

## افشار

مرکز مشاوره تحصیلی دکتر

علیرضا افشار

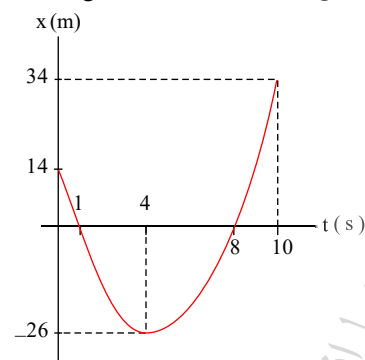
۱- ذره‌ای روی محیط یک مربع به ضلع ۶۰ سانتی‌متر در یک سو حرکت می‌کند. این ذره حرکت خود را از یکی از گوشه‌های مربع آغاز کرده است. اندازه جابه‌جایی ذره را پس از پیمودن مسافت الف (۱۰۵، ب) ۱۴۸ سانتی‌متر حساب کنید.

۲- یک متحرک روی یک مسیر مستقیم از نقطه A به نقطه B می‌رود. اگر مسافت پیموده شده توسط متحرک و اندازه جابه‌جایی آن به ترتیب برابر ۱۸۰ و ۱۰۰ متر باشد و متحرک تنها یک بار تغییر جهت داده باشد، فاصله نقطه تغییر جهت تا نقطه وسط A و B چه قدر است؟

۳- یک خودرو از مسیر جنوبی یک میدان بزرگ به شعاع ۴۸ متر وارد میدان می‌شود و پس از چرخش در مسیر دایره‌ای میدان، از مسیر غربی آن خارج می‌شود. اگر تندی متوسط خودرو در حرکت در مسیر میدان ۲۷ کیلومتر باشد، اندازه سرعت متوسط خودرو در این حرکت چند کیلومتر بر ساعت است؟ ( $\pi = 3$ )

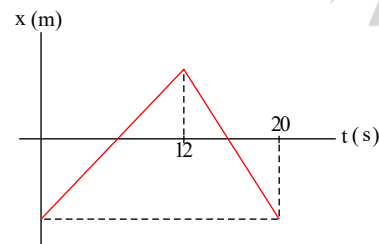
۴- در حرکت یک جسم بر خط راست، بردار مکان جسم در لحظه  $t_1 = 8s$  برابر  $\vec{d}_1 = (+12m)\vec{i}$  و سرعت متوسط جسم از لحظه صفر تا لحظه  $t_1 = 8s$  برابر  $\vec{v}_{av} = (-2.5m/s)\vec{i}$  است. اگر بردار مکان جسم در لحظه  $t_2 = 20s$  برابر  $\vec{d}_2 = (-8m)\vec{i}$  باشد، سرعت متوسط جسم از لحظه صفر تا لحظه  $t_2 = 20s$  را به دست آورید.

۵- در حرکت روی خط راستی که نمودار مکان - زمان آن به صورت شکل روبه‌رو است، اندازه سرعت متوسط در مدتی که حرکت در سوی منفی است با اندازه سرعت متوسط در مدتی که حرکت در سوی مثبت است برابر است. الف) مکان نقطه تغییر جهت را به دست آورید.



ب) مسافت پیموده شده توسط متحرک چه قدر است؟  
پ) تندی متوسط متحرک را حساب کنید.

۶- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند به صورت شکل روبه‌رو است. نسبت سرعت متوسط متحرک در ۵ ثانیه اول حرکت به سرعت متوسط متحرک در ۵ ثانیه آخر حرکت را به دست آورید.



۷- رابطه مکان - زمان متحرکی که حرکتش در لحظه صفر آغاز شده در SI به صورت زیر است.

$$x = 2\sqrt{t} - 15$$

در چه لحظه‌ای برای دومین بار فاصله متحرک از مبدأ مکان برابر ۱۰ متر می‌شود؟

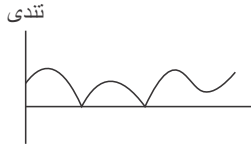
۸- مکان جسمی بر حسب زمان بر حسب یکاهای SI به صورت زیر به دست می‌آید. (حرکت جسم در لحظه صفر آغاز شده است).

$$x = 1.5t^3 - t + 2.5$$

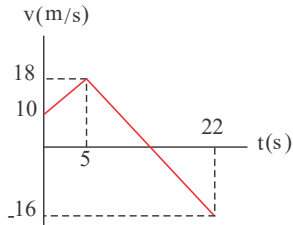
الف) سرعت متوسط جسم در دو ثانیه اول حرکت چه قدر است؟

ب) سرعت متوسط جسم از لحظه  $t = 2s$  تا چه لحظه‌ای برابر ۷۷ متر بر ثانیه است؟

۹- نمودار تندی - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند به صورت شکل روبه‌رو است؟ متحرک حداقل و حداکثر چند بار تغییر جهت داده است؟



۱۰- شکل روبه‌رو نمودار سرعت - زمان جسمی را نشان می‌دهد که روی محور  $x$  حرکت می‌کند. اگر در این حرکت شتاب متوسط در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  صفر باشد، بیشترین مقدار ممکن برای  $t_2 - t_1$  چه قدر است؟



۱۱- سرعت جسمی بر حسب زمان بر حسب یکاهای  $SI$  به صورت زیر به دست می‌آید (حرکت جسم در لحظه صفر آغاز شده است).

$$v = -2t^3 + 3t^2 - t + 4$$

(الف) شتاب متوسط جسم در پنج ثانیه اول حرکت چه قدر است؟

(ب) در ثانیه چندم حرکت اندازه شتاب متوسط جسم برابر  $24$  متر بر مربع ثانیه است؟

۱۲- (الف) گلوله  $A$  را در شرایط خلأ از ارتفاع  $h$  و بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم. سه ثانیه بعد گلوله  $B$  را از ارتفاع  $h/4$  و بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم. نسبت سرعت گلوله  $A$  به سرعت گلوله  $B$  در لحظه رسیدن به زمین چه قدر است؟

(ب) اگر دو گلوله هم‌زمان به زمین برسند، مدت زمان سقوط هر گلوله و ارتفاع  $h$  را پیدا کنید.

۱۳- سنگی از بام ساختمانی بدون سرعت اولیه و در شرایط خلأ به طرف زمین رها می‌شود.

(الف) اگر سنگ در  $2$  ثانیه آخر حرکت خود  $60$  متر را طی کند، ارتفاع ساختمان چند متر است؟

(ب) سرعت سنگ درست پیش از برخورد به زمین چه قدر است؟

۱۴- معادله حرکت هماهنگ ساده‌ای در  $SI$ ،  $x = 0.04 \cos 4\pi t$  است.

(الف) انرژی مکانیکی نوسانگر را برای  $m = 2gr$  به دست آورید.

(ب) در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نصف انرژی جنبشی است تندی نوسانگر را محاسبه نمایید.

۱۵- (الف) سرعت انتشار موج در سیمی با چگالی  $1 gr/cm^3$  و سطح مقطع  $1 mm^2$  که توسط نیروی  $10 N$  کشیده شده چقدر است؟

(ب) چه طولی از ریسمان توسط این موج طی  $10$  ثانیه پیموده می‌شود؟

۱۶- یک دستگاه صوتی صدایی با تراز شدت  $\beta_1 = 80 dB$  و دستگاه صوتی دیگر، صدایی با تراز شدت  $\beta_2 = 90 dB$  ایجاد می‌کند. شدت‌های مربوط

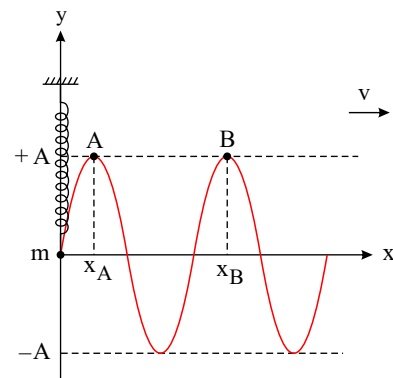
به این دو تراز (بر حسب  $W/m^2$ ) به ترتیب  $I_1$  و  $I_2$  هستند.  $I_2$  چند برابر  $I_1$  است؟

۱۷- مطابق شکل داده شده، توسط یک نوسانگر ساده دستگاه جرم - فنر قائم، موجی در طول طنابی بلند و افقی که یک سر آن به نوسانگر به جرم  $m$  در

حال نوسان ساده، متصل و سر دیگر آن کشیده شده، ایجاد و در حال انتشار است. در لحظه  $t = t'$ ، ذره  $A$  از طناب را که در مکان  $x = x_A$  و ذره  $B$  از طناب

نیز در مکان  $x = x_B$  قرار دارد. اگر فاصله ذره  $B$  تا وضع تعادلی‌اش در لحظه  $t = t' + 0.2s$  برای اولین بار، نصف دامنه نوسانی‌اش باشد. (الف) اگر ثابت فنر

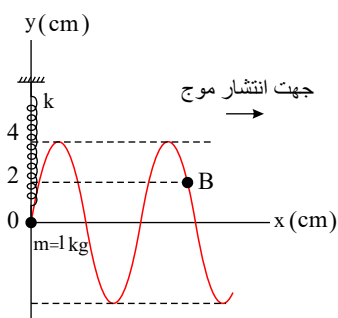
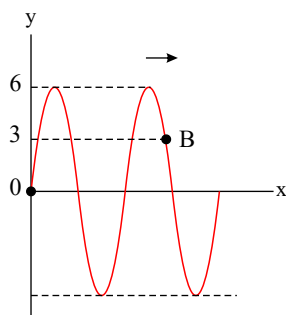
$k = 10 \frac{N}{m}$  باشد، جرم  $m$  چند کیلوگرم است؟



(ب) وزنه چند کیلوگرمی به جرم  $m$  آویخته و مجدد به نوسان واداریم تا وضعیت نوسانی ذرات  $A$  و  $B$  کاملاً

قرینه شود؟ (در صورت نیاز  $\pi \approx 3.14$ )

۱۸- در شکل مقابل عکس موجی که در طول طنابی در حال انتشار است در  $t = t_1$  ترسیم شده است. در لحظه  $t = t_1 + \frac{4}{3}s$ ، سرعت متوسط ذره B از طناب برای اولین بار صفر می‌شود. اگر به جرم نوسانگر (در چشمه موج)،  $3kg$  اضافه کرده و دامنه نوسانی را  $2cm$  افزایش داده و مجدداً موج سینوسی را در طول طناب ایجاد کنیم، در بازه زمانی  $t'_1 \leq t \leq t'_1 + \frac{4}{3}s$ ، سرعت متوسط ذره B چند  $\frac{cm}{s}$  خواهد بود؟

[نقش موج (عکس موج) در  $t = t_1$ ]نقش موج در  $t = t'_1$  در شرایط جدید

۱۹- یک دستگاه صوتی، صدایی با تراز شدت  $\beta = 90 dB$  ایجاد می‌کند. شدت این صوت چند  $W/m^2$  است؟

$$(I_0 = 10^{-12} W/m^2)$$

۲۰- اگر دامنه یک منبع صوت  $1 mm$  و بسامد آن  $100$  هرتز باشد. با رساندن دامنه به  $2 mm$  و بسامد به  $1000$  هرتز تراز شدت صوت چند دسی‌بل تغییر می‌نماید؟ ( $\log 2 = 0.3$ )

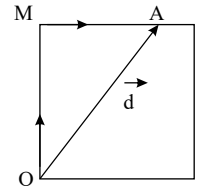
## پاسخنامه تشریحی

۱- در شکل‌های زیر فرض کرده‌ایم ذره از نقطه  $O$  شروع به حرکت کرده است. همچنین ضلع مربع  $a$  فرض شده است.

(الف) ذره یک ضلع را به طور کامل می‌پیماید و در مسیر ضلع دوم به نقطه  $A$  می‌رسد.

$$d_1 = \sqrt{OM^2 + MA^2} = \sqrt{a^2 + (l - a)^2} = \sqrt{60^2 + (105 - 60)^2}$$

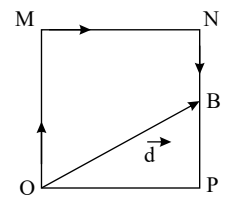
$$\Rightarrow d_1 = \sqrt{60^2 + 45^2} = 15\sqrt{4^2 + 3^2} = 15 \times 5 = 75cm$$



(ب) ذره دو ضلع را به طور کامل می‌پیماید و در مسیر ضلع سوم به نقطه  $B$  می‌رسد.

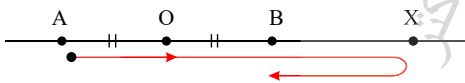
$$d_2 = \sqrt{OP^2 + PB^2} = \sqrt{a^2 + (3a - l)^2} = \sqrt{60^2 + (3 \times 60 - 148)^2}$$

$$\Rightarrow d_2 = \sqrt{60^2 + 32^2} = 4\sqrt{15^2 + 8^2} = 4 \times 17 = 68cm$$



متوسط

۲- مانند شکل زیر فرض می‌کنیم متحرک در نقطه  $X$  تغییر جهت داده است و نقطه وسط  $A$  و  $B$  را  $O$  می‌نامیم.



راه حل اول:

$$\begin{cases} l = AX + BX = 180m \\ d = AB = AX - BX = 100m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AX = 140m \\ BX = 40m \end{cases}$$

$$\Rightarrow OX = OB + BX = \frac{AB}{2} + BX = \frac{100}{2} + 40 = 90m$$

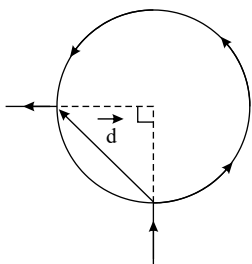
راه حل دوم:

$$\left. \begin{aligned} AX &= AO + OX = \frac{AB}{2} + OX \\ BX &= OX - OB = OX - \frac{AB}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow AX + BX = 2OX$$

$$\Rightarrow OX = \frac{AX + BX}{2} = \frac{\text{مسافت پیموده شده}}{2} = 90m$$

توجه: راه حل دوم نشان می‌دهد که پاسخ این سؤال به اندازه جابه جایی بستگی ندارد و نصف مسافت پیموده شده است.

مطابق شکل روبه‌رو خودرو سه چهارم محیط میدان را پیموده است.



$$\begin{cases} \text{مسافت پیموده شده } l = \frac{3}{4}(2\pi R) = \frac{3}{2}\pi R \\ \text{اندازه جابه‌جایی } d = \sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2}R \end{cases}$$

راه حل اول:

$$S_{av} = 27 \text{ km/h} = 27 \times \left(\frac{1}{3.6}\right) \text{ m/s} = \frac{15}{2} \text{ m/s}$$

$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{\frac{3}{2}\pi R}{\Delta t} \Rightarrow 7.5 \text{ m/s} = \frac{\frac{3}{2} \times 3 \times 48 \text{ m}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{144}{5} \text{ s}$$

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{\sqrt{2}R}{\Delta t} = \frac{\sqrt{2} \times 48 \text{ m}}{\frac{144}{5} \text{ s}} = \frac{5\sqrt{2}}{3} \text{ m/s} = \frac{5\sqrt{2}}{3} (3.6 \text{ km/h}) = 6\sqrt{2} \text{ km/h}$$

راه حل دوم: نسبت اندازه سرعت متوسط به تندی متوسط برابر نسبت اندازه جابه‌جایی به مسافت است.

$$\frac{v_{av}}{S_{av}} = \frac{d}{l} = \frac{\sqrt{2}R}{\frac{3}{2}\pi R} = \frac{2\sqrt{2}}{3\pi} \Rightarrow v_{av} = \frac{2\sqrt{2}}{3\pi} \times 27 \text{ km/h} = 6\sqrt{2} \text{ km/h}$$

سخت

۴- ابتدا بردار مکان اولیه جسم را به دست می‌آوریم:

$$\vec{v}_{1av} = \frac{\vec{d}_1 - \vec{d}_0}{t_1 - t_0} \Rightarrow -2.5\vec{i} = \frac{+12\vec{i} - \vec{d}_0}{8 - 0} \Rightarrow -20\vec{i} = +12\vec{i} - \vec{d}_0 \Rightarrow \vec{d}_0 = (+32\text{m})\vec{i}$$

حالا سرعت متوسط جسم از لحظه صفر تا لحظه  $t_p = 20 \text{ s}$  را حساب می‌کنیم.

$$\vec{v}_{pav} = \frac{\vec{d}_p - \vec{d}_0}{t_p - t_0} = \frac{(-8\vec{i}) - (+32\vec{i})}{20 - 0} = (-2\text{m/s})\vec{i}$$

متوسط

۵- الف) متحرک در لحظه  $t_M = 4 \text{ s}$  تغییر جهت داده است. مکان نقطه تغییر جهت را  $x_M$  فرض می‌کنیم.

حرکت در بازه زمانی صفر تا  $t_M$  در سوی منفی و در بازه زمانی  $t_M$  تا  $t = 10 \text{ s}$  در سوی مثبت بوده است.

$$|(v_{av})_{0-t_M}| = |(v_{av})_{t_M-t}| \Rightarrow \left| \frac{x_M - x_0}{t_M - 0} \right| = \left| \frac{x - x_M}{t - t_M} \right|$$

$$\Rightarrow \left| \frac{x_M - (+14)}{4 - 0} \right| = \left| \frac{(+34) - x_M}{10 - 4} \right|$$

$$(v_{av})_{0-t_M} \text{ و } (v_{av})_{t_M-t} \text{ علامت مخالف دارند} \Rightarrow \frac{x_M - (+14)}{4} = -\frac{(+34) - x_M}{6}$$

$$\Rightarrow 1.5x_M - 21 = -34 + x_M \Rightarrow x_M = -26 \text{ m}$$

ب) متحرک ابتدا از مکان  $x_0 = +14 \text{ m}$  در سوی منفی به مکان  $x_M = -26 \text{ m}$  می‌رود و مسافت  $|(-26 \text{ m}) - (+14 \text{ m})| = 40 \text{ m}$  را می‌پیماید و

سپس از مکان  $x_M = -26 \text{ m}$  در سوی مثبت به مکان  $x = +34 \text{ m}$  می‌رود و مسافت  $|(+34 \text{ m}) - (-26 \text{ m})| = 60 \text{ m}$  را می‌پیماید. بنابراین

متحرک در کل مسافت  $40m + 60m = 100m$  را پیموده است.

$$(پ) \quad S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{100m}{10s} = 10m/s$$

سخت

۶- در فاصله زمانی صفر تا ۱۲ ثانیه، منحنی نمودار خط راست است و شیب ثابتی دارد. پس می توان گفت سرعت متوسط متحرک در پنج ثانیه اول حرکت (صفر تا ۵s)، برابر سرعت متوسط در کل این محدوده زمانی (صفر تا ۱۲s) است. پس داریم:

$$\Rightarrow (v_{av})_{0s-5s} = (v_{av})_{0s-12s} = \frac{x(12s) - x(0s)}{12s - 0s} = \frac{x_{12} - x_0}{12}$$

همچنین در فاصله زمانی ۱۲ ثانیه تا ۲۰ ثانیه، نیز منحنی نمودار خط راست است و شیب ثابتی دارد. پس می توان گفت سرعت متوسط متحرک در پنج ثانیه آخر حرکت (۱۵s تا ۲۰s)، برابر سرعت متوسط در کل این محدوده زمانی (۱۲s تا ۲۰s) است و از طرفی  $x_{20} = x_0$  پس داریم:

$$\Rightarrow (v_{av})_{15s-20s} = (v_{av})_{12s-20s} = \frac{x(20s) - x(12s)}{20s - 12s} = \frac{x_{20} - x_{12}}{8} = \frac{x_0 - x_{12}}{8}$$

بنابراین:

$$\Rightarrow \frac{\text{سرعت متوسط در پنج ثانیه اول}}{\text{سرعت متوسط در پنج ثانیه آخر}} = \frac{\frac{x_{12} - x_0}{12}}{\frac{x_0 - x_{12}}{8}} = -\frac{2}{3}$$

سخت

۷- در لحظه هایی که  $x = +10m$  و  $x = -10m$  است، فاصله متحرک از مبدأ مکان برابر ۱۰ متر می شود.

$$x = +10m \Rightarrow 2\sqrt{t} - 15 = +10 \Rightarrow 2\sqrt{t} = 25 \Rightarrow \sqrt{t} = \frac{25}{2} \Rightarrow t = \frac{625}{4}s$$

$$x = -10m \Rightarrow 2\sqrt{t} - 15 = -10 \Rightarrow 2\sqrt{t} = 5 \Rightarrow \sqrt{t} = \frac{5}{2} \Rightarrow t = \frac{25}{4}s$$

متحرک در لحظه  $t = \frac{25}{4}s$  برای اولین بار و در لحظه  $t = \frac{625}{4}s$  برای دومین بار در فاصله ۱۰ متری مبدأ مکان قرار می گیرد.

سخت

(۸- الف)

$$\begin{cases} t_1 = 0s \Rightarrow x_1 = 2,5m \\ t_2 = 2s \Rightarrow x_2 = 1,5 \times 2^3 - 2 + 2,5 = 12,5m \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{12,5 - 2,5}{2 - 0} = \frac{10}{2} = 5m/s$$

(ب) لحظه مورد نظر را  $T$  فرض می کنیم.

$$\begin{cases} t_1 = 2s \Rightarrow x_1 = 1,5 \times 2^3 - 2 + 2,5 \\ t_2 = T \Rightarrow x_2 = 1,5T^2 - T + 2,5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{(1,5T^2 - T + 2,5) - (1,5 \times 2^3 - 2 + 2,5)}{T - 2}$$

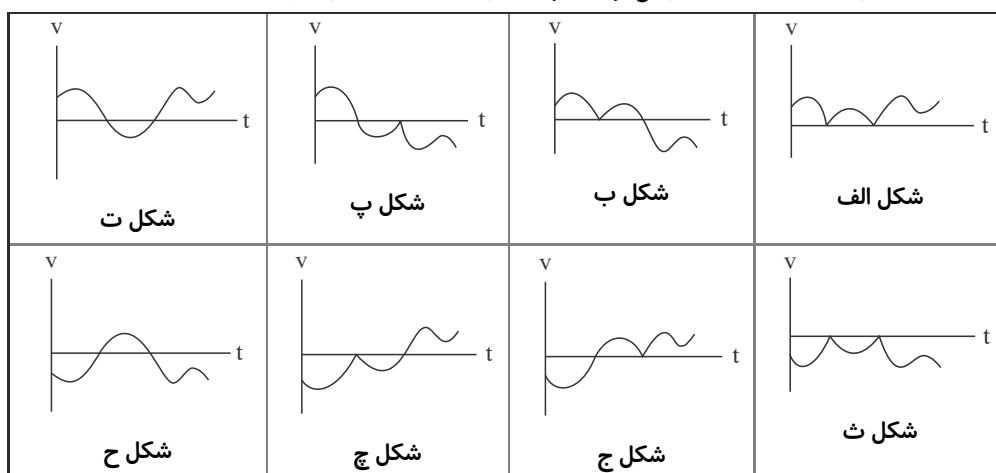
$$\Rightarrow v_{av} = \frac{1,5(T^2 - 2^3) - (T - 2)}{T - 2} = \frac{1,5(T - 2)(T^2 + 2T + 4) - (T - 2)}{T - 2}$$

$$= 1,5(T^2 + 2T + 4) - 1 = 1,5T^2 + 3T + 5$$

$$\xrightarrow{v_{av}=77} 1,5T^2 + 3T + 5 = 77 \Rightarrow 1,5T^2 + 3T - 72 = 0$$

$$\Rightarrow T^2 + 2T - 48 = 0 \Rightarrow (T + 8)(T - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} T = -8s \quad \text{قابل قبول نیست.} \\ T = 6s \end{cases}$$

۹- باتوجه به نمودار تندى - زمان، هر يك از شكل‌هاى زير مى‌تواند نمودار سرعت - زمان متحرک باشد:

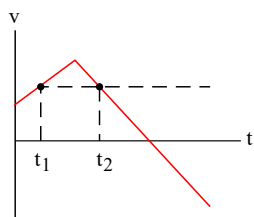


متحرک ممکن است مانند شكل‌هاى الف و ث تغيير جهت نداشته باشد، و يا مثل شكل‌هاى ب، پ، ج و ح يك بار تغيير جهت داشته باشد و يا مانند شكل‌هاى ت و ح دو بار تغيير جهت داشته باشد. بنابراین متحرک ممکن است تغيير جهت نداشته باشد و حداکثر دو بار تغيير جهت داده است.

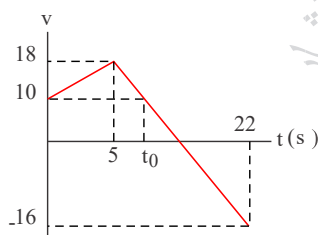
سخت

۱۰- باتوجه به صفر بودن شتاب در بازه زمانى  $t_p - t_1$  نتیجه مى‌گیریم سرعت در لحظه‌هاى  $t_1$  و  $t_p$  برابر است.

$$t_1 < t < t_p \Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t_p) - v(t_1)}{t_p - t_1} = 0 \Rightarrow v(t_p) = v(t_1)$$



به بیان دیگر شیب خطى که دو لحظه  $t_1$  و  $t_p$  را در نمودار سرعت - زمان به هم وصل مى‌کند صفر است و این خط افقى است. پس دو لحظه  $t_1$  و  $t_p$  مى‌توانند مانند شكل روبه‌رو در نمودار سرعت - زمان مشخص شوند. باتوجه به شكل روبه‌رو بیشترین مقدار ممکن برای  $t_p - t_1$  در شرایطى روى مى‌دهد که  $t_1$  برابر صفر است و  $t_p$  لحظه‌اى است که در آن سرعت جسم برابر سرعت اولیه‌اش مى‌باشد.



اکنون باتوجه به شكل روبه‌رو لحظه‌اى را که در آن سرعت جسم برابر سرعت اولیه‌اش است لحظه  $t_0$  مى‌نامیم و آن را به دست مى‌آوریم. باتوجه به خط راست بودن منحنى در بازه زمانى  $5s < t < 22s$  داریم:

$$\begin{aligned} \frac{v(22s) - v(5s)}{22s - 5s} &= \frac{v(22s) - v(t_0)}{22s - t_0} \\ \Rightarrow \frac{(-16m/s) - (+10m/s)}{17s} &= \frac{(-16m/s) - (+10m/s)}{22s - t_0} \\ \Rightarrow \frac{-36m/s}{17s} &= \frac{-26m/s}{22s - t_0} \Rightarrow 22s - t_0 = 13s \\ \Rightarrow t_0 = 9s &\Rightarrow (t_p - t_1)_{\max} = t_0 - 0 = t_0 = 9s \end{aligned}$$

سخت

$$v = -2t^3 + 3t^2 - t + 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 0s \Rightarrow v(0s) = -2 \times 0 + 3 \times 0 - 0 + 4 = +4m/s \\ t = 5s \Rightarrow v(5s) = -2 \times 5^3 + 3 \times 5^2 - 5 + 4 = -176m/s \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(5s) - v(0s)}{5s - 0s} = \frac{(-176m/s) - (+4m/s)}{5s} = \frac{-180m/s}{5s} = -36m/s^2$$

(ب) اندازه شتاب متوسط در ثانیه  $n$ ام حرکت (از  $t_1 = (n-1)s$  تا  $t_2 = ns$ ) را به دست می آوریم:

$$\Delta v = v_2 - v_1 = (-2n^3 + 3n^2 - n + 4) - (-2(n-1)^3 + 3(n-1)^2 - (n-1) + 4)$$

$$\Rightarrow \Delta v = -2(n^3 - (n-1)^3) + 3(n^2 - (n-1)^2) - (n - (n-1))$$

$$\Rightarrow \Delta v = -2(3n^2 - 3n + 1) + 3(2n - 1) - (1) = -6n^2 + 12n - 6 = -6(n-1)^2$$

$$\Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-6(n-1)^2}{1} = -6(n-1)^2 \Rightarrow |a_{av}| = 6(n-1)^2 = 24$$

$$\Rightarrow (n-1)^2 = 4 \Rightarrow n-1 = 2 \Rightarrow n = 3s$$

در ثانیه سوم حرکت اندازه شتاب متوسط جسم برابر ۲۴ متر بر مربع ثانیه است.

سخت

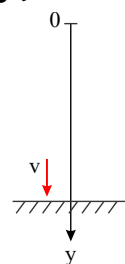
۱۲- الف) فرض می کنیم جسمی از ارتفاع  $y$  رها می شود.

$$V^2 - V_0^2 = 2g\Delta y \Rightarrow V^2 - 0 = 2g(y - 0)$$

$$\Rightarrow V^2 = 2gy \Rightarrow V = \sqrt{2gy}$$

$$\begin{cases} A \text{ جسم} : y = h \Rightarrow V_A = \sqrt{2gh} \\ B \text{ جسم} : y = \frac{h}{4} \Rightarrow V_B = \sqrt{2g\frac{h}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2}gh} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{\frac{1}{2}gh}} = \sqrt{4} = 2$$



(ب) اگر گلوله ها هم زمان به زمین برسند، یعنی مدت زمان سقوط گلوله  $B$ ، سه ثانیه از مدت زمان سقوط گلوله  $A$  کم تر است.

مدت زمان سقوط گلوله  $A$  را  $T$  و مدت زمان سقوط گلوله  $B$  را  $T - 3s$  در نظر می گیریم:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \begin{cases} A : h = \frac{1}{2}gT^2 \\ B : \frac{h}{4} = \frac{1}{2}g(T-3)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{h}{(\frac{h}{4})} = \frac{gT^2}{g(T-3)^2} \Rightarrow 4 = \left(\frac{T}{T-3}\right)^2$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{T}{T-3} \Rightarrow 2T - 6 = T \Rightarrow T = 6s$$

مدت زمان سقوط  $A$ ،  $t_A = T = 6s$  و مدت زمان سقوط  $B$ ،  $t_B = T - 3s = 3s$  بوده است.

$$\Rightarrow h = \frac{1}{2}gT^2 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 6^2 = 176.4m$$

سخت

۱۳- الف) ارتفاع ساختمان را  $H$  و مدت زمان سقوط را  $T$  فرض می‌کنیم.سنگ در مدت  $T$  به اندازه  $H$  و در مدت  $T - ۲s$  به اندازه  $H - ۶۰m$  سقوط کرده است.

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \begin{cases} H = \frac{1}{2}gT^2 \\ H - 60 = \frac{1}{2}g(T - 2)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}gT^2 - 60 = \frac{1}{2}gT^2 - 2gT + 2g \Rightarrow 2gT = 60 + 2g$$

$$\Rightarrow gT = 30 + g \Rightarrow T = \frac{30}{g} + 1 = \frac{30}{10} + 1 = 4s$$

برای راحتی در محاسبه  $g$  را  $10m/s^2$  فرض کرده‌ایم.

$$\Rightarrow H = \frac{1}{2}gT^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 4^2 = 80m$$

(ب)

$$V = gT = 10 \times 4 = 40m/s$$

سخت

- ۱۴

الف)  $x = 0.04 \cos 4\pi t \rightarrow A = 0.04m, \omega = 4\pi \text{ Rad/s}$

$$E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-3} \times 16\pi^2 \times 16 \times 10^{-4}$$

$$E = 256\pi^2 \times 10^{-7} (mj)$$

ب)  $E = U + K \xrightarrow{U = \frac{1}{2}K} E = \frac{3}{2}K$

$$256\pi^2 \times 10^{-7} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow 256\pi^2 \times 10^{-7} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-3}v^2$$

$$\rightarrow v^2 = \frac{512\pi^2}{3} \times 10^{-4} \rightarrow v = 16\pi \sqrt{\frac{2}{3}} \times 10^{-2} m/s$$

متوسط

- ۱۵

الف)  $\rho = 0.1 \text{ gr/cm}^3 = 100 \text{ kg/m}^3, A = 1mm^2 = 10^{-6}m^2$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} \xrightarrow{m = \rho V = \rho AL} v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \sqrt{\frac{10}{100 \times 10^{-6}}}$$

$$v = \sqrt{10^5} = 100\sqrt{10} m/s$$

ب)  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t = 10} \Delta x = 1000\sqrt{10} (m)$

متوسط

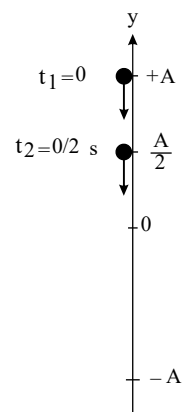
- ۱۶

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \rightarrow 90 - 80 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 1 \rightarrow I_2 = 10I_1$$

۱۷- الف) به ذره B از طناب توجه می‌کنیم؛ برای سادگی در پاسخ‌گویی می‌توان فرض کرد:

$$\begin{cases} t_1 = t' = 0 \\ t_2 = t' + 0.2s = 0 + 0.2 = 0.2s \end{cases}$$

$$t_2 = 0.2s \rightarrow y = A \cos(\omega t) \rightarrow \frac{A}{2} = A \cos(\omega \times 0.2)$$



$$\rightarrow \omega \times 0.2 = \frac{\pi}{3} \rightarrow (\omega = \frac{5\pi}{3}) \rightarrow \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{5\pi}{3} \rightarrow \frac{10}{m} = \frac{25 \times 10}{9} \rightarrow m = \frac{9}{25} kg$$

$$\text{راه تستی} \rightarrow \begin{cases} \Delta t = \frac{T}{6} \rightarrow (t' + 0.2) - (t') = \frac{T}{6} \rightarrow 0.2 = \frac{T}{6} \rightarrow T = 1.2s \\ A \rightarrow \frac{A}{2} \end{cases} \rightarrow (\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{5\pi}{3})$$

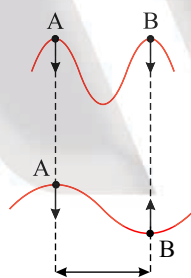
ب) برای قرینه شدن وضعیت نوسانی ذرات A و B باید فاصله آنها از حالت کنونی ( $\Delta x_{AB} = \lambda$ ) به وضعیت ... و  $\frac{5\lambda}{2}$  یا  $\frac{3\lambda}{2}$  یا  $\frac{\lambda}{2}$  ( $\Delta x_{AB} = \frac{\lambda}{2}$ ) تبدیل شود.

چون با آویختن جرم دیگر به وزنه قبلی m افزایش می‌یابد طبق رابطه  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$  و ثابت ماندن k (ثابت فنر)، T و در نتیجه طبق

رابطه:  $\lambda = vT$  (v به محیط انتشار موج یعنی طناب بستگی داشته و چون شرایط فیزیکی حاکم بر طناب تغییر نکرده v ثابت می‌ماند).

$$\lambda = \underbrace{v}_{\text{افزایش ثابت}} \underbrace{T}_{\text{افزایش می‌یابد}} \rightarrow (\lambda \text{ افزایش می‌یابد})$$

و چون فاصله دو ذره ثابت مانده است بنابراین



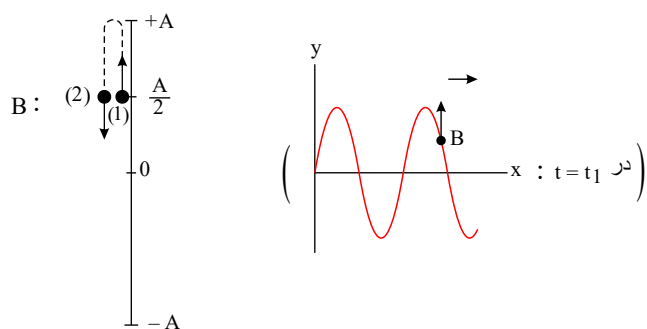
$$\lambda_1 = \frac{\lambda_2}{2} \rightarrow \lambda_2 = 2\lambda_1 \Rightarrow T_2 = 2T_1$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \rightarrow 2 = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \rightarrow m_2 = 4m_1 \rightarrow \Delta m = m_2 - m_1 = 4m_1 - m_1 = 3m_1 = 3\left(\frac{9}{25}\right) = \frac{27}{25} kg$$

۱۸- قدم اول: این که سرعت متوسط نوسانی ذره B صفر شده، یعنی ذره B در  $t = t_1 + \frac{4}{3}$  برای اولین بار به همان مکان قبلی خود رسیده تا:

$$V_{av} = 0 \rightarrow \Delta y = 0$$

یعنی اگر به ذره B از طناب در حالت اول در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2 = t_1 + \frac{4}{3}s$  بنگریم:



فاصله زمانی (۱) تا (۲):

$$\Delta t = 2\left(\frac{T}{6}\right) = \frac{T}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow T = 4s$$

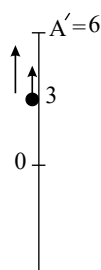
قدم دوم: در حالت دوم:

$$A_2 = A_1 + 2cm = 4 + 2 = 6cm$$

می‌دانیم افزایش یا کاهش دامنه در دوره  $T$  تأثیری نداشته ولی تغییر در چشمه موج موثر است:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{m'}{m}} = \sqrt{\frac{1+3}{1}} = 2 \rightarrow T' = 2T \rightarrow T' = 8s$$

$$\frac{\Delta t'}{T'} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \rightarrow \Delta t' = \frac{T'}{2}$$



$$\Rightarrow \Delta y = 6 - 3 = 3cm \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta y}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{3cm}{\frac{4}{3}s} = \frac{9}{4} \frac{cm}{s} = 2.25 \frac{cm}{s}$$

سخت

- ۱۹

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 90 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 10^9 \Rightarrow I = 10^{-3} \frac{W}{m^2}$$

متوسط

- ۲۰

$$P \propto A^2 f^2 \text{ (A دامنه منبع صوت)} \rightarrow I = \frac{P}{A} \propto A^2 f^2$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{(A_2 f_2)^2}{(A_1 f_1)^2}$$

$$\Delta \beta = \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \rightarrow \Delta \beta = 10 \log \left( \frac{A_2 f_2}{A_1 f_1} \right)^2 = 20 \log \left( \frac{A_2 f_2}{A_1 f_1} \right)$$

$$\Delta \beta = 20 \log \left( \frac{2 \times 10^{-3} \times 1000}{10^{-3} \times 100} \right) = 20 \log (20) = 20 [\log 2 + \log 10]$$

$$\Delta \beta = 20 [0.3 + 1] = 26 (dB)$$

متوسط