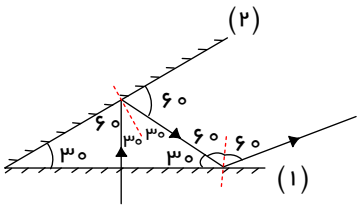
$$\theta_۱ + \theta_۲ + ۹۰ = ۱۸۰ \Rightarrow \theta_۱ + \theta_۲ = ۹۰$$

$$\frac{n_۲}{n_۱} = \frac{\sin\theta_۱}{\sin\theta_۲} \Rightarrow \sqrt{۳} = \frac{\sin\theta_۱}{\sin(۹۰ - \theta_۱)} \xrightarrow{\sin(۹۰-\theta_۱)=\cos\theta_۱} \sqrt{۳} = \tan\theta_۱ \Rightarrow \theta_۱ = ۶۰^\circ$$

سخت

۶۲ ۱ ۲ ۳ ۴

باتوجه به قانون بازتاب عمومی مشخص است، پس از دومین بازتاب زاویه‌ی بین پرتو تابش و بازتابش روی آینه‌ی (۱)، ۱۲۰° است و چون زاویه‌ی پرتو بازتاب از آینهٔ (۲) با سطح آن آینه برابر، ۶۰° است می‌توان نتیجه گرفت، امکان ندارد مثلثی بین پرتو بازتاب از آینه‌ی (۲) و (۱) و آینه‌ی (۲) ایجاد شود، در نتیجه می‌توان گفت، پرتو فقط دو بار با آینه‌ها برخورد می‌کند.



سخت

۶۳ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم در یک طناب مرتعش با دو انتهای بسته که در آن امواج ایستاده تشکیل شده است، تعداد شکم‌ها برابر با شماره‌ی هماهنگ بوده و تعداد گره‌ها همواره یکی بیش‌تر از تعداد شکم‌ها می‌باشد. از سوی دیگر بسامد هماهنگ شماره‌ی n از رابطه‌ی $f_n = \frac{nv}{۲L}$ به‌دست می‌آید، لذا داریم:

حالت اول: n = تعداد شکم‌ها $= ۳ \Rightarrow f_۳ = \frac{۳v_۱}{۲L}$ (۱)

حالت دوم: n' = تعداد گره‌ها $- ۱ = ۴ \Rightarrow f'_۴ = \frac{۴v_۲}{۲L}$ (۲)

باتوجه به عدم تغییر بسامد منبع ارتعاشی داریم:

$$f_۳ = f'_۴ \xrightarrow{(۱),(۲)} \frac{۳v_۱}{۲L} = \frac{۴v_۲}{۲L} \Rightarrow \frac{v_۲}{v_۱} = \frac{۳}{۴}$$

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

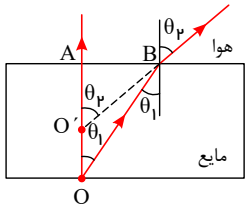
از سوی دیگر می‌دانیم سرعت انتشار موج در یک طناب یکنواخت با جذر نیروی کشش طناب رابطه‌ی مستقیم دارد $(v=\sqrt{\frac{F}{\mu}})$، داریم:

$$\frac{v_۲}{v_۱}=\sqrt{\frac{F_۲}{F_۱}}=\frac{۳}{۴}\Rightarrow\frac{F_۲}{F_۱}=\frac{۹}{۱۶}$$

$$\text{درصد تغییرات نیروی کشش طناب}=\frac{\Delta F}{F_۱}\times ۱۰۰=\frac{۹-۱۶}{۱۶}\times ۱۰۰=-۴۳٫۷۵\%$$

سخت

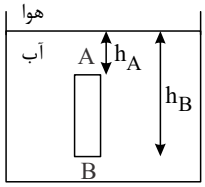
۶۴ ۱ ۲ **۳** ۴ هنگامی‌که به‌طور عمود از هوا به داخل ظرف پر از آبی نگاه می‌کنیم، اجسام را کمی بالاتر از محل واقعی خود می‌بینیم لذا مطابق قانون شکست اسنل داریم:



$$n_۱\sin\theta_i=n_۲\sin\theta_r\Rightarrow n\times\frac{AB}{OB}=۱\times\frac{AB}{O'B}$$

$$\xrightarrow[O'B\simeq O'A]{OB\simeq OA\text{ از دید قائم}}\frac{n}{OA}=\frac{۱}{O'A}\Rightarrow O'A=\frac{OA}{n}$$

اکنون اگر مطابق شکل دو نقطه از دو انتهای میله را در نظر گرفته و فاصله ظاهری هریک از نقاط تا سطح آزاد مایع را با h نشان دهیم، داریم:



$$h'_A=\frac{h_A}{n}=\frac{h_A}{\frac{۴}{۳}}=\frac{۳}{۴}h_A$$

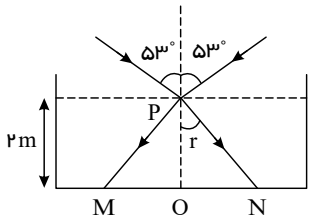
$$h'_B=\frac{h_B}{n}=\frac{h_A+۱۲}{\frac{۴}{۳}}=\frac{۳}{۴}(h_A+۱۲)$$

$$A'B'=h'_B-h'_A=\frac{۳}{۴}(h_A+۱۲)-\frac{۳}{۴}h_A=۹cm$$

متوسط

۶۵ ۱ ۲ ۳ **۴**

طبق قانون اسنل $n_۱\sin i=n_۲\sin r$ با $n_۱=۱$، $n_۲=\frac{۴}{۳}$، $i=۵۳$ زاویهٔ شکست برای هر یک از دو پرتو به‌صورت زیر است:



$$\sin ۵۳=\frac{۴}{۳}\sin r\to ۰٫۸=\frac{۴}{۳}\sin r\to\sin r=۰٫۶$$

بنابراین r باید متمم ۵۳ باشد (زیرا $\sin^۲۵۳+\sin^۲r=۱$) بنابراین: $r=۳۷^\circ$

فاصلهٔ محل برخورد دو پرتو شکست با کف استخر به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$MN=۲ON=۲OP\tan r=۲\times ۲\times\tan ۳۷=۴\frac{\sin ۳۷}{\cos ۳۷}=۴\frac{\sin ۳۷}{\cos ۵۳}=۴\frac{۰٫۶}{۰٫۸}$$

$$MN=۳m$$

متوسط

۶۶ ۱ **۲** ۳ ۴ از رابطهٔ $f=n\frac{v}{۲L}$ برای سیم مرتعش دو انتها بسته و ثابت بودن بسامد داریم:

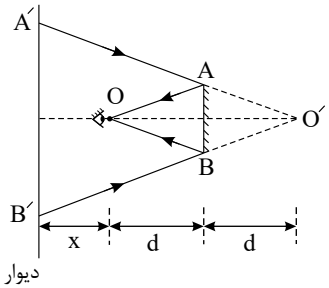
$$n_۱\frac{v_۱}{۲L}=n_۲\frac{v_۲}{۲L}\xrightarrow[n_۱=۹,n_۲=۱]{v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}=\frac{۵t}{\sqrt{\mu}}}۹t_۱=t_۲$$

با قرار دادن $t_۱=۱$ خواهیم داشت: $t_۲=۹s$

متوسط

۶۷ **۱** ۲ ۳ ۴ اگر مطابق شکل A' و B' به ترتیب بالاترین و پایین‌ترین نقاطی از دیوار باشند، که شخص آن‌ها را می‌بیند، مطابق قانون بازتاب عمومی و با استفاده از قضیهٔ تالس در مثلث داریم:

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial



$$A'\overset{\Delta}{B'}O' \sim ABO' \Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{2d+x}{d}$$

(حالت اول) $\frac{25}{10} = \frac{2d+x}{d} \Rightarrow 25d = 20d + 10x \Rightarrow d = 2x$

(حالت دوم) $\frac{A'B'_2}{AB} = \frac{2d'+x}{d'} \xrightarrow{d'=\frac{d}{2}} \frac{A'B'_2}{10} = \frac{2\times\frac{d}{2}+x}{\frac{d}{2}}$

$$\Rightarrow \frac{A'B'_2}{10} = \frac{2(d+x)}{d}$$

$$\xrightarrow{d=2x} \frac{A'B'_2}{10} = \frac{2(2x+x)}{2x} = \frac{6x}{2x} = 3 \Rightarrow A'B'_2 = 30cm$$

سخت

۶۸ ۱ ۲ ۳ ۴ می‌دانیم ضخامت نوارها متناسب با طول موج نور فرودی است.

$$\frac{\lambda_{آب}}{\lambda_{هوا}} = \frac{v_{آب}}{v_{هوا}} \times \frac{f_{هوا}}{f_{آب}} = \frac{n_{هوا}}{n_{آب}} \times \frac{f_{هوا}}{f_{آب}} = \frac{1}{\frac{4}{3}} \times \frac{1}{0/8}$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{10}{8} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{4} = \frac{15}{16}$$

متوسط

۶۹ ۱ ۲ ۳ ۴ رابطهٔ ضریب شکست در هر محیط شفاف به صورت $n = \frac{c}{v}$ است. پس برای محاسبهٔ ضریب شکست کافی است سرعت انتشار موج در محیط شفاف با استفاده از نمودارها محاسبه شود:

در نمودار (E,x) : $\frac{\lambda}{2} = 2/88 \times 10^{-4} \Rightarrow \lambda = 5/76 \times 10^{-4} m$

در نمودار (E,t) : $\frac{3T}{4} = 1/8 \times 10^{-4} \Rightarrow T = 2/4 \times 10^{-4} s$

بنابراین سرعت حرکت موج الکترومغناطیسی در این محیط برابر است با:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{5/76 \times 10^{-4}}{2/4 \times 10^{-4}} = 2/4 \times 10^{8} \frac{m}{s}$$

در نتیجه ضریب شکست این محیط برابر است با:

$$n = \frac{c}{v} = \frac{3 \times 10^{8}}{2/4 \times 10^{8}} = \frac{5}{4} = 1/25$$

سخت

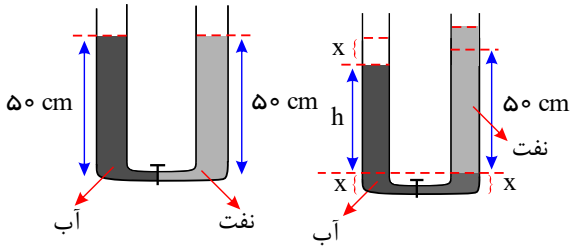
۷۰ ۱ ۲ ۳ ۴ می‌دانیم تندی امواج سطح آب به عمق آب وابسته است و با افزایش عمق تندی انتشار موج افزایش می‌یابد.
با توجه به جبهه‌های موج در شکل مشخص می‌شود که:

$$\lambda_I < \lambda_R \xrightarrow[\lambda \propto v]{\lambda = \frac{V}{f}} V_I < V_R$$

$$\Rightarrow \text{عمق } h_I < \text{عمق } h_R$$

متوسط

۷۱ ۱ ۲ ۳ ۴ با باز شدن شیر ارتباط به دلیل اینکه چگالی آب بیشتر از چگالی نفت است. سطح آب در لوله سمت چپ پایین‌تر از سطح نفت در لوله سمت راست قرار می‌گیرد.
لذا با انتخاب سطح ترازی مناسب و با استفاده از اصل هم‌فشاری نقاط همتراز، ارتفاع h را محاسبه می‌کنیم:



$$\rho_{آب} = \rho_{روغن}$$

$$\rho_{آب} g h_{آب} = \rho_{روغن} g h_{روغن} \rightarrow \rho_{آب} h_{آب} = \rho_{روغن} h_{روغن}$$

$$\rightarrow 1000 \times h_{آب} = 800 \times 50 \rightarrow h_{آب} = 40cm$$

$$h_{آب} + 2x = 50 \rightarrow 40 + 2x = 50 \rightarrow x = 5cm$$

بنابراین سطح آب در لوله سمت چپ $5cm$ پایین می‌آید.

متوسط

۷۲ ۱ ۲ ۳ ۴ نیروهای بین مولکولی کوتاه بردند یعنی در فاصله‌های خیلی کم در حدود یک آنگستروم ($1A^\circ = 10^{-10} m$) مولکول‌ها بر یکدیگر نیرو وارد می‌کنند. و وقتی

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

فاصله بین مولکولها چند برابر فاصله بین مولکولی شود، نیروهای بین مولکولی بسیار کوچک و عملا صفر خواهند شد. بنابراین از آنجایی که $۱۰^{-۱۳}m < ۱۰^{-۱۰}m$ است مولکول‌ها بیش از حد به هم نزدیکند و به هم نیروی رانشی وارد می‌کنند. و چون $۱۰^{-۵}_{m} > ۱۰^{-۱۰}_{m}$ است مولکول‌ها از یکدیگر دور بوده و هیچ نیرویی به هم وارد نمی‌کنند.

متوسط

۷۳ ۱ ۲ ۳ ۴ باتوجه به نمودار می‌توان نتیجه گرفت عمق ظرف برابر $۲۰cm$ است، و فشار در کف ظرف (عمق ۲۰ سانتی‌متری) $۳۰۰۰Pa$ است، بنابراین براساس رابطه‌ی فشار مایع در عمق h از شاره می‌توان نوشت:

$$P=\rho gh \Rightarrow \frac{P_۲}{P_۱}=\frac{\rho gh_۲}{\rho gh_۱}=\frac{h_۲}{h_۱} \Rightarrow \frac{P_۲}{۳۰۰۰}=\frac{۱۲}{۲۰} \Rightarrow P_۲=۱۸۰۰Pa$$

متوسط

۷۴ ۱ ۲ ۳ ۴ باتوجه به رابطه‌ی $V=Ah$، با ثابت ماندن حجم در صورتی که مساحت افزایش یابد، ارتفاع کاهش می‌یابد، پس داریم:

$$\begin{cases} A'=A+\frac{۲۵}{۱۰۰}A=A+\frac{۱}{۴}A=\frac{۵}{۴}A \Rightarrow \frac{A'}{A}=\frac{۵}{۴}(I) \\ V=Ah \xrightarrow{\text{ثابت}=V} \frac{A'}{A}=\frac{h}{h'} \xrightarrow{(I)} \frac{۵}{۴}=\frac{h}{h'} \Rightarrow \frac{h'}{h}=\frac{۴}{۵} \end{cases}$$

اکنون طبق رابطه‌ی $P=\rho gh$ می توان نوشت:

$$P=\rho gh \Rightarrow \frac{P'}{P}=\frac{h'}{h}=\frac{۴}{۵} \Rightarrow \text{درصد تغییر فشار}=\frac{\Delta P}{P}\times ۱۰۰=\frac{P'-P}{P}\times ۱۰۰=\frac{\frac{۴}{۵}P-P}{P}\times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییر فشار}=-۲۰\%$$

سخت

۷۵ ۱ ۲ ۳ ۴ میکروسکوپ AFM یا دوبشی یا تونل‌زنی دوبشی برای تمام مواد و نیروهای اتمی استفاده می‌شود ولی STM فقط رساناها.

متوسط

۷۶ ۱ ۲ ۳ ۴

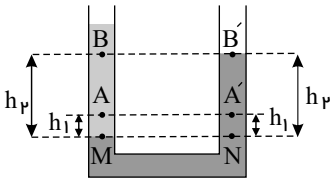
$$P_A=P_B \quad \frac{P_A}{P_B}=\frac{F_A}{F_B}\times\frac{A_B}{A_A}$$

$$۱=\frac{F_A}{F_B}\times\frac{\pi R_B^۲}{\pi R_A^۲} \Rightarrow ۱=\frac{F_A}{F_B}\times\frac{۹R_۱^۲}{R_۱^۲}$$

$$\frac{F_A}{F_B}=\frac{۱}{۹} \Rightarrow \frac{F_B}{F_A}=۹$$

سخت

۷۷ ۱ ۲ ۳ ۴ نقاط M و N در یک مایع ساکن و هم‌تراز هستند و فشار آن‌ها برابر است $(P_M=P_N)$.



چون چگالی آب بیش‌تر از نفت است، پس نتیجه می‌گیریم که نفت در شاخهٔ سمت چپ قرار دارد. $(\rho_{\text{آب}}>\rho_{\text{نفت}})$.

برای مقایسهٔ فشار نقاط A و A' می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{matrix} P_A=P_M-\rho_{\text{نفت}}gh_۱ \\ P_{A'}=P_N-\rho_{\text{آب}}gh_۱ \end{matrix}\right\} \xrightarrow[P_M=P_N]{\rho_{\text{آب}}>\rho_{\text{نفت}}} P_A>P_{A'}$$

$$\Delta P_۱=P_A-P_{A'}=gh_۱(\rho_{\text{آب}}-\rho_{\text{نفت}})$$

به‌طور مشابه برای مقایسهٔ فشار نقاط B و B' می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{matrix} P_B=P_M-\rho_{\text{نفت}}gh_۲ \\ P_{B'}=P_N-\rho_{\text{آب}}gh_۲ \end{matrix}\right\} \xrightarrow[P_M=P_N]{\rho_{\text{آب}}>\rho_{\text{نفت}}} P_B>P_{B'}$$

$$\Delta P_۲=P_B-P_{B'}=gh_۲(\rho_{\text{آب}}-\rho_{\text{نفت}})$$

چون $h_۲>h_۱$ است، پس: $\Delta P_۲>\Delta P_۱$

سخت

۷۸ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا حجم آب درون این استوانه را به‌دست می‌آوریم:

$$V=Ah \xrightarrow[r=۱m\ ,\ h=۳m]{A=\pi r^۲} V=\pi\times ۱^۲\times ۳=۳\pi=۹m^۳$$

آهنگ خروج آب از این شیر برابر است با:

$$\text{آهنگ جریان شاره}=Av \xrightarrow[r=۰/۰۱m\ ,\ v=۲\frac{m}{s}]{A=\pi r^۲} \text{آهنگ جریان شاره}=\pi\times(۰/۰۱)^۲\times ۲$$

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

آهنگ جریان شاره $= ۲\pi \times ۱۰^{-۴} = ۶ \times ۱۰^{-۴} \frac{m^۳}{s}$

طبق تعریف آهنگ شارش، در هر ثانیه $۶ \times ۱۰^{-۴} m^۳$ از حجم آب درون مخزن کم می‌شود. با داشتن حجم مخزن و نوشتن یک تناسب ساده داریم:

$$\begin{matrix} ۱s & ۶ \times ۱۰^{-۴} m^۳ \\ t & ۹m^۳ \end{matrix} \Rightarrow t = \frac{۹ \times ۱}{۶ \times ۱۰^{-۴}} = ۱/۵ \times ۱۰^{۴} s$$

$$t = \frac{۱/۵ \times ۱۰^{۴} s}{۶۰ s} \times ۱ \min = ۲۵۰ \min$$

متوسط

۷۹ ۱ ۲ ۳ **۴** ابتدا با استفاده از معادلهٔ پیوستگی، تندی آب در مقطع B را می‌یابیم:

$$A_A V_A = A_B V_B \Rightarrow \pi r_A^۲ V_A = \pi r_B^۲ V_B \Rightarrow (\frac{۱۰}{۲})^۲ \times ۴ = (\frac{۴}{۲})^۲ \times V_B \Rightarrow V_B = ۲۵ \frac{m}{s}$$

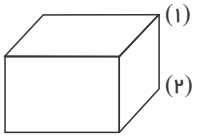
حالا با استفاده از قضیهٔ کار- انرژی جنبشی، کار کل نیروها را می‌یابیم:

$$W_t = \Delta K = K_B - K_A \Rightarrow W_t = \frac{۱}{۲} m V_B^۲ - \frac{۱}{۲} m V_A^۲$$

$$= \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۲۵^۲ - \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۴^۲ = ۶۰۹ J$$

سخت

۸۰ ۱ **۲** ۳ ۴ توجه کنید که در این حالت از نقطهٔ (۱) به نقطهٔ (۲) با افزایش عمق، فشار مایع افزایش می‌یابد و نیروی وارد بر بدنه نیز افزایش می‌یابد. در این مسایل باید فشار متوسط بین نقطهٔ (۱) تا (۲) که برابر $\frac{P_۱ + P_۲}{۲}$ است. در نظر گرفته شود.



$$\overline{P} = \frac{P_۱ + P_۲}{۲} \Rightarrow \overline{P} = \frac{۰ + \rho g h}{۲} \Rightarrow \overline{P} = \frac{۴۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۴}{۲} = ۸۰۰۰ Pa$$

مساحت هر دیوارهٔ مکعب $۴۰ \times ۴۰ = ۱۶۰۰ cm^۲$ است.

$$\overline{P} = \frac{\overline{F}}{A} \Rightarrow \overline{F} = ۸۰۰۰ \times ۱۶۰۰ \times ۱۰^{-۴} = ۱۲۸۰ N$$

سخت

۸۱ ۱ ۲ ۳ **۴** ابتدا فشار را ناشی از مایع را برحسب $cmHg$ به‌دست می‌آوریم:

$$P_{\text{مایع}} = \rho_{Hg} g h_{Hg} \Rightarrow \rho_{\text{مایع}} \not{g} h_{\text{مایع}} = \rho_{Hg} \not{g} h_{Hg} \Rightarrow ۳/۴ \times ۴۸ = ۱۳/۶ \times h_{Hg}$$

$$\Rightarrow h_{Hg} = ۱۲ cm \Rightarrow P_{\text{مایع}} = ۱۲ cmHg$$

$$P = P_{\text{مایع}} + P_۰ = ۱۲ + ۷۵ = ۸۷ cmHg$$

هر تور معادل $۱ mmHg$ است. بنابراین:

$$P = ۸۷۰ mmHg = ۸۷۰ torr$$

متوسط

۸۲ ۱ ۲ ۳ **۴** باتوجه به معادلهٔ پیوستگی، $(A_۱ v_۱ = A_۲ v_۲)$، با کاهش سطح مقطع، تندی حرکت شاره افزایش می‌یابد.

$$A_A = A_C > A_B \Rightarrow v_A = v_C < v_B$$

متوسط

۸۳ ۱ ۲ **۳** ۴ ابتدا ارتفاع آب و مایع را به‌دست می‌آوریم. چون جرم آب و مایع با هم برابر است، می‌توان نوشت:

$$m_{\text{آب}} = m_{\text{مایع}} \xrightarrow{m=\rho V} \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} = \rho_{\text{مایع}} V_{\text{مایع}}$$

$$\xrightarrow{V=Ah} \rho_{\text{آب}} A h_{\text{آب}} = \rho_{\text{مایع}} A h_{\text{مایع}}$$

$$\xrightarrow{\rho_{\text{مایع}} = \frac{۴}{۵} \rho_{\text{آب}}} \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \frac{۴}{۵} \rho_{\text{آب}} h_{\text{مایع}} \Rightarrow h_{\text{آب}} = \frac{۴}{۵} h_{\text{مایع}}$$

از طرفی:

$$h_{\text{آب}} + h_{\text{مایع}} = ۲۷ cm \xrightarrow{h_{\text{آب}} = \frac{۴}{۵} h_{\text{مایع}}} \frac{۴}{۵} h_{\text{مایع}} + h_{\text{مایع}} = ۲۷$$

$$\Rightarrow \frac{۹}{۵} h_{\text{مایع}} = ۲۷ \Rightarrow h_{\text{مایع}} = ۱۵ cm \Rightarrow h_{\text{آب}} = ۲۷ - ۱۵ = ۱۲ cm$$

برای محاسبهٔ فشار وارد بر کف ظرف از طرف آب و مایع داریم:

$$\rho_{\text{مایع}} = \frac{۴}{۵} \rho_{\text{آب}} = \frac{۴}{۵} \times ۱۰۰۰ = ۸۰۰ kg/m^۳$$

$$P = P_{\text{آب}} + P_{\text{مایع}} = \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} + \rho_{\text{مایع}} g h_{\text{مایع}}$$

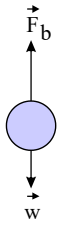
استاد علیرضا افشار
"مشاوره"

$h_{\text{آب}} = ۱۲cm = ۰/۱۲m \ , \ h_{\text{مایع}} = ۱۵cm = ۰/۱۵m$

$\Rightarrow P = ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۱۲ + ۸۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۱۵ \Rightarrow P = ۲۴۰۰Pa$

سخت

۸۴ ۱ ۲ ۳ ۴ پس از پاره شدن نخ، نیروهای وارد بر گلوله، نیروی وزن و نیروی شناوری است. با توجه به این‌که $\rho_{\text{آب}} > \rho_{\text{گلوله}}$ است، جهت نیروی خالص وارد بر گلوله به طرف بالا است. از طرفی، اندازهٔ نیروی شناوری برابر با وزن آب جابه‌جا شده توسط گلوله است؛ بنابراین:



$$F_t = F_b - W = m_{\text{آب جابه‌جا شده}}\, g - m_{\text{جسم}}\, g$$

$$= \rho_{\text{آب}}\, V_{\text{آب جابه‌جا شده}}\, g - \rho_{\text{جسم}}\, V_{\text{جسم}}\, g \xrightarrow{V_{\text{آب جابه‌جا شده}} = V_{\text{جسم}} = V} F_t = (\rho_{\text{آب}} - \rho_{\text{جسم}}) \times V \times g$$

پس از رسیدن گلوله به عمق $۱/۸m$، گلوله مسافت $۳/۲m = ۱/۸ - ۵$ را طی کرده است. طبق قضیهٔ کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K = K_۲ - K_۱ \Rightarrow W_t = \frac{۱}{۲}m(v_۲^{۲} - v_۱^{۲})$$

$$\Rightarrow F_t \times d = \frac{۱}{۲} \times (\rho_{\text{جسم}} \times V) \times (v_۲^{۲} - ۰)$$

$$\Rightarrow (\rho_{\text{آب}} - \rho_{\text{جسم}}) \times V \times g \times ۳/۲ = \frac{۱}{۲} \times \rho_{\text{جسم}} \times V \times v_۲^{۲}$$

$$\Rightarrow (۱ - ۰/۸) \times V \times ۱۰ \times ۳/۲ = \frac{۱}{۲} \times ۰/۸ \times V \times v_۲^{۲}$$

$$\Rightarrow ۰/۲ \times ۱۰ \times ۳/۲ = ۰/۴v_۲^{۲} \Rightarrow v_۲^{۲} = ۱۶ \Rightarrow v_۲ = ۴m/s$$

سخت

۸۵ ۱ ۲ ۳ ۴ طبق معادلهٔ پیوستگی داریم:

$$A_۱v_۱ = A_۲v_۲ \Rightarrow \pi\frac{d_۱^{۲}}{۴}v_۱ = \pi\frac{d_۲^{۲}}{۴}v_۲$$

$$\Rightarrow v_۲ = v_۱ \times (\frac{d_۱}{d_۲})^{۲} = ۱/۲۵ \times (\frac{۱۰}{۲/۵})^{۲} = ۱/۲۵ \times ۱۶ = ۲۰m/s$$

اگر خروجی آب از لوله را نقطهٔ (A) و حداکثر ارتفاع آب نسبت به سطح زمین را نقطهٔ (B) فرض کنیم، با توجه به ناچیز بودن مقاومت هوا و در نظر گرفتن سطح زمین به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

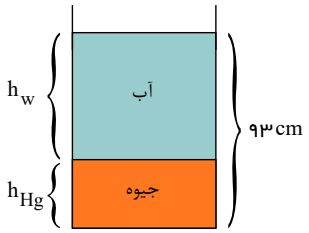
$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_A^{۲} + mgh_A = \frac{۱}{۲}mv_B^{۲} + mgh_B$$

$$\xrightarrow[\text{از طرفین}]{m \text{ حذف}} \frac{۱}{۲}v_A^{۲} + gh_A = \frac{۱}{۲}v_B^{۲} + gh_B$$

$$\xrightarrow[v_B=۰ \ , \ h_B=?]{v_A=۲۰m/s \ , \ h_A=۱m} \frac{۱}{۲} \times ۲۰^{۲} + ۱۰ \times ۱ = \frac{۱}{۲} \times ۰ + ۱۰ \times h_B \Rightarrow h_B = ۲۱m$$

سخت

۸۶ ۱ ۲ ۳ ۴



$$m_{Hg} = ۵m_W$$

$$(\rho V)_{Hg} = ۵(\rho V)_W \xrightarrow[A=\text{ثابت}]{V_{\text{حجم}} = Ah} \rho_{Hg}h_{Hg} = ۵\rho_W h_W$$

$$\rightarrow ۱۳/۶h_{Hg} = ۵(۱)(h_W) \rightarrow h_W = ۲/۷۲h_{Hg} \xrightarrow{h_W + h_{Hg}} \begin{cases} h_{Hg} = ۲۵cm \\ h_W = ۶۸cm \end{cases}$$

$$\text{کل از طرف دو مایع } P_T = P_W + P_{Hg} = \rho_W gh_W + \rho_{Hg}gh_{Hg} = ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۶۸}{۱۰۰} + ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۲۵}{۱۰۰}$$

$$\rightarrow P_T = ۶۸۰۰Pa + ۳۴۰۰۰Pa = ۴۰/۸kPa$$

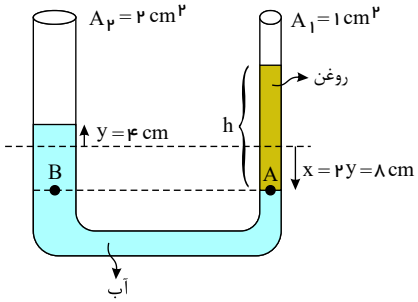
سخت

۸۷ ۱ ۲ ۳ ۴ قدم اول: چون مساحت قاعدهٔ سمت راست $(A_۱ = ۱cm^{۲})$ نصف مساحت سطح مقطع لولهٔ سمت چپ است $(A_۲ = ۲cm^{۲})$ هنگامی که در لولهٔ سمت راست روغن می‌ریزیم میزان جابه‌جایی سطح آب در شاخهٔ راست ۲ برابر جابه جایی سطح آب در شاخهٔ سمت چپ خواهد بود:

$$A_۱x = A_۲y \rightarrow ۱ \times x = ۲ \times y \rightarrow x = ۲y$$

قدم دوم: بیان شده که سطح آب در لولهٔ سمت چپ قرار است $۴cm$ بالا برود. بنابراین:

استاد علیرضا افشار
@Alirezaafsharofficial



$$P_A = P_B \rightarrow \cancel{P_۰} + \rho_{\text{روغن}} g h_{\text{روغن}} = \cancel{P_۰} + \rho_{\text{آب}} g(y+x) \Rightarrow ۰/۸h = ۱(۱۲cm) \rightarrow h = ۱۵cm$$

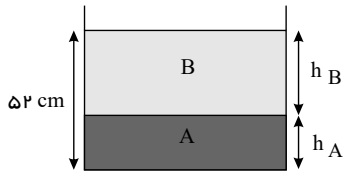
قدم سوم: حجم روغن و سپس جرم آن‌را می‌یابیم:

حجم روغن $V = A_۱ h = ۱cm^۲ \times ۱۵cm \Rightarrow V = ۱۵cm^۳ \rightarrow m = \rho V = ۰/۸g/cm^۳ \times ۱۵cm^۳ \Rightarrow m = ۱۲g$

سخت

۸۸ ۱ ۲ ۳ ۴

چون مایع A دارای چگالی بیشتری است، در زیر قرار می‌گیرد، لذا با توجه به شکل داریم:



$$m_A = ۰/۶m_B \Rightarrow \rho_A V_A = ۰/۶\rho_B V_B \xrightarrow[\rho_B = ۰/۶\,g/cm^۳]{\rho_A = ۱/۲\,g/cm^۳} ۱/۲V_A = ۰/۶ \times ۰/۶V_B \Rightarrow V_A = ۰/۳V_B \xrightarrow[A\ \text{ثابت}]{V=Ah} h_A = ۰/۳h_B \quad (۱)$$

از طرفی مجموع ارتفاع دو مایع در ظرف $۵۲cm$ است لذا داریم:

$$h_A + h_B = ۵۲cm \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۲),(۱)} ۰/۳h_B + h_B = ۵۲cm \Rightarrow ۱/۳h_B = ۵۲cm \Rightarrow h_B = ۴۰cm \ \text{و} \ h_A = ۱۲cm$$

حال فشار حاصل از هریک از مایع‌ها در کف ظرف برابر است با:

$$P_A = \rho_A g h_A = ۱۲۰۰ \times ۱۰ \times ۱۲ \times ۱۰^{-۲} = ۱۴۴۰Pa$$

$$P_B = \rho_B g h_B = ۶۰۰ \times ۱۰ \times ۴۰ \times ۱۰^{-۲} = ۲۴۰۰Pa$$

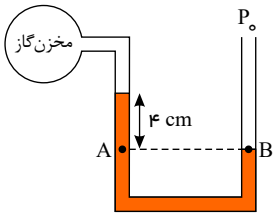
درنتیجه:

$$P_A + P_B = ۳۸۴۰Pa$$

متوسط

۸۹ ۱ ۲ ۳ ۴

با استفاده از برابری فشار در نقاط هم‌سطح یک مایع، فشار هوای محیط را برحسب $cmHg$ به‌دست می‌آوریم و سپس آن را به پاسکال تبدیل می‌کنیم. داریم:



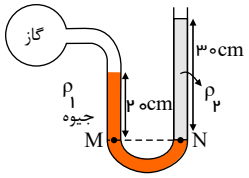
$$P_A = P_B$$

$$P_{\text{مخزن}} + P_{\text{جیوه}} = P_۰ \Rightarrow ۷۶ + ۴ = P_۰ \Rightarrow P_۰ = ۸۰cmHg$$

$$P = (\rho g h)_{\text{جیوه}} = ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۸۰}{۱۰۰} = ۱۰۸۸۰۰Pa = ۱۰۸/۸kPa$$

متوسط

۹۰ ۱ ۲ ۳ ۴ **نقاط هم‌سطح که در یک مایع قرار دارند، در لوله‌های U شکل هم‌فشارند.**



$$P_M = P_N \Rightarrow P_{\text{گاز}} + \rho_۱ g h_۱ = P_۰ + \rho_۲ g h_۲$$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$$\Rightarrow ۸۲ \times ۱۰^{۳} + ۲۷ \times ۱۰^{۳} = ۱۰۰ \times ۱۰^{۳} + ۳\rho_{۲} \Rightarrow ۸۲ \times ۱۰^{۳} + ۱۳٫۵ \times ۱۰^{۳} \times ۱۰ \times ۲۰ \times ۱۰^{-۲} = ۱۰۰ \times ۱۰^{۳} + \rho_{۲} \times ۱۰ \times ۳۰ \times ۱۰^{-۲}$$

$$\Rightarrow ۱۰۹ \times ۱۰^{۳} - ۱۰۰ \times ۱۰^{۳} = ۳\rho_{۲} \Rightarrow \rho_{۲} = ۳ \times ۱۰^{۳} \frac{kg}{m^{۳}} = ۳\frac{g}{cm^{۳}}$$

متوسط

۹۱ ۱ ۲ ۳ ۴ — چون $NaCl$ جامد یونی است و ذرات تشکیل‌دهنده آن یون‌های مثبت و منفی است، در صورتی‌که سایر گزینه‌ها جامد مولکولی می‌باشند و ذرات تشکیل‌دهنده آن‌ها مولکول می‌باشد.

متوسط

۹۲ ۱ ۲ ۳ ۴ — انرژی شبکهٔ بلور عبارت است از مقدار انرژی آزاد شده، هنگام تشکیل ۱ مول جامد یونی از یون‌های گازی سازندهٔ آن، می‌دانیم ۱ مول از هر ماده یعنی به تعداد عدد آووگادرو ($۶٫۰۲۲ \times ۱۰^{۲۳}$) از آن ماده است.

از طرفی جاذبهٔ میان یک جفت Cl^{-}, Na^{+} درون شبکهٔ بلور ۱٫۷۶ برابر یک جفت Cl^{-}, Na^{+} به تنهایی است. بنابراین انرژی شبکه بلور، ۱٫۷۶ برابر انرژی (یا برهم‌کنش) یک جفت یون Cl^{-}, Na^{+} ضرب در عدد آووگادرو است.

سخت

۹۳ ۱ ۲ ۳ ۴ — در یک جامد یونی نیروی جاذبه‌ی بین یون‌های با بار ناهم‌نام خیلی بیش‌تر از نیروی دافعه بین یون‌های با بار هم‌نام است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی «۱»: واکنش انرژی شبکه‌ی‌بلور سدیم کلرید به صورت $NaCl(s) \rightarrow Na^{+}(g) + Cl^{-}(g)$ است.

گزینه‌ی «۲»: پس از وارد شدن ضربه به یک جامدیونی یون‌های هم‌نام کنار یکدیگر قرار گرفته و نیروی دافعه عامل شکننده بودن ترکیبات یونی می‌شود.

گزینه‌ی «۳»: در بلور یک ترکیب یونی الزاماً تعداد کاتیون‌ها با تعداد آنیون‌ها برابر نیست.

متوسط

۹۴ ۱ ۲ ۳ ۴ — بررسی موارد:

گزینه‌ی «۱»: این گزینه صحیح است. ترکیب‌های یونی به علت وجود نیروهای جاذبه‌ی قوی بین یون‌های آنها در برخی خواص مشترکند.

گزینه‌ی «۲»: این گزینه نادرست است. نقطه‌ی ذوب و جوش بالا، از ویژگی‌های بیش‌تر ترکیب‌های یونی می‌باشد (نه تمامی آن‌ها)

گزینه‌ی «۳»: این گزینه نادرست است. در یون‌های چند اتمی پیوند اتم‌ها با یکدیگر از نوع کووالانسی است. (نه یونی)

گزینه‌ی «۴»: این گزینه نادرست است. وقتی تعداد و بار آنیون‌ها و کاتیون‌ها در دو نوع نمک برابر باشند نمک با کاتیون و آنیون کوچکتر، انرژی شبکه‌ی بلور بیشتری دارد، بنابراین ($NaF > KCl$: انرژی شبکه‌ی بلور)

متوسط

۹۵ ۱ ۲ ۳ ۴ — عبارت‌های الف، ب و پ درست هستند.

در خاک رس بیشترین درصد جرمی مربوط به سیلیس ($SiO_{۲}$) می‌باشد که ساختاری کووالانسی دارد. آب ساختاری مولکولی و اکسیدهای فلزی موجود در آن ($MgO - Fe_{۲}O_{۳} - Na_{۲}O - Al_{۲}O_{۳}$) ساختار یونی دارند.

سخت

۹۶ ۱ ۲ ۳ ۴ — بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): نادرست

$$\text{محلول } A \text{ (زرد)} \Rightarrow V \text{ واناديم} \Rightarrow ۱s^{۲}۲s^{۲}۲p^{۶}۳s^{۲}۳p^{۶} \Rightarrow l = ۰ \text{ تعداد الکترون با} \Rightarrow ۶$$

$$\text{محلول } B \text{ (سبز)} \Rightarrow III \text{ واناديم} \Rightarrow ۱s^{۲}۲s^{۲}۲p^{۶}۳s^{۲}۳p^{۶}۳d^{۲} \Rightarrow l = ۲ \text{ تعداد الکترون با} \Rightarrow ۲$$

گزینهٔ (۲): نادرست، طول موج نور سبز رنگ محلول B از طول موج نور زرد رنگ محلول A کم‌تر است.

گزینهٔ (۳): نادرست، با اضافه کردن فلز روی به محلول A به مقدار کافی می‌توان محلول B را تهیه کرد.

گزینهٔ (۴): درست، کاتیون محلول B (واناديم III) هم می‌تواند با افزایش عدد اکسایش به واناديم IV یا واناديم V تبدیل شود (به‌عنوان کاهنده) و هم می‌تواند با کاهش عدد اکسایش به واناديم II تبدیل شود. (به‌عنوان اکسنده)

سخت

۹۷ ۱ ۲ ۳ ۴

$$۲٫۳۸gKBr \times \frac{۱mol\ KBr}{۱۱۹g\ KBr} \times \frac{۶۷۲KJ}{۱mol\ KBr} \times \frac{۱۰۰۰J}{۱KJ} = ۱۳۴۴۰J$$

$$Q = mc\Delta Q$$

$$۱۳۴۴۰ = m \times ۴٫۲ \times ۴۰ \Rightarrow m = ۸۰g$$

سخت

۹۸ ۱ ۲ ۳ ۴ — نسبت عدد کوئوردینانسیون کاتیون به آنیون برابر عکس شمار آنیون به کاتیون در یک ترکیب یونی است.

$$Ca_{۲}SiO_{۴} \Rightarrow \frac{\text{عدد کوئوردینانسیون کاتیون}}{\text{عدد کوئوردینانسیون آنیون}} = \frac{\text{شمار آنیون}}{\text{شمار کاتیون}} = \frac{۱}{۲}$$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

نام ترکیب	فرمول شیمیایی	شمار آنیون به کاتیون
سدیم فسفات	Na_3PO_4	$\frac{1}{3}$
پتاسیم هیدروژن فسفات	K_2HPO_4	$\frac{1}{2}$
آمونیوم هیدروژن کربنات	NH_4HCO_3	$\frac{1}{1}$
کلسیم نیترات	$Ca(NO_3)_2$	$\frac{2}{1}$

سخت

۹۹ ۱ **۲** ۳ ۴ فقط مورد سوم صحیح است.

بررسی موارد نادرست:

– در فروپاشی شبکهٔ یونی، یون‌های گازی شکل از جامد یونی به‌دست می‌آیند. یون سدیم به اشتباه به حالت جامد داده شده است.

– با توجه به این‌که عدد کوئوردیناسیون یون‌های نمک‌طعام یکسان و برابر ۶ می‌باشد و قدرمطلق بار یون‌های MgO نیز یکسان و برابر ۲ می‌باشد. بنابراین نسبت آن‌ها به یکدیگر برابر سه است.

– با توجه به اینکه بار یون‌های ترکیب‌های یونی فلزات قلیایی و هالوژن‌ها یکسان می‌باشد. ترکیبی که شعاع یون‌های کوچکتری دارد، چگالی بار یون آن بیشتر بوده و انرژی فروپاشی بیشتری دارد (LiF) و ترکیبی که شعاع یون‌های بزرگتری دارد، انرژی شبکه کمتری خواهد داشت (CsI).

متوسط

۱۰۰ ۱ **۲** ۳ ۴ موارد اول و چهارم نادرست هستند.

بررسی موارد نادرست:

مورد اول – محلول برخی از فلزهای واسطه به رنگ‌های مختلف دیده می‌شوند نه همهٔ آنها.

مورد چهارم – فلزهای دستهٔ d در ویژگی‌هایی مانند سوختی، نقطهٔ ذوب و تنوع عددهای اکسایش با بقیهٔ فلزها متفاوت هستند.

متوسط

۱۰۱ ۱ ۲ **۳** ۴ فرض کنید ماده‌ی مورد نظر x باشد وقتی سرعت متوسط تولید این ماده از دقیقه‌ی صفر تا ۳ برابر $۰/۱mol\cdot \min^{-1}$ است، خواهیم داشت:

$$\overline{R}_x=\frac{\Delta n_x}{\Delta t}\Rightarrow ۰/۱=\frac{\Delta n_x}{۳}\Rightarrow \Delta n_x=۰/۳mol$$

پس مول تولیدی x در ۳ دقیقه‌ی اول برابر ۰/۳ است و چون سرعت متوسط تولید این ماده از دقیقه‌ی ۳ تا ۵ یعنی طی ۲ دقیقه برابر $۰/۰۵mol\cdot \min^{-1}$ است داریم:

$$\overline{R}_x=\frac{\Delta n_x}{\Delta t}\Rightarrow ۰/۰۵=\frac{\Delta n_x}{۲}\Rightarrow \Delta n_x=۰/۱mol$$

پس تعداد مول تولیدی x در ۲ دقیقه‌ی بعدی برابر ۰/۱ مول است. حالا متوجه می‌شویم که در ۵ دقیقه‌ی اول مقدار $۰/۱+۰/۳=۰/۴mol$ از ماده‌ی x تولید شده است. پس خواهیم داشت:

$$\overline{R}_x=\frac{\Delta n}{\Delta t}=\frac{۰/۴mol}{۵\,\min}=۰/۰۸mol\cdot \min^{-۱}$$

سخت

۱۰۲ ۱ **۲** ۳ ۴

$$\frac{\Delta[C]}{\Delta t}=\overline{R}_C=۴\times ۱۰^{-۳}mol\cdot L^{-۱}\cdot s^{-۱}$$

$$\text{میزان کاهش مول گاز}=۲/۸-۲/۳=۰/۵mol$$

باتوجه به معادله‌ی واکنش $(A+۳B\rightarrow ۲C)$، هنگامی که واکنش انجام می‌شود، شمار مول‌های گاز از ۴ مول در واکنش‌دهنده‌ها، به ۲ مول در فراورده می‌رسد، بنابراین به ازای هر دو مول کاهش تعداد مول گاز، دو مول C تولید می‌شود. از آن‌جا که ما ۰/۵ مول کاهش شمار مول گاز در ظرف داریم، بنابراین در بازه‌ی زمانی داده شده، ۰/۵ مول C هم تولید می‌شود.

$$\overline{R}_C=۴\times ۱۰^{-۳}=\frac{۰/۵}{۵۰\times V}\Rightarrow V=۲/۵L$$

متوسط

۱۰۳ ۱ ۲ **۳** ۴ مورد ب نادرست. زیرا میانگین تندی و میانگین انرژی جنبشی مولکول‌ها به دما وابسته است که در هر دو ظرف برابر است.

مورد پ نادرست. چون مقدار ماده در دو ظرف یکسان نیست پس انرژی گرمایی دو ظرف برابر نیست.

مورد ت نادرست. چون تعداد ذرات ظرف B بیش‌تر است پس برای افزایش $۵^\circ C$ دما به گرمای بیش‌تری نیاز دارد.

متوسط

۱۰۴ **۱** ۲ ۳ ۴

$$\text{جرم کل محلول}=۲۰۰mol_{\text{محلول}}\times\frac{۱g\ \text{محلول}}{۱mol\ \text{محلول}}=۲۰۰g\ \text{محلول}$$

$$Q=m\cdot c\cdot \Delta\theta\rightarrow ۲۰۰\times ۴/۲\times(-۷)=-۵۸۸۰J=-۵/۸۸kJ$$

$$?mol\ A\,(aq)=۵/۸۸kJ\times\frac{۱mol\ A}{۳۲kJ}\simeq ۰/۱۸mol\ A(aq)$$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

سخت

۱۰۵ **۱** ۲ ۳ ۴ ابتدا به کمک قانون هس ΔH واکنش را به‌دست می‌آوریم:

واکنش «آ» را معکوس و در ۲ ضرب می‌کنیم:

$$۲H_3BO_3(s)+۶HCl(g)\rightarrow ۲BCl_3(g)+۶H_2O(l);\Delta H=۲۲۵kJ$$

واکنش «ب» را بدون تغییر می‌نویسیم:

$$B_۲H_۶(g) + ۶H_۲O(l) \rightarrow ۲H_۳BO_۳(s) + ۶H_۲(g); \Delta H = -۴۸۹kJ$$

واکنش «پ» را در ۱۲ ضرب می‌کنیم:

$$۶H_۲(g) + ۶Cl_۲(g) \rightarrow ۱۲HCl(g); \Delta H = -۱۱۰۴kJ$$

واکنش هدف:

$$B_۲H_۶(g) + ۶Cl_۲(g) \rightarrow ۲BCl_۳(g) + ۶HCl(g)$$
$$\Delta H = -(۲۲۵) + (-۴۸۹) + (-۱۱۰۴) = -۱۳۶۸kJ$$

مقدار انرژی آزاد شده به ازای مصرف ۵٫۶ لیتر گاز کلر:

$$?kJ = ۵٫۶LCl_۲ \times \frac{۱molCl_۲}{۲۲٫۴LCl_۲} \times \frac{-۱۳۶۸kJ}{۶molCl_۲} = -۵۷kJ$$

سخت

۱۰۶ ۱ ۲ ۳ ۴ طبق رابطه‌ی داده شده در مساله، $SiO_۲$ و C در نقش واکنش‌دهنده ولی CO و SiC در نقش فرآورده می‌باشند زیرا SiO و C دارای علامت منفی هستند و CO و SiC در حال افزایش است. پس گزینه‌های «۲» و «۳» رد می‌شوند. با توجه به اینکه ضریب موازنه هر ماده در مخرج کسر است همه‌ی کسرها را بر عدد ۶ تقسیم می‌کنیم:

$$-\frac{\bar{R}_{SiO_۲}}{۱} = -\frac{\bar{R}_C}{۳} = \frac{\bar{R}_{CO}}{۳} = \frac{\bar{R}_{SiC}}{۱} \Rightarrow SiO_۲ + ۳C \rightarrow ۳CO + SiC$$

متوسط

۱۰۷ ۱ ۲ ۳ ۴ بررسی موارد:

الف) نادرست. طعم و بوی رازیانه و گشنیز به‌طور عمده به‌ترتیب وابسته به وجود گروه‌های عاملی اتری و الکلی است.

ب) نادرست. با جایگزین کردن گروه $(-CH = CH\ CHO)$ به جای گروه عاملی بنزآلدهید ترکیبی به‌دست می‌آید که در دارچین یافت می‌شوند.

پ) نادرست. در واکنش مقابل، ۲ مول پیوند شکسته می‌شود، پس آنتالپی پیوند $A - B$ برابر ۲۵ کیلوژول بر مول خواهد بود:

$$۲AB(g) \rightarrow ۲A + ۲B \ \ \Delta H = ۵۰kj$$

ت) درست، شیمی‌دان‌ها به ترکیب‌هایی که فرمول مولکولی یکسان اما ساختار متفاوتی دارند، آلوتروپ می‌گویند.

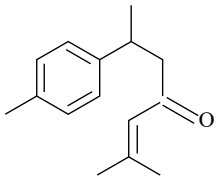
ث) نادرست. باتوجه به مقایسهٔ آنتالپی‌های پیوندهای داده شده، باید مقدار آنتالپی پیوند $C = C$ کمتر از ۶۹۶ کیلو ژول باشد. $(C = C) < ۲(C - C)$

سخت

۱۰۸ ۱ ۲ ۳ ۴ آ) نادرست، ترکیب (I) در میخک وجود دارد نه گشنیز.

ب) درست، در ترکیب (I) اکسیژن دارای دو جفت الکترون ناپیوندی است و در ترکیب (II) نیز اکسیژن درای دو جفت الکترون ناپیوندی است.

پ) درست؛ با توجه با ساختار زردچوبه می‌بینیم در ساختار (I) و زردچوبه گروه عاملی کربونیل $(-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-)$ وجود دارد.



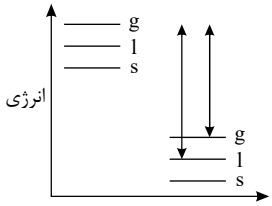
ساختار زردچوبه

ت) نادرست، ترکیب (II) در بادام وجود دارد.

سخت

۱۰۹ ۱ ۲ ۳ ۴ بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱) واکنش تشکیل آب از عناصر سازنده‌اش گرماده است، باتوجه به نمودار زیر اب مایع پایدارتر از بخار آب است، به همین دلیل گرمای حاصل از تشکیل یک مول آب مایع بیشتر است.



گزینهٔ ۳) فرایند انجام‌شده در یخچال صحرایی گرماگیر می‌باشد.

$$H_۲O(l) + ۴۴٫۱kJ \rightarrow H_۲O(g)$$

گزینهٔ ۴) در فرایندهای گرماگیر، هر چه سطح انرژی فراورده‌ها بالاتر و سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها پایین‌تر باشد، مقدار آنتالپی واکنش افزایش می‌یابد.

متوسط

۱۱۰ ۱ ۲ ۳ ۴ تنها مورد (پ) درست است.

بررسی موارد نادرست:

مورد (آ): این مقدار گرمای آزادشدهٔ ناشی از تفاوت انرژی گرمایی در مواد واکنش‌دهنده و فرآورده نیست. زیرا در دمای ثابت تفاوت چشمگیری میان انرژی گرمایی آن‌ها وجود ندارد.

مورد (ب): با انجام این واکنش شیمیایی و تغییر در شیوهٔ اتصال اتم‌ها به یکدیگر، تفاوت آشکاری در انرژی پتانسیل وابسته به آن‌ها ایجاد می‌شود.

مورد (ت): شیمی‌دان‌ها گرمای جذب یا آزادشده در هر واکنش شیمیایی را به‌طور عمده وابسته به تفاوت میان انرژی پتانسیل مواد واکنش‌دهنده و فرآورده می‌دانند.

متوسط

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

پاسخ‌نامه کلیدی

۱	۴	۴	۳	۴
۲	۲	۴	۳	۴
۳	۱	۴	۳	۴
۴	۲	۴	۳	۴
۵	۳	۴	۳	۴
۶	۱	۴	۳	۴
۷	۳	۴	۳	۴
۸	۳	۴	۳	۴
۹	۱	۴	۳	۴
۱۰	۱	۴	۳	۴
۱۱	۱	۴	۳	۴
۱۲	۲	۴	۳	۴
۱۳	۲	۴	۳	۴
۱۴	۲	۴	۳	۴
۱۵	۴	۴	۳	۴
۱۶	۱	۴	۳	۴
۱۷	۳	۴	۳	۴
۱۸	۱	۴	۳	۴
۱۹	۲	۴	۳	۴
۲۰	۱	۴	۳	۴
۲۱	۲	۴	۳	۴
۲۲	۱	۴	۳	۴
۲۳	۳	۴	۳	۴
۲۴	۳	۴	۳	۴
۲۵	۱	۴	۳	۴
۲۶	۴	۴	۳	۴
۲۷	۳	۴	۳	۴
۲۸	۲	۴	۳	۴

۲۹	۴	۴	۳	۴
۳۰	۲	۴	۳	۴
۳۱	۱	۴	۳	۴
۳۲	۴	۴	۳	۴
۳۳	۳	۴	۳	۴
۳۴	۲	۴	۳	۴
۳۵	۱	۴	۳	۴
۳۶	۳	۴	۳	۴
۳۷	۱	۴	۳	۴
۳۸	۴	۴	۳	۴
۳۹	۳	۴	۳	۴
۴۰	۲	۴	۳	۴
۴۱	۲	۴	۳	۴
۴۲	۳	۴	۳	۴
۴۳	۱	۴	۳	۴
۴۴	۳	۴	۳	۴
۴۵	۲	۴	۳	۴
۴۶	۲	۴	۳	۴
۴۷	۴	۴	۳	۴
۴۸	۲	۴	۳	۴
۴۹	۲	۴	۳	۴
۵۰	۲	۴	۳	۴
۵۱	۳	۴	۳	۴
۵۲	۳	۴	۳	۴
۵۳	۴	۴	۳	۴
۵۴	۳	۴	۳	۴
۵۵	۴	۴	۳	۴
۵۶	۱	۴	۳	۴

۵۷	۲	۴	۳	۴
۵۸	۲	۴	۳	۴
۵۹	۲	۴	۳	۴
۶۰	۴	۴	۳	۴
۶۱	۴	۴	۳	۴
۶۲	۲	۴	۳	۴
۶۳	۴	۴	۳	۴
۶۴	۳	۴	۳	۴
۶۵	۴	۴	۳	۴
۶۶	۲	۴	۳	۴
۶۷	۱	۴	۳	۴
۶۸	۱	۴	۳	۴
۶۹	۲	۴	۳	۴
۷۰	۲	۴	۳	۴
۷۱	۲	۴	۳	۴
۷۲	۴	۴	۳	۴
۷۳	۲	۴	۳	۴
۷۴	۲	۴	۳	۴
۷۵	۱	۴	۳	۴
۷۶	۳	۴	۳	۴
۷۷	۱	۴	۳	۴
۷۸	۲	۴	۳	۴
۷۹	۴	۴	۳	۴
۸۰	۲	۴	۳	۴
۸۱	۴	۴	۳	۴
۸۲	۴	۴	۳	۴
۸۳	۳	۴	۳	۴
۸۴	۱	۴	۳	۴

۸۵	۴	۴	۳	۴
۸۶	۲	۴	۳	۴
۸۷	۳	۴	۳	۴
۸۸	۲	۴	۳	۴
۸۹	۴	۴	۳	۴
۹۰	۴	۴	۳	۴
۹۱	۲	۴	۳	۴
۹۲	۳	۴	۳	۴
۹۳	۴	۴	۳	۴
۹۴	۱	۴	۳	۴
۹۵	۳	۴	۳	۴
۹۶	۴	۴	۳	۴
۹۷	۲	۴	۳	۴
۹۸	۲	۴	۳	۴
۹۹	۲	۴	۳	۴
۱۰۰	۲	۴	۳	۴
۱۰۱	۳	۴	۳	۴
۱۰۲	۲	۴	۳	۴
۱۰۳	۳	۴	۳	۴
۱۰۴	۱	۴	۳	۴
۱۰۵	۱	۴	۳	۴
۱۰۶	۱	۴	۳	۴
۱۰۷	۲	۴	۳	۴
۱۰۸	۲	۴	۳	۴
۱۰۹	۲	۴	۳	۴
۱۱۰	۲	۴	۳	۴

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial