نام و نام خانوادگی:

تعداد سوال: ۱۱۰

نام آزمون: ریاضی نظام جدید ۲۵ بهمن

زمان برگزاری: ۱۵۰ دقیقه

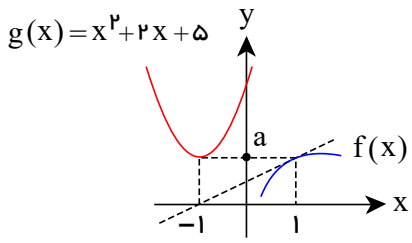
افشار

مرکز مشاوره تحصیلی دکتر
علیرضا افشار

۱ اگر برای تابع مشتق‌پذیر f داشته باشیم $\lim\limits_{x\to ۲}\frac{f(x)+۲}{x-۲}=\frac{۱}{۲}$، معادلهٔ خط مماس بر تابع $y=xf(\sqrt{x})$ در نقطهٔ $x=۴$ واقع بر آن کدام است؟

۱) $۲y+۳x+۴=۰$
۲) $۲y+۳x=۲۲$
۳) $۲y=۳x+۱۰$
۴) $۲y=۳x-۲۲$

۲ نمودار توابع f و g به صورت زیر هستند. مشتق تابع $\frac{g}{f}$ در $x=۱$ کدام است؟

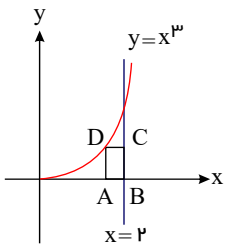


۱) ۰
۲) $\frac{۱}{۸}$
۳) $\frac{۱}{۴}$
۴) $\frac{۱}{۲}$

۳ اگر $\lim\limits_{h\to ۰}\frac{f(۲-h)-f(۲)}{h}=-\frac{۲}{۳}$ باشد مقدار $(f(\sqrt{x-۱}))'$ در نقطه $x=۵$ کدام است؟

۱) $\frac{-۱}{۶}$
۲) $\frac{-۱}{۳}$
۳) $\frac{۱}{۶}$
۴) $\frac{-۳}{۲}$

۴ با توجه به شکل مقابل اگر D روی $y=x\cdot|x|$ حرکت کند و مساحت مستطیل $ABCD$ را $f(x)$ بنامیم، حاصل $\lim\limits_{h\to ۰}\frac{f(۱+۲h)-f(۱)}{۳h}$ کدام است؟



۱) $\frac{۲}{۳}$
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۱}{۳}$
۴) $\frac{۳}{۲}$

۵ اگر $f(x)=\tan\frac{\pi x}{۴}$ باشد، حاصل $\lim\limits_{h\to ۰}\frac{f^۳(۱+h)-f^۳(۱)}{h}$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{۲}$
۲) $\frac{۳\pi}{۲}$
۳) $\frac{\pi}{۴}$
۴) $\frac{۳\pi}{۴}$

۶ مقدار مشتق تابع $y=\frac{۲\tan^۲x}{۱+\tan^۲x}$ به ازای $x=\frac{\pi}{۱۲}$ کدام است؟

۱) -۱
۲) ۱
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) $-\frac{۱}{۲}$

۷ خط به معادلهٔ $y=۲x-۵$ در نقطه‌ای به طول ۱ بر منحنی تابع $y=ax^۲+bx+۱$ مماس می‌باشد. a کدام است؟

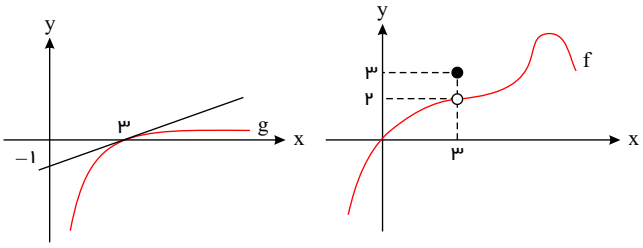
۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۶

۸ اگر $f(x)=\sin^۲(f'(x))$ و $f'(۰)=\frac{\pi}{۴}$ باشد، مقدار $f''(۰)$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{۲}$
۲) $\frac{\pi}{۴}$
۳) π
۴) $\frac{\pi\sqrt{۲}}{۸}$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۹ نمودار تابع f و g به‌صورت زیر است. مقدار مشتق تابع $f \cdot g$ در $x = ۳$ کدام است؟



۱) ۱
۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) $\frac{۴}{۳}$
۴) صفر

۱۰ تابع با ضابطهٔ $f(x) = \frac{۴x - ۵}{x + ۱}$ و دامنهٔ $[۰, ۸]$، خط مماس بر نمودار آن موازی پاره‌خطی است که ابتدا و انتهای منحنی را به هم وصل کند. این خط مماس، محور yها را با کدام عرض، قطع می‌کند؟

۱) -۲
۲) $-۱/۵$
۳) -۱
۴) $-۰/۵$

۱۱ به ازای کدام مقدار b دو دایره به معادلات $x^۲ + y^۲ + ۲x - ۲y = ۰$ و $x^۲ + y^۲ - ۴y + b = ۰$ مماس داخل‌اند؟

۱) -۵
۲) -۴
۳) -۳
۴) -۲

۱۲ معادله‌ی دایره‌ای که در ناحیه دوم بر محورهای مختصات مماس است و خط $۲x + ۳y - ۳ = ۰$ بر آن عمود است. کدام است؟

۱) $x^۲ + y^۲ - ۶x + ۶y + ۱۸ = ۰$
۲) $x^۲ + y^۲ - ۶x + ۶y + ۹ = ۰$
۳) $x^۲ + y^۲ + ۶x - ۶y + ۹ = ۰$
۴) $x^۲ + y^۲ + ۶x - ۶y - ۱۸ = ۰$

۱۳ مساحت ذوزنقه‌ای که توسط دو وتر به معادلات $۳y + ۴x = -۱۳$ و $y = -\frac{۴}{۳}x + \frac{۲}{۳}$ در دایره $(x + ۱)^۲ + (y - ۲)^۲ = ۲۵$ ایجاد می‌شود، کدام است؟

۱) ۲۰
۲) ۲۵
۳) ۱۹
۴) ۲۷

۱۴ به ازای کدام مقدار b، دو دایره به معادلات $x^۲ + y^۲ + ۴\sqrt{۶}y + b = ۰$ و $x^۲ + y^۲ - ۲x = ۳$ مماس خارج‌اند؟

۱) ۸
۲) ۱۳
۳) ۱۵
۴) ۲۰

۱۵ اگر خط $y = ax + b$ بر دو دایره $(x - ۲)^۲ + (y + ۱)^۲ = ۱$ و $(x + ۴)^۲ + (y + ۳)^۲ = ۴$ عمود باشد $۲a + ۲b$ کدام است؟

۱) ۱۸
۲) ۱۴
۳) ۱۶
۴) ۱۲

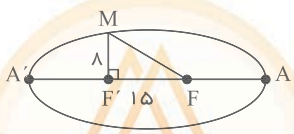
۱۶ فاصله نقطه $A(x, y)$ از نقطه $B(۱, ۲)$ ثلث فاصله آن از نقطه $C(-۳, ۶)$ است. اندازه بزرگ‌ترین وتر از مکان نقاط A کدام است؟

۱) ۳
۲) $۳\sqrt{۲}$
۳) ۹
۴) $۹\sqrt{۲}$

۱۷ بر دایره $x^۲ + y^۲ - ۲x + ۲y - ۳ = ۰$ از نقطه $A(۰, ۲)$ مماسی رسم شده است. اگر معادله خط مماس با شیب منفی به صورت $ax + by + c = ۰$ باشد آنگاه حاصل $a - ۲b - ۳c$ کدام است؟

۱) -۲
۲) ۹
۳) ۲
۴) -۹

۱۸ در شکل مقابل نسبت طول قطر بزرگ به قطر کوچک بیضی کدام است؟



۱) ۱/۲۵
۲) ۱/۵
۳) ۱/۷۵
۴) ۲

۱۹ مختصات کانون‌های یک بیضی $F(۵, ۴)$ و $F'(۵, -۴)$ و طول قطر کوچک آن ۴ می‌باشد. اندازهٔ کوتاه‌ترین وتر کانونی آن کدام است؟

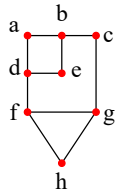
۱) $\sqrt{۵}$
۲) $۲\sqrt{۵}$
۳) $\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$
۴) $\frac{۴\sqrt{۵}}{۵}$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۲۰ در یک بیضی اندازهٔ قطرها $2\sqrt{5}$ و ۴ می‌باشد. خط عمود بر قطر بزرگ در کانون F بیضی را در M قطع می‌کند. از دو کانون F و F' به ترتیب عمودهای FE و $F'N$ را بر خط مماس بر بیضی در M، رسم می‌کنیم. حاصل $\frac{ME}{MN}$ کدام است؟

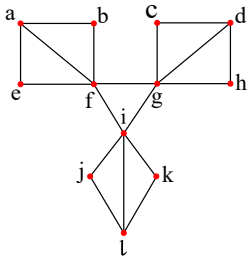
۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۲}{۵}$

۲۱ کدام مجموعه رأس‌های زیر یک مجموعه احاطه‌گر برای گراف مقابل است؟



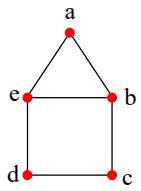
۱) $\{a, e, g, f\}$ ۲) $\{a, c, g, f\}$
۳) $\{a, f, g, h\}$ ۴) $\{a, b, c, d, e\}$

۲۲ در گراف زیر $\gamma(G)$ کدام است؟



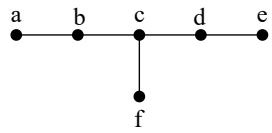
۱) ۲ ۲) ۳
۳) ۴ ۴) ۵

۲۳ گراف مقابل چند مجموعه احاطه‌گر مینیمم دارد؟



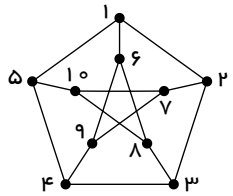
۱) ۶ ۲) ۷
۳) ۸ ۴) ۹

۲۴ گراف G در شکل مقابل، چند $\gamma-$ مجموعه دارد؟



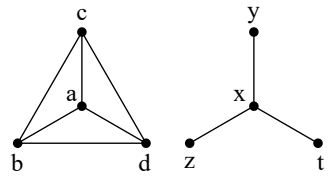
۱) ۱ ۲) ۲
۳) ۴ ۴) ۸

۲۵ کدام مجموعهٔ رئوس برای گراف مقابل، یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال است؟



۱) $\{۲,۵,۶,۸\}$ ۲) $\{۵,۱۰,۷,۲\}$
۳) $\{۲,۵,۸,۹\}$ ۴) $\{۲,۶,۹,۱۰\}$

۲۶ گراف مقابل چند مجموعهٔ احاطه‌گر دارد؟



۱) ۲۵۶ ۲) ۱۲۸
۳) ۱۵۴ ۴) ۱۳۵

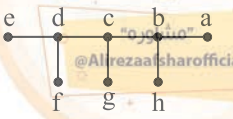
۲۷ گراف شکل روبه‌رو چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال دارد؟

۱) ۲ ۲) ۳
۳) ۴ ۴) ۱

۲۸ گراف $P_۸$ چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲
۳) ۳ ۴) ۴

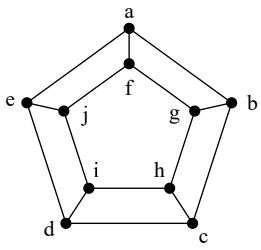
۲۹ گراف مقابل چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال ۴عضوی دارد؟



۱) ۳ ۲) ۴
۳) ۵ ۴) ۶

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۳۰) گراف G مطابق شکل مقابل مفروض است. این گراف چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم شامل رأس a دارد؟



۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳۱) در معادلهٔ درجهٔ دوم $x^۲ + ۲x - ۴ = ۰$ حاصل $x_۱^۳ - ۲x_۲^۲ + ۴x_۲$ کدام است ($x_۱$ و $x_۲$ ریشه‌های معادله درجه دوم هستند)

۱) -۱۶ ۲) ۰ ۳) ۱۶ ۴) -۳۲

۳۲) اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $۴x^۲ - ۱۲x + ۱ = ۰$ باشند، مقدار $\frac{۱}{\sqrt{\alpha}} + \frac{۱}{\sqrt{\beta}}$ چه‌قدر است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

۳۳) چند عدد صحیح در مجموعهٔ جواب نامعادلهٔ $\frac{۳-x}{x-۲} \le \frac{۲}{x-۴}$ وجود دارد؟

۱) ۷ ۲) ۵ ۳) ۱ ۴) ۲

۳۴) اگر مجموعهٔ جواب نامعادلهٔ $|ax+b| > ۵$ به‌صورت $R - [-۳, ۲]$ باشد، $a+b$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۳۵) مجموعهٔ مقادیر m کدام یک از گزینه‌های زیر باشد تا نمودار $y = (m+۱)x^۲ - (۳m-۱)x + m$ همواره از ناحیهٔ سوم نگذرد؟

۱) $m > -۱$ ۲) $-۱ < m < ۱ + \frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$ ۳) $m > ۱ - \frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$ ۴) $۰ \le m < \frac{۱}{۳}$

۳۶) به ازای چه مقادیری از k، عبارت درجهٔ دوم $A = kx^۲ + ۴x + ۳$ همواره مثبت و عبارت $B = -۳x^۲ - kx - k$ همواره منفی است؟

۱) $(۰, ۱۲)$ ۲) $(\frac{۴}{۳}, ۱۲)$ ۳) $(\frac{۴}{۳}, +\infty)$ ۴) $\varnothing$

۳۷) اگر جدول تعیین علامت عبارت $A = ۲x^۳ - ax^۲ + b$ به شکل زیر باشد، $a+b$ کدام است؟

x		-۲		۱	
A	-		-		+

۱) ۱۰ ۲) ۱۴ ۳) -۱۰ ۴) -۱۴

۳۸) به‌ازای کدام مجموعهٔ مقادیر b، رأس سهمی به معادلهٔ $y = \frac{۳}{۴}x^۲ + bx + ۱$ در ناحیهٔ اول و بالای نیمساز این ناحیه قرار می‌گیرد؟

۱) $(۰, ۱)$ ۲) $(-\sqrt{۳}, \sqrt{۳})$ ۳) $(-۱, ۱)$ ۴) $(-۱, ۰)$

۳۹) اگر جدول تعیین علامت تابع $f(x) = \frac{(۲-x)^۳}{(۱-a)x^۲ - (a+b)x + ۸}$ به‌صورت زیر باشد، حاصل $۲a+b$ کدام است؟

x		α		
$f(x)$	+	ت.ن	+	

۱) ۰ ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) ۵

۴۰) حدود a کدام باشد تا دو مجموعهٔ $A = \{x | x \in \mathbb{R}, -۲ < ۱ - x < ۳\}$ و $B = \{x | \ |ax+۲| < ۱\}$ هیچ نقطهٔ مشترکی نداشته باشند؟

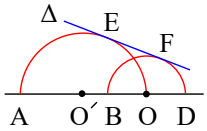
۱) $[-۱, \frac{۱}{۲}] - \{۰\}$ ۲) $[-\frac{۱}{۳}, \frac{۱}{۲}] - \{۰\}$ ۳) $(-۱, \frac{۱}{۳}) - \{۰\}$ ۴) $(۰, \frac{۱}{۲})$

۴۱) دو دایره مماس داخلی با نسبت شعاع‌های $\frac{۱}{۲}$ می‌باشد. از مرکز دایره کوچکتر بر خط المرکزین آنها عمودی رسم شده و در یک طرف دو دایره را در A و B قطع کرده است. اگر $AB = ۳ - \sqrt{۳}$ باشد شعاع دایره بزرگتر کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۳}$ ۲) $۳\sqrt{۳}$ ۳) $۴\sqrt{۳}$ ۴) $\sqrt{۶}$

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۴۲ در شکل زیر، خط Δ در نقاط E و F بر دو نیم دایره مماس است. اگر O و O'، مراکز دو نیم دایره و $AB = BD = ۴$ باشد، طول EF کدام است؟



۱) $\sqrt{۵}$ ۲) $\sqrt{۶}$ ۳) ۲ ۴) $۲\sqrt{۲}$

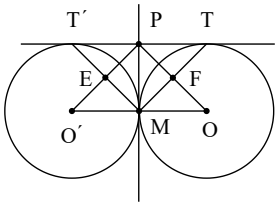
۴۳ با رسم ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین محیط بر دایره‌ای، دو چهارضلعی محاطی و محیطی بوجود می‌آید. نسبت مساحت آنها کدام است؟

۱) $R\cdot\frac{۴\sqrt{ab}}{(a+b)^۲}$ ۲) $R\cdot\frac{\sqrt{ab}}{a+b}$ ۳) $R\cdot\frac{\sqrt{ab}}{(a+b)^۲}$ ۴) $R\cdot\frac{۲\sqrt{ab}}{(a+b)}$

۴۴ در مثال قبل باتوجه به شکل طول PM کدام است؟

۱) $۲\frac{\sqrt{ab}}{b-a}\cdot R$ ۲) $R\cdot\frac{\sqrt{ab}}{۲(a+b)}$ ۳) $R\cdot\sqrt{\frac{b-a}{b+a}}$ ۴) $R\cdot\frac{۴\sqrt{ab}}{b+a}$

۴۵ مطابق شکل سوال قبل مماس‌های مشترک دو دایره را رسم می‌کنیم. چهار ضلعی $PEMF$ کدام است؟



۱) مربع ۲) لوزی
۳) مستطیل ۴) متوازی‌الاضلاع

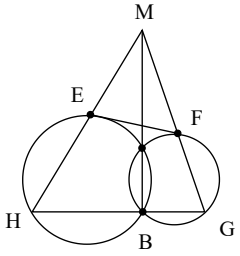
۴۶ در دو دایره با شعاع‌های ۳ و ۵ واحد فاصله‌ی مرکزها ۴ واحد است. وتر مشترک این دو دایره مماس مشترک را M قطع می‌کند. فاصله‌ی M از مرکز دایره‌ی کوچک‌تر کدام است؟

۱) $۳\sqrt{۲}$ ۲) $\sqrt{۱۴}$ ۳) $\sqrt{۱۲}$ ۴) $۳\sqrt{۳}$

۴۷ در نیم‌دایره‌ای به قطر $AB = ۵$ وتر $CD = ۳$ موازی AB است.طول قطر $ABCD$ کدام است؟

۱) $۴\sqrt{۵}$ ۲) $\sqrt{۵}$ ۳) $۲\sqrt{۵}$ ۴) $۳\sqrt{۵}$

۴۸ دو دایره در نقاط A و B متقاطع‌اند، M نقطه‌ای بر امتداد AB است. اگر دو قاطع دلخواه MH و MG را رسم کنیم، اگر $H = ۴۰^\circ$ باشد، $E\hat{F}G$ کدامست ؟

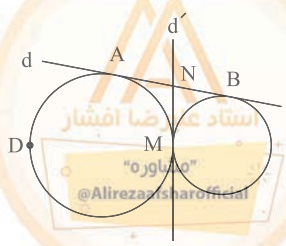


۱) ۱۲۰°
۲) ۱۴۰°
۳) ۱۳۰°
۴) ۱۵۰°

۴۹ در مثلث ABC با اضلاع $AB = ۵$ و $AC = ۷$ و $BC = ۸$ واحد، نیمساز داخلی زاویهٔ A، نیمسازهای زاویهٔ داخلی و خارجی B را در O و O' قطع می‌کند. اندازهٔ تصویر قائم OO'، بر روی BC کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱٫۵ ۳) ۲ ۴) ۲٫۵

۵۰ در شکل زیر، دو دایره در نقطهٔ M بر هم مماس‌اند وخطوط d و d' به ترتیب مماس مشترک خارجی و داخلی دو دایره هستند. اگر $\overset{\frown}{ADM} = ۲۹۰^\circ$ باشد، اندازهٔ زاویهٔ ABM کدام است؟



۱) ۲۰° ۲) ۳۵°
۳) ۵۵° ۴) ۷۰°

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۵۱ در ۸۰ داده‌ی آماری دسته‌بندی شده، فراوانی نسبی دسته‌ی اول ۰٫۱۱۲۵ می‌باشد اگر ۱۰ داده‌ی دیگر بزرگتر از میانه به آنها افزوده شود، فراوانی نسبی جدید در دسته‌ی اول کدام است؟

۱) ۰٫۱ ۲) ۰٫۱۰۲ ۳) ۰٫۱۰۵ ۴) ۰٫۱۱

۵۲ داده‌های آماری $۱۳, ۱۲, ۲۱, ۱۷, ۱۲, ۱۱, ۱۰, ۹, ۱۷, ۱۶, ۲۰, ۷, ۱۸$ را با نمودار جعبه‌ای نشان می‌دهیم. واریانس داده‌های داخل جعبه تقریباً کدام است؟

۱) ۴٫۵۹ ۲) ۴٫۹۵ ۳) ۵٫۲۴ ۴) ۵٫۷۱

۵۳ هشت داده‌ی آماری با میانگین ۱۱ و انحراف معیار $\sqrt{۱۰}$ داریم. اگر یک داده‌ی جدید با مقدار ۲ به آن‌ها اضافه شود واریانس کل ۹ داده‌ی حاصل تقریباً کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲٫۲ ۳) ۱۴٫۷ ۴) ۱۶٫۹

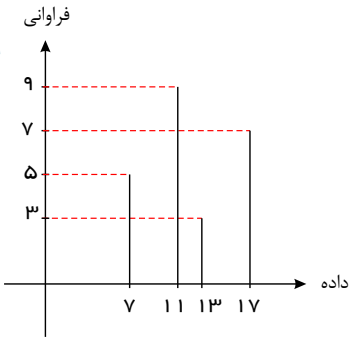
۵۴ در یک جدول فراوانی، نشان دستهٔ دستهٔ اول ۹ و کران پایین دستهٔ چهارم ۱۶٫۵ است. نشان دستهٔ، دستهٔ سوم کدام است؟

۱) ۱۶٫۵ ۲) ۱۵٫۵ ۳) ۱۵ ۴) ۱۲

۵۵ اگر واریانس و میانگین داده‌های $x_۱, x_۲, \ldots, x_n$ به‌ترتیب ۴ و ۶ باشد، ضریب تغییرات داده‌های $-۲x_۱ + ۲, -۲x_۲ + ۲, \ldots, -۲x_n + ۲$ را بدست آورید.

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) ۱٫۲ ۳) $-۱٫۲$ ۴) $-\frac{۲}{۳}$

۵۶ با توجه به نمودار زیر، تفاضل، میانگین و میانه داده‌ها را به ترتیب بدست آورید.



۱) ۱
۲) ۱٫۱
۳) ۱٫۴
۴) ۱٫۳

۵۷ در داده‌های آماری زیر میانگین را بدست آورید.

مرکز دسته	۶	۱۱	۱۶	۲۱
درصد فراوانی نسبی	۲۰	۳۵	۳۲	۱۳

۱) ۱۱٫۳ ۲) ۱۶٫۲ ۳) ۱۷٫۳ ۴) ۱۲٫۹

۵۸ ضریب تغییرات داده‌های $۲, ۲, ۲, ۲, ۵, ۵$ چند برابر ضریب تغییرات داده‌های $۲, ۲, ۵, ۵, ۵, ۵$ است؟

۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۵۹ شش دادهٔ آماری با میانگین ۴ مفروض است. با افزودن دو دادهٔ ۴ و ۴، مجموعه‌ای متشکل از هشت داده حاصل می‌شود. ضریب تغییرات گروه جدید چند برابر ضریب تغییرات داده‌های اولیه است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{\sqrt{۵}}{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۶۰ اگر میانگین و مد در داده‌های ۵۰، ۴۵، ۱۵، ۶۰، x و ۵۵ با هم برابر باشند، میانهٔ داده‌ها کدام است؟

۱) ۴۷٫۵ ۲) ۵۰ ۳) ۵۲٫۵ ۴) ۵۵

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۶۱ نوسانگری در $t_1 = 1s$ در انتهای سمت چپ و در $t_2 = 7s$ در انتهای سمت راست است کدام گزینه می تواند دورهٔ آن باشد؟

۱) $T = 4$
۲) $T = 2/4$
۳) $T = 8$
۴) گزینه های ۱ و ۲ می تواند درست باشد.

۶۲ به دو فنر مشابه و افقی، جرم‌های m و $4m$ را متصل می‌کنیم و آن‌ها را با دامنه‌های یکسان A به نوسان وامی‌داریم. به‌ترتیب از راست به چپ انرژی جنبشی بیشینه و سرعت بیشینهٔ نوسانگر با جرم $4m$ چند برابر نوسانگر با جرم m است؟

۱) ۱ و ۲
۲) ۴ و ۲
۳) $\frac{1}{2}$ و ۱
۴) $\frac{1}{2}$ و ۴

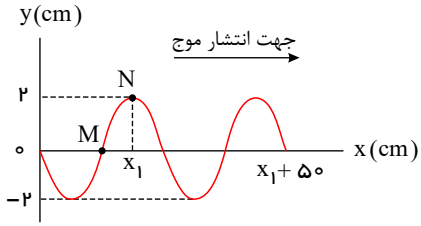
۶۳ اگر یک تپ موج طنابی به طول ۲ متر را که با نیروی ۵نیوتون کشیده می‌شود در یک ثانیه بپیماید، طنابی به طول ۱۰ متر با جرم مساوی را که با نیروی ۲۵ نیوتون کشیده می‌شود در چند ثانیه می‌پیماید؟

۱) $5s$
۲) $10s$
۳) $15s$
۴) $20s$

۶۴ اگر یک تپ طنابی به طول L و جرم m را که با نیروی F کشیده می‌شود، در عرض $2s$ طی می‌کند، این تپ طنابی به طول $2L$ و جرم $8m$ را که با نیروی $9F$ کشیده می‌شود طی چه زمانی می‌پیماید؟

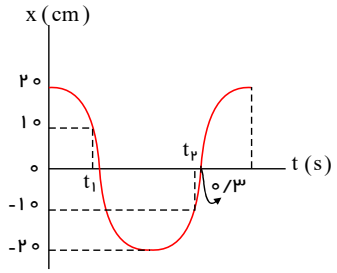
۱) $\frac{1}{3}s$
۲) $\frac{2}{3}s$
۳) $\frac{4}{3}s$
۴) $\frac{8}{3}s$

۶۵ نقش یک موج عرضی درطناب، در لحظه‌ی $t = 0$ مطابق شکل زیراست. اگر $\frac{1}{400}s$ طول بکشد تا نقطهٔ M به وضعیت نقطهٔ N در لحظهٔ $t = 0$ برسد، سرعت انتشار موج و سرعت ذرهٔ M پس از $\frac{1}{400}s$ از لحظهٔ $t = 0$ چند متر بر ثانیه است؟ (با تغییر)



۱) ۴۰، صفر
۲) ۱۲۰، صفر
۳) ۴۰، 12π
۴) ۱۲۰، 4π

۶۶ شکل زیر نمودار مکان–زمان نوسانگری را که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، نشان می‌دهد. تندی متوسط نوسانگر در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 چند متر بر ثانیه است؟

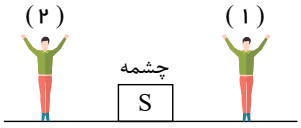


۱) ۲۰
۲) ۲
۳) ۴۰
۴) ۴

۶۷ شکل زیر یک موج سینوسی را در لحظه‌ای از زمان نشان می‌دهد. اگر انرژی پتانسیل ذرهٔ a، در این لحظه در حال کاهش باشد، نوع حرکت ذره های b و c به ترتیب از راست به چپ در این لحظه کدام است؟

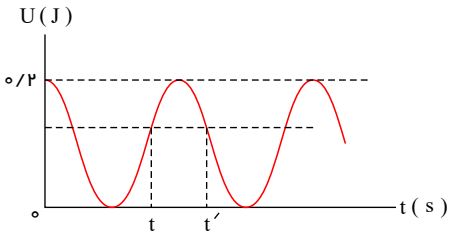
۱) تندشونده، تندشونده
۲) تندشونده، کندشونده
۳) کندشونده، تندشونده
۴) کندشونده، کندشونده

۶۸ مطابق شکل زیر دو ناظر ساکن (۱) و (۲) در فاصلهٔ مشخصی از یک چشمهٔ صوتی در حال سکون قرار دارند. با حرکت چشمهٔ صوتی به سمت ناظر (۲) به ترتیب بسامد دریافتی توسط ناظر (۱) و طول موج دریافتی توسط ناظر (۲) چه تغییری می‌کند؟



۱) کاهش می‌یابد – کاهش می‌یابد
۲) کاهش می‌یابد – افزایش می‌یابد
۳) افزایش می‌یابد – کاهش می‌یابد
۴) افزایش می‌یابد – افزایش می‌یابد

۶۹ نمودار انرژی پتانسیل کشسانی برحسب زمان نوسانگری که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، مطابق شکل زیر است. اگر طول پاره‌خط نوسان، ۲۰ سانتی‌متر و جرم نوسانگر ۲۵۰ گرم و اگر $t' - t = \frac{۱}{۱۲}s$ باشد، t' چند ثانیه بوده و نیروی وارد بر نوسانگر در این لحظه چند نیوتن است؟ $(\pi^۲ \simeq ۱۰)$

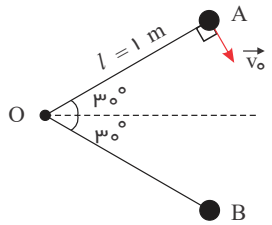


۱) $۲N$ و $\frac{۵}{۲۴}s$
۲) $۲\sqrt{۳}N$ و $\frac{۷}{۲۴}s$
۳) $۲\sqrt{۳}N$ و $\frac{۵}{۲۴}s$
۴) $۲N$ و $\frac{۷}{۲۴}s$

۷۰ ضریب انبساط طولی میلهٔ آونگ ساده‌ای $(\frac{۱}{^\circ C})$ ۲۱×۱۰^{-۴} و بسامد زاویه‌ای گلولهٔ آونگ $۴\pi(rad/s)$ است. این آونگ را به مکانی در پیرامون سیارهٔ دیگری می‌بریم به‌گونه‌ای که وزن گلولهٔ آونگ نسبت به مکان اول، ۷۵ درصد کاهش می‌یابد. اگر دمای میلهٔ آونگ در حالت دوم نسبت به مکان اول، $۱۰۰^\circ C$ افزایش داشته باشد، فرکانس نوسانات گلولهٔ آونگ چند هرتز و چگونه تغییر نموده است؟

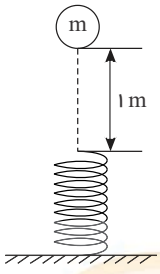
۱) $\frac{۱۲}{۱۱}$، افزایش
۲) $\frac{۲}{۱۱}$، افزایش
۳) $\frac{۱۲}{۱۱}$، کاهش
۴) $\frac{۲}{۱۱}$، کاهش

۷۱ در شکل زیر، میله‌ی سبکی با جرم ناچیز از یک سمت به نقطه‌ی ثابت O لولا شده است و در سمت دیگر آن گلوله‌ای قرار دارد. اگر میله از وضعیت OA با تندی $v_۰ = ۲\frac{m}{s}$ پرتاب شود، تندی گلوله در نقطه‌ی B چند متر بر ثانیه می‌شود؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$ و از کلیه اصطکاک‌ها صرف‌نظر کنید.)



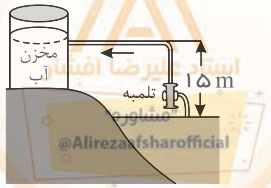
۱) $۲\sqrt{۶}$
۲) ۵
۳) ۴
۴) $۴\sqrt{۳}$

۷۲ مطابق شکل زیر، گلوله‌ای به جرم m از ارتفاع ۱ متری سطح آزاد فنری قائم، از حال سکون رها شده و بعد از برخورد به فنر، حداکثر آن را $۲۰cm$ می‌فشارد. اگر طی این عمل حداکثر انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر، ۳۶ ژول باشد، m چند کیلوگرم است؟ (از جرم فنر و نیروی مقاوم هوا در مقابل حرکت گلوله صرف‌نظر و $g = ۱۰\frac{N}{kg}$ فرض شود.)



۱) ۱٫۵
۲) ۱٫۸
۳) ۳
۴) ۳٫۶

۷۳ تلمبه‌ای با توان ورودی $۱۵kW$ در هر ثانیه ۷۰ لیتر آب دریاچه‌ای به چگالی $۱۰^۳\frac{kg}{m^۳}$ را مطابق شکل زیر با تندی ثابت تا ارتفاع ۱۵ متری به داخل مخزنی می‌فرستد. بازده تلمبه چند درصد است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$



۱) ۱۵
۲) ۵۰
۳) ۷۰
۴) ۷۵

@Alirezaafsharofficial

۷۴ فلزی با چگالی $۸\frac{g}{cm^۳}$ را به آرامی و به طور کامل در ظرف پر از مایعی با چگالی $۲\frac{g}{cm^۳}$ فرو می‌بریم و مقدار ۲۰۰ گرم از مایع درون ظرف بیرون می‌ریزد. جرم فلز چند گرم است؟

۱) ۸۰۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۵۰۰۰ ۴) ۱۰۰۰

۷۵ در شرایط خلأ، گلوله‌ای به جرم $۵۰۰g$ بدون تندی اولیه از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌شود. اگر انرژی جنبشی گلوله در فاصله‌ی $\frac{h}{۵}$ از سطح زمین برابر با $۲۰۰J$ باشد، ارتفاع h چند متر بوده است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۲۵ ۲) ۴۰ ۳) ۵۰ ۴) ۶۶٫۶

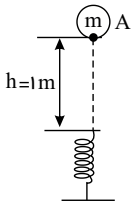
۷۶ مساحت کرهٔ زمین برحسب مگامتر مربع تقریبا چقدر است؟ (شعاع زمین $\simeq ۶۴۰۰km$ و $\pi \simeq ۳$)

۱) $۴٫۹ \times ۱۰^۸$ ۲) $۴٫۹ \times ۱۰^۲$ ۳) $۵٫۱ \times ۱۰^۸$ ۴) $۵٫۱ \times ۱۰^۲$

۷۷ اگر تندی جسمی به جرم معین و ثابت را ۵۰ درصد افزایش دهیم، انرژی جنبشی آن ۱۲۵ ژول افزایش می‌یابد. انرژی جنبشی اولیهٔ جسم چند ژول بوده است؟

۱) ۲۰۰ ۲) ۱۵۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۲۵۰

۷۸ مطابق شکل زیر، گلوله‌ای به جرم $۳kg$ از نقطهٔ A و از حال سکون رها شده و بعد از برخورد به فنری با جرم ناچیز، حداکثر آن را $۲۰cm$ فشرده می‌کند تا گلوله به نقطهٔ B برسد. در جابه‌جایی گلوله از نقطهٔ A تا B، اگر کار نیروی مقاومت هوا روی گلوله در این حالت برابر با $-۶J$ باشد، کار نیروی کشسانی فنر روی گلوله چند ژول است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$



۱) -۳۰ ۲) -۲۴
۳) -۳۶ ۴) -۴۲

۷۹ سرعت جسمی ۰٫۷۲ کیلومتر بر دقیقه گزارش شده است. سرعت آن در SI کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۷۲۰ ۳) ۴۳٫۲ ۴) ۱۲۰

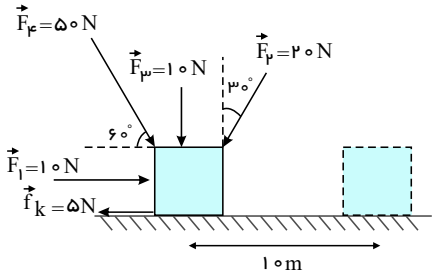
۸۰ هر هکتار معادل یک هکتومتر مربع است. هر هکتار چند میلی‌متر مربع می‌باشد؟

۱) $۱۰^{-۲}$ ۲) $۱۰^{+۲}$ ۳) $۱۰^{۱۰}$ ۴) $۱۰^{-۱۰}$

۸۱ $۵٫۸ \times ۱۰^۴ \mu m^۲$ چند $cm^۲$ است؟

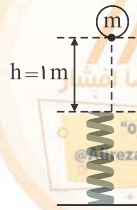
۱) ۵٫۸ ۲) $۵٫۸ \times ۱۰^{-۴}$ ۳) $۵٫۸ \times ۱۰^۸$ ۴) $۵٫۸ \times ۱۰^{۱۲}$

۸۲ مطابق شکل زیر، کار کل انجام شده روی جسم بعد از ۱۰ متر جابه‌جایی چند ژول است؟



۱) $۵۰(۱۰\sqrt{۳}+۱)$
۲) $۱۰۰(۳-\sqrt{۳})$
۳) ۲۰۰
۴) ۳۰۰

۸۳ مطابق شکل زیر، گلوله‌ای به جرم $۳kg$ از نقطهٔ A و از حال سکون رها شده و بعد از برخورد به فنری به جرم ناچیز، حداکثر آن را $۲۰cm$ می‌فشارد. اگر اندازهٔ کار نیروی مقاومت هوا در این حرکت برابر با $۶J$ باشد، کار نیروی کشسانی فنر چند ژول است؟ $(g = ۱۰\ N/kg)$



۱) -۳۰ ۲) -۲۴
۳) -۳۶ ۴) -۴۲

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@alirezaafsharofficial

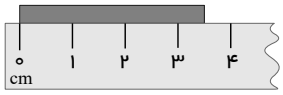
۸۴ یک آزمایشگر ۱۰۰ گرم از ماده‌ای به چگالی $10g/cm^3$ را با ۵۰ گرم از ماده‌ای به چگالی $5g/cm^3$ ترکیب نموده و یک آلیاژ با چگالی $8g/cm^3$ ایجاد می‌کند. اگر تغییر جرمی در این فرایند صورت نگرفته باشد، حجم مورد استفاده در ساخت آلیاژ چگونه تغییر کرده است؟

۱) $0/5cm^3$ افزایش یافته است. ۲) $1/25cm^3$ افزایش یافته است. ۳) $0/5cm^3$ کاهش یافته است. ۴) $1/25cm^3$ کاهش یافته است.

۸۵ مقدار $0/00007010Tg$ برابر کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟

۱) $7/01\times10^{13}\mu g$ ۲) $7/01\times10^{10}mg$ ۳) $7/01\times10^{16}ng$ ۴) $7/01\times10^{18}pg$

۸۶ مطابق شکل به کمک یک خط‌کش طول جسمی اندازه‌گیری می‌شود. تعداد ارقام با معنای عدد گزارش شده و خطای اندازه‌گیری به ترتیب از راست به چپ مطابق با کدام گزینه است؟



۱) ۲ و $\pm0/5cm$ ۲) ۱ و $\pm0/5cm$
۳) ۲ و $\pm1cm$ ۴) ۱ و $\pm1cm$

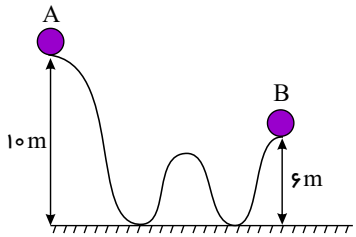
۸۷ اگر هر انسانی به طور متوسط روزی ۵ لیتر آب بنوشد، مرتبه بزرگی حجم آبی که هر انسان در طول عمر خود مصرف می‌نماید، برابر با چند لیتر است؟

۱) 10^4 ۲) 10^5 ۳) 10^6 ۴) 10^7

۸۸ توپ بسکتبالی به جرم $4kg$ با سرعت $10m/s$ به دیواری برخورد می‌نماید. اگر در اثر این برخورد ۳۸ ژول از انرژی توپ کاسته شود، سرعت توپ پس از برخورد با دیوار چقدر خواهد شد؟

۱) $9m/s$ ۲) $9/5m/s$ ۳) $81m/s$ ۴) $10m/s$

۸۹ در شکل مقابل، جسمی به جرم $4kg$ از نقطهٔ A رها می‌شود. کار نیروی وزن در این جابه‌جایی چند ژول است؟ ($g\simeq10m/s^2$)



۱) ۱۶۰
۲) -160
۳) ۴۰۰
۴) -240

۹۰ توپی به جرم $2/5kg$ را در شرایط خلاء با سرعت اولیهٔ $10m/s$ در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌نماییم. سرعت توپ در نیمهٔ راه هنگامی که به سمت پایین برمی‌گردد، چند متر بر ثانیه است؟

۱) $5m/s$ ۲) $5\sqrt{2}m/s$ ۳) $5\sqrt{3}m/s$ ۴) $10m/s$

۹۱ در واکنش $4KNO_3(s)\xrightarrow{\Delta}2K_2O(s)+2N_2(g)+5O_2(g)$ ، اگر مقدار ۵/۰۵ گرم پتاسیم نیترات ناخالص تجزیه شود، ۱/۵۶۸ لیتر از فراورده‌های گازی در شرایط STP آزاد می‌شود. درصد خلوص این نمونه پتاسیم نیترات، کدام است؟

($N=14$, $O=16$, $K=39$: $g\cdot mol^{-1}$)

۱) ۹۵ ۲) ۹۳ ۳) ۸۰ ۴) ۸۵

۹۲ جرم مولی سومین هیدرو کربن خانواده‌ی آلکان نسبت به دومین هیدروکربن خانواده‌ی آلکین کدام است؟

($H=1$, $C=12g\cdot mol^{-1}$)

۱) ۱/۱ ۲) ۱/۲ ۳) ۱/۳ ۴) ۱/۴

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۹۳ چند مورد از عبارت‌های داده شده، جملهٔ زیر را به درستی تکمیل می‌کنند؟

«فلز ..... واکنش‌پذیری ..... از فلز ..... دارد. پس خاصیت ..... آن بیشتر است.»

الف) سدیم – بیش‌تری – روی – نافلزی

ب) آهن – بیش‌تری – مس – فلزی

پ) نقره – کم‌تری – روی – نافلزی

ت) آهن – کم‌تری – پتاسیم – فلزی

۱) ۳ ۲) ۱ ۳) صفر ۴) ۲

۹۴ در چه تعداد از ستون‌های جدول تناوبی عنصر آغازی در شرایط معمولی به حالت گاز است؟

۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۳

۹۵ کاتیون‌های چه تعداد از فلزهای زیر قاعدهٔ هشتایی را رعایت نمی‌کنند؟

الف) $_{30}Zn$ ب) $_{21}Sc$ پ) $_{25}Mn$ ت) $_{56}Ba$ ث) $_{37}Rb$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۶ دانشجویی مقدار ۴۰ گرم آهن (III) اکسید (Fe_2O_3) را با مقدار کافی کربن در شرایط مناسب وارد واکنش نموده است و مقدار ۳۶ گرم آهن را جداسازی کرده است. کدام‌یک از اتفاقات زیر می‌تواند باعث بروز این خطا شده باشد؟ $(Fe = ۵۶ \ , \ O = ۱۶ \ : g \cdot mol^{-1})$

۱) اشتباه در اندازه‌گیری با ترازو ۲) انجام واکنش‌های جانبی ۳) استفاده از واکنش‌دهندهٔ ناخالص ۴) عدم انجام واکنش به طور کامل

۹۷ فرض کنید برای تولید فلز آهن از Fe_2O_3، از دو روش استفاده می‌کنیم. در روش اول ۴۰ گرم Fe_2O_3 را با کربن کافی واکنش داده و ۱۹٫۶ گرم آهن تولید می‌شود. در روش دوم، ۱۰ گرم Fe_2O_3 را با کربن مونوکسید کافی واکنش داده و ۵٫۲ گرم Fe تولید می‌شود. بازده درصدی کدام واکنش بیشتر است و در مجموع دو واکنش، چند لیتر گاز CO_2 در شرایط STP تولید می‌شود؟ $(Fe = ۵۶, O = ۱۶ : g \cdot mol^{-1})$

۱) واکنش اول – ۹ ۲) واکنش دوم – ۵٫۸۸ ۳) واکنش اول – ۵٫۸۸ ۴) واکنش دوم – ۹

۹۸ چند مورد از آرایش‌های الکترونی زیر برای کاتیون ترکیب یونی XCl_2 امکان‌پذیر است؟

$[_{18}Ar]۴s^2۳d^2$, $[_{18}Ar]۳d^6$, $[_{18}Ar]۳d^{10}$, $[_{10}Ne]۳s^2۳p^6$, $[_{18}Ar]۳d^4$, $[_{18}Ar]۳d^5۴s^1$

۱) ۱ مورد ۲) ۲ مورد ۳) ۳ مورد ۴) ۴ مورد

۹۹ چه تعداد از عناصر دورهٔ سوم جدول تناوبی در ویژگی‌های (دارا بودن سطحی براق و درخشان، شکننده بودن بر اثر ضربه و رفتار یک اتم در واکنش با دیگر اتم‌ها) (به ترتیب از راست به چپ)، با اتم ژرمانیم مشترک است؟ (با فرض اینکه هیچکدام از گازهای نجیب در واکنش‌های شیمیایی شرکت نمی‌کنند.)

۱) ۴ ،۳ ،۴ ۲) ۴ ،۴ ،۵ ۳) ۳ ،۳ ،۵ ۴) ۳ ،۴ ،۴

۱۰۰ عبارت بیان‌شده در کدام گزینه درست نیست؟

۱) شعاع اتمی عناصر دورهٔ سوم جدول تناوبی با افزایش عدد اتمی آن‌ها کاهش می‌یابد.

۲) اختلاف شعاع اتمی عنصرهای سدیم و منیزیم از اختلاف شعاع اتمی عنصرهای آلومینیم و سیلسیم بیشتر است.

۳) علت کاهش شعاع اتمی در عنصرهای دورهٔ سوم جدول تناوبی، کاهش شمار لایه‌های الکترونی نمی‌باشد.

۴) در دورهٔ سوم جدول تناوبی، آرگون دارای کمترین واکنش‌پذیری و سدیم دارای بیشترین شعاع اتمی است.

۱۰۱ با توجه به آرایش‌های الکترونی عنصرهای A تا F کدام گزینه نمایش مولکولی با دوقطبی الکتریکی و پیوندهای کووالانسی است؟ (المپیاد شیمی ۱۳۷۶)

$A : ۱s^2۲s^2۲p^6۳s^2۳p^4$ $B : ۱s^2۲s^2۲p^6۳s^2۳p^5$ $C : ۱s^2۲s^2۲p^6۳s^2۳p^3$

$D : ۱s^2۲s^2۲p^5$ $E : ۱s^2۲s^2۲p^6۳s^2۳p^2$ $F : ۱s^2۲s^2۲p^1$

۱) AD_4 ۲) EB_4 ۳) FD_4^- ۴) CB_4^+

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۱۰۲ مولکول‌های ..... و ..... قطبی‌اند و در هر دو، جفت الکترون‌های پیوندی به اتم مرکزی نزدیک‌ترند.

۱) Cl_2O, NH_3 ۲) CO_2 , NO_2 ۳) ClF_3 , $COCl_2$ ۴) NF_3 , H_2O

۱۰۳ با فرض این که عدد اتمی عناصر X و Y کم‌تر از ۱۰ است و مجموع تعداد الکترون‌های ناپیوندی دو ترکیب XF_3 و YF_4 به ترتیب برابر ۲۰ و ۲۴ باشد، چه تعداد عبارت زیر نادرست است؟

الف- دو ترکیب XF_3 و YF_4 هر دو ناقطبی هستند.

ب- مولکول YO_2 مانند SO_3 ناقطبی است.

پ- تعداد الکترون‌های ظرفیت عناصر X و Y به ترتیب برابر ۶ و ۴ است.

ت- اتم Y با گوگرد ترکیبی تشکیل می‌دهند که تعداد الکترون‌های ناپیوندی آن دو برابر تعداد جفت الکترون‌های پیوندی آن است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۴ کدام گزینه نادرست است؟

۱) تعداد اتم‌های متصل به هر اتم کربن در الماس از گرافیت بیشتر است.

۲) در گرافیت اتم‌های کربن با چینش دوبعدی و در الماس با چینش سه بعدی به هم متصل هستند.

۳) به دلیل آنتالپی پیوند بیشتر در الماس نسبت به سیلیسیم خالص، نقطهٔ ذوب آن بالاتر است.

۴) در کلسیم کاربید (CaC_2)، کربن به‌صورت یون تک اتمی یافت می‌شود.

۱۰۵ چه تعداد از مولکول‌های زیر ساختار خطی داشته و گشتاور دو قطبی آن‌ها برابر صفر است؟

«کربونیل سولفید – کربن دی‌سولفید – اتین – هیدروژن سیانید، گوگرد دی‌اکسید»

(اعداد اتمی مورد نیاز: $H=1$ و $C=6$ و $N=7$ و $O=8$ و $S=16$)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۶ اگر آرایش الکترونی اتم‌های A، B، C و D به ترتیب به زیر لایه‌های $2P^2$، $2P^3$، $2P^4$ و $2P^5$ ختم شود کدام مورد نادرست است؟

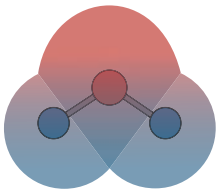
۱) مولکول AC_2 مولکولی خطی و ناقطبی است.

۲) گشتاور دو قطبی مولکول BD_3 بزرگ‌تر از صفر است.

۳) AD_4 در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.

۴) مولکول‌های C_2 و D_2 بیشترین حجم هواکره را اشغال می‌کند.

۱۰۷ با توجه به شکل کدام گزینه نادرست است؟



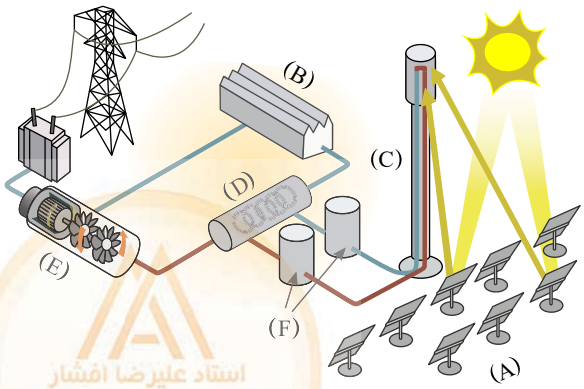
۱) اتم مرکزی آن می‌تواند متعلق به گروه ۱۴ باشد.

۲) اتم مرکزی آن دارای زوج الکترون ناپیوندی است.

۳) گشتاور دو قطبی این مولکول صفر نیست.

۴) نقشهٔ پتانسیل الکترواستاتیکی یک مولکول قطبی را نشان می‌دهد.

۱۰۸ با توجه به شکل کدام گزینه نادرست است؟



۱) بخش A آینه‌ها می‌باشند که پرتوهای خورشیدی را روی گیرندهٔ برج متمرکز می‌کنند.

۲) بخش C شارهٔ مولکولی می‌باشد که در گسترهٔ دمایی زیادی به حالت مایع وجود دارد.

۳) بخش D بخار آب داغ را تولید می‌کند که سبب به حرکت در آوردن بخش E (توربین) می‌گردد.

۴) بخش F منبع ذخیرهٔ انرژی گرمایی است که شارهٔ بسیار داغ به آن وارد می‌شود.

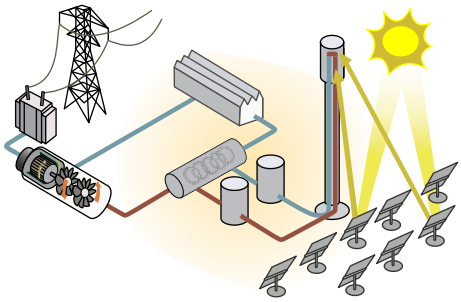
استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۱۰۹ آلیاژی حاوی فلزهای Cu، Sn و Zn است. اگر در یک نمونهٔ ۱٫۸ گرمی از این آلیاژ، فلزهای Zn و Cu طی چند واکنش به ۱٫۲ گرم مخلوط ZnO و $CuSO_4$ تبدیل شوند که ۶۰ درصد جرمی این مخلوط را ZnO تشکیل می‌دهد، درصد جرمی Sn در این آلیاژ چند درصد است؟

$(Sn = ۱۱۹, Zn = ۶۵, Cu = ۶۴, S = ۳۲, O = ۱۶ : g \cdot mol^{-1})$

۱) ۴۹٫۸ ۲) ۵۳٫۲ ۳) ۵۷٫۲ ۴) ۶۷٫۵

۱۱۰ در رابطه با شکل روبه‌رو کدام گزینه نادرست است؟



۱) شمایی از فناوری پیشرفته برای تولید انرژی الکتریکی از پرتوهای خورشیدی را نشان می‌دهد.

۲) شارهٔ یونی بسیار داغ انرژی لازم برای تبدیل آب به بخار داغ را فراهم می‌کند.

۳) گسترهٔ دمایی سدیم کلرید مذاب در این فناوری در حدود $۸۵۰ - ۱۳۵۰^\circ C$ است.

۴) منبع ذخیرهٔ انرژی گرمایی توربین را به حرکت در می‌آورد.

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

پاسخ‌نامه تشریحی

۱ ۱ ۲ ۳ ۴

از آن جا که تابع f مشتق‌پذیر بوده، و $\lim\limits_{x\to ۲}\dfrac{f(x)+۲}{x-۲}=\dfrac{۱}{۲}$، در نتیجه $f'(۲)=\dfrac{۱}{۲}$. همچنین حد مخرج برابر صفر است، لذا حد صورت کسر باید برابر صفر گردد، لذا $f(۲)=-۲$. حال مشتق تابع $y=xf(\sqrt{x})$ را در نقطهٔ $x=۴$ به‌دست می آوریم. در نتیجه می توان نوشت:

$$y=xf(\sqrt{x})\Rightarrow y'=۱(f\sqrt{x})+x[\frac{۱}{۲\sqrt{x}}f'(\sqrt{x})]\xrightarrow{x=۴}y'(۴)=f(۲)+\frac{۴}{۲\sqrt{۴}}f'(۲)=-۲+\frac{۱}{۲}=-\frac{۳}{۲}$$

همچنین داریم $y(۴)=۴f(\sqrt{۴})=۴f(۲)=-۸$، لذا خواهیم داشت:

معادلهٔ خط مماس: $m=y'(۴)=-\dfrac{۳}{۲}\quad,\quad A(۴,-۸)$

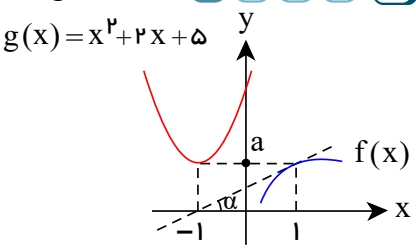
$$\Rightarrow y-(-۸)=-\frac{۳}{۲}(x-۴)\Rightarrow ۲y+۱۶=-۳x+۱۲\Rightarrow ۲y+۳x+۴=۰$$

سخت

۲ ۱ ۲ ۳ ۴

مطابق شکل واضح است $f(۱)=a$. از طرفی نقطه $(-۱,a)$، رأس سهمی $g(x)$ است، لذا می توان نوشت:

$$g(-۱)=a\Rightarrow(-۱)^۲+۲(-۱)+۵=a\Rightarrow a=۴$$



در نتیجه $f(۱)=۴$. همچنین $f'(۱)$ برابر شیب خط مماس در نقطه $x=۱$ است که برابر $\tan\alpha$ می باشد، در نتیجه داریم:

$$f'(۱)=\tan\alpha=\frac{۴}{۲}=۲$$

مقدار $g(۱)=۱+۲+۵=۸$ بوده و همچنین $g'(۱)=۲(۱)+۲=۴$ می باشد. حال با مشتق گیری از تابع $\dfrac{g}{f}$، خواهیم داشت:

$$\begin{cases}g(x)=x^۲+۲x+۵\to g(۱)=۸\\ g'(x)=۲x+۲\to g'(۱)=۴\end{cases}$$

$$(\frac{g}{f})'(x)=\frac{g'(x)f(x)-f'(x)g(x)}{f^۲(x)}\xrightarrow{x=۱}(\frac{g}{f})'(۱)=\frac{g'(۱)f(۱)-f'(۱)g(۱)}{f^۲(۱)}=\frac{۴\times۴-۲\times۸}{۴^۲}=۰$$

سخت

۳ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم:

$$\lim_{h\to۰}\frac{f(a+m\cdot h)-f(a)}{h}=m\cdot f'(a)$$

در نتیجه داریم:

$$\lim_{h\to۰}\frac{f(۲-h)-f(۲)}{h}=-f'(۲)=-\frac{۲}{۳}\Rightarrow f'(۲)=\frac{۲}{۳}$$

حال با مشتق گیری از عبارت $y=f(\sqrt{x-۱})$ می توان نوشت:

$$y=f(\sqrt{x-۱})\Rightarrow y'=[f(\sqrt{x-۱})]'=\frac{۱}{۲\sqrt{x-۱}}f'(\sqrt{x-۱})$$

$$\xrightarrow{x=۵}y'(۵)=\frac{۱}{۲\sqrt{۵-۱}}f'(\sqrt{۵-۱})=\frac{۱}{۴}f'(۲)=\frac{۱}{۴}\times\frac{۲}{۳}=\frac{۱}{۶}$$

متوسط

۴ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: اگر f در $x=a$ مشتق‌پذیر باشد:

$$\lim_{h\to۰}\frac{f(a+mh)-f(a+nh)}{kh}=\frac{m-n}{k}f'(a)$$

$$A\left|\begin{matrix}x\\ ۰\end{matrix}\right.\quad D\left|\begin{matrix}x\\ x^۲\end{matrix}\right.\xrightarrow[x>۰]{x}S=(۲-x)\cdot x^۲=۲x^۲-x^۳\Rightarrow f(x)=۲x^۲-x^۳\Rightarrow f'(x)=۴x-۳x^۲\Rightarrow f'(۱)=۱$$

$$\lim_{h\to۰}\frac{f(۱+۲h)-f(۱)}{۳h}=\frac{۲}{۳}f'(۱)=\frac{۲}{۳}\times۱=\frac{۲}{۳}$$

سخت

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
Alirezaafshar.org

۵ ۱ ۲ ۳ ۴

راه اول: روش هوپیتال: اگر $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{۰}{۰}$ و f' و g' در $x=a$ مشتق‌پذیر باشند آن‌گاه:

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}=\frac{f'(a)}{g'(a)}$$

$$\lim_{h\to ۰}\frac{f^۳(۱+h)-f^۳(۱)}{h}=\frac{۰}{۰}\ \text{مبهم}\quad H:\lim_{h\to ۰}\frac{۳f'(۱+h)\cdot f^۲(۱+h)-۰}{۱}=۳f'(۱)\cdot f^۲(۱)$$

$$f(x)=\tan\frac{\pi}{۴}x\to f'(x)=\frac{\pi}{۴}(۱+\tan^۲\frac{\pi}{۴}x)\to f'(۱)=\frac{\pi}{۲}$$

$$f(x)=\tan\frac{\pi}{۴}x\to f(۱)=۱$$

$$۳f'(۱)\cdot f^۲(۱)=۳(\frac{\pi}{۲})\cdot(۱)=\frac{۳\pi}{۲}$$

راه دوم:

داریم:

$$\lim_{h\to ۰}\frac{f^۳(۱+h)-f^۳(۱)}{h}=\left(f^۳(x)\right)'=۳f'(x)\cdot f^۲(x)=۳(\frac{\pi}{۲})\cdot(۱)=\frac{۳\pi}{۲}$$

متوسط

۶ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا تابع را ساده کرده و سپس مشتق می‌گیریم:

$$y=\frac{۲\times\frac{\sin^۲x}{\cos^۲x}}{۱+\frac{\sin^۲x}{\cos^۲x}}=\frac{\frac{۲\sin^۲x}{\cos^۲x}}{\frac{\cos^۲x+\sin^۲x}{\cos^۲x}}=۲\sin^۲x\Rightarrow y'=۲\times۲\cos x\sin x$$

$$y'=۲\sin ۲x\Rightarrow y'(\frac{\pi}{۱۲})=۲\sin ۲(\frac{\pi}{۱۲})=۲\sin\frac{\pi}{۶}=۲\times\frac{۱}{۲}=۱$$

متوسط

۷ ۱ ۲ ۳ ۴ نقطهٔ تماس منحنی و خط، هم در معادلهٔ خط و تابع صدق می‌کند.

$$y=۲x-۵\Rightarrow x=۱\Rightarrow y=۲-۵=-۳\Rightarrow A(۱,-۳)$$

$$y=ax^۲+bx+۱\xrightarrow{A(۱,-۳)}-۳=a+b+۱\Rightarrow a+b=-۴$$

$$y=۲x-۵\Rightarrow\ x=۱\ \text{شیب خط مماس در}\ =۲\ ,\ y=ax^۲+bx+۱$$

$$\Rightarrow y'=۲ax+b\xrightarrow{x=۱}y'(۱)=۲\Rightarrow ۲a+b=۲$$

$$\begin{cases}a+b=-۴\\ ۲a+b=۲\end{cases}\xrightarrow{\times(-۱)}\begin{cases}-a-b=۴\\ ۲a+b=۲\end{cases}\Rightarrow a=۶$$

متوسط

۸ ۱ ۲ ۳ ۴

$$f(x)=\sin^۲(f'(x))\xrightarrow{\text{مشتق}}f'(x)=۲f''(x)\cos(f'(x))\cdot\sin(f'(x))$$

$$\Rightarrow f'(x)=f''(x)\times۲\sin(f'(x))\cdot\cos(f'(x))=f''(x)\sin(۲f'(x))$$

$$\Rightarrow f'(x)=f''(x)\cdot\sin(۲f'(x))\xrightarrow{x=۰}f'(۰)=f''(۰)\sin(۲f'(۰))$$

$$\Rightarrow\frac{\pi}{۴}=f''(۰)\sin(۲\times\frac{\pi}{۴})\Rightarrow\frac{\pi}{۴}=f''(۰)\sin\frac{\pi}{۲}\Rightarrow f''(۰)=\frac{\pi}{۴}$$

متوسط

۹ ۱ ۲ ۳ ۴ وقتی عبارتی شامل صفر باشد یعنی به‌صورت ضرب $(x-a)$ در بقیهٔ عوامل باشد آنگاه برای محاسبهٔ مشتق در $x=a$ کافی است فقط از عامل صفر مشتق بگیریم و در حد بقیهٔ عوامل غیرصفر در نقطهٔ مورد نظر ضرب کنیم.

چون $g(۳)=۰$ است کافی است $g'(۳)$ که شیب خط مماس گذرنده از دو نقطهٔ $A\left|\begin{matrix}۰\\-۱\end{matrix}\right.$ و $B\left|\begin{matrix}۳\\۰\end{matrix}\right.$ را به‌دست آوریم و در $\lim_{x\to ۳}f(x)$ ضرب کنیم.

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$$\begin{cases} g'(۳)=\dfrac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=\dfrac{-۱-۰}{۰-۳}=\dfrac{۱}{۳} \\ \lim\limits_{x\to ۳} f(x)=۲ \end{cases} \Rightarrow \frac{۱}{۳}\times ۲=\frac{۲}{۳}$$

سخت

۱۰ ۱ ۲ **۳** ۴ ابتدا شیب پاره‌خطی که ابتدا و انتهای منحنی را به هم وصل می‌کند را به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} A\left|\begin{matrix}۰\\-۵\end{matrix}\right. \\ B\left|\begin{matrix}۸\\۳\end{matrix}\right. \end{cases} \to m_{AB}=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=\frac{-۵-۳}{۰-۸}=\frac{-۸}{-۸}=۱ \xrightarrow{\text{موازی}} m_{\text{مماس}}=۱$$

کافی است از تابع، مشتق گرفته و برابر یک قرار دهیم.

$$y'=\frac{۴(x+۱)-۱(۴x-۵)}{(x+۱)^۲}\to ۱=\frac{۹}{(x+۱)^۲}\to (x+۱)^۲=۹\to \begin{cases} x+۱=۳\to x=۲\xrightarrow{\text{تابع}} y=۱\to C\left|\begin{matrix}۲\\۱\end{matrix}\right. \\ x+۱=-۳\to x=-۴\ (\text{در بازه نیست.})\ \text{غ‌ق‌ق} \end{cases}$$

اکون باید معادلهٔ خط مماس را در نقطهٔ C و با شیب یک بنویسیم.

$$y-y_C=m(x-x_C)\to y-۱=۱(x-۲)\xrightarrow{x=۰} y=-۱$$

سخت

۱۱ ۱ **۲** ۳ ۴

$$C: x^۲+y^۲-۴y+b=۰\to \begin{cases} O=(۰,۲) \\ R^۲=\frac{a^۲+b^۲-۴c}{۴}=\frac{۱۶-۴b}{۴}=۴-b\Rightarrow R=\sqrt{۴-b} \end{cases}$$

$$C': x^۲+y^۲+۲x-۲y=۰\Rightarrow \begin{cases} O'\left|\begin{matrix}-۱\\۱\end{matrix}\right. \\ R^۲=\frac{a^۲+b^۲-۴c}{۴}=\frac{۴+۴}{۴}=۲\Rightarrow R'=\sqrt{۲} \end{cases}$$

$$C: x^۲+(y-۲)^۲=-b+۴$$

$$C': (x+۱)^۲+(y-۱)^۲=۲ \quad O\left|\begin{matrix}۰\\۲\end{matrix}\right., O'\left|\begin{matrix}-۱\\۱\end{matrix}\right.\Rightarrow OO'=\sqrt{۲}=|R-R'|=|\sqrt{-b+۴}-\sqrt{۲}|\Rightarrow b=-۴$$

متوسط

۱۲ ۱ **۲** ۳ ۴ ۱-مرکز دایره‌ای که در ربع اول بر محورهای مختصات مماس است، نقطه‌ی (R,R) است.

۲- مرکز دایره‌ای که در ربع دوم بر محورهای مختصات مماس است، نقطه‌ی $(-R,R)$ است.

۳- مرکز دایره‌ای که در ربع سوم بر محورهای مختصات مماس است، نقطه‌ی $(-R,-R)$ است.

۴- مرکز دایره‌ای که در ربع چهارم بر محورهای مختصات مماس است، نقطه‌ی $(R,-R)$ است.

که R شعاع دایره است.

چون دایره در ناحیه دوم بر محورهای مختصات عمود است پس مرکز آن $C\left|\begin{matrix}-R\\R\end{matrix}\right.$ است. دقت کنید عمود بر دایره از مرکز دایره می‌گذرد پس مرکز دایره را در خط داده شده صدق می‌دهیم.

$$C\left|\begin{matrix}-R\\R\end{matrix}\right. \xrightarrow[\text{صدق}]{۲x+۳y-۳=۰} -۲R+۳R-۳=۰\Rightarrow R=۳$$

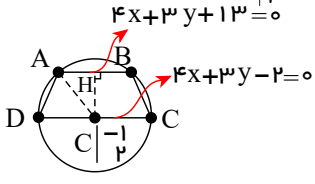
$$C\left|\begin{matrix}-۳\\۳\end{matrix}\right.,\ R=۳\Rightarrow (x-\alpha)^۲+(y-\beta)^۲=R^۲\Rightarrow (x+۳)^۲+(y-۳)^۲=۹$$

$$\Rightarrow x^۲+۶x+۹+y^۲-۶y+۹=۹\Rightarrow x^۲+y^۲+۶x-۶y+۹=۰$$

سخت

۱۳ ۱ ۲ ۳ **۴** این دو وتر موازی هستند زیرا شیب آنها $-\frac{۴}{۳}$ است. خطوط $۴x+۳y+۱۳=۰$, $۴x+۳y-۲=۰$ معادلات دو وتر دایره هستند که مرکز دایره $C\left|\begin{matrix}-۱\\۲\end{matrix}\right.$ در معادله وتر $۴x+۳y-۲=۰$ صدق می‌کند پس قاعده بزرگ همان قطر دایره است و شعاع دایره هم که ۵ می‌باشد.

$$DC=۲R=۱۰$$



فاصله نقطه از خط : $CH=\dfrac{|-۴+۶+۱۳|}{\sqrt{۱۶+۹}}=\dfrac{۱۵}{۵}=۳$

$$\overset{\triangle}{ACH}: (AC)^۲=(CH)^۲+(AH)^۲$$

$$\to ۲۵=۹+(AH)^۲\to AH=۴\to AB=۸$$

$$\text{مساحت ذوزنقه}=\frac{(\text{ارتفاع})(\text{قاعده بزرگ}+\text{قاعده کوچک})}{۲}=\frac{(۱۰+۸)(۳)}{۲}=۲۷$$

توجه کنید فاصله نقطه $A\left|\begin{matrix}\alpha\\\beta\end{matrix}\right.$ از خط به معادله $ax+by+c=۰$ از رابطه $AH=\dfrac{|a\alpha+b\beta+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$ بدست می‌آید.

سخت

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۱۴ ۱ ۲ **۳** ۴

$C_1 : (x-1)^2 + y^2 = 4 \Rightarrow R_1 = 2 \ , \ O_1(1,0)$

$C_2 : x^2 + (y+2\sqrt{6})^2 = 24 - b \Rightarrow R_2 = \sqrt{24-b} \ , \ O_2(0,-2\sqrt{6})$

برای آن که دو دایره مماس خارج باشند، باید:

$$O_1O_2 = R_1 + R_2 \Rightarrow \sqrt{1^2 + (2\sqrt{6})^2} = 2 + \sqrt{24-b} \Rightarrow \sqrt{24-b} = 3 \Rightarrow b = 15$$

متوسط

۱۵ ۱ ۲ **۳** ۴ خط قائم بر دایره از مرکز دایره می‌گذرد پس کافی است مرکز هر دو دایره را بدست آورده و در خط داده شده صدق دهیم.

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 1 \Rightarrow C \left| \begin{matrix} -1 \\ 2 \end{matrix} \right. \xrightarrow{\text{صدق در } y=ax+b} 2 = -a + b$$

$$(x+3)^2 + (y+4)^2 = 4 \Rightarrow C' \left| \begin{matrix} -3 \\ -4 \end{matrix} \right. \xrightarrow{\text{صدق در } y=ax+b} -4 = -3a + b$$

$$\begin{cases} -a+b=2 \\ -3a+b=-4 \end{cases} \xrightarrow{\text{دستگاه}} a=3 \ , \ b=5 \Rightarrow 2a+2b = 6+10 = 16$$

متوسط

۱۶ ۱ **۲** ۳ ۴ بنابر فرض سوال داریم:

$$\sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} = \frac{1}{3} \times \sqrt{(x+3)^2 + (y-6)^2}$$

$$\xrightarrow[\text{می‌رسانیم } 2]{\text{طرفین را به توان}} 9\left[(x-1)^2 + (y-2)^2\right] = (x+3)^2 + (y-6)^2$$

$$\rightarrow 9(x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4) = x^2 + 6x + 9 + y^2 - 12y + 36$$

$$\rightarrow 9x^2 - 18x + 9 + 9y^2 - 36y + 36 = x^2 + 6x + 9 + y^2 - 12y + 36$$

$$\rightarrow 8x^2 + 8y^2 - 24x - 24y = 0 \xrightarrow{\div 8} x^2 + y^2 - 3x - 3y = 0$$

مکان هندسی نقطه A یک دایره می‌باشد و بزرگ‌ترین وتر دایره قطر آن است. با استفاده از معادله ضمنی دایره قطر آن را محاسبه می‌کنیم.

$$2R = \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$$

سخت

۱۷ ۱ **۲** ۳ ۴ اندازه شعاع و مختصات مرکز دایره $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$ را به دست می‌آوریم:

$$O(-\frac{\text{ضریب } x}{2}, -\frac{\text{ضریب } y}{2}) = (-\frac{-2}{2}, -\frac{2}{2}) = (1,-1)$$

$$R = \frac{1}{2}\sqrt{(-2)^2 + (2)^2 - 4(-3)} = \frac{1}{2}\sqrt{4+4+12} = \frac{\sqrt{20}}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$$

نقطه $A(0,2)$ در خارج دایره قرار دارد زیرا مقدار حاصل از جایگذاری مختصات آن معادله دایره مثبت است.

$$A(0,2) \xrightarrow{\text{جایگذاری در معادله دایره}} 0^2 + 2^2 - 2 \times 0 + 2 \times 2 - 3 = 5 > 0$$

معادله خطوط گذرنده از نقطه $A(0,2)$ (غیر از $x=0$) به‌صورت زیر است:

$$y - 2 = m(x-0) \rightarrow mx - y + 2 = 0$$

فاصله خط مماس از مرکز دایره را برابر اندازه شعاع قرار می‌دهیم:

$$\frac{|m \times 1 - (-1) + 2|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = \sqrt{5} \rightarrow |m+3| = \sqrt{5} \times \sqrt{m^2+1}$$

$$\xrightarrow[\text{می‌رسانیم } 2]{\text{طرفین معادله را به توان}} m^2 + 6m + 9 = 5m^2 + 5 \rightarrow 4m^2 - 6m - 4 = 0$$

$$\xrightarrow{\div 2} 2m^2 - 3m - 2 = 0$$

$$m_{1,2} = \frac{+3 \pm \sqrt{9 - 4(2)(-2)}}{2 \times 2} = \frac{+3 \pm 5}{4} \begin{cases} m_1 = \frac{-3+5}{4} = 2 \\ m_2 = \frac{-3-5}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

شیب منفی خط مماس گذرنده از نقطه $A(0,2)$ برابر $-\frac{1}{2}$ است و معادله آن به‌صورت زیر است:

$$y - 2 = -\frac{1}{2}(x-0) \rightarrow x + 2y - 4 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 2 \\ c = -4 \end{cases}$$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafshar.org

$\rightarrow a-2b-3c=1-2(2)-3(-4)=1-4+12=9$

سخت

۱۸ ۱ ۲ ۳ ۴ در مثلث قائم‌الزاویهٔ $\overset{\Delta}{MFF'}$ رابطهٔ فیثاغورس را می‌نویسیم:

$\overset{\Delta}{MFF'}: MF^2=MF'^2+FF'^2 \rightarrow 8^2+15^2=64+225=289 \rightarrow MF=17$

$MF+MF'=2a \rightarrow 8+17=2a \rightarrow 2a=25$ قطر بزرگ $\rightarrow a=\frac{25}{2}$

فاصلهٔ کانونی $FF'=15 \rightarrow 2c=15 \rightarrow c=\frac{15}{2}$

$a^2=b^2+c^2 \rightarrow (\frac{25}{2})^2=b^2+(\frac{15}{2})^2 \rightarrow b^2=\frac{625}{4}-\frac{225}{4}=\frac{400}{4}=100$

$\rightarrow b=10 \rightarrow$ قطر کوچک $2b=20$

$\frac{\text{قطر بزرگ}}{\text{قطر کوچک}}=\frac{2a}{2b}=\frac{25}{20}=\frac{5}{4}=1/25$

متوسط

۱۹ ۱ ۲ ۳ ۴

$2c=FF'=\sqrt{(5-5)^2+(4-(-4))^2}=\sqrt{0^2+8^2}=8 \rightarrow c=4$

$2b=4 \rightarrow b=2$

$a^2=b^2+c^2 \rightarrow a^2=2^2+4^2=20 \rightarrow a=2\sqrt{5}$

اندازهٔ کوتاه‌ترین وتر گذرنده از کانون از رابطهٔ $\frac{2b^2}{a}$ به دست می‌آید:

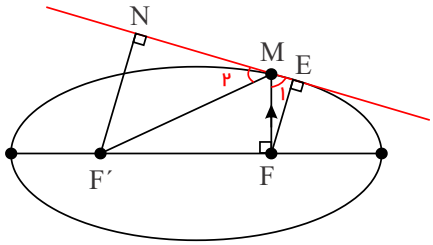
کوتاه‌ترین وتر کانونی $=\frac{2b^2}{a}=\frac{2\times 2^2}{2\sqrt{5}}=\frac{4}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$

متوسط

۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴

$2a=2\sqrt{5} \rightarrow a=\sqrt{5}$

$2b=4 \rightarrow b=2$



طول کوتاه‌ترین وتر کانونی $\frac{2b^2}{a}$ می‌باشد؛ بنابراین MF که نصف آن است برابر $\frac{b^2}{a}$ می‌شود.

$MF=\frac{b^2}{a}=\frac{2^2}{\sqrt{5}}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$

$MF+MF'=2a \rightarrow \frac{4\sqrt{5}}{5}+MF'=2\sqrt{5}$

$\rightarrow MF'=2\sqrt{5}-\frac{4\sqrt{5}}{5}=\frac{10\sqrt{5}-4\sqrt{5}}{5}=\frac{6\sqrt{5}}{5}$

$\left.\begin{matrix}\hat{M}_1=\hat{M}_2\\ \hat{N}=\hat{E}=90^\circ\end{matrix}\right\} \xrightarrow{(ز ز)} \overset{\Delta}{MFE}\sim\overset{\Delta}{MNF'} \xrightarrow{\text{تناسب اضلاع}} \frac{MF}{MF'}=\frac{ME}{MN}=\frac{FE}{F'N}$

$\rightarrow \frac{ME}{MN}=\frac{MF}{MF'}=\frac{\frac{4\sqrt{5}}{5}}{\frac{6\sqrt{5}}{5}}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

سخت

۲۱ ۱ ۲ ۳ ۴ بررسی سایر گزینه‌ها:

در گزینهٔ ۲ مثلاً رأس e با هیچ عضو مجموعه مجاور نیست.

در گزینهٔ ۳ رأس e با هیچ عضو مجموعه مجاور نیست.

در گزینهٔ ۴ مثلاً رأس h با هیچ عضو مجموعه مجاور نیست.

متوسط

۲۲ ۱ ۲ ۳ ۴ مجموعه $\{f, d, l\}$ یک مجموعه احاطه گر مینیمم برای گراف است پس $\gamma(G) = ۳$.

متوسط

۲۳ ۱ ۲ ۳ ۴ مجموعه‌های احاطه گر مینیمم برای این گراف ۲ عضو دارند یعنی $\gamma(G) = ۲$. اگر رأس a را ملاک قرار دهیم: $\{a, d\}$, $\{a, c\}$

اگر رأس e را ملاک قرار دهیم: $\{e, b\}$, $\{e, d\}$, $\{e, c\}$

اگر رأس b را ملاک قرار دهیم: $\{b, d\}$, $\{b, c\}$

$۲ + ۳ + ۲ = ۷$

و رأس‌های $\{a, e\}$ و $\{a, b\}$ و $\{c, d\}$ احاطه گر مینیمم نمی‌شوند.

سخت

۲۴ ۱ ۲ ۳ ۴

نکته: در بین تمام مجموعه‌های احاطه گر گراف G، مجموعه‌ای که دارای کمترین تعداد عضو را داشته باشد یک $-\gamma$ مجموعه می‌نامیم.

سه رأس f, e, a از درجه یک هستند و هیچ رأس در گراف وجود ندارد که با حداقل دو رأس از این سه رأس مجاور باشد یعنی عدد احاطه گری این گراف حداقل برابر ۳ می‌باشد. در هر یک از مجموعه‌های احاطه گر مینیمم گراف G، از هر یک از مجموعه $\{a, b\}$ و $\{c, f\}$ و $\{d, e\}$ دقیقاً یک رأس باید وجود داشته‌باشد، بنابراین تعداد $-\gamma$ مجموعه‌های گراف برابر $۲ \times ۲ \times ۲ = ۸$ می‌باشد.

سخت

۲۵ ۱ ۲ ۳ ۴

نکته: در بین مجموعه‌های احاطه گر گراف G، مجموعه‌ای که با حذف هر عضوش دیگر احاطه گر نباشد را مینیمال نامند.

بررسی گزینه‌ها:

در گزینهٔ ۱، از مجموعهٔ $\{۲, ۵, ۶, ۸\}$ می‌توان رأس ۸ را حذف کرد و مجموعهٔ باقی‌مانده همچنان احاطه گر باقی می‌ماند پس این مجموعه مینیمال نمی‌باشد.

در گزینهٔ ۲، مجموعهٔ $\{۵, ۱۰, ۷, ۲\}$ اصلاً احاطه گر نمی‌باشد، زیرا رأس ۶ با هیچ‌کدام از رئوس این مجموعه مجاور نیست.

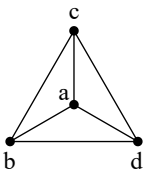
گزینهٔ ۳: این مجموعه احاطه گر است و با حذف هرکدام از اعضایش دیگر احاطه گر نخواهد ماند (زیرا خود آن رأس توسط رأس دیگر احاطه نمی‌شود) پس این مجموعه احاطه گر مینیمال است.

گزینهٔ ۴: با حذف رأس ۶ مجموعهٔ $\{۲, ۹, ۱۰\}$ احاطه گر است.

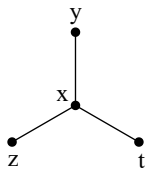
متوسط

۲۶ ۱ ۲ ۳ ۴

گراف $G_۱$ یک گراف کامل $K_۴$ می‌باشد. هر زیرمجموعهٔ ناتهی از مجموعهٔ رئوس این گراف احاطه گر است $(۲^۴ - ۱)$ پس این گراف ۱۵ مجموعهٔ احاطه گر دارد.



$G_۱$



$G_۲$

گراف $G_۲$ دارای ۹ مجموعهٔ احاطه گر می‌باشد که به شکل زیر هستند:

$$\left.\begin{array}{l} x \text{ تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر فاقد} = ۱ \rightarrow \{y, z, t\} \\ x \text{ تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر شامل} = \binom{۳}{۰} + \binom{۳}{۱} + \binom{۳}{۲} + \binom{۳}{۳} = ۲^۳ = ۸ \end{array}\right\}$$

$\Rightarrow G_۲$ تعداد مجموعه‌های احاطه گر $= ۱ + ۸ = ۹$

طبق اصل ضرب تعداد مجموعه‌های احاطه گر گراف برابر $۱۳۵ = ۱۵ \times ۹$ می‌باشد.

سخت

۲۷ ۱ ۲ ۳ ۴ نکته: آن مجموعهٔ احاطه گری که با حذف هر عضو دلخواه آن دیگر احاطه گر نباشد را مینیمال می‌نامند.

نکته: هر مجموعهٔ احاطه گر مینیمم احاطه گر مینیمال نیز هست.

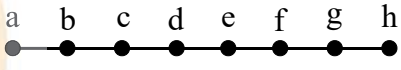
در این گراف مجموعه‌های $\{۲, ۳\}$، $\{۱, ۳\}$، $\{۲, ۴\}$ و $\{۱, ۴\}$ احاطه گر و مینیمال می‌باشد.

متوسط

۲۸ ۱ ۲ ۳ ۴

نکته: عدد احاطه‌گری گراف P_n برابر $\left\lceil \frac{n}{۳} \right\rceil$ می‌باشد.

عدد احاطه گر گراف $P_۸$ برابر $\left\lceil \frac{۸}{۳} \right\rceil = ۳$ می‌باشد.



در این گراف مجموعه‌های احاطه گری مینیمم عبارتند از:

$\{a, d, g\}, \{b, d, g\}, \{b, e, g\}\ \{b, e, h\}$

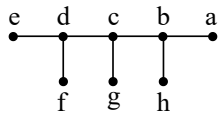
متوسط

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۲۹ ۱ ۲ ۳ ۴

تعریف: یک مجموعهٔ احاطه‌گر را مینیمال نامند هرگاه با حذف هر عضو آن مجموعهٔ باقیمانده دیگر احاطه‌گر نباشد.

مجموعه‌های احاطه گر مینیمال ۴عضوی عبارتند از:



$\{c,b,e,f\}$, $\{d,c,h,a\}$, $\{a,d,g,h\}$, $\{b,e,f,g\}$

سخت

۳۰ ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به این که مرتبهٔ گراف برابر ۱۰ و درجهٔ هر رأس گراف برابر ۳ و برابر ماکسیمم درجهٔ رئوس گراف است، پس مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم این گراف نمی‌تواند کم‌تر $\lceil \frac{۱۰}{۳+۱} \rceil = ۳$ از عضو داشته باشد، رأس a در گراف G قادر به احاطهٔ رأس‌های مجموعهٔ $\{a,b,e,f\}$ است. اکنون باید حداقل دو رأس دیگر در این گراف انتخاب نمود که بتوانند ۶ رأس باقی‌ماندهٔ گراف را احاطه نمایند.

تنها حالت‌های ممکن برای انتخاب دو رأس دیگر، مجموعه‌های $\{h,i\}$، $\{h,e\}$ و $\{i,b\}$ است. بنابراین گراف G دارای سه مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم شامل رأس a است که عبارت‌اند از:

$\{a,h,i\}$, $\{a,e,h\}$, $\{a,b,i\}$

سخت

۳۱ ۱ ۲ ۳ ۴

اگر $x_۱$ و $x_۲$ ریشه‌های معادلهٔ $x^۲+۲x-۴=۰$ باشند، آنگاه در خود معادله صدق می‌کنند و داریم:

$$S=x_۱+x_۲=-\frac{b}{a}=-۲\ ,\ P=x_۱\cdot x_۲=\frac{c}{a}=-۴$$

$$x^۲+۲x-۴=۰\Rightarrow x_۱^۲+۲x_۱-۴=۰\Rightarrow x_۱^۲=-۲x_۱+۴\xrightarrow[\text{ضرب می‌کنیم}]{\text{طرفین معادله را در } x_۱} x_۱^۳=-۲x_۱^۲+۴x_۱$$

$$x_۱^۳-۲x_۲^۲+۴x_۲=-۲x_۱^۲+۴x_۱-۲x_۲^۲+۴x_۲=-۲(x_۱^۲+x_۲^۲)+۴(x_۱+x_۲)$$
$$=-۲(S^۲-۲p)+۴S=-۲(۴+۸)+۴(-۲)=-۳۲$$

سخت

۳۲ ۱ ۲ ۳ ۴

اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم $ax^۲+bx+c=۰$ باشند، آنگاه:

$$\alpha+\beta=-\frac{b}{a}\ ,\ \alpha\cdot\beta=\frac{c}{a}$$

با توجه به معادلهٔ داده شده داریم:

$$\begin{cases} S=\alpha+\beta=\dfrac{-b}{a}=۳ \\ P=\alpha\beta=\dfrac{c}{a}=\dfrac{۱}{۴} \end{cases}$$

$$k=\sqrt{\beta}+\sqrt{\alpha}\Rightarrow k^۲=\beta+\alpha+۲\sqrt{\alpha\beta}=۳+۲\times\frac{۱}{۲}=۴\Rightarrow k=۲$$

$$A=\frac{۱}{\sqrt{\alpha}}+\frac{۱}{\sqrt{\beta}}=\frac{\sqrt{\beta}+\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha\beta}}=\frac{۲}{\sqrt{\frac{۱}{۴}}}=۴$$

متوسط

۳۳ ۱ ۲ ۳ ۴

نامعادله را حل می‌کنیم.

$$\frac{۲}{x-۴}\le\frac{۳-x}{x-۲}\to\frac{۲}{x-۴}-\frac{۳-x}{x-۲}\le۰\to\frac{۲x-۴-۳x+x^۲+۱۲-۴x}{(x-۴)(x-۲)}\le۰\to\frac{x^۲-۵x+۸}{(x-۴)(x-۲)}\le۰$$

$$\begin{cases} x^۲-۵x+۸=۰\to\Delta=۲۵-۳۲<۰ & \text{ریشه ندارد} \\ (x-۴)(x-۲)=۰\to \begin{cases} x=۴ \\ x=۲ \end{cases} \end{cases}$$

	$-\infty$		۲		۴		$+\infty$
$x^۲-۵x+۸$		+		+		+	
$(x-۴)(x-۲)$		+	۰	−	۰	+	
$p(x)$		+	ت.ن	−	ت.ن	+	

مجموعهٔ جواب نامعادله بازهٔ $(۲,۴)$ است که تنها شامل یک عدد صحیح است.

متوسط

۳۴ ۱ ۲ ۳ ۴

بازهٔ $[\alpha,\beta]$ را می‌توان به‌صورت $\left\|x-\frac{\alpha+\beta}{۲}\right\|\le\frac{\beta-\alpha}{۲}$	با قدر مطلق نوشت.

بازهٔ $[-۳,۲]$ با بیان قدرمطلقی به‌صورت زیر است:

$$\left|x-\frac{-۳+۲}{۲}\right|\le\frac{۲-(-۳)}{۲}\Rightarrow\left|x+\frac{۱}{۲}\right|\le\frac{۵}{۲}$$

پس بازهٔ $\mathbb{R}-[-۳,۲]$ عبارتست از:

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alireza_afshar_official

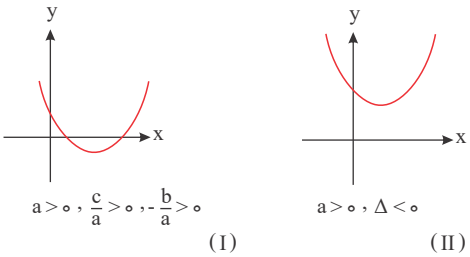
$$\left|x+\frac{۱}{۲}\right|>\frac{۵}{۲}$$

برای آن‌که بتوانیم این رابطه را با $|ax+b|>۵$ مقایسه کنیم، طرفین را در ۲ ضرب می‌کنیم:

$$\xrightarrow{\times(+۲)} ۲\left|x+\frac{۱}{۲}\right|>۵ \Rightarrow |۲x+۱|>۵ \Big\} \xrightarrow{\text{مقایسه}} \begin{cases} a=۲ \\ b=۱ \end{cases} \Rightarrow a+b=۲+۱=۳$$
$$|ax+b|>۵$$

سخت

۳۵ ۱ ۲ **۳** ۴ برای اینکه سهمی $y=ax^۲+bx+c$ از ناحیهٔ سوم نگذرد دو حالت وجود دارد.



$$(I): a>۰ \Rightarrow m+۱>۰ \Rightarrow m>-۱$$
$$\frac{c}{a}\geq ۰ \Rightarrow \frac{m}{m+۱}\geq ۰ \xrightarrow{m+۱>۰} m\geq ۰$$
$$-\frac{b}{a}>۰ \Rightarrow \frac{۳m-۱}{m+۱}>۰ \xrightarrow{m+۱>۰} ۳m-۱>۰ \Rightarrow m>\frac{۱}{۳}$$
$$(II): a>۰ \Rightarrow m>-۱$$
$$\Delta<۰ \Rightarrow (۳m-۱)^۲-۴m(m+۱)<۰ \Rightarrow ۹m^۲-۶m+۱-۴m^۲-۴m<۰$$
$$۵m^۲-۱۰m+۱<۰ \Rightarrow ۱-\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}<m<۱+\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$$

با توجه به بازه‌های بدست آمده جواب بازهٔ $m>۱-\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$ می‌باشد.

سخت

۳۶ ۱ **۲** ۳ ۴

می‌دانیم:

$\begin{cases}\Delta<۰\\ a>۰\end{cases}$	عبارت درجهٔ دوم $ax^۲+bx+c$ همواره مثبت است هرگاه
$\begin{cases}\Delta<۰\\ a<۰\end{cases}$	عبارت درجهٔ دوم $ax^۲+bx+c$ همواره منفی است هرگاه

$$A>۰ \Rightarrow kx^۲+۴x+۳>۰$$
$$\Rightarrow \begin{cases} a>۰ \Rightarrow k>۰ \ (I) \\ \Delta<۰ \Rightarrow ۱۶-۴(k)(۳)<۰ \Rightarrow ۱۶-۱۲k<۰ \Rightarrow ۱۶<۱۲k \Rightarrow k>\frac{۴}{۳} \ (II) \end{cases}$$
$$B<۰ \Rightarrow -۳x^۲-kx-k<۰ \Rightarrow \begin{cases} a<۰ \Rightarrow -۳<۰ \\ \Delta<۰ \Rightarrow k^۲-۴(-۳)(-k)<۰ \end{cases}$$
$$\Rightarrow k^۲-۱۲k<۰ \Rightarrow k(k-۱۲)<۰ \Rightarrow \begin{cases} k=۰ \\ k=۱۲ \end{cases}$$

	۰		۱۲	
$k^۲-۱۲k$	+	−	−	+

$$\Rightarrow \quad ۰<k<۱۲ \quad (III)$$

$$I\cap II\cap III: k\in(\frac{۴}{۳},۱۲)$$

متوسط

۳۷ ۱ ۲ ۳ **۴** می‌دانیم: ریشه‌های هر معادله در خود معادله صدق می‌کند

با توجه به جدول تعیین علامت، ریشه‌های معادله $x=-۲$ و $x=۱$ هستند. با جایگذاری ریشه‌ها در معادله داریم:

$$\begin{cases} -۱۶-۴a+b=۰ \\ ۲-a+b=۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -۴a+b=۱۶ \\ a-b=۲ \end{cases}$$
$$-۳a=۱۸ \Rightarrow a=-۶$$
$$a-b=۲ \xrightarrow{a=-۶} -۶-b=۲ \Rightarrow b=-۶-۲=-۸$$
$$a+b=-۱۴$$

استاد علیرضا افشار
مشاوره
@Alirezaafsharofficial

متوسط

۳۸ ۱ ۲ ۳ **۴**

$y=\frac{۳}{۴}x^۲+bx+۱ \Rightarrow$ رأس $x=-\frac{b}{۲a}=-\frac{b}{۲\times\frac{۳}{۴}}=-\frac{۲b}{۳}>۰\Rightarrow b<۰$ (۱)

رأس $y=-\frac{\Delta}{۴a}=-\frac{b^۲-۴\times\frac{۳}{۴}\times۱}{۴\times\frac{۳}{۴}}=-\frac{b^۲-۳}{۳}>۰\Rightarrow b^۲-۳<۰\Rightarrow b^۲<۳$

$\Rightarrow |b|<\sqrt{۳}\Rightarrow -\sqrt{۳}<b<\sqrt{۳}\xrightarrow{(۱)}-\sqrt{۳}<b<۰$ (۲)

چون نقطهٔ رأس سهمی بالای خط $y=x$ قرار دارد، باید نامساوی $y>x$ در مورد رأس سهمی صدق کند.

$y>x\Rightarrow -\frac{b^۲-۳}{۳}>-\frac{۲b}{۳}\Rightarrow b^۲-۳<۲b\Rightarrow b^۲-۲b-۳<۰$

$\Rightarrow (b-۳)(b+۱)<۰\Rightarrow -۱<b<۳\xrightarrow{(۲)}-۱<b<۰$

متوسط

۳۹ ۱ ۲ ۳ **۴** $x=۲$ ریشهٔ $(۲-x)^۳=۰$ است اما تابع f را صفر نکرده و تعریف نشده است، پس $\alpha=x=۲$ ریشهٔ مخرج است.

با توجه به تعیین علامت، معلوم می‌شود که عبارت مخرج کسر، باید درجهٔ اول باشد: $۱-a=۰\Rightarrow \boxed{a=۱}$

پس معادلهٔ مخرج کسر $P(x)=-(۱+b)x+۸$ است. می‌دانیم $x=۲$ ریشهٔ مخرج است پس:

$P(۲)=۰\Rightarrow -(۱+b)\times۲+۸\Rightarrow \boxed{b=۳}\Rightarrow ۲a+b=۲\times۱+۳=۵$

سخت

۴۰ ۱ **۲** ۳ ۴ ابتدا اعضای مجموعهٔ A را به صورت بازه می‌نویسیم:

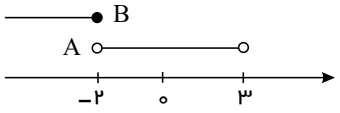
$-۲<۱-x<۳\Rightarrow -۳<x-۱<۲\Rightarrow -۲<x<۳$

حال اعضای مجموعهٔ B را مشخص می‌کنیم:

$|ax+۲|<۱\Rightarrow -۱<ax+۲<۱\Rightarrow -۳<ax<-۱\Rightarrow \begin{cases} a>۰\Rightarrow -\frac{۳}{a}<x<-\frac{۱}{a} & (۱)\\ a<۰\Rightarrow -\frac{۱}{a}<x<-\frac{۳}{a} & (۲)\end{cases}$

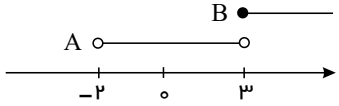
در حالت (۱) برای این که مجموعهٔ A و B نقطهٔ اشتراکی نداشته باشند باید :

$-\frac{۱}{a}\le -۲\Rightarrow a\le\frac{۱}{۲}\Rightarrow ۰<a\le\frac{۱}{۲}$ (۱)



در حالت (۲) برای این که دو مجموعه اشتراک نداشته باشند، باید:

$-\frac{۱}{a}\ge ۳\Rightarrow -a\le\frac{۱}{۳}\Rightarrow a\ge -\frac{۱}{۳}\Rightarrow -\frac{۱}{۳}\le a<۰$ (۲)

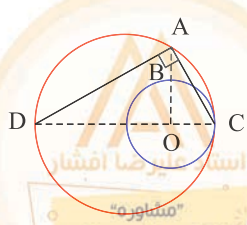


$\xrightarrow{(۱)\cup(۲)}[-\frac{۱}{۳},\frac{۱}{۲}]-\{۰\}$

سخت

۴۱ ۱ ۲ ۳ ۴ در مثلث قائم‌الزاویه DAC داریم $OA^۲=OD\cdot OC$ شعاع دایره کوچک را r می‌نامیم $OA^۲=۳r\cdot r=۳r^۲$ پس $OA=r\sqrt{۳}$ از طرفی $AB=OA-OB=r\sqrt{۳}-r$ پس $r(\sqrt{۳}-۱)=۳-\sqrt{۳}$ پس $r=\sqrt{۳}$

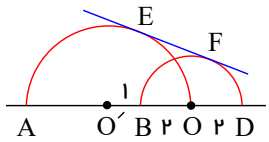
در نتیجه شعاع دایره بزرگتر $۲\sqrt{۳}$ است.



سخت

۴۲ ۱ ۲ ۳ **۴** مطابق شکل $BO=OD=۲$ و داریم:

$$AO = ۴ + ۲ = ۶ \Rightarrow ۲R' = ۶ \Rightarrow R' = ۳$$
$$BD = ۴ \Rightarrow ۲R = ۴ \Rightarrow R = ۲$$
$$d = OO' = ۱ + ۲ = ۳$$



طول پاره‌خط EF، برابر طول مماس مشترک خارجی دو دایره است.

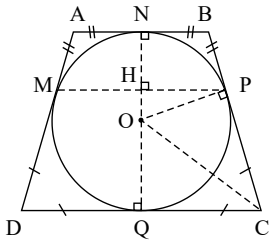
$$EF = \sqrt{d^۲ - (R - R')^۲} = \sqrt{۹ - ۱} = ۲\sqrt{۲}$$

متوسط

۴۳ ۱ ۲ ۳ ۴

مطابق شکل داریم: $PN = MN \ , \ MQ = PQ \Rightarrow MN + PQ = NP + MQ$

بنابراین چهارضلعی $MNPQ$ محیطی است. همچنین چون رأس‌های آن روی دایره‌ای قرار دارند، بنابراین چهارضلعی محاطی و محیطی است.



برای محاسبه‌ی مساحت چهارضلعی $MNPQ$ داریم:

$$S_{ABCD} = S_{\Delta MNP} + S_{\Delta MPQ} = \frac{۱}{۲}HN \cdot PM + \frac{۱}{۲}QH \cdot PM = \frac{۱}{۲}NQ \cdot PM$$

برای مساحت ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین داریم:

$$S_{ABCD} = \frac{۱}{۲}(AB + CD) \cdot QN \Rightarrow \frac{S_{MNPQ}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{۱}{۲}QN \cdot PM}{\frac{۱}{۲}(AB + CD) \cdot QN} = \frac{PM}{AB + CD}$$

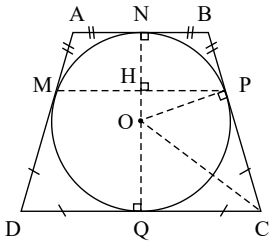
داریم:

$$PM = \frac{\frac{۴\sqrt{AB \times CD}}{AB + CD} \cdot R}{AB + CD} \Rightarrow \frac{S_{MNPQ}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{۴\sqrt{AB \times CD}}{AB + CD} \cdot R}{AB + CD} = \frac{۴\sqrt{ab}}{(a + b)^۲} \cdot R$$

متوسط

۴۴ ۱ ۲ ۳ ۴ مطابق شکل داریم:

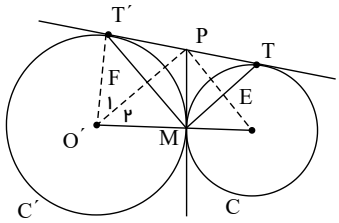
$$\widehat{H} = ۹۰^\circ \Rightarrow PH^۲ = OP^۲ - OH^۲ \Rightarrow PH^۲ = R^۲ - (\frac{b - a}{b + a})^۲ \cdot R^۲$$
$$\Rightarrow PH = \frac{۲\sqrt{ab}}{a + b} \cdot R, \quad PM = ۲PH \Rightarrow PM = \frac{۴\sqrt{ab}}{a + b} \cdot R$$



متوسط

۴۵ ۱ ۲ ۳ ۴ مطابق شکل از تست قبل داریم که:

$$PT = PM = PT'$$



در مثلث $\overset{\Delta}{MTT'}$ میانه وارد بر TT' آن را نصف کرده و نصف آن است.

بنابراین طبق قضیه داریم:

$$\widehat{TMT'} = ۹۰^\circ$$

در دو مثلث PMO' و $PT'O'$ داریم:

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$$\begin{cases} T'O' = MO' \\ PO' \text{مشترک} \Rightarrow \overset{\Delta}{PT'O'} \simeq \overset{\Delta}{PMO'} \Rightarrow \hat{O'}_1 = \hat{O'}_2 \\ PM = PT' \end{cases}$$

پس مثلث $\overset{\Delta}{PO'M}, \overset{\Delta}{MO'T'}$ نیمساز است و این مثلث متساوی‌الساقین نیز هست. پس این نیمساز ارتفاع هم هست.

بنابراین: $M\hat{F}P = ۹۰^\circ$

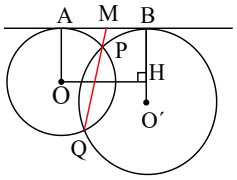
به همین ترتیب از تساوی مثلث‌های $\overset{\Delta}{PTO}$ و $\overset{\Delta}{PMO}$ داریم: $P\hat{E}M = ۹۰^\circ$.

در چهار ضلعی $PEMF$ ، سه زاویه قائمه‌اند. پس زاویه چهارم هم قائمه است بنابراین این چهار ضلعی مستطیل است.

سخت

۴۶ ① ② ③ ④ امتداد وتر مشترک از وسط مماس مشترک می‌گذرد.

$$O'H = ۲ \ , \ OO' = ۴ \ , \ OH = AB \ , \ MB^۲ = MP \times MQ \ , \ MA^۲ = MP \times MQ \Rightarrow MA = MB = \frac{AB}{۲}$$



مماس مشترک $AB = \sqrt{OO' - (R - R')^۲} = \sqrt{۴^۲ - (۵ - ۳)^۲} = ۲\sqrt{۳}$

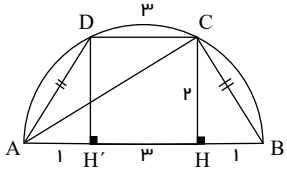
$$\Rightarrow MA = \frac{۲\sqrt{۳}}{۲} = \sqrt{۳} \ , \ OA = ۳$$

$$\Rightarrow OM^۲ = AM^۲ + OA^۲ \Rightarrow OM^۲ = (\sqrt{۳})^۲ + ۳^۲ = ۳ + ۹ = ۱۲ \Rightarrow OM = \sqrt{۱۲}$$

متوسط

۴۷ ① ② ③ ④ در ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین مطابق شکل داریم: $BH = AH'$

$$HH' = DC = ۳ \Rightarrow AH' = BH = ۱$$



در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ زاویه‌ی C قائمه است چون روبه‌رو به قطر است.

$$CH^۲ = AH \times BH \Rightarrow CH^۲ = ۴ \times ۱ \Rightarrow CH = ۲$$

$$\Rightarrow \overset{\Delta}{ACH} : AC^۲ = CH^۲ + AH^۲ = ۴ + ۱۶ \Rightarrow AC = \sqrt{۲۰} = ۲\sqrt{۵}$$

متوسط

۴۸ ① ② ③ ④

طبق روابط طولی : $\begin{cases} MA \times MB = ME \times MH \\ MA \times MB = MF \times MG \end{cases} \Rightarrow ME \times MA = MF \times MG$

طبق قضیه‌ی عکس روابط طولی، از چهار نقطه‌ی E و F و G و H یک دایره می‌گذرد، پس $EFGH$ محاطی است.

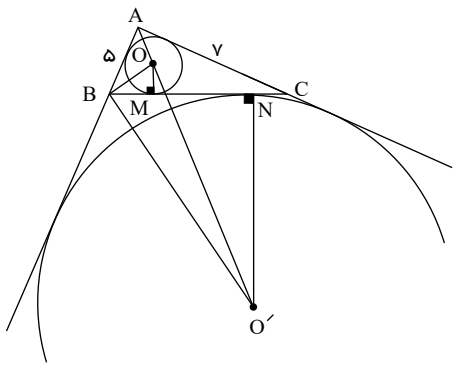
در هر چهارضلعی محاطی مجموع دو زاویه روبرو برابر است با ۱۸۰° .داریم:

$$E\hat{F}G + H = ۱۸۰^\circ \Rightarrow E\hat{F}G = ۱۸۰ - ۴۰ = ۱۴۰^\circ$$

سخت

۴۹ ① ② ③ ④ محل تلاقی نیمساز داخلی زاویه A و نیمسازهای داخلی و خارجی زاویه B (نقاط O و O') به ترتیب مرکز دایرهٔ محاطی داخلی و محاطی خارجی نظیر رأس A هستند. همچنین اندازهٔ تصویر قائم OO' بر روی ضلع BC برابر MN است.

$$MN = BN - BM = (P - c) - (P - b)$$
$$= b - c = ۷ - ۵ = ۲$$



سخت

۵۰ ① ② ③ ④

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۵۱ ۱ ۲ ۳ ۴

فراوانی نسبی دسته‌ی اول $= \frac{\text{فراوانی مطلق}}{\text{تعداد کل داده‌ها}} \rightarrow ۰/۱۱۲۵ = \frac{\text{فراوانی مطلق}}{۸۰} \rightarrow$ فراوانی مطلق $= ۸۰ \times ۰/۱۱۲۵ = ۹$

با اضافه کردن ۱۰ داده‌ی بیشتر از میانه، فراوانی مطلق دسته‌ی اول تغییر نمی‌کند ولی تعداد کل داده‌ها ۱۰ واحد افزایش می‌یابد.

فراوانی نسبی جدید دسته‌ی اول $= \frac{۹}{۹۰} = \frac{۱}{۱۰} = ۰/۱$

متوسط

۵۲ ۱ ۲ ۳ ۴ داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم.

$$۷, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲, \underbrace{۱۲, ۱۳}_{\text{میانه}}, ۱۶, ۱۷, ۱۷, ۱۸, ۲۰, ۲۱$$

چارک اول برابر $\frac{۱۰ + ۱۱}{۲} = ۱۰/۵$ و چارک سوم برابر $\frac{۱۷ + ۱۸}{۲} = ۱۷/۵$ است. بنابراین داده‌های بین ۱۰/۵ و ۱۷/۵ داخل جعبه قرار می‌گیرند. یعنی:

$$۱۱, ۱۲, ۱۲, ۱۳, ۱۶, ۱۷, ۱۷$$

$$\bar{x} = \frac{۱۱ + ۱۲ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۷}{۷} = \frac{۹۸}{۷} = ۱۴$$

$$\sigma^۲ = \frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}(x_i - \bar{x})^۲$$

$$= \frac{۱}{۷}\left((۱۱ - ۱۴)^۲ + (۱۲ - ۱۴)^۲ + (۱۲ - ۱۴)^۲ + (۱۳ - ۱۴)^۲ + (۱۶ - ۱۴)^۲ + (۱۷ - ۱۴)^۲ + (۱۷ - ۱۴)^۲\right)$$

$$= \frac{۱}{۷}(۹ + ۴ + ۴ + ۱ + ۹ + ۹) = \frac{۴۰}{۷} \simeq ۵/۷۱$$

سخت

۵۳ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\bar{x} = ۱۱ \rightarrow \frac{x_۱ + x_۲ + \cdots + x_۸}{۸} = ۱۱ \rightarrow x_۱ + x_۲ + \cdots + x_۸ = ۸۸ \rightarrow \sum_{i=۱}^{۸} x_i = ۸۸$$

$$\sigma^۲ = \frac{\sum_{i=۱}^{N} x_i^۲}{N} - (\bar{x})^۲ \rightarrow ۱۰ = \frac{\sum_{i=۱}^{۸} x_i^۲}{۸} - ۱۲۱ \rightarrow \frac{\sum_{i=۱}^{۸} x_i^۲}{۸} = ۱۳۱ \rightarrow \sum_{i=۱}^{۸} x_i^۲ = ۱۰۴۸$$

با اضافه کردن داده‌ی جدید $x = ۲$ داریم:

مجموع داده‌ها در حالت جدید $= ۸۸ + ۲ = ۹۰ \rightarrow \sum_{i=۱}^{۹} x_i = ۹۰$

مجموع مربعات داده‌ها در حالت جدید $= ۱۰۴۸ + ۲^۲ = ۱۰۵۲ \rightarrow \sum_{i=۱}^{۹} x_i^۲ = ۱۰۵۲$

$$\sigma^۲ = \frac{\sum_{i=۱}^{N} x_i^۲}{N} - (\bar{x})^۲ \rightarrow \sigma^۲ = \frac{۱۰۵۲}{۹} - (\frac{۹۰}{۹})^۲ = \frac{۱۰۵۲}{۹} - ۱۰۰ = \frac{۱۵۲}{۹} \sim ۱۶/۹$$

سخت

۵۴ ۱ ۲ ۳ ۴ اگر طول دسته را C در نظر بگیریم، فاصله نشان دستهٔ دستهٔ اول تا کران پایین دستهٔ چهارم برابر $۲C + \frac{C}{۲} = \frac{۵C}{۲}$ خواهد بود. بنابراین:

$$\frac{۵C}{۲} = ۱۶/۵ - ۹ \Rightarrow \frac{۵C}{۲} = ۷/۵ \Rightarrow C = ۳$$

فاصلهٔ نشان دستهٔ دستهٔ سوم تا نشان دستهٔ اول برابر $۲C$ است. بنابراین:

نشان دستهٔ دستهٔ سوم $= ۹ + ۲C = ۹ + ۶ = ۱۵$

متوسط

۵۵ ۱ ۲ ۳ ۴ میانگین داده‌های جدید برابر $۲ + (۶)۲- = ۱۰-$ و انحراف‌معیار جدید $|۲-|$ برابر یعنی ۱۲ می‌شود. پس:

$$CV_{\text{جدید}} = \frac{\sigma_{\text{جدید}}}{\bar{x}_{\text{جدید}}} = \frac{۱۲}{-۱۰} = -۱/۲$$

متوسط

۵۶ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا میانگین را بدست می‌آوریم.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=۱}^{۴} f_i x_i}{n} = \frac{(۷ \times ۵) + (۱۱ \times ۹) + (۱۳ \times ۳) + (۱۷ \times ۷)}{۳ + ۵ + ۷ + ۹} = \frac{۲۹۲}{۲۴} \simeq ۱۲/۱$$

بعد میانه دادها بعد از صعودی کردن داده‌ها را بدست می‌آوریم.

استاد علیرضا افشار "مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$\underbrace{۷, ۷, \ldots, ۷}_{\text{۵ مرتبه}}, \underbrace{۱۱, ۱۱, \ldots, ۱۱}_{\text{۹ مرتبه}}, ۱۳, ۱۳, ۱۳, \underbrace{۱۷, ۱۷, \ldots, ۱۷}_{\text{۷ مرتبه}}$

تعداد داده‌ها ۲۴ تا است و میانه، میانگین داده ۱۲ و ۱۳ می‌باشد.

$$\text{میانه} = \frac{۱۱ + ۱۱}{۲} = ۱۱$$

$$\text{تفاضل میانگین و میانه} \Rightarrow ۱۲/۱ - ۱۱ = ۱/۱$$

سخت

۵۷ ۱ ۲ ۳ **۴**

برای تبدیل درصد فراوانی به فراوانی نسبی کافی است هر درصد را به ۱۰۰ تقسیم کنیم.

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{۵} \underbrace{f_i}_{\text{فراوانی نسبی}} x_i = ۶ \times (\frac{۲۰}{۱۰۰}) + ۱۱ \times (\frac{۳۵}{۱۰۰}) + ۱۶ \times (\frac{۳۲}{۱۰۰}) + ۲۱ \times (\frac{۱۳}{۱۰۰}) = ۱۲/۹$$

سخت

۵۸ ۱ ۲ ۳ **۴**

داده‌های ۵, ۵, ۲, ۲, ۲, ۲ را x_i و داده‌های ۵, ۵, ۵, ۲, ۲ را y_i فرض می‌کنیم داریم:

$$y_i = ۷ - x_i \Rightarrow \left| \begin{matrix} \sigma_y = \sigma_x \\ \bar{y} = ۷ - \bar{x} \end{matrix} \right. , \bar{x} = \frac{۴ \times ۲ + ۲ \times ۵}{۶} = ۳ \Rightarrow \bar{y} = ۴ \Rightarrow \frac{CV_x}{CV_y} = \frac{\frac{\sigma_x}{\bar{x}}}{\frac{\sigma_y}{\bar{y}}} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} = \frac{۴}{۳}$$

سخت

۵۹ ۱ ۲ **۳** ۴ ۵

میانگین گروه جدید نیز مانند گروه اول برابر ۴ است و از طرفی مجموع مجذورهای «انحراف از میانگین‌ها» در هر دو گروه برابرند که اگر آن را با S نشان دهیم، آنگاه واریانس‌ها برابر می‌شوند با:

$$\begin{cases} \sigma_۱^۲ = \frac{S}{۶} \\ \sigma_۲^۲ = \frac{S}{۸} \end{cases} \Rightarrow \frac{\sigma_۲^۲}{\sigma_۱^۲} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow \frac{\sigma_۲}{\sigma_۱} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\frac{CV_۲}{CV_۱} = \frac{\frac{\sigma_۲}{\bar{x}}}{\frac{\sigma_۱}{\bar{x}}} = \frac{\sigma_۲}{\sigma_۱} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

متوسط

۶۰ **۱** ۲ ۳ ۴ ۵

مد داده‌ای است که بیشترین فراوانی را بین داده‌ها داشته باشد، هر دادهٔ معلوم تنها یک‌بار تکرار شده است پس x باید با یکی از داده‌ها برابر باشد تا به‌عنوان مد در نظر گرفته شود از طرفی میانگین با مد برابر است پس x همان میانگین است:

$$x = \bar{x} = \frac{۵۵ + x + ۶۰ + ۱۵ + ۴۵ + ۵۰}{۶} \Rightarrow ۶x = x + ۲۲۵ \Rightarrow ۵x = ۲۲۵ \Rightarrow x = ۴۵$$

حال داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

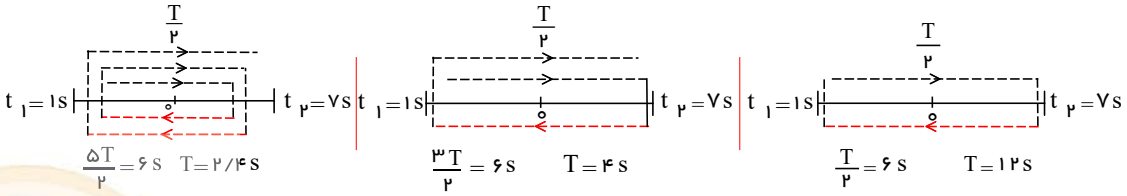
۱۵, ۴۵, ۴۵, ۵۰, ۵۵, ۶۰

چون تعداد داده‌ها زوج است میانگین دو دادهٔ وسط همان میانه می‌باشد یعنی:

$$\text{میانه} = Q_۲ = \frac{۴۵ + ۵۰}{۲} = ۴۷/۵$$

متوسط

۶۱ ۱ ۲ ۳ **۴**



سخت

۶۲ ۱ ۲ **۳** ۴ ۵

برای سیستم و جرم و فنر، انرژی جنبشی بیشینه (انرژی مکانیکی) از رابطهٔ زیر محاسبه می‌گردد:

$$K_{max} = E = \frac{۱}{۲} m A^۲ \omega^۲ \xrightarrow{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}} K_{max} = \frac{۱}{۲} k A^۲$$

بنابراین برای دو فنر با ضریب سختی و دامنهٔ یکسان، انرژی مکانیکی یا انرژی جنبشی بیشینه مستقل از جرم وزنهٔ متصل به فنرها می‌باشد.

$$\frac{K_{max_۲}}{K_{max_۱}} = \frac{\frac{۱}{۲} k A^۲}{\frac{۱}{۲} k A^۲} = ۱$$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$$\frac{v_{max_۲}}{v_{max_۱}} = \frac{A_۲}{A_۱} \times \frac{\omega_۲}{\omega_۱}$$

$$\xrightarrow{\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}} \frac{v_{max_۲}}{v_{max_۱}} = ۱ \times \sqrt{\frac{m_۱}{m_۲}} = \sqrt{\frac{۱}{۴}} = \frac{۱}{۲}$$

متوسط

۶۳ ۱ ۲ ۳ ۴ طبق رابطهٔ $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ و اینکه $\Delta x = L_۱ = ۲m$ و $\Delta t = ۱s$ داریم $v_۱ = ۲m/s$.

از طرفی با توجه به تساوی جرم و از رابطهٔ $v = \sqrt{\frac{FL}{m}}$ خواهیم داشت:

$$\frac{v_۲}{v_۱} = \sqrt{\frac{F_۲}{F_۱}} \times \sqrt{\frac{L_۲}{L_۱}} \xrightarrow[L_۲=۱۰m \text{ و } L_۱=۲m]{F_۱=۵N \text{ و } F_۲=۲۵N} \frac{v_۲}{۲} = \sqrt{\frac{۵}{۲۵}} \times \sqrt{\frac{۱۰}{۲}} \Rightarrow v_۲ = ۲m/s$$

با توجه به رابطهٔ $v_۲ = \frac{L_۲}{\Delta t}$ داریم: $\Delta t = \frac{L_۲}{v_۲} = \frac{۱۰}{۲} = ۵s$.

متوسط

۶۴ ۱ ۲ ۳ ۴

$$۱) L_۱ = v_۱ \Delta t_۱ \xrightarrow{\Delta t_۱ = ۲} L_۱ = ۲v_۱ \xrightarrow{L_۱ = L} v_۱ = \frac{L}{۲}$$

$$۲) \frac{v_۲}{v_۱} = \sqrt{\frac{F_۲}{F_۱}} \times \sqrt{\frac{L_۲}{L_۱}} \times \sqrt{\frac{m_۱}{m_۲}}$$

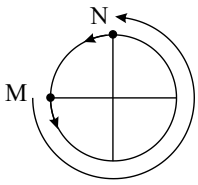
$$\xrightarrow[m_۲=۸m \text{ و } m_۱=m]{F_۲=۹F \text{ و } F_۱=F \text{ و } L_۲=۲L \text{ و } L_۱=L} \frac{V_۲}{V_۱} = \sqrt{۹} \times \sqrt{۲} \times \sqrt{\frac{۱}{۸}} = ۱/۵$$

$$\rightarrow v_۲ = ۱/۵ v_۱ = \frac{۱/۵L}{۲}$$

$$۳) \Delta t_۲ = \frac{L_۲}{v_۲} = \frac{۲L}{\frac{۱/۵L}{۲}} = \frac{۴}{۱/۵} = \frac{۸}{۳}$$

متوسط

۶۵ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به آن‌که هر ذره از محیط انتشار موج دقیقاً حرکت نوسانی ذرهٔ ما قبل خود را تکرار می‌کند، پس در لحظهٔ $t = ۰$ چون نقطهٔ ماقبل M و N پایین‌تر است، پس هر دو در این لحظه به طرف پایین حرکت می‌کنند و وضعیت آن‌ها در لحظهٔ $t = ۰$ مطابق شکل زیر است. حال برای آن‌که ذرهٔ M به وضعیت ذرهٔ N در لحظهٔ $t = ۰$ برسد به اندازهٔ $\frac{۳T}{۴}$ زمان لازم دارد و داریم:



$$\frac{۳T}{۴} = \frac{۱}{۴۰۰} \Rightarrow T = \frac{۱}{۳۰۰}$$

حال با استفاده از نمودار نقش موج می‌توان نوشت:

$$\Delta x = \frac{۵\lambda}{۴}$$

$$\Delta x = x_۲ - x_۱ = \frac{۵\lambda}{۴} \Rightarrow x_۱ + ۵۰ - x_۱ = \frac{۵\lambda}{۴} \Rightarrow \lambda = ۴۰cm = ۰/۴m$$

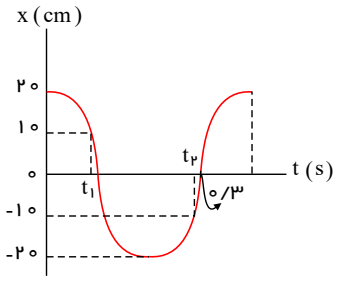
$$\lambda = vT \Rightarrow ۰/۴ = v \times \frac{۱}{۳۰۰} \Rightarrow v = ۱۲۰m/s$$

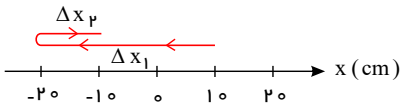
دیدیم در مدت $\frac{۱}{۴۰۰}$ ثانیه ($\frac{۳T}{۴}$) وضعیت نقطهٔ M به وضعیت نقطهٔ N در لحظهٔ $t = ۰$ می‌رسد. در نتیجه سرعت ذرهٔ M در این لحظه برابر صفر می‌شود.

سخت

۶۶ ۱ ۲ ۳ ۴ مسافت طی شده توسط نوسانگر در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ برابر است با:

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial





$$d = |\Delta x_1| + |\Delta x_2|$$
$$d = |-۲۰ - ۱۰| + |-۱۰ + ۲۰| = ۳۰ + ۱۰ = ۴۰cm = ۰/۴m$$

حال با استفاده از نمودار، معادلهٔ مکان - زمان نوسانگر را محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{۳T}{۴} = ۰/۳ \Rightarrow T = ۰/۴s \Rightarrow \omega = \frac{۲\pi}{۰/۴} = ۵\pi \ rad/s$$
$$x = A\cos(\omega t) \Rightarrow x = ۰/۲\cos(۵\pi t)$$

سپس زمان‌های t_1 تا t_2 را محاسبه می‌کنیم.

$$۱۰ = ۲۰\cos ۵\pi t_1 \Rightarrow ۵\pi t_1 = \frac{\pi}{۳} \Rightarrow t_1 = \frac{۱}{۱۵}s$$
$$-۱۰ = ۲۰\cos ۵\pi t_2 \Rightarrow ۵\pi t_2 = \frac{۴\pi}{۳} \Rightarrow t_2 = \frac{۴}{۱۵}s$$

در نهایت با استفاده از تعریف تندی متوسط داریم:

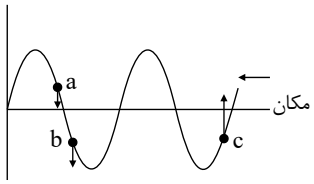
$$s = \frac{d}{\Delta t} = \frac{۰/۴}{\frac{۴}{۱۵} - \frac{۱}{۱۵}} = ۲\ m/s$$

سخت

۶۷ ۱ ۲ **۳** ۴

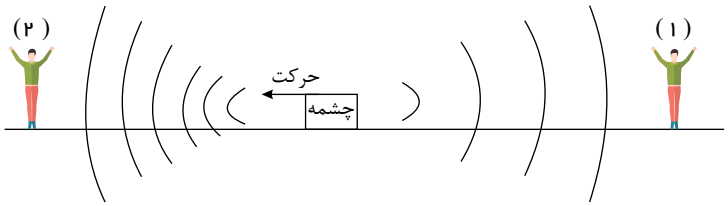
با توجه به این‌که انرژی پتانسیل ذرهٔ a در حال کاهش است بنابراین انرژی جنبشی آن در حال افزایش است و نوع حرکت آن تندشونده است بنابراین جهت انتشار موج در خلاف جهت محور مکان است. پس نوع حرکت ذرهٔ b کندشونده و نوع حرکت ذرهٔ c تندشونده است.

جابه‌جایی



متوسط

۶۸ **۱** ۲ ۳ ۴



حرکت چشمهٔ صوت به طرف ناظر (۲) باعث تجمع جبههٔ سمت چپ چشمه می‌شود، بنابراین طول موج دریافتی از چشمه توسط ناظر (۲) کاهش می‌یابد و با توجه به ثابت بودن سرعت صوت در محیط، به معنای افزایش بسامد است $\begin{cases} \lambda_2 \downarrow \\ f_2 \uparrow \end{cases}$ ولی تجمع جبهه‌های موج در عقب چشمهٔ صوت کاهش می‌یابد؛ بنابراین طول موج دریافتی از چشمهٔ صوت توسط ناظر (۱) افزایش و بسامد کاهش می‌یابد. $\begin{cases} \lambda_1 \uparrow \\ f_1 \downarrow \end{cases}$

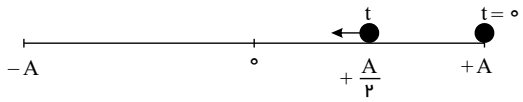
متوسط

۶۹ ۱ **۲** ۳ ۴ ابتدا به چند نکته توجه فرمایید:

زمان‌های طلایی در مکان‌های طلایی:

- طبق کتاب درسی نوسانگر در حرکت هماهنگ ساده در مبدأ زمان در دامنهٔ مثبت $x = +A$ قرار دارد: $x_0 = +A$ یعنی معادلهٔ مکان-زمان نوسانگر: $x = A\cos(\omega t)$
- مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر برای اولین‌بار، پس از $t = ۰$ $(x_0 = +A)$ به مکان $x = +\frac{A}{۲}$ برسد:

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial



$$x = A\cos(\omega t) = +\frac{A}{۲} \rightarrow \cos(\omega t) = \frac{۱}{۲} \rightarrow \omega t = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳}\ ,\ k \in \mathbb{Z}$$

برای اولین بار $k = ۰$ و $(+\frac{\pi}{۳})$ جایگزین می‌گردد:

$$\omega t = \frac{\pi}{۳} \rightarrow \frac{۲\pi}{T}t = \frac{\pi}{۳} \rightarrow \boxed{t = \frac{T}{۶}}$$

- اگر به‌جای مکان $x = +\frac{A}{۲}$ مدت‌زمان رسیدن به مکان $x = +\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ برای اولین‌بار پس از $t = ۰$ مد نظر بود:

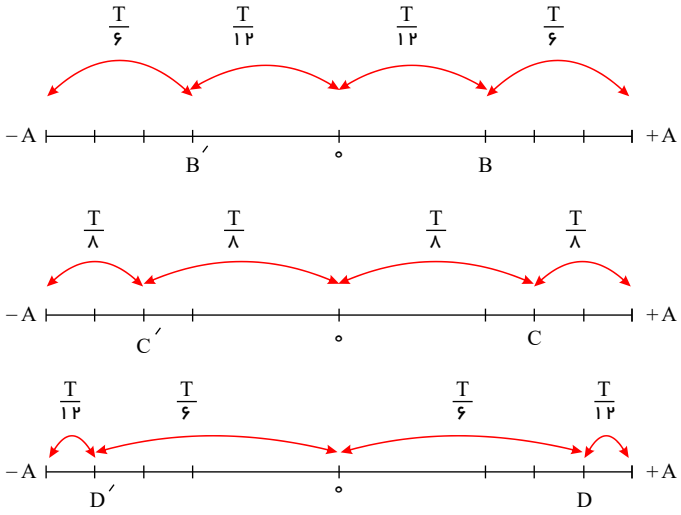
$$\omega t = \frac{\pi}{۶} \rightarrow \frac{۲\pi}{T}t = \frac{\pi}{۶} \rightarrow \boxed{t = \frac{T}{۱۲}}$$

- اگر به‌جای مکان $x = +\frac{A}{۲}$، حداقل زمان رسیدن از $x = +A$ تا $x = +\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ مد نظر بود:

$$\omega t = \frac{\pi}{۴} \rightarrow \frac{۲\pi}{T}t = \frac{\pi}{۴} \rightarrow \boxed{t = \frac{T}{۸}}$$

و به‌طور خلاصه، فقط در حل تست‌ها و نه در امتحانات نهایی از نتایج به‌دست آمده، به این شکل می‌توان استفاده نمود:

x_B	x_C	x_D	$x_{B'}$	$x_{C'}$	$x_{D'}$
$+\frac{A}{۲}$	$+\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$	$+\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$	$-\frac{A}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$



قدم اول:

$$m = ۲۵۰g = \frac{۱}{۴}kg \quad (۱)$$

$$A = ۱۰cm \rightarrow A = ۰/۱m \quad (۲)$$

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} \rightarrow \omega^۲ = \frac{۴\pi^۲}{T^۲} \approx \frac{۴۰}{T^۲} \quad (۳)$$

$$E = K_m = \frac{۱}{۲}mv_m^۲ = \frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲ \xrightarrow{(۱),(۲),(۳)} ۰/۲ = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۴} \times (\frac{۱}{۱۰})^۲ \times (\frac{۴۰}{T^۲})$$

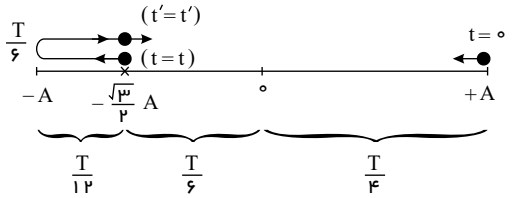
$$\rightarrow \frac{۴۰}{T^۲} = ۰/۲ \times ۲ \times ۴ \times ۱۰۰ = ۲۰ \times ۸۰ = ۱۶۰ \rightarrow T^۲ = \frac{۱}{۴} \rightarrow \boxed{T = ۰/۵s}$$

قدم دوم:

$$t' - t = \frac{۱}{۱۲} \rightarrow \frac{t' - t}{T} = \frac{\frac{۱}{۱۲}}{۰/۵} = \frac{۲}{۱۲} = \frac{۱}{۶} \rightarrow \boxed{t' - t = \frac{T}{۶}} \rightarrow x_{(t)} = x_{(t')} = -\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$$

استاد علیرضا افشار
@alirezaafsharofficial

$$\rightarrow t' = \frac{T}{۴} + \frac{T}{۶} + \frac{T}{۱۲} + \frac{T}{۱۲} = \frac{۷T}{۱۲} \rightarrow \boxed{t' = \frac{۷}{۱۲} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۷}{۲۴} s}$$



قدم سوم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{۲\pi}{T} \rightarrow \frac{k}{m} = \frac{۴\pi^۲}{T^۲} \rightarrow k = \frac{۴\pi^۲ m}{T^۲} = \frac{۴ \times ۱۰ \times \frac{۱}{۴}}{(۰/۵)^۲} = ۱۰ \times ۴ = ۴۰\ N/m$$

$$x = -\frac{\sqrt{۳}}{۲}A = -\frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۱۰cm = -۵\sqrt{۳}cm = \frac{-۵\sqrt{۳}}{۱۰۰}m \rightarrow F = F_e = -kx = -۴۰ \times (\frac{-۵\sqrt{۳}}{۱۰۰}m)$$

$$\rightarrow \boxed{F = ۲\sqrt{۳}(N)}$$

سخت

۷۰ ۱ ۲ **۳** ۴ — **قدم اول:**

$$L_۲ = L_۱(۱ + \alpha\Delta\theta) \rightarrow \frac{L_۲}{L_۱} = ۱ + \alpha\Delta\theta = ۱ + (۲۱ \times ۱۰^{-۴})(۱۰^۲) \rightarrow \frac{L_۲}{L_۱} = ۱ + ۰/۲۱ = ۱/۲۱$$

قدم دوم:

$$\begin{cases} \frac{W_۲}{W_۱} = \frac{mg_۲}{mg_۱} = \frac{g_۲}{g_۱} = \frac{۲۵}{۱۰۰} = \frac{۱}{۴} \\ W_۲ = W_۱ - \frac{۷۵}{۱۰۰}W_۱ \end{cases}$$

قدم سوم:

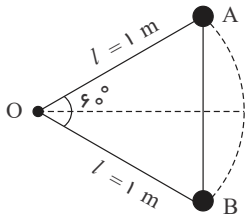
$$f = \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{g}{L}} \rightarrow \begin{cases} \frac{f_۲}{f_۱} = \sqrt{\frac{g_۲}{g_۱} \times \frac{L_۱}{L_۲}} = \sqrt{\frac{۱}{۴} \times \frac{۱۰۰}{۱۲۱}} = \frac{۵}{۱۱} \rightarrow f_۲ = \frac{۵}{۱۱}f_۱ = \frac{۱۰}{۱۱} \\ \omega_۱ = ۲\pi f_۱ = ۴\pi \rightarrow f_۱ = ۲Hz \end{cases}$$

$$\rightarrow \Delta f = f_۲ - f_۱ = \frac{۱۰}{۱۱} - ۲ = -\frac{۱۲}{۱۱}Hz$$

سخت

۷۱ ۱ ۲ ۳ ۴ — باتوجه به شکل زیر ابتدا فاصله‌ی عمودی نقطه‌ی A و B را به دست می‌آوریم.

$\overset{\Delta}{OAB} =$ متساوی‌الاضلاع $\Rightarrow AB = ۱m$



نقطه‌ی B را مبدأ پتانسیل $(h = ۰)$ فرض می‌کنیم و چون از کلیه‌ی اصطکاک‌ها صرف‌نظر شده است، طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی بین نقاط A و B داریم:

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = \cancel{U_B^{۰}} + K_B \Rightarrow \cancel{m}\, gh_A + \frac{۱}{۲}\cancel{m}\, v_A^۲ = \frac{۱}{۲}\cancel{m}\, v_B^۲ \Rightarrow ۱۰ \times ۱ + \frac{۱}{۲} \times ۲^۲ = \frac{۱}{۲}v_B^۲$$

$$\Rightarrow ۱۰ + ۲ = \frac{۱}{۲}v_B^۲ \Rightarrow ۲۴ = v_B^۲ \Rightarrow v_B = ۲\sqrt{۶}\frac{m}{s}$$

سخت

۷۲ ۱ ۲ **۳** ۴ — بنابر قضیه‌ی کار – انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_۲ - K_۱ \Rightarrow W_{وزن} + W_{فنر} = ۰ - ۰ \Rightarrow -mg\Delta h = -\Delta U_{کشسانی} = ۰ \Rightarrow$$

$$-m \times ۱۰ \times (-۱/۲m) = \Delta U_{کشسانی} \Rightarrow ۱۲m = ۳۶ \Rightarrow m = ۳kg$$

$$W_{وزن} = -\Delta U_{گرانشی} = -mg\Delta h$$

$$W_{فنر} = -\Delta U_{کشسانی}$$

نکته‌ی ۱: کار نیروی وزن برابر با کشسانی منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است.

نکته‌ی ۲: کار نیروی فنر برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل کشسانی سامانه جسم – فنر است.

نکته‌ی ۳: حداکثر انرژی پتانسیل کشسانی وقتی در فنر ذخیره می‌شود که تندی جسم به صفر برسد.

سخت

۷۳ ۱ ۲ **۳** ۴ — ابتدا جرم آب جابه‌جا شده در هر ثانیه را محاسبه می‌کنیم:

مشاوره علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow ۱۰^۳ = \frac{m}{۷۰ \times ۱۰^{-۳}} \Rightarrow m = ۷۰kg$$

بنا به قضیه‌ی کار – انرژی جنبشی کار خروجی (مفید) این تلمبه در هر ثانیه برابر است با:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{تلمبه}} + W_{\text{وزن}} = K_۲ - K_۱ \xrightarrow{\text{تندی ثابت}} W_{\text{تلمبه}} = -W_{\text{وزن}}$$
$$= +\Delta U = mgh = ۷۰ \times ۱۰ \times ۱۵ \Rightarrow W_{\text{تلمبه}} = ۱۰/۵ \times ۱۰^۳ J$$

پس توان متوسط خروجی (مفید) تلمبه برابر است با:

$$\overline{P} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{۱۰/۵ \times ۱۰^۳}{۱} = ۱۰/۵ \times ۱۰^۳ W = ۱۰/۵kW$$

بنابراین بازده این تلمبه برابر است با:

$$Ra = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}} \times ۱۰۰ = \frac{۱۰/۵kW}{۱۵kW} \times ۱۰۰ = ۷۰\%$$

سخت

۷۴ ۱ ۲ ۳ ۴ وقتی جسمی را به طور کامل و به آرامی درون ظرفی پر از مایع فرو ببریم، حجم مایع جابه‌جا شده برابر با حجم جسم وارد شده است، بنابراین ابتدا به کمک جرم مایع جابه‌جا شده و چگالی آن حجم مایع جابه‌جا شده را به دست می‌آوریم:

$$\rho_{\text{مایع}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{V_{\text{مایع}}} \Rightarrow ۲ = \frac{۲۰۰}{V_{\text{مایع}}} \Rightarrow V_{\text{مایع}} = ۱۰۰cm^۳$$

اکنون باتوجه به چگالی قطعه‌ی فلزی می‌توان گفت:

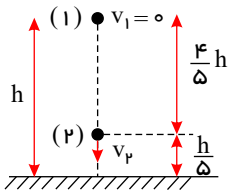
$$\rho_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}} \Rightarrow ۸ = \frac{m_{\text{فلز}}}{۱۰۰} \Rightarrow m_{\text{فلز}} = ۸۰۰g$$

سخت

۷۵ ۱ ۲ ۳ ۴ چون نیروی مقاومت هوا را در حین حرکت ناچیز فرض کرده‌ایم، اصل پایستگی انرژی مکانیکی برقرار است و با در نظر گرفتن گرانش زمین به عنوان مبداء انرژی پتانسیل داریم:

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow U_۱ + \cancel{K_۱}^{\circ} = U_۲ + K_۲ \Rightarrow mgh = mg\frac{h}{۵} + ۲۰۰ \Rightarrow$$

$$\frac{۴}{۵}mgh = ۲۰۰ \Rightarrow \frac{۴}{۵} \times ۰/۵ \times ۱۰ \times h = ۲۰۰ \Rightarrow h = ۵۰m$$



متوسط

۷۶ ۱ ۲ ۳ ۴

(شعاع زمین $\simeq ۶۴۰۰km$ و $\pi \simeq ۳$)

کافی است شعاع زمین بر حسب km را برحسب واحد Mm محاسبه کنیم:

$$۶۴۰۰km \times \underbrace{\frac{۱۰۰۰\ m}{km}}_{\text{تبدیل واحد } km \text{ به } m} \times \underbrace{\frac{۱\ Mm}{۱۰^۶\ m}}_{\text{تبدیل } m \text{ به } Mm} = \frac{۶۴}{۱۰}Mm$$

مساحت کره : $۴\pi r^۲ = ۴ \times ۳ \times (\frac{۶۴}{۱۰})^۲ = \frac{۴۹۱۵۲}{۱۰۰}Mm^۲ = ۴۹۱/۵۲Mm^۲ \simeq ۴/۹ \times ۱۰^۲ Mm^۲$

سخت

۷۷ ۱ ۲ ۳ ۴ باتوجه به رابطهٔ انرژی جنبشی داریم:

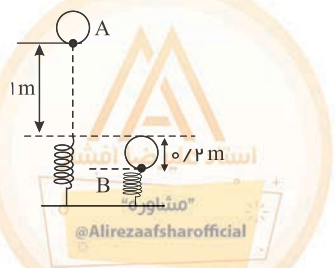
$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow \frac{K_۲}{K_۱} = \frac{m_۲}{m_۱} \times (\frac{v_۲}{v_۱})^۲ \Rightarrow \frac{K_۱ + ۱۲۵}{K_۱} = ۱ \times (\frac{v_۱ + ۰/۵v_۱}{v_۱})^۲$$
$$\Rightarrow \frac{K_۱ + ۱۲۵}{K_۱} = (\frac{۱/۵v_۱}{v_۱})^۲ = ۲/۲۵ \Rightarrow K_۱ + ۱۲۵ = ۲/۲۵K_۱ \Rightarrow ۱/۲۵K_۱ = ۱۲۵ \Rightarrow K_۱ = ۱۰۰J$$

متوسط

۷۸ ۱ ۲ ۳ ۴ از قضیهٔ کار – انرژی جنبشی بین دو نقطهٔ A و B (نقطه‌ای که فنر دارای بیشترین فشردگی است.) استفاده می‌کنیم. برای این منظور معلومات زیر را در نظر بگیریم:

۱) تندی جسم در نقاط A و B صفر است. (از نقطهٔ A رها شده و حداکثر تا نقطهٔ B فنر را فشرده است.)

۲) در طول مسیر AB، نیروی وزن، نیروی مقاومت هوا و نیروی کشسانی فنر کار بر روی گلوله انجام می‌دهند.



حال داریم:

$$W_{\text{وزن}} + W_{\text{هوا}} + W_{\text{فنر}} = K_B - K_A \qquad (۱)$$

از طرفی برای کار نیروی وزن داریم: (جسم به پایین سقوط کرده)

$$W_{وزن} = mgh_{AB} \xrightarrow[h_{AB}=۱٫۲m]{m=۳kg} W_{وزن} = ۳ \times ۱۰ \times ۱٫۲ \Rightarrow W_{وزن} = ۳۶J$$

در نهایت داریم:

$$W_{وزن} + W_{هوا} + W_{فنر} = K_B - K_A \qquad (۱)$$

$$\xrightarrow[K_B=۰\ ,\ K_A=۰]{W_{وزن}=۳۶J\ ,\ W_{هوا}=-۶J} ۳۶ - ۶ + W_{فنر} = ۰ \Rightarrow W_{فنر} = -۳۰J$$

سخت

۷۹ ۱ ۲ ۳ ۴ در سیستم SI طول باید برحسب متر و زمان برحسب ثانیه بیان شود.

$$۱km = ۱۰۰۰m \qquad ۰٫۷۲\frac{km}{\min} \times \frac{۱۰۰۰}{۶۰} = ۱۲\frac{m}{s}$$

$$۱\min = ۶۰s$$

متوسط

۸۰ ۱ ۲ ۳ ۴

$$۱hm^۲ = ۱۰^۴m^۲ = ۱۰^۴ \times ۱۰^۶mm^۲ = ۱۰^{۱۰}mm^۲$$

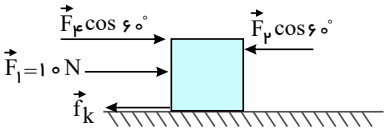
متوسط

۸۱ ۱ ۲ ۳ ۴

$$۵٫۸ \times ۱۰^۴\mu m^۲ = x\ cm^۲ \Rightarrow x = ۵٫۸ \times ۱۰^۴ \frac{\mu m^۲}{cm^۲} = ۵٫۸ \times ۱۰^۴ \times \frac{۱۰^{-۱۲}}{۱۰^{-۴}} \Rightarrow x = ۵٫۸ \times ۱۰^{-۴}$$

سخت

۸۲ ۱ ۲ ۳ ۴ کار کل از رابطهٔ $W_t = F_t d$ به‌دست می‌آید که F_t برایند مؤلفه‌هایی از نیروها می‌باشد که در راستای جابه‌جایی می‌باشند.



$$F_t = F_۴\cos ۶۰^\circ + F_۱ - f_k - F_۲\cos ۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow F_t = ۵۰ \times \frac{۱}{۲} + ۱۰ - ۵ - ۲۰ \times \frac{۱}{۲} = ۲۰N$$

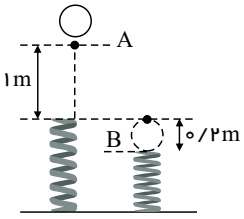
$$W_t = ۲۰ \times ۱۰ = ۲۰۰J$$

متوسط

۸۳ ۱ ۲ ۳ ۴

از قضیهٔ کار – انرژی جنبشی بین دو نقطهٔ A و B استفاده می‌کنیم. برای این منظور باید معلومات زیر را در نظر بگیریم.

۱) سرعت جسم در نقاط A و B صفر است. (از نقطهٔ A رها شده و حداکثر تا نقطهٔ B فنر را فشرده است.)



۲) در طول مسیر AB، سه نیروی وزن، مقاومت هوا و فنر کار انجام می‌دهند. برای محاسبهٔ کار نیروی وزن داریم: (جسم به پایین سقوط کرده)

$$W_{وزن} = mgh_{AB} \xrightarrow[h_{AB}=۱٫۲m]{m=۳kg} W_{وزن} = ۳ \times ۱۰ \times ۱٫۲ = ۳۶J$$

در نهایت داریم:

$$W_{وزن} + W_{هوا} + W_{فنر} = K_B - K_A$$

$$\xrightarrow[K_B=۰\ ,\ K_A=۰]{W_{وزن}=۳۶J\ ,\ W_{هوا}=-۶J} ۳۶ - ۶ + W_{فنر} = ۰ \Rightarrow W_{فنر} = -۳۰J$$

سخت

۸۴ ۱ ۲ ۳ ۴

با استفاده از تعریف چگالی داریم:

$$\begin{cases} V_۱ = \frac{m_۱}{\rho_۱} = \frac{۱۰۰}{۱۰} = ۱۰cm^۳ \\ V_۲ = \frac{m_۲}{\rho_۲} = \frac{۵۰}{۵} = ۱۰cm^۳ \end{cases} \Rightarrow V_{کل} = ۱۰ + ۱۰ = ۲۰cm^۳$$

حال با استفاده از تعریف چگالی مخلوط داریم:

$$V_{آلیاژ} = \frac{m_{آلیاژ}}{\rho_{آلیاژ}} = \frac{۱۰۰ + ۵۰}{۸} = ۱۸٫۷۵cm^۳ \rightarrow V_{آلیاژ} - V_{کل} = ۱۸٫۷۵ - ۲۰ = -۱٫۲۵cm^۳$$

بنابراین حجم آلیاژ ۱٫۲۵ سانتی‌متر مکعب کاهش یافته است.

متوسط

۸۵ ۱ ۲ ۳ ۴ تک تک گزینه‌ها را تبدیل واحد کرده و بر حسب گرم می‌نویسیم:

$$۰٫۰۰۰۰۷۰۱Tg = ۷٫۰۱ \times ۱۰^{-۵}\ Tg = ۷٫۰۱ \times ۱۰^{-۵} \times ۱۰^{۱۲}g = ۷٫۰۱ \times ۱۰^۷g$$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

گزینهٔ «۱»: $۷٫۰۱ \times ۱۰^{۱۳}\mu g \times \frac{۱۰^{-۶}g}{۱\mu g} = ۷٫۰۱ \times ۱۰^{۷}g$

گزینهٔ «۲»: $۷٫۰۱ \times ۱۰^{۱۰}mg \times \frac{۱۰^{-۳}g}{۱mg} = ۷٫۰۱ \times ۱۰^{۷}g$

گزینهٔ «۳»: $۷٫۰۱ \times ۱۰^{۱۶}ng \times \frac{۱۰^{-۹}g}{۱ng} = ۷٫۰۱ \times ۱۰^{۷}g$

گزینهٔ «۴»: $۷٫۰۱ \times ۱۰^{۱۸}pg \times \frac{۱۰^{-۱۲}g}{۱pg} = ۷٫۰۱ \times ۱۰^{۶}g$

سخت

۸۶ ۱ ۲ ۳ ۴ با دقت اندازه‌گیری ابزارهای مدرج برابر کمینه درجه‌بندی آن ابزار است و می‌دانیم خطای این ابزارهای مدرج برابر مثبت و منفی نصف دقت ابزار است.

در این تست دقت خط‌کش برابر $۱cm$ است . زیرا کمینه درجه‌بندی برابر $۱cm$ است و بنابراین خطای خط‌کش برابر $\pm ۰٫۵cm$ خواهد بود.

برای تعیین تعداد ارقام با معنا، باید توجه داشته باشید که انتهای جسم بین دو عدد $۳cm$ و $۴cm$ قرار دارد، بنابراین می‌توان طول جسم را به‌عنوان مثال برابر $۳٫۷cm$ حدس زد. پس دو عدد (رقم) با معنا در عدد گزارش شده وجود خواهد داشت.

متوسط

۸۷ ۱ ۲ ۳ ۴ فرض کنیم هر انسانی حدود ۸۵ سال عمر نماید. در این‌صورت:

سال ۸۵ $= ۸۵ \times ۳۶۵ \sim (۸٫۵ \times ۱۰)(۳٫۶۵ \times ۱۰^{۲}) = (۱۰ \times ۱۰)(۱ \times ۱۰^{۲}) = ۱۰^{۴}$ روز

پس به‌طور متوسط هر انسانی $۱۰^{۴}$ روز عمر می‌کند. حال اگر شخص روزی ۵ لیتر آب بنوشد، حجم آب مصرف شده در کل عمر شخص برابر است با:

آب مصرفی کل: $۵ \times ۱۰^{۴} \sim ۱۰ \times ۱۰^{۴} = ۱۰^{۵}$ لیتر

متوسط

۸۸ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا انرژی جنبشی اولیه توپ را محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{۱}{۲}mv^{۲} \rightarrow K_{۱} = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۱۰^{۲} = ۲۰۰J$$

پس از برخورد توپ با دیوار، ۳۸ ژول از انرژی توپ کاسته می‌شود، بنابراین:

$$K_{۲} = K_{۱} - ۳۸ \rightarrow K_{۲} = ۲۰۰ - ۳۸ = ۱۶۲J$$

با توجه به این‌که در ضمن برخورد، جرم توپ ثابت می‌ماند:

$$K_{۲} = \frac{۱}{۲}mv_{۲}^{۲}$$

$$۱۶۲ = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times V_{۲}^{۲} \rightarrow v_{۲}^{۲} = ۸۱ \rightarrow v_{۲} = ۹m/s$$

متوسط

۸۹ ۱ ۲ ۳ ۴ سطح هاشورخورده را مبدأ پتانسیل در نظر می‌گیریم:

$$W_{mg} = -\Delta U_{g}$$

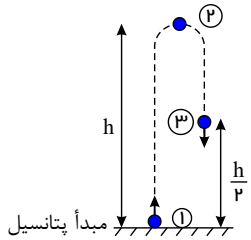
$$W_{mg} = -(U_{g_B} - U_{g_A})$$

$$W_{mg} = -U_{g_B} + U_{g_A} = -mgh_B + mgh_A$$

$$W_{mg} = -۴ \times ۱۰ \times ۶ + ۴ \times ۱۰ \times ۱۰ \rightarrow W_{mg} = ۱۶۰J$$

متوسط

۹۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا ارتفاع اوج (h) را محاسبه می‌نماییم:



$$E_{۱} = E_{۲}$$

$$\rightarrow K_{۱} + U_{g_۱}^{\nearrow^{۰}} = K_{۲}^{\nearrow^{۰}} + U_{g_۲}$$

$$\frac{۱}{۲}m v_{۱}^{۲} = mgh$$

$$\rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۱۰^{۲} = ۱۰ \times h \rightarrow h = ۵m$$

تذکر: در نقطه اوج (بالاترین نقطهٔ مسیر) سرعت برابر صفر است.

سپس سرعت توپ را در نقطهٔ «۳» (نیمه مسیر) محاسبه می‌نماییم:

$$E_{۱} = E_{۳}$$

$$K_{۱} = K_{۳} + U_{g_۳}$$

$$\rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۱۰^{۲} = \frac{۱}{۲} \times v_{۳}^{۲} + ۱۰ \times \frac{۵}{۲} \rightarrow v_{۳} = ۵\sqrt{۲}m/s$$

سخت

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۹۱ ۱ ۲ **۳** ۴

$$۴KNO_۳(s) \xrightarrow{\Delta} ۲K_۲O(s) + ۲N_۲(g) + ۵O_۲(g)$$

روش استوکیومتری:

$$?gKNO_۳ = ۱٫۵۶۸L \text{ گاز} \times \frac{۱\ mol \text{ گاز}}{۲۲٫۴\ L} \times \frac{۴\ mol\ KNO_۳}{۷\ mol \text{ گاز}} \times \frac{۱۰۱\ gKNO_۳}{۱mol\ KNO_۳} = ۴٫۰۴\ gKNO_۳ \text{ خالص}$$

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{مقدار خالص}}{\text{مقدار ناخالص}} \times ۱۰۰ \rightarrow \frac{۴٫۰۴}{۵٫۰۵} \times ۱۰۰ = ۸۰\%$$

روش دوم:

$$\frac{۵٫۰۵KNO_۳(\text{ناخالص}) \times \frac{P}{۱۰۰}}{۴ \times ۱۰۱} = \frac{۱٫۵۶L \text{ گاز}}{(۲+۵) \times ۲۲٫۴} \Rightarrow P = ۸۰\%$$

متوسط

۹۲ **۱** ۲ ۳ ۴ سومین آلکان، پروپان ($C_۳H_۸$) و دومین آلکین پروپین ($C_۳H_۴$) است.

نکته: توجه داشته باشید که در خانواده‌ی آلکن و آلکین اولین هیدروکربن سیرنشده دارای دو اتم کربن $(n=۲)$ و دومین هیدروکربن دارای سه اتم کربن $(n=۳)$ است.

محاسبه‌ی جرم مولی:

$$\begin{cases} C_۳H_۸ = (۳ \times ۱۲) + ۸ = ۴۴g \cdot mol^{-۱} \\ C_۳H_۴ = (۳ \times ۱۲) + ۴ = ۴۰g \cdot mol^{-۱} \end{cases} \Rightarrow \frac{۴۴}{۴۰} = ۱٫۱$$

متوسط

۹۳ ۱ ۲ ۳ **۴** از آنجایی که هرچه واکنش‌پذیری فلزی بیش‌تر باشد خاصیت فلزی آن بیش‌تر و خاصیت نافلزی آن کم‌تر است بنابراین می‌توان گفت که موارد ب و پ صحیح هستند.

سخت

۹۴ ۱ **۲** ۳ ۴ منظور از ستون‌های جدول تناوبی همان گروه‌ها هستند. در گروه‌های ۱ و ۱۵ و ۱۶ و ۱۷ و ۱۸ عنصرهای آغازی که به ترتیب H و N و O و F و He هستند در شرایط معمولی گازی شکل‌اند.

متوسط

۹۵ ۱ **۲** ۳ ۴ کاتیون‌های فلزهای واسطه $_{۳۰}Zn$ و $_{۲۵}Mn$ قاعدهٔ هشتایی را رعایت نمی‌کنند:

$$_{۳۰}Zn^{۲+} : [_{۱۸}Ar]\,۳d^{۱۰} \quad , \quad _{۲۵}Mn^{۲+} : [_{۱۸}Ar]\,۳d^{۵}$$

آرایش الکترونی کاتیون‌های $Sc^{۳+}$ و $Ba^{۲+}$ و Rb^{+} مشابه گاز نجیب (هشتایی) است.

سخت

۹۶ **۱** ۲ ۳ ۴ اگر به واکنش: $۲Fe_۲O_۳(s) + ۳C(s) \xrightarrow{\Delta} ۴Fe(s) + ۳CO_۲(g)$ توجه کنیم با انجام محاسبات زیر:

$$?gFe = ۴۰gFe_۲O_۳ \times \frac{۱molFe_۲O_۳}{۱۶۰gFe_۲O_۳} \times \frac{۴molFe}{۲molFe_۲O_۳} \times \frac{۵۶gFe}{۱molFe} = ۲۸gFe$$

$$(Fe = ۵۶g \cdot mol^{-۱}) \ , \ \left[Fe_۲O_۳ = (۵۶ \times ۲) + (۱۶ \times ۳) = ۱۶۰g \cdot mol^{-۱}\right]$$

جرم اتم آهن تولید شده نشان می‌دهد که از مقدار مورد انتظار ما بیشتر است پس این میزان خطا می‌تواند ناشی از خطا در اندازه‌گیری با ترازو باشد و سایر موارد می‌تواند مقدار عملی را کم‌تر نشان دهد.

سخت

۹۷ ۱ ۲ ۳ **۴**

روش اول : $۲Fe_۲O_۳ + ۳C \rightarrow ۴Fe + ۳CO_۲$

$$?gFe = ۴۰gFe_۲O_۳ \times \frac{۱molFe_۲O_۳}{۱۶۰gFe_۲O_۳} \times \frac{۴molFe}{۲molFe_۲O_۳} \times \frac{۵۶gFe}{۱molFe} \times \frac{R}{۱۰۰}$$

$$= ۱۹٫۶gFe \rightarrow R = ۷۰\% \text{ بازده درصدی واکنش اول}$$

$$?LCO_۲ = ۹۱٫۶gFe \times \frac{۱molFe}{۵۶gFe} \times \frac{۳molCO_۲}{۴molFe} \times \frac{۲۲٫۴LCO_۲}{۱molCO_۲}$$

$$= ۵٫۸۸LCO_۲ \text{ حجم گاز تولیدی در واکنش اول}$$

روش دوم : $Fe_۳O_۴ + ۳CO \rightarrow ۲Fe + ۳CO_۲$

$$?gFe = ۱۰gFe_۲O_۳ \times \frac{۱molFe_۲O_۳}{۱۶۰gFe_۲O_۳} \times \frac{۲molFe}{۱molFe_۲O_۳} \times \frac{۵۶gFe}{۱molFe} \times \frac{R'}{۱۰۰}$$

$$= ۵٫۲gFe \rightarrow R' \simeq ۷۴٫۳\% \text{ بازده درصدی واکنش دوم}$$

$$?LCO_۲ = ۵٫۲gFe \times \frac{۱molFe}{۵۶gFe} \times \frac{۳molCO_۲}{۲molFe} \times \frac{۲۲٫۴LCO_۲}{۱molCO_۲}$$

$$= ۳٫۱۲LCO_۲ \text{ حجم گاز تولیدی در واکنش دوم}$$

$$\text{حجم کل } CO_۲ \text{ تولیدی} = ۵٫۸۸ + ۳٫۱۲ = ۹LCO_۲$$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

سخت

۹۸ ۱ ۲ ۳ **۴** کاتیون موجود در ترکیب یونی $XCl_۲$ دارای بار الکتریکی $+۲$ است ($X^{۲+}$).

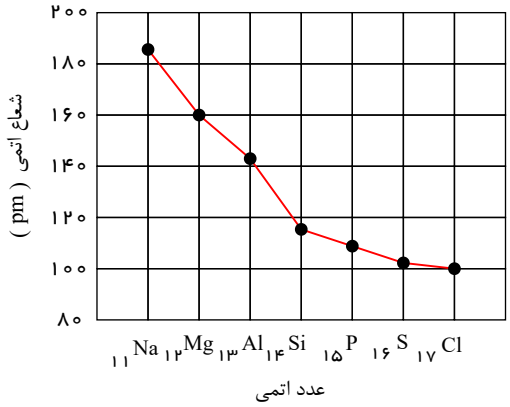
$Cr^{2+}:[_{18}Ar]3d^4$, $Fe^{2+}:[_{18}Ar]3d^6$, $Zn^{2+}:[_{18}Ar]3d^{10}$, $Ca^{2+}:[_{10}Ne]3s^2 3p^6$

متوسط

۹۹ ۴ ۳ ۲ **۱** عناصر سدیم، منیزیم، آلومینیم و سیلیسیم در ویژگی دارا بودن سطحی براق و درخشان، عناصر سیلیسیم، فسفر، گوگرد در ویژگی شکننده بودن بر اثر ضربه و عناصر سیلیسیم، فسفر، گوگرد و کلر در ویژگی رفتار یک اتم در واکنش با دیگر اتم‌ها، با اتم ژرمانیم مشترک می‌باشند.

سخت

۱۰۰ ۴ ۳ **۲** ۱ باتوجه به نمودار زیر، اختلاف میان شعاع اتمی عنصرهای آلومینیم و سیلسیم بیشتر است.



متوسط

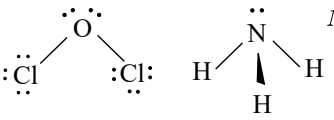
۱۰۱ ۴ ۳ ۲ **۱**

عنصرهای A تا F به ترتیب عبارتند از: $_{16}S$, $_{17}Cl$, $_{15}P$, $_{9}F$, $_{14}Si$, $_{5}B$ ؛ بنابراین در مولکول AD_4 (یا SF_4) به دلیل وجود جفت الکترون ناپیوندی بر روی اتم مرکزی، برایند قطبیت پیوندها صفر نبوده و مولکول قطبی است.

سخت

۱۰۲ ۴ ۳ ۲ **۱**

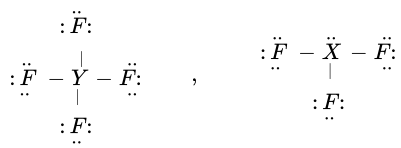
از ترکیب‌های پیشنهاد شده در گزینه‌های این پرسش، تنها NH_3 و Cl_2O، هر دو قطبی‌اند و به دلیل الکترونگاتیوتر بودن اتم مرکزی در آن‌ها (N نسبت به H و O نسبت به Cl)، جفت الکترون‌های پیوندی در آنها، به اتم مرکزی نزدیک‌ترند.



متوسط

۱۰۳ ۴ ۳ **۲** ۱ فقط (ب و ت) صحیح است.

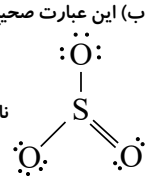
باتوجه به تعداد کل الکترون‌های ناپیوندی دو ترکیب XF_3 و YF_4 و همچنین هر اتم F دارای سه جفت الکترون ناپیوندی می‌باشد، می‌توان نتیجه گرفت ساختار لوویس XF_3 و YF_3 به صورت زیر است:



بنابراین ساختار الکترون نقطه‌ای اتم‌های X و Y به صورت $(\cdot\ddot{\underset{\cdot}{X}}\cdot)$ و $(\cdot\dot{\underset{\cdot}{Y}}\cdot)$ می‌باشد.

الف) این عبارت نادرست است. باتوجه به ساختار لوویس XF_3 و YF_4 می‌توان گفت XF_3 مولکول قطبی و YF_4 مولکول ناقطبی است.

ب) این عبارت صحیح است. باتوجه به آرایش الکترون – نقطه‌ای Y، این اتم با اکسیژن، ترکیب YO_2 با ساختار لوویس $\ddot{\underset{\cdot\cdot}{O}}=Y=\ddot{\underset{\cdot\cdot}{O}}$ را تشکیل می‌دهدکه مانند مولکول SO_3،



ناقطبی است.

پ) این عبارت نادرست است. باتوجه به آرایش الکترون – نقطه‌ای دو اتم x و Y تعداد الکترون‌های ظرفیت آن‌ها به ترتیب ۵ و ۴ می‌باشد.

ت) این عبارت درست است. اتم Y $(\cdot\dot{\underset{\cdot}{Y}}\cdot)$ با گوگرد $(\cdot\ddot{\underset{\cdot}{S}}:)$ ترکیب YS_2 را تشکیل می‌دهد که براساس ساختار لوویس آن، تعداد الکترون‌های ناپیوندی، دو برابر تعداد جفت الکترون های پیوندی آن است. $\ddot{\underset{\cdot\cdot}{S}}=Y=\ddot{\underset{\cdot\cdot}{S}}$

سخت

۱۰۴ **۴** ۳ ۲ ۱ کلسیم کاربید (CaC_2) از دو یون Ca^{2+} و C_2^{2-} تشکیل شده‌است که در ساختار آنیون آن کربن به‌صورت تک اتمی نمی‌باشد.

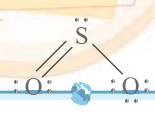
متوسط

۱۰۵ ۴ ۳ **۲** ۱ ساختار لوئیس مولکول‌های ارائه شده در صورت سؤال به صورت زیر می‌باشد:

کربونیل سولفید: $\ddot{\underset{\cdot\cdot}{S}}=C=\ddot{\underset{\cdot\cdot}{O}}$ و کربن دی‌سولفید: $:\ddot{S}=C=\ddot{S}:$

اتین: $H-C\equiv C-H$ و هیدروژن سیانید: $H-C\equiv\ddot{N}$

گوگرد دی‌اکسید:



ریاضی نظام جدید 25 بهمن

که از میان آن‌ها تنها $(SO_۲)$ ساختار خمیده داشته و اتم‌های آن در راستای یک خط نمی‌باشند. در خصوص قطبیت مولکول نیز، مولکول‌های کربونیل سولفید (SCO) و هیدروژن سیانید (HCN) قطبی بوده و تنها در مولکول‌های کربن دی‌سولفید $(CS_۲)$ و اتین $(C_۲H_۲)$ گشتاور دوقطبی برابر صفر بوده و مولکول‌هایشان ناقطبی است.

سخت

۱۰۶ ۱ ۲ ۳ **۴** اتم‌های A، B، C و D به ترتیب عناصر: C، N، O و F از دورهٔ دوم جدول عناصر می‌باشند؛ بنابراین تنها گزینهٔ ۴ نادرست است، زیرا که مولکول‌های ($B_۲ = N_۲$ و $C_۲ = O_۲$) بیشترین حجم هواکره را به خود اختصاص می‌دهند.

مولکول $AC_۲$ همان $CO_۲$ است که خطی و ناقطبی است.

مولکول $BD_۳$ همان $NF_۳$ است که قطبی بوده و گشتاور دوقطبی آن بزرگ‌تر از صفر است.

مولکول $AD_۴$ همان $CF_۴$ است که ناقطبی است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.

سخت

۱۰۷ **۱** ۲ ۳ ۴ شکل مربوطه نقشهٔ پتانسیل الکترواستاتیکی مولکول آب را نشان می‌دهد که اتم مرکزی آن (اکسیژن) متعلق به گروه ۱۶ جدول تناوبی است.

البته این شکل می‌تواند مربوط به مولکول $SO۲$ هم باشد که در این صورت تراکم بار الکتریکی بر روی اتم مرکزی کمتر است.

در این مدل تراکم ابر الکترونی بر روی اتم مرکزی بیشتر بوده و گشتاور دو قطبی آن صفر نیست، درنتیجه مولکول آن قطبی است.

متوسط

۱۰۸ ۱ **۲** ۳ ۴ بخش C شارهٔ یونی $(NaCl)$ می‌باشد، که به‌دلیل تمرکز پرتوهای خورشیدی بر روی گیرندهٔ برج به حالت مذاب درمی‌آید. این شارهٔ بسیار داغ به منبع انرژی گرمایی سرازیر می‌شود تا حتی در روزهای ابری و شب‌هنگام انرژی لازم برای تبدیل آب به بخار داغ را فراهم کند. بخار داغ، توربین را برای انرژی الکتریکی به حرکت درمی‌آورد.

گسترهٔ دمایی شارهٔ یونی مذاب (حدود $۸۵۰\,C^\circ - ۱۳۵۰\,C^\circ$) است که این گستره را برای مواد مولکولی نمی‌توان انتظار داشت. این گسترهٔ وسیع به علت وجود پیوندهای یونی قوی میان ذرات $NaCl$ است که جاذبه‌ای بسیار قوی است.

متوسط

۱۰۹ ۱ ۲ **۳** ۴ ابتدا باید ببینیم چند گرم از این آلیاژ را فلزهای Zn و Cu تشکیل داده‌اند:

$$?gZn = ۱٫۲g\,\text{مخلوط} \times \frac{۶۰gZnO}{۱۰۰g\,\text{مخلوط}} \times \frac{۶۵gZn}{۸۱gZnO} \simeq ۰٫۵۸gZn$$

$$?gCu = ۱٫۲g\,\text{مخلوط} \times \frac{۴۰gCuSO_۴}{۱۰۰g\,\text{مخلوط}} \times \frac{۶۴gCu}{۱۶۰gCuSO_۴} \simeq ۰٫۱۹gCu$$

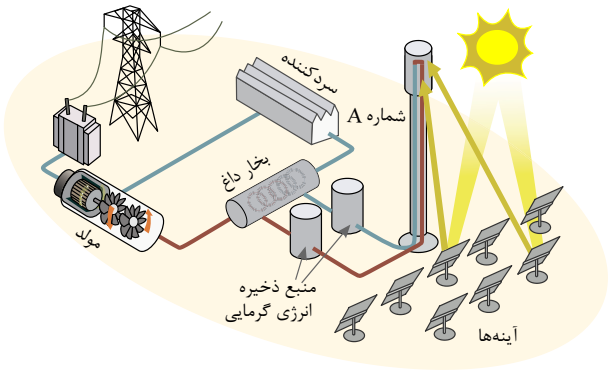
$$\Rightarrow ?gSn = ۱٫۸ - (gZn + gCu) = ۱٫۰۳gSn$$

$$\text{درصد جرمی } Sn \text{ در آلیاژ مورد نظر} = \frac{۱٫۰۳}{۱٫۸} \times ۱۰۰ \simeq ۵۷٫۲\%$$

سخت

۱۱۰ ۱ ۲ ۳ **۴**

با متمرکز شدن پرتوهای خورشیدی بر روی گیرندهٔ برج، دمای سدیم کلرید مذاب (شارهٔ یونی) افزایش می‌یابد و این شارهٔ بسیارداغ به منبع ذخیرهٔ انرژی گرمایی سرازیر می‌شود تا حتی در روزهای ابری و شب هنگام، انرژی لازم برای تبدیل آب به بخار داغ را فراهم کند. بخار داغ، توربین را برای تولید انرژی الکتریکی به حرکت در می‌آورد.



متوسط

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

پاسخ‌نامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴
۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۱۰۵	۱	۲	۳	۴
۱۰۶	۱	۲	۳	۴
۱۰۷	۱	۲	۳	۴
۱۰۸	۱	۲	۳	۴
۱۰۹	۱	۲	۳	۴
۱۱۰	۱	۲	۳	۴

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial