نام و نام خانوادگی:

تعداد سوال: ۱۱۰

نام آزمون: ریاضی نظام قدیم ۲۹ آذر

زمان برگزاری: ۱۵۰ دقیقه

افشار

مرکز مشاوره تحصیلی دکتر
علیرضا افشار

۱) تابع $y=[۵x]-[۱۰x]$ در بازه $[۳,۴]$ چند نقطه ناپیوستگی دارد؟ ($[\ ]$، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۱

۲) اگر $a_n=\frac{n+۱}{n}$ آنگاه دنباله $f(a_n)$ به کدام عدد همگرا است؟ ($[\ ]$ علامت جزء صحیح است.) $f(x)=\frac{۲x+[-x]}{x^۲-۱}$

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) همگرا نیست

۳) اگر تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{\sin x}{\sqrt{۱-\cos ۲x}} & x<۰\\ a & x=۰\\ [x]+b & x>۰\end{cases}$ در $x_۰=۰$ پیوسته باشد، $a+b$ کدام است؟ ($[\ ]$، نماد جزء صحیح است.)

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) $-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $-\sqrt{۲}$

۴) حد عبارت $\left(\frac{x^۲+x+۱}{۲x^۲+۱}\right)^{\frac{۲x+۱}{x}}$ وقتی $x\to\infty$ چقدر است؟

۱) $+\infty$ ۲) ۰ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $e^۴$

۵) اگر $\lim_{x\to۰} ax^p\times\frac{\sqrt{x}-\sqrt{\sin x}}{\sqrt[۳]{x}-\sqrt[۳]{\sin x}}=۱$ باشد $a+p$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $-\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۶}$ ۴) $-\frac{۱}{۶}$

۶) حد کسر $\frac{\sin^۲x-\tan^۲x}{x^۲-\sin^۲x}$ وقتی $x\to۰$ کدام است؟

۱) $-\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) ۳ ۴) -۳

۷) اگر حد کسر $\frac{\tan^۲x-\sin^۲x}{ax^n}$ وقتی $x\to۰$ برابر ۱ باشد حاصل $a+n$ کدام است؟

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۵ ۴) ۲

۸) دنباله‌ی $a_n=\sqrt{n^۲+۴n+۳}-n$ و تابع $f(x)=sgn(x-۲)$ مفروض است. دنباله‌ی $\{f(a_n)\}$ به کدام همگراست؟

۱) ۱ ۲) ۰ ۳) -۱ ۴) واگرا

۹) اگر بدانیم $\lim_{x\to\pm\infty}(\frac{x^۲+۱}{x+۱}-ax-b)=۰$، مقدار $a^۲+b$ کدام است؟

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) -۲

۱۰) تابع f با ضابطه $f(x)=[۲x]-\frac{|x|}{x}$ با فرض $۰<|x|<۲$ دارای چند نقطه ناپیوستگی است؟ ($[\ ]$، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۷ ۴) ۶

استاد علیرضا افشار
@Alirezaafsharofficial

۱۱ تابع $f(x)=\dfrac{x\,sgn(x-۱)}{x+۱}$ در نقطه‌ی $x=۱$ ..... است.

۱) حد دارد. ۲) فقط حد چپ دارد. ۳) فقط حد راست دارد. ۴) حد چپ و راست نابرابر دارد.

۱۲ اگر $f(x)=g(x)=[۴-x^{۲}]$ باشد، $\lim\limits_{x\to ۱^{-}}(gof)(x)$ کدام است؟ (نماد $[\,]$ جزء صحیح است)

۱) -۱ ۲) -۳ ۳) -۵ ۴) -۷

۱۳ تابع معکوس تابع f با ضابطه ی $f(x)=\sqrt{۲-\sqrt{x+۱}}$ در کدام بازه پیوسته است؟

۱) $[-۱,۳]$ ۲) $[۰,\sqrt{۲}]$ ۳) $[-۱,\sqrt{۲}]$ ۴) $[۰,۳]$

۱۴ تابع f با ضابطه‌ی زیر در $\mathbb{R}$ پیوسته است. مقدار عددی $a-b$ کدام است؟

$$f(x)=\begin{cases} a\sin x+b\cos(۲x) & x<\frac{\pi}{۶} \\ \cos(۳x)+۲ & \frac{\pi}{۶}\le x\le\frac{\pi}{۳} \\ \sin^{۲}x+b & x>\frac{\pi}{۳} \end{cases}$$

۱) ۲ ۲) ۲٫۵ ۳) ۳ ۴) ۳٫۵

۱۵ دنباله‌ی $a_n=\dfrac{n+۱}{۲n+۳}$ و تابع $f(x)=\dfrac{|۲x^{۲}-۳x+۱|}{\sqrt{۲x}-۱}$ مفروض است، دنباله‌ی $f(a_n)$ به کدام عدد همگراست؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -۱ ۴) -۲

۱۶ حاصل $\lim\limits_{x\to ۰}|x|\left[\dfrac{۱}{x}\right]$ کدام است؟ ($[\,]$ علامت جزء صحیح است.)

۱) -۱ ۲) حدّ ندارد. ۳) صفر ۴) ۱

۱۷ تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases}[x]+[-x] & x\in Q\\ ۰ & x\notin Q\end{cases}$ در فاصله‌ی $(-۳,۳)$ در چند نقطه حد دارد؟ ($[\,]$، علامت جزء صحیح است.)

۱) صفر ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) بی‌شمار

۱۸ تابع $g(x)=\begin{cases}f(x) & x>-۱\\ -۲x-۲ & x\le -۱\end{cases}$ مفروض است. اگر تابع درجه دوم f در نقطه $(-۱,۰)$ مینیمم داشته باشد و حد چپ و راست g در $x=-۱$ برابر باشد، آنگاه $\lim\limits_{x\to ۲^{-}}g(x)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۹ اگر $f(x)=[\cos x]$ ، $a_n=\{۲\pi-\dfrac{۳}{n}\}$ و $b_n=\{\pi+\dfrac{۲}{n}\}$ باشند، در این صورت دنباله $\{f(\dfrac{a_n+b_n}{۲})\}$ همگرا به چه عددی است؟ ($[\,]$، علامت جزء صحیح است.)

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) صفر ۴) واگرا است.

۲۰ برای اثبات عدم وجود $\lim\limits_{x\to ۱}\sin\dfrac{۱}{۱-\sqrt{x}}$ کدام دنباله مناسب است؟

۱) $a_n=(۱-\dfrac{۱}{۴n\pi})^{۲}$ ۲) $b_n=(۱-\dfrac{۱}{۲n\pi})^{۲}$ ۳) $c_n=(۱-\dfrac{۱}{n\pi})^{۲}$ ۴) $d_n=(۱-\dfrac{۲}{n\pi})^{۲}$

۲۱ کدام تابع یک به یک است؟

الف) $y=|۲x+۴|+x-۲$ ب) $y=|x-۲|-۳x$ ج) $y=x-[x]$ د) $y=x+[x]$

۱) الف ۲) ب و د ۳) الف و ج ۴) ب و الف

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۲۲ اگر $3f(x)+f(\frac{1}{x})=x$ مقدار $f(x)$ چه مقدار است؟

۱) $\frac{1-3x^2}{8x}$ ۲) $\frac{1+3x^2}{8x}$ ۳) $\frac{1-3x^2}{-8x}$ ۴) $\frac{1+3x^2}{-8x}$

۲۳ در تابع خطی $f(x)$ اگر $f(2x+3)=2f(x)+3$ ، $f(-1)=5$ باشد، $f(\frac{3}{4})$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

۲۴ اگر به ازای هر عدد حقیقی $(gof)^{-1}(2x-1)=x$ و $f(x)=x^3+2$ باشد. مقدار $g^{-1}(3)$ کدام است؟ (g و f معکوس‌پذیرند و $D_g=\mathbb{R}$)

۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۴ ۴) ۸

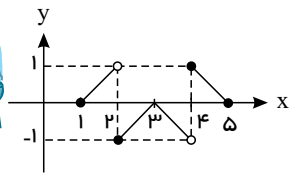
۲۵ برد تابع $f(x)=\sqrt[3]{x^2}+4\sqrt[3]{x}+5$ کدام است؟

۱) $(0,+\infty)$ ۲) $[-\frac{1}{2},+\infty)$ ۳) $[\frac{1}{2},+\infty)$ ۴) $[1,+\infty)$

۲۶ اگر $f(x)=\frac{1}{2}(x-\frac{1}{x})$ به‌ازای $x>0$ تعریف شده باشد، حاصل $f^{-1}(\frac{1}{x})-f^{-1}(\frac{-1}{x})$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $\frac{2}{x}$ ۳) $\frac{3x^2+2}{3x}$ ۴) $\frac{2}{x}\sqrt{x^2+1}$

۲۷ نمودار تابع متناوب f در یک دورهٔ تناوب به شکل زیر است. ضابطهٔ تابع در بازهٔ $(104,103)$ کدام است؟

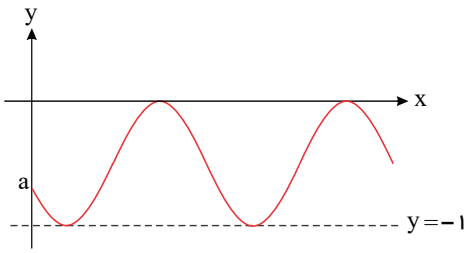


۱) $y=x+101$ ۲) $y=x+102$
۳) $y=-x+103$ ۴) $y=-x+104$

۲۸ معادلهٔ $\left[(x-[x])^{100}\right]=\frac{[x]}{[x]+[-x]}$ چند جواب دارد؟ ($[\ ]$، نماد جزء صحیح است.)

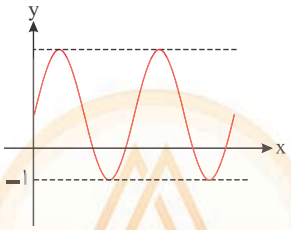
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) بی‌شمار

۲۹ شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y=a-a\sin(a\pi x)$ می‌باشد. دورهٔ تناوب این تابع برابر کدام گزینه است؟



۱) $\frac{1}{2}$
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۴

۳۰ شکل زیر نمودار تابع $y=1+a\sin(b\pi x)$، در بازه $(0,\frac{4}{3})$ است. $a+b$ کدام است؟

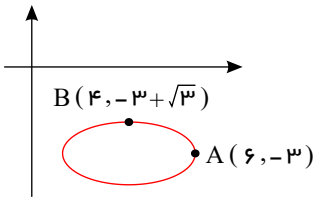


۱) ۳ ۲) ۴
۳) ۵ ۴) ۶

۳۱ خروج از مرکز بیضی $(2x-y)^2+(2x+y)^2=1$ چقدر است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial



۳۲ معادله‌ی بیضی شکل زیر کدام است؟

۱) $۴x^۲+۳y^۲-۲۴x+۲۴y+۳۶=۰$

۲) $۳x^۲+۴y^۲-۲۴x+۲۴y+۳۶=۰$

۳) $۴x^۲+۳y^۲-۱۲x+۲۴y+۷۲=۰$

۴) $۴y^۲+۳x^۲-۲۴x+۲۴y+۷۲=۰$

۳۳ نقطه‌ی M روی بیضی $\frac{(x+۱)^۲}{۲۵}+\frac{(y-۱)^۲}{۹}=۱$ تغییر مکان می‌دهد محیط مثلث FMF' کدام مقدار ثابت است؟ (F, F' کانون‌های بیضی می‌باشند)

۱) ۱۴ ۲) ۱۸ ۳) ۲۲ ۴) ۲۶

۳۴ اگر یک بیضی به مرکز $(۲,۱)$ در رأس کانونی خود بر دایره $(x+۴)^۲+(y-۱)^۲=۹$ مماس باشد، مجموع فواصل هر نقطه روی بیضی تا دو کانون آن کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

۳۵ فاصله‌ی کانونی یک بیضی به رأس $(-۱,۳)$ و کانون $(۵,۳)$ که خط $۲x-۳y=۵$ از مرکز آن می‌گذرد، کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۰

۳۶ نقاط F و F'، کانون‌های یک بیضی و M نقطه‌ای روی آن بیضی است. اگر $|MF|=۳+\sqrt{۳}$، $|MF'|=۳-\sqrt{۳}$ و MF بر MF' عمود باشد، خروج از مرکز این بیضی کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۶}$ ۲) $\frac{\sqrt{۶}}{۶}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۴) $\frac{\sqrt{۶}}{۳}$

۳۷ کدام یک از نقاط زیر، یکی از کانون‌های بیضی به معادله‌ی $۹x^۳+۲۵y^۲+۱۸x-۵۰y=۱۹۱$ است؟

۱) $(-۵,-۱)$ ۲) $(۵,۱)$ ۳) $(۳,-۱)$ ۴) $(۳,۱)$

۳۸ مکان هندسی نقاطی از صفحه که فاصله‌ی هر یک از آن‌ها از نقطه‌ی $F(۵,۲)$ ، نصف فاصله‌اش از خط $x=۱$ است، یک بیضی است. طول قطر بزرگ این بیضی چقدر است؟

۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) $\frac{۸}{۳}$ ۳) $\frac{۱۶}{۳}$ ۴) ۸

۳۹ اگر یک بیضی به مرکز $(۲,۱)$ در رأس کانونی خود بر دایرهٔ $(x+۴)^۲+(y-۱)^۲=۹$ مماس خارج باشد، مجموع فواصل هر نقطه روی بیضی از دو کانون آن کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

۴۰ به ازای کدام مقدار a، مقطع مخروطی $۲x^۲+ay^۲-۸x+۲y=۰$، یک بیضی با قطر بزرگ موازی محور yها و خروج از مرکز $\frac{۱}{۲}$ است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۵}{۲}$

۴۱ ۵۲ مهره را در n جعبه توزیع می‌کنیم، مطمئنیم که حداقل در ۱ جعبه بیش از ۳ مهره وجود دارد، n کدام نمی‌تواند باشد؟

۱) ۱۸ ۲) ۱۷ ۳) ۱۶ ۴) ۱۵

۴۲ عدد $۱^۲+۲^۲+۳^۲+\ldots+۲۰^۲$ بر کدام یک از اعداد زیر بخش پذیر نیست؟

۱) ۷ ۲) ۱۰ ۳) ۳۱ ۴) ۴۱

۴۳ کدام گزینه مثال نقض ندارد؟

۱) اگر a و b گویا باشند a^b حتماً گویاست.

۲) اگر a^b گویا نباشد a و b حتماً گنگ هستند.

۳) اگر a طبیعی و b صحیح باشد a^b گویاست.

۴) اگر a گویا و b گنگ باشد b^a گنگ است.

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۴۴ حداقل چند عدد سه رقمی بنویسیم تا مطمئن شویم در بین آن ها حداقل دو عدد سه رقمی وجود دارد که رقم دهگان آن ها یکسان بوده و باقی مانده رقم یکان آن ها بر ۳ یکی شود؟

۱) ۳۱ ۲) ۲۷۱ ۳) ۳۰۱ ۴) ۶۱

۴۵ در یک صفحه شطرنج حداقل چند مهره رخ باید قرار دهیم تا مطمئن شویم که حداقل دوتا از آن ها یکدیگر را برای اخراج از بازی تهدید می کنند؟

۱) ۱۱ ۲) ۸ ۳) ۴ ۴) ۹

۴۶ در اثبات نامساوی $n! > ۲^{n+۱}$ ، به روش اصل استقرار تعمیم یافته، عدد m مناسب، و رابطه بدیهی در گام بعدی حکم، برای $k \geq m$ کدام است؟

۱) $k+۱>۲, m=۵$ ۲) $k+۱>۲, m=۶$ ۳) $(۲k+۱)>۴, m=۵$ ۴) $(۲k+۱)>۴, m=۶$

۴۷ در کیسه‌ای ۹۰ گوی یکسان قرار دارد که هر یک از اعداد دو رقمی بر روی آنها نوشته شده است. حداقل چند گوی از کیسه خارج کنیم، تا مطمئن باشیم، جمع دو عدد از دو گوی خارج شده برابر ۱۱۰ می‌باشد؟

۱) ۴۵ ۲) ۴۶ ۳) ۴۷ ۴) ۴۸

۴۸ حداقل چند عدد طبیعی انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم ۲ عدد از آن‌ها هم در تقسیم بر ۷ و هم در تقسیم بر ۵، باقی‌مانده‌ی یکسان داشته باشند؟

۱) ۱۳ ۲) ۳۵ ۳) ۳۶ ۴) ۷۰

۴۹ در اثبات حکم $۱ + \frac{۱}{\sqrt{۲}} + \frac{۱}{\sqrt{۳}} + \cdots + \frac{۱}{\sqrt{n}} \geq \sqrt{n}$ با استفاده از استقرای ریاضی برای هر عدد طبیعی، کدام رابطهٔ بدیهی را می‌توان استفاده کرد؟

۱) $\sqrt{k+۱} \geq \sqrt{k}$ ۲) $\sqrt{k} \geq ۱$ ۳) $k^۲ + k > ۰$ ۴) $k^۲ \geq k$

۵۰ یک زیرمجموعهٔ n عضوی از اعضای مجموعهٔ $S = \{۱, ۲, \ldots, ۹\}$ انتخاب کرده‌ایم. حداقل مقدار n کدام باشد تا مطمئن باشیم دست کم دو عضو با مجموع ۱۰، در زیرمجموعهٔ انتخاب شده وجود دارد؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۵۱ تعداد اعداد طبیعی دو رقمی که نسبت به ، اول باشند کدام است؟

۱) ۲) ۳) ۴)

۵۲ چند عدد طبیعی فرد مانند پیدا می شود که در رابطه عاد کردنی صدق کند؟

۱) ۲) ۳) ۴)

۵۳ اگر ، آنگاه برابر است با:

۱) ۲) ۳) ۱ یا ۵ ۴) ۱ یا ۳

۵۴ اگر و دو عدد طبیعی باشند به طوری که ، آنگاه کمترین مقدار کدام است؟

۱) ۲) ۳) ۴)

۵۵ اگر و و مجموعه ی عضو ابتدا نداشته باشد، xکدام است؟

۱) ۲) ۳) ۴)

۵۶ اگر نمایش بزرگترین عدد سه رقمی در مبنای باشد و حاصل آن در مبنای برابر باشد، آنگاه عدد طبیعی بر کدام یک بخش‌پذیر نیست؟

۱) ۲) ۳) ۴)

۵۷ چند عدد دو رقمی به صورت وجود دارد که مربع کامل باشد؟

۱) ۲) ۳) ۴)

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۵۸) چند عدد اول وجود دارد، به طوری که مجذور کامل یک عدد طبیعی باشد؟

۱) ۲) ۳) ۴)

۵۹) از رابطه ، مقدار کدام است؟

۱) ۲) ۳) ۴)

۶۰) اگر ، آنگاه کدام است؟

۱) ۲) ۳) ۴) نشدنی

۶۱) معادلهٔ سرعت – مکان نوسانگر ساده‌ای در به‌صورت است. بیشینهٔ شتاب این نوسانگر چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) ۲) ۳) ۴)

۶۲) دامنهٔ یک نوسانگر وزنه – فنر سانتی‌متر است. اگر جرم وزنه گرم و ثابت فنر باشد بیشینهٔ شتاب آن چند است؟

۱) ۲) ۳) ۴)

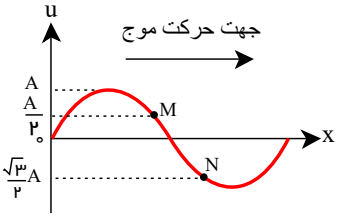
۶۳) جسمی به جرم روی پاره‌خطی به طول سانتی‌متر در هر دقیقه نوسان کامل انجام می‌دهد. نیروی بازگردانندهٔ وارد بر این نوسانگر در لحظه‌ای که سرعتش است چند نیوتون است؟

۱) ۲) ۳) ۴)

۶۴) یک نوسانگر ساده در دو زمان از مرکز نوسان می گذرد اگر در این فاصله زمانی جهت حرکت فقط مرتبه تغییر کرده باشد بسامد حرکت چند هرتز است؟

۱) ۲) ۳) ۴)

۶۵) نمودار شکل زیر، نقش یک موج عرضی را در یک لحظه نشان می‌دهد. حداقل زمانی که طول می‌کشد تا مکان نقطه‌ی به بیشینه‌ی مقدار خود برسد، چند برابر حداقل زمانی است که طول می‌کشد تا مکان نقطه‌ی به صفر برسد؟



۱) ۲)
۳) ۴)

۶۶) دو آونگ ساده داریم که اولی روی سطح زمین و دومی روی سطح سیاره‌ای که اندازه‌ی شتاب گرانش روی سطح آن نصف اندازهٔ شتاب گرانش در سطح زمین است، حرکت نوسانی کم دامنه انجام می‌دهند. اگر به ازای هر نوسان کامل آونگ اول، آونگ دوم نوسان کامل انجام دهد، نسبت طول آونگ اول به طول آونگ دوم کدام است؟

۱) ۲) ۳) ۴)

۶۷) معادله‌ی نیرو- مکان نوسانگری به جرم در به صورت است. اگر دامنه نوسان باشد. در مکان انرژی جنبشی نوسانگر چند ژول است؟

۱) ۲) ۳) ۴)

۶۸) گلوله‌ای به جرم را که از یک نخ سبک آویزان است. به اندازهٔ نسبت به راستای قائم منحرف کرده و آن را رها می‌کنیم. اگر مقاومت هوا ناچیز باشد. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح می‌باشد؟

۱) گلوله حرکت نوسانی هماهنگ ساده انجام می‌دهد.

۲) در لحظه‌ای که بزرگی سرعت زاویه‌ای گلوله بیشینه است، شتاب حرکت گلوله در راستای قائم است.

۳) در بالاترین نقطهٔ مسیر حرکت گلوله شتاب آن برابر صفر است.

۴) حرکت گلوله قسمتی از یک حرکت دایره‌ای یکنواخت می‌باشد.

۶۹) به دو فنر مشابه و افقی، جرم‌های و را متصل می‌کنیم و آن‌ها را با دامنه‌های یکسان به نوسان وامی‌داریم. به‌ترتیب از راست به چپ انرژی جنبشی بیشینه و سرعت بیشینهٔ نوسانگر با جرم چند برابر نوسانگر با جرم است؟

۱) و ۲) و ۳) و ۴) و

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۷۰ ارتعاش‌های حاصل از دو منبع ارتعاشی یکسان که معادله‌ی هر دو در SI به صورت $y = r\sin(۳۴۰\pi t)$ است و با سرعت ۳۴۰ متر بر ثانیه در محیط منتشر می‌شوند، با هم تداخل می‌کنند. کدام گزینه در مورد نقطه‌ای از محیط انتشار امواج که فاصله‌ی آن از دو منبع به ترتیب ۶ و ۷ متر است، صحیح است؟

۱) با هر دو منبع هم‌فاز است.
۲) با هر دو منبع $\frac{\pi}{۲}$ رادیان اختلاف فاز دارد.
۳) با یک منبع هم‌فاز و با دیگری در فاز مخالف است.
۴) با هر دو منبع در فاز مخالف است.

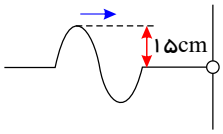
۷۱ موجی با سرعت در جهت مثبت محور ها در حال انتشار است و دامنه‌ی نوسان ذرات موج است. اگر کم‌ترین فاصله‌ی بین مبدأ و نقطه‌ای که با مبدأ رادیان اختلاف فاز دارد، برابر باشد، معادله‌ی نوسان‌های نقطه‌ای از موج در مکان در کدام است؟

۱) ۲) ۳) ۴)

۷۲ درحرکت نوسانی ساده، کمینهٔ زمان لازم برای طی مسافتی برابر با یک دامنه چند برابر بیشینه زمان لازم برای طی مسافتی برابر با یک دامنه است؟

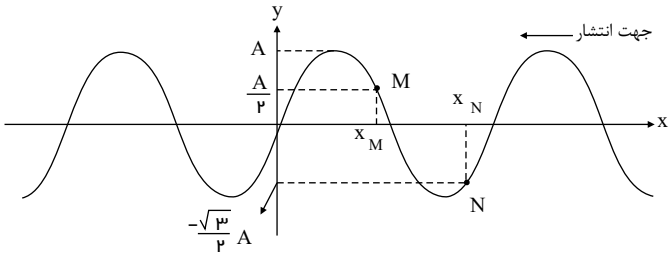
۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$
۴) بستگی به مکان نوسانگر دارد

۷۳ مطابق شکل زیر، تپی در یک طناب در حال انتشار است. مسافت طی شده توسط انتهای آزاد طناب از لحظه‌ی رسیدن تپ تا بازتاب کامل آن، چند سانتی‌متر است؟



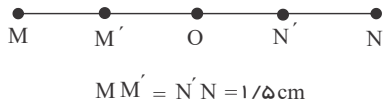
۱) ۶۰
۲) ۹۰
۳) ۱۲۰
۴) ۱۰۰

۷۴ شکل مقابل نقش یک موج عرضی را در یک طناب در لحظه‌ی نشان می‌دهد که در خلاف جهت محور ها منتشر می‌شود. اگر با ثابت ماندن بسامد و جهت انتشار موج، نیروی کشش طناب را برابر کنیم، اختلاف فاز نقطه‌های و یعنی ، چند رادیان می‌شود؟ (و ثابت‌اند.)



۱)
۲)
۳)
۴)

۷۵ نوسانگری روی پاره‌خط به طول نوسان می‌کند. اگر زمانی که طول می‌کشد تا پاره‌خط را طی کند، برابر ثانیه باشد، بزرگی سرعت هنگام عبور از نقطه‌ی چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟



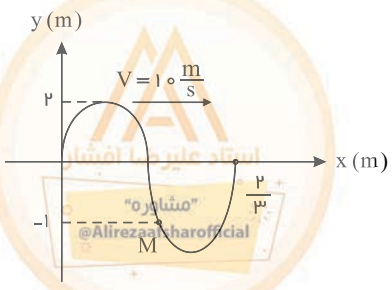
$MM' = N'N = ۱/۵cm$

۱)
۲)
۳)
۴)

۷۶ اگر سرعت یک نوسان‌کننده که حرکت هماهنگ ساده دارد، در لحظه‌ی عبور از مبدأ باشد، در هر دوره چند بار اندازه‌ی سرعت آن می‌شود؟

۱) ۲) ۳) ۴)

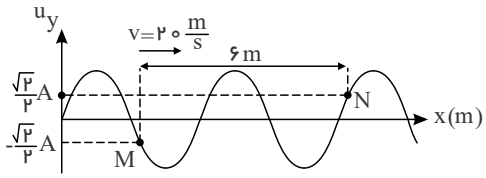
۷۷ نقش موجی در یک لحظه‌ی مشخص مطابق شکل روبه‌رو است. اگر سرعت انتشار موج برابر با باشد، پس از چند ثانیه برای اولین بار شتاب ذره ی ، برابر مقدار بیشینه می‌شود؟



۱)
۲)
۳)
۴)

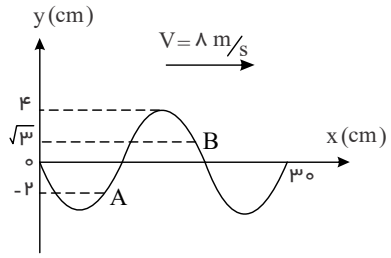
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۷۸ شکل زیر نقش موجی عرضی را که در یک محیط همگن با سرعت انتشار می‌یابد در لحظهٔ نشان می‌دهد. ذرات این محیط در هر چهار ثانیه چند نوسان کامل انجام می‌دهند؟



۱) ۲) ۳) ۴)

۷۹ نقش یک موج عرضی در طنابی در لحظهٔ مطابق شکل زیر است. در بازهٔ زمانی بزرگی جابه‌جایی ذرهٔ ، چند برابر جابه‌جایی ذرهٔ است؟



۱) ۲) ۳) ۴)

۸۰ معادلهٔ نیرو ــ مکان نوسانگر ساده‌ای به جرم گرم در به صورت است. اگر بیشینهٔ انرژی جنبشی این نوسانگر میلی‌ژول باشد، معادلهٔ مکان ــ زمان این نوسانگر در ، کدام است؟

۱) ۲) ۳) ۴)

۸۱ سیملوله‌ای بدون هسته دارای حلقه است. طول سیملوله و شعاع حلقه‌های آن است. اگر در مدت ثانیه جریان الکتریکی آن به طور منظم از آمپر به صفر برسد، نیروی محرکه‌ی خود القایی آن چند ولت است؟

۱) ۲) ۳) ۴)

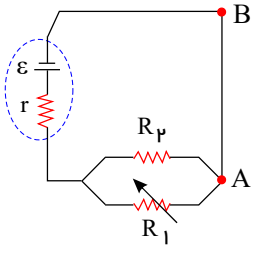
۸۲ پروتونی عمود بر خط‌های یک میدان مغناطیسی افقی یک‌نواخت به بزرگی که جهت آن از جنوب به شمال است، وارد فضای میدان می‌شود اگر پروتون از مسیر خود منحرف نشود، اندازه‌ی سرعت پروتون چند متر بر ثانیه و جهت آن کدام است؟ و از میدان مغناطیسی زمین صرف‌نظر شود.)

۱) ، غرب به شرق ۲) ، شرق به غرب ۳) ، شرق به غرب ۴) ، غرب به شرق

۸۳ ضریب القاوری در سیملوله‌ای به طول ℓ با N حلقه به شعاع R برابر با ۲ هانری می‌باشد. اگر سیم‌های این سیم‌لوله را باز کرده و از آن سیم لوله‌ی دیگری به شعاع $۲R$ بسازیم، ضریب القاوری آن چند هانری می‌شود؟ (حلقه‌های سیم‌لوله در هر دو حالت به هم چسبیده هستند.)

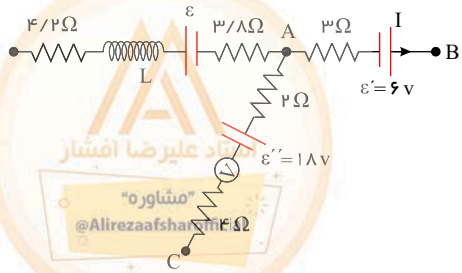
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۱۶

۸۴ در مدار شکل زیر، اگر اندازه‌ی مقاومت متغیر را به تدریج زیاد کنیم، اندازه‌ی میدان مغناطیسی ناشی از سیم بلند در اطراف آن چگونه تغییر می‌کند؟



۱) زیاد می‌شود.
۲) کم می‌شود.
۳) تغییری نمی‌کند.
۴) بستگی به‌اندازه‌ی دارد.

۸۵ در شکل مقابل ، پتانسیل الکتریکی نقاط و به ترتیب برابر با و است. اگر ضریب القاوری سیملوله باشد، انرژی ذخیره شده در سیملوله چند میلی ژول است؟(ولت سنج ایده آل است.)



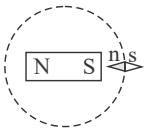
۱) ۲) ۳) ۴) اطلاعات مساله کافی نیست

دکتر علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafshar

۸۶ در قسمتی از فضا میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی عمود بر هم وجود دارند. اگر بزرگی آن‌ها به ترتیب برابر و باشد، یک ذره‌ی باردار با حداقل چه سرعتی برحسب سرعت نور در جهت مناسب در این میدان پرتاب شود تا از مسیر خود منحرف نشود؟ (نیروی گرانشی وارد بر ذره ناچیز است و)

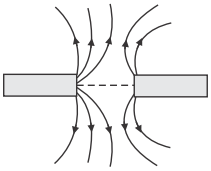
۱) ۲) ۳) ۴)

۸۷ یک آهنربای میله‌ای مطابق شکل زیر، روی یک میز قرار دارد. یک عقربه‌ی مغناطیسی که آزادانه می‌تواند حول محور قائم بچرخد، به آرامی روی مسیر دایره‌ای شکل به دور آهنربا یک دور می‌چرخد. در این مسیر عقربه چند درجه دوران می‌کند؟



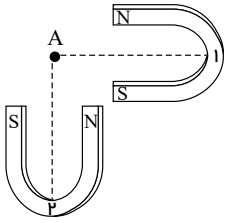
۱) ۲)
۳) ۴)

۸۸ در شکل زیر، خط‌های میدان مغناطیسی میان دو آهنربای میله‌ای نشان داده شده است. اگر یک عقربه‌ی مغناطیسی را در فاصله‌ای نزدیک، بالای آهنرباها و بر روی عمودمنصف خط واصل دو آهنربا قرار دهیم، عقربه‌ی مغناطیسی به کدام یک از حالات زیر می‌تواند بایستد؟



۱) ۲)
۳) ۴)

۸۹ مطابق شکل زیر، دو آهنربای نعلی شکل مشابه را کنار هم قرار داده‌ایم. اگر عقربه‌ای مغناطیسی را در نقطهٔ که در یک فاصله از قطب‌های هر دو آهنربا می‌باشد، قرار دهیم، به کدام شکل می‌ایستد؟



۱) ۲)
۳) ۴)

۹۰ تعداد دورها در واحد طول دو سیملولهٔ بدون هستهٔ و با هم برابر است و طول سیملولهٔ دو برابر طول سیملولهٔ است. اگر جریان عبوری از سیملولهٔ نصف جریان عبوری از سیملولهٔ باشد، انرژی ذخیره شده در سیملولهٔ چند برابر انرژی ذخیره شده در سیملولهٔ است؟ (مساحت مقطع دو سیملوله یکسان است.)

۱) ۲) ۳) ۴)

۹۱ با توجه به داده‌های زیر:
می‌توان نتیجه گرفت که .....

۱) آب در مقابل نقش اسیدی و در مقابل نقش بازی دارد.
۲) در مقایسه با قدرت اسیدی بیشتری دارد.
۳) در مقابل نقش اسیدی و در مقابل نقش بازی دارد.
۴) یون در مقایسه با یون قدرت بازی بیشتری دارد.

۹۲ کدام یون فاقد خصلت آمفوتری است؟

۱) ۲) ۳) ۴)

۹۳ اگر در محلول مولار اسید درجه‌ی یونش برابر باشد، ثابت یونش اسیدی کدام است؟

۱) ۲) ۳) ۴)

۹۴ کدام یون نمی‌تواند هم با اسیدها و هم با بازها واکنش بدهد؟

۱) ۲) ۳) ۴)

۹۵ با توجه به مراحل تفکیک یونی هیدروسولفوریک اسید که در زیر آمده است، گونه‌ی ..... نقش آمفوتر داشته، گونه‌ی ..... فقط باز بوده و غلظت ..... از همه بیش‌تر است.

۱) ۲) ۳) ۴)

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۹۶ کدام مطلب صحیح است؟

۱) ، اسید مزدوج و باز مزدوج است.
۲) در واکنش ، آب نقش باز برونستد را دارد.
۳) گل ادریسی در خاک اسیدی به رنگ سرخ درمی‌آید.
۴) اکسید عنصرهای و در آب به ترتیب خاصیت اسیدی و بازی را دارند.

۹۷ در صورتی که از محلول با چگالی تا رقیق شده و به آن کلسیم هیدروکسید اضافه شود، محلولی با به وجود می‌آید. درصد جرمی اولیه‌ی محلول هیدروکلریک اسید چقدر است؟

۱) ۲) ۳) ۴)

۹۸ میلی‌لیتر محلول مولار باریم هیدروکسیدبه میلی لیتر محلول مولار هیدروکلریک اسید اضافه شده است پس از کامل شدن واکنش چند مول باریم کلرید تشکیل می‌شود و محلول باقی‌مانده، کدام است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید)

۱) ۲) ۳) ۴)

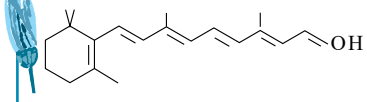
۹۹ مقداری را در مقداری آب در دمای حل کرده و به حجم دو لیتر رسانده‌ایم، سپس به محلول حاصل مقدار میلی‌گرم پتاسیم هیدروکسید اضافه کردیم. پس از انجام واکنش، محلول نهایی برابر شد. مقدار چند گرم بوده است؟

۱) ۲) ۳) ۴)

۱۰۰ مقداری فلز آلومینیم در یک ظرف دارای ۲ لیتر محلول ۱ مولار سدیم هیدروکسید انداخته شده و طبق معادلهٔ (موازنه نشده):، وارد واکنش شده است. اگر سرعت متوسط تولید گاز برابر باشد، محلول در ثانیهٔ چندم پس از آغاز واکنش، به می‌رسد؟ (حجم مولی گازها در شرایط واکنش، برابر است. فرض کنید فراوردهٔ محلول در آب، خاصیت بازی چندانی ندارد.)

۱) ۲) ۳) ۴)

۱۰۱ فرمول مولکولی ترکیبی با فرمول ساختاری، روبه‌رو، کدام است؟



۱) $C_{۲۰}H_{۳۰}O$ ۲) $C_{۲۲}H_{۲۸}O$ ۳) $C_{۲۲}H_{۲۹}O$ ۴) $C_{۲۱}H_{۳۰}O$

۱۰۲ مزه میوه آناناس ناشی از وجود یک ترکیب آلی در آن است. چه تعداد از عبارت‌های زیر، درباره این ترکیب آلی درست است؟

- در مولکول آن، گروه آلکیل متصل به اتم اکسیژن، دارای ۷ اتم است.
- در نمایش مولکول آن به روش نقطه – خط، ۸ پیوند کووالانسی نمایش داده می‌شود.
- در مولکول آن، ۸ الکترون ناپیوندی در لایه‌ی ظرفیت اتم‌ها وجود دارد.
- گروه عاملی موجود در آن، بخشی از یک حلقه ۵ ضلعی در مولکول آسکوربیک اسید را تشکیل می‌دهد.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۰۳ تفاوت مولکول سالیسیلیک اسید با مولکول بنزوییک اسید در شمار ..... است.

۱) اتم‌های کربن ۲) پیوندهای یگانه بین اتم‌ها ۳) پیوند دوگانه کربن – اکسیژن ۴) اتم‌های دارای ۳ قلمرو الکترونی

۱۰۴ اگر حلقه‌ی سر گروه خانواده‌ی آروماتیک‌ها با جذب مقدار کافی هیدروژن باز شود به گونه‌ای که تنها یک پیوند دو گانه در آن باقی بماند، چندایزومر ساختاری با زنجیر اصلی ۵ کربن و بدون حلقه می‌توان برای آن در نظر گرفت؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۱۰۵ از موارد زیر کدام‌ها درست است؟

الف) آسپارتام، آسپرین و ایبوبروفن دارای گروه عاملی $-COOH$ می‌باشند.
ب) در آسپرین و آسپارتام گروه عاملی استری وجود دارد.
پ) فرمول مولکولی تری‌متیل‌آمین $C_۳H_۹NH$ می‌باشد.
ت) در آلدهیدها برخلاف کتون‌ها اتم H به اتم C متصل است.

۱) الف و ب ۲) ب و پ و ت ۳) الف و ب و پ ۴) ب و ت

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۱۰۶ اگر در مولکول بنزآلدهید به جای گروه عاملی آلدهیدی، گروه عاملی اسیدی قرار گیرد، فرمول تجربی ترکیب حاصل چیست؟

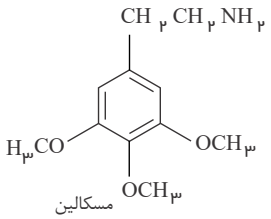
۱) C_7H_6O ۲) $C_7H_6O_2$ ۳) C_4H_3O ۴) C_3H_4O

۱۰۷ اگر سرگروه خانوادهٔ ترکیب‌های آلی آروماتیک، با جذب مقدار کافی هیدروژن باز شود و به گونه‌ای تبدیل شود که تنها یک پیوند دوگانه در زنجیرهٔ آن باقی بماند، چند ایزومر ساختاری با زنجیر اصلی شامل ۵ اتم کربن می‌توان برای آن در نظر گرفت؟

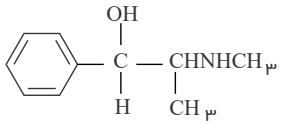
۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۱۰۸ باتوجه به فرمول‌های ساختاری داده شده، چند مورد از مطالب زیر درست هستند؟

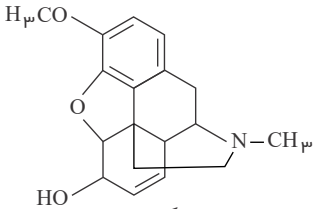
- فرمول مولکولی مسکالین، $C_{11}H_{17}O_3N$ است.
- افدرین یک گروه آمین و یک گروه کربوکسیل دارد.
- تعداد گروه‌های متیل در مسکالین سه برابر کدئین است.
- تعداد حلقه‌های آروماتیک در هر سه ترکیب برابر است.



مسکالین



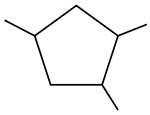
افدرین



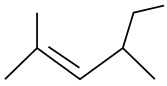
کدئین

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۹ ترکیبات ..... و ..... ایزومر یکدیگرند و ترکیبات ..... و ..... به ترتیب از خانواده‌های ..... و ..... می‌باشند.

(a) 

(b) $H-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-C_2H_5$

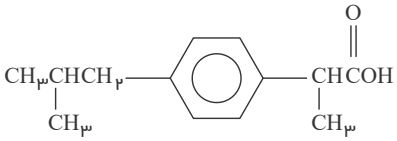
(c) 

(d) $CH_3-CH_2-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-H$

(e) $CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-CH_3$

۱) b و $e-a$ و $c-$ آلکان‌ها و آلکن‌ها
۲) a و $c-b$ و $e-$ کربوکسیلیک اسیدها – کتون‌ها
۳) e و $a-d$ و $b-$ سیکلوآلکان‌ها – اترها
۴) b و $e-d$ و $c-$ کتون‌ها – آلکن ها

۱۱۰ چه تعداد از موارد زیر در ارتباط با ساختار نشان داده شده، به درستی بیان شده است؟



برای کاهش درد، تب و التهاب تجویز می‌شود.

- شکل هندسی قلمروهای الکترونی هفت اتم کربن در آن، به صورت مسطح مثلثی است.
- مصرف آن برای افرادی که به بیماری زخم معده مبتلا هستند توصیه نمی‌شود، زیرا سبب خونریزی معده می‌شود.
- از جایگزین کردن گروه‌های متیل این مولکول با گروه‌های NH_2، آمیدی با فرمول $C_{10}H_{15}N_3O_2$ ایجاد می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

پاسخ‌نامه تشریحی

۱ ۱ ۲ ۳ ۴

می دانیم توابع براکتی، در نقاطی که عبارت داخل براکت عددی صحیح شوند، ناپیوسته می باشند. نقاط ناپیوستگی دو تابع $[۵x]$ و $[۱۰x]$ عبارتند از:

$$۳ < x < ۴ \Rightarrow ۱۵ < ۵x < ۲۰ \Rightarrow ۵x = ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۹ \Rightarrow x = \frac{۱۶}{۵}, \frac{۱۷}{۵}, \frac{۱۸}{۵}, \frac{۱۹}{۵}$$

$$۳ < x < ۴ \Rightarrow ۳۰ < ۱۰x < ۴۰ \Rightarrow ۱۰x = ۳۱, ۳۲, \cdots, ۳۹ \Rightarrow x = \frac{۳۱}{۱۰}, \frac{۳۲}{۱۰}, \cdots, \frac{۳۹}{۱۰}$$

حال از آنجا که نقاط $\left\{\frac{۱۶}{۵}, \frac{۱۷}{۵}, \frac{۱۸}{۵}, \frac{۱۹}{۵}\right\}$ نقاط ناپیوستگی مشترک در هر دو تابع می باشند، لذا در تابع $y = [۵x] - [۱۰x]$ نقاط پیوستگی به شمار می آیند ولی ۵ نقطه ی باقی مانده ناپیوسته باقی می مانند.

$$\text{نقاط ناپیوسته} = \left\{\frac{۳۱}{۱۰}, \frac{۳۳}{۱۰}, \frac{۳۵}{۱۰}, \frac{۳۷}{۱۰}, \frac{۳۹}{۱۰}\right\}$$

در ابتدا و انتهای بازه یعنی اعداد $x = ۳$ و $x = ۴$ تابع پیوسته است چون حد چپ و حد راست و مقدار تابع برابر است.

۲ ۱ ۲ ۳ ۴

دنباله با مقادیر بزرگ تر از (۱) به (۱) نزدیک می شود. چون صورت بزرگتر از مخرج است.

$$a_n = ۱ + \frac{۱}{n} \Rightarrow \lim_{n\to\infty} a_n = ۱^+$$

$$\lim_{n\to\infty} f(a_n) = \lim_{x\to ۱^+} f(x) = \frac{۲x - ۲}{(x-۱)(x+۱)} = \lim_{x\to ۱^+} \frac{۲}{x+۱} = ۱$$

۳ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\boxed{۱ - \cos ۲x = ۲\sin^۲ x}$

کافی است شرط پیوستگی برقرار باشد، لذا داریم:

$$\lim_{x\to ۰^-} f(x) = \lim_{x\to ۰^-} \frac{\sin x}{\sqrt{۱ - \cos ۲x}} = \lim_{x\to ۰^-} \frac{\sin x}{\sqrt{۲\sin^۲ x}} = \lim_{x\to ۰^-} \frac{\sin x}{\sqrt{۲}|\sin x|} = \frac{-۱}{\sqrt{۲}}$$

$$\lim_{x\to ۰^+} f(x) = \lim_{x\to ۰^+} [x] + b = ۰ + b = b$$

$$f(۰) = a \Rightarrow \frac{-۱}{\sqrt{۲}} = b = a \Rightarrow a + b = \frac{-۲}{\sqrt{۲}} = -\sqrt{۲}$$

۴ ۱ ۲ ۳ ۴

در صورت و مخرج پایه و توان از هم‌ارزی پرتوان استفاده می‌کنیم.

$$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^۲ + x + ۱}{۲x^۲ + ۱}\right)^{\frac{۲x+۱}{x}} = \left(\frac{۱}{۲}\right)^۲ = \frac{۱}{۴}$$

۵ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $\lim_{u\to ۰} \sin u \simeq u$

$$\lim_{x\to ۰} ax^p \times \frac{\sqrt{x} - \sqrt{\sin x}}{\sqrt[۳]{x} - \sqrt[۳]{\sin x}} = \lim_{x\to ۰} ax^p \times \frac{\sqrt{x} - \sqrt{\sin x}}{\sqrt[۳]{x} - \sqrt[۳]{\sin x}} \times \frac{\sqrt{x} + \sqrt{\sin x}}{\sqrt{x} + \sqrt{\sin x}} \times \frac{\sqrt[۳]{x^۲} + \sqrt[۳]{x\sin x} + \sqrt[۳]{\sin^۲ x}}{\sqrt[۳]{x^۲} + \sqrt[۳]{x\sin x} + \sqrt[۳]{\sin^۲ x}}$$

$$= \lim_{x\to ۰} ax^p \times \frac{\frac{x - \sin x}{\sqrt{x} + \sqrt{\sin x}}}{\frac{x - \sin x}{\sqrt[۳]{x^۲} + \sqrt[۳]{x\sin x} + \sqrt[۳]{\sin^۲ x}}}$$

$$= \lim_{x\to ۰} ax^p \times \frac{\sqrt[۳]{x^۲} + \sqrt[۳]{x\sin x} + \sqrt[۳]{\sin^۲ x}}{\sqrt{x} + \sqrt{\sin x}} \overset{\text{هم‌ارزی}}{=\!=\!=} \lim_{x\to ۰} ax^p \times \frac{\sqrt[۳]{x^۲} + \sqrt[۳]{x^۲} + \sqrt[۳]{x^۲}}{\sqrt{x} + \sqrt{x}} = \lim_{x\to ۰} ax^p \times \frac{۳x^{\frac{۲}{۳}}}{۲x^{\frac{۱}{۲}}} = ۱$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to ۰} \frac{۳a}{۲} \times x^{p+\frac{۱}{۶}} = ۱ \Rightarrow \begin{cases} \frac{۳a}{۲} = ۱ \Rightarrow a = \frac{۲}{۳} \\ p + \frac{۱}{۶} = ۰ \Rightarrow p = \frac{-۱}{۶} \end{cases} \Rightarrow a + p = \frac{۲}{۳} - \frac{۱}{۶} = \frac{۱}{۲}$$

۶ ۱ ۲ ۳ ۴

با استفاده از هم ارزی با دقت بالا داریم:

$$\sin^۲ x - \tan^۲ x = (\sin x - \tan x)\cdot(\sin x + \tan x) = -\frac{۱}{۲}x^۳ \times (۲x) \simeq -x^۴$$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$$x^۲ - \sin^۲ x = (x - \sin x)(x + \sin x) \sim \frac{x^۳}{۶}(۲x) = \frac{x^۴}{۳} \Rightarrow \lim_{x\to ۰} f(x) = \frac{-x^۴}{\frac{x^۴}{۳}} = -۳$$

۷ ۱ ۲ **۳** ۴

می‌دانیم: $\lim_{u\to ۰} \sin^n u \simeq u^n$

$$\lim_{x\to ۰} \frac{\tan^۲ x - \sin^۲ x}{ax^n} = ۱ \to \lim_{x\to ۰} \frac{\frac{\sin^۲ x}{\cos^۲ x} - \sin^۲ x}{ax^n} = ۱$$

$$\lim_{x\to ۰} \frac{\frac{\sin^۲ x - \sin^۲ x \cdot \cos^۲ x}{\cos^۲ x}}{ax^n} = ۱ \to \lim_{x\to ۰} \frac{\sin^۲ x \cdot (۱ - \cos^۲ x)}{\cos^۲ x \cdot ax^n} = ۱$$

$$\lim_{x\to ۰} \frac{\sin^۲ x \cdot \sin^۲ x}{\cos^۲ x \cdot ax^n} = \lim_{x\to ۰} \frac{x^۴}{۱ \times ax^n} = ۱$$

$$\lim_{x\to ۰} ax^n = x^۴ \Rightarrow a = ۱ \Rightarrow n = ۴ \Rightarrow a + n = ۱ + ۴ = ۵$$

۸ ۱ ۲ **۳** ۴ ابتدا نقطه ی همگرایی دنباله $\{a_n\}$ را بدست می آوریم. لذا داریم:

$$\begin{cases} \lim_{n\to+\infty} a_n = \lim_{n\to+\infty} \sqrt{n^۲ + ۴n + ۳} - n = \lim_{n\to+\infty} \sqrt{(n+۲)^۲ - ۱} - n \\ \sqrt{(n+۲)^۲ - ۱} < \sqrt{(n+۲)^۲} = n + ۲^- \Rightarrow \sqrt{(n+۲)^۲ - ۱} - n < (n + ۲^-) - n = ۲^- \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{n\to+\infty} a_n = ۲^- f(x) = sgn(x - ۲) \xrightarrow{x<۲} f(۲^-) = sgn(۰^-) = -۱$$

در نتیجه $f(a_n)$ به $f(۲^-) = -۱$ همگرا می باشد.

یاد آوری: $sgn(u) = \begin{cases} ۱ & u > ۰ \\ ۰ & u = ۰ \\ -۱ & u < ۰ \end{cases}$

۹ **۱** ۲ ۳ ۴

ابتدا مخرج مشترک می گیریم تا به ابهام $\frac{\infty}{\infty}$ برسیم.

$$\lim_{x\to\pm\infty} (\frac{x^۲ + ۱}{x + ۱} - ax - b) = \lim_{x\to\pm\infty} (\frac{x^۲ + ۱ - (ax + b)(x + ۱)}{x + ۱}) = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{(۱ - a)x^۲ - (a + b)x - b + ۱}{x + ۱} = ۰$$

از آنجا که حاصل حد برابر صفر شده است، لذا ضرایب x و $x^۲$ در صورت کسر برابر صفر خواهد بود، چون باید درجهٔ مخرج بزرگ‌تر از صورت باشد در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} ۱ - a = ۰ \Rightarrow a = ۱ \\ a + b = ۰ \xrightarrow{a=۱} b = -۱ \end{cases} \Rightarrow a^۲ + b = ۱^۲ - ۱ = ۰$$

۱۰ ۱ ۲ ۳ **۴** با توجه به اینکه $f(x) = \begin{cases} [۲x] - ۱ & x > ۰ \\ [۲x] + ۱ & x < ۰ \end{cases}$ ، بنابراین کافی است نقاط ناپیوستگی $[۲x]$ را بررسی نماییم. لذا داریم:

$$۲x = k(k \in Z) \Rightarrow x = \frac{k}{۲} \xrightarrow{x\in(-۲,۲)} -۲ < \frac{k}{۲} < ۲$$

$$\Rightarrow -۴ < k < ۴ \Rightarrow x = -\frac{۳}{۲}, -۱, -\frac{۱}{۲}, \frac{۱}{۲}, ۱, \frac{۳}{۲}$$

لذا تابع $f(x)$ در مجموع ۶ نقطه ناپیوسته دارد. توجه داشته باشید که $x = ۰$ در دامنه قرار ندارد.

۱۱ ۱ ۲ ۳ **۴** با توجه به این که $sgn(u) = \begin{cases} ۱ & : & u > ۰ \\ ۰ & : & u = ۰ \\ -۱ & : & u < ۰ \end{cases}$ ، لذا حد چپ و راست $f(x)$ را در $x = ۱$ بررسی می کنیم:

$$x \to ۱^- : x < +۱ \Rightarrow x - ۱ < ۰ \Rightarrow sgn(x - ۱) = -۱ \Rightarrow \lim_{x\to ۱^-} f(x) = \lim_{x\to ۱^-} \frac{x sgn(x - ۱)}{x + ۱} = \frac{۱(-۱)}{۲} = \frac{-۱}{۲}$$

$$x \to ۱^+ : x > ۱ \Rightarrow x - ۱ > ۰ \Rightarrow sgn(x - ۱) = ۱ \Rightarrow \lim_{x\to ۱^+} f(x) = \lim_{x\to ۱^+} \frac{x sgn(x - ۱)}{x + ۱} = \frac{۱(۱)}{۲} = \frac{۱}{۲}$$

پس تابع $f(x)$ در نقطه‌ی $x = ۱$ دارای حد چپ و راست نابرابر است.

۱۲ ۱ ۲ **۳** ۴ با توجه به این که برای هر $k \in \mathbb{Z}$ داریم: $[u + k] = [u] + k$ ، لذا داریم:

$$f(x) = g(x) = ۴ + [-x^۲]$$

برای بررسی حد چپ تابع gof در $x = ۱$ ، ضابطه ی تابع را در بازه ی $(۰, ۱)$ بررسی می کنیم:

$$۰ < x < ۱ \Rightarrow ۰ < x^۲ < ۱ \Rightarrow -۱ < -x^۲ < ۰ \Rightarrow [-x^۲] = -۱ \Rightarrow f(x) = ۴ + [-x^۲] = ۴ - ۱ = ۳$$

توجه داشته باشید که عدد بدست آمده یک عدد مطلق است چون جواب جزء صحیح همواره یک عدد مطلق است.

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$\Rightarrow (gof)(x) = g(۳) = ۴ + [-۹] = -۵ \Rightarrow (gof)(x) = -۵ \Rightarrow \lim\limits_{x\to ۱^-} (gof)(x) = -۵$

۱۳ ۱ ۲ ۳ ۴ نکته: اگر تابع $f(x)$ در بازه $[a,b]$ پیوسته و صعودی باشد آنگاه تابع $f^{-۱}(x)$ در بازه $[f^{-۱}(a), f^{-۱}(b)]$ پیوسته و صعودی است و بالعکس.

دامنه ی تابع f را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} x+۱ \geq ۰ \Rightarrow x \geq -۱ \\ ۲ - \sqrt{x+۱} \geq ۰ \Rightarrow \sqrt{x+۱} \leq ۲ \Rightarrow x+۱ \leq ۴ \Rightarrow x \leq ۳ \end{cases} \Rightarrow D_f = [-۱, ۳]$$

از طرفی داریم:

$$f'(x) = \frac{\frac{-۱}{۲\sqrt{x+۱}}}{۲\sqrt{۲ - \sqrt{x+۱}}} < ۰ \Rightarrow$$ تابع اکیداً نزولی است

لذا تابع f در بازه $[-۱, ۳]$ پیوسته و اکیداً نزولی است. در نتیجه تابع $f^{-۱}$ در بازه $[f(۳)\ ,\ f(-۱)]$ پیوسته و اکیداً نزولی خواهد بود. حال چون $f(-۱) = \sqrt{۲}$ و $f(۳) = ۰$ ، بنابراین تابع $f^{-۱}$ در بازه $[۰, \sqrt{۲}]$ پیوسته است.

۱۴ ۱ ۲ ۳ ۴ چون تابع در $\mathbb{R}$ پیوسته است پس در نقاط مرزی هم باید پیوسته باشد .

ابتدا پیوستگی را در $x_۰ = \frac{\pi}{۶}$ بررسی می‌کنیم:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{۶})^+} f(x) = \cos(۳(\frac{\pi}{۶})) + ۲ = ۲ \\ \lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{۶})^-} f(x) = a\sin(\frac{\pi}{۶}) + b\cos(۲(\frac{\pi}{۶})) = \frac{a}{۲} + \frac{b}{۲} = \frac{a+b}{۲} \end{cases} \Rightarrow \frac{a+b}{۲} = ۲ \Rightarrow a+b = ۴$$

از طرفی تابع f در $x_۰ = \frac{\pi}{۳}$ نیز پیوسته است، پس:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{۳})^+} f(x) = \sin^۲(\frac{\pi}{۳}) + b = \frac{۳}{۴} + b \\ \lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{۳})^-} f(x) = \lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{۳})^-} [\cos(۳(\frac{\pi}{۳})) + ۲] = -۱ + ۲ = ۱ \end{cases} \Rightarrow \frac{۳}{۴} + b = ۱ \Rightarrow b = \frac{۱}{۴}$$

$$a+b=۴ \xrightarrow{b=\frac{۱}{۴}} a = \frac{۱۵}{۴} \Rightarrow a-b = \frac{۱۵}{۴} - \frac{۱}{۴} = \frac{۷}{۲} = ۳٫۵$$

۱۵ ۱ ۲ ۳ ۴

برای محاسبه‌ی حد $f(a_n)$ ابتدا حد a_n را بطور کامل و دقیق می یابیم:

$$\lim_{n\to+\infty} a_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{n}{۲n} = \frac{۱}{۲}$$

و سپس برای تعیین $\frac{۱}{۲}^+$ یا $\frac{۱}{۲}^-$ می توانیم بجای n عدد دلخواه ۱۰ قرار دهیم و حاصل را با $\frac{۱}{۲}$ مقایسه کنیم.

$$n = ۱۰ \to a_n = \frac{۱۰+۱}{۲(۱۰)+۳} = \frac{۱۱}{۲۳} < \frac{۱}{۲}$$

بنابراین حد a_n عدد $\frac{۱}{۲}^-$ است.

در مزدوج مخرج ضرب و تقسیم می کنیم.

$$\lim_{n\to\infty} f(a_n) = \lim_{x\to(\frac{۱}{۲})^-} f(x) = \lim_{x\to(\frac{۱}{۲})^-} \frac{\overbrace{|(۲x-۱)(x-۱)|}^{+}}{\sqrt{۲x}-۱}$$

$$= \lim_{x\to(\frac{۱}{۲})^-} \frac{(۲x-۱)(x-۱)(\sqrt{۲x}+۱)}{۲x-۱} = (\frac{۱}{۲}-۱)(\sqrt{۱}+۱) = -۱$$

۱۶ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم که هرگاه داخل جزء صحیح بی‌نهایت شود جزء صحیح به پرانتز تبدیل می‌شود.

$$\lim_{x\to۰} |x| \left[\frac{۱}{x}\right] \begin{array}{l} \xrightarrow{x>۰} L_۱ = \lim\limits_{x\to۰^+} (x) \times \frac{۱}{x} = ۱ \\ \xrightarrow{x<۰} L_۲ = \lim\limits_{x\to۰^-} (-x) \times \frac{۱}{x} = -۱ \end{array} \xrightarrow{L_۱ \neq L_۲}$$ حد ندارد

۱۷ ۱ ۲ ۳ ۴ تابع $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \in Q \\ h(x) & x \notin Q \end{cases}$ در نقطه‌ی $x=a$ حد دارد. هرگاه $\lim\limits_{x\to a} g(x) = \lim\limits_{x\to a} h(x)$.

تابع $y = \begin{cases} [x] + [-x] & x \in Q \\ ۰ & x \notin Q \end{cases}$ در نقاط صحیح حد ندارد و در نقاط غیرصحیح حد دو ضابطه برابر نیست. بنابراین، این تابع در هیچ نقطه‌ای حد ندارد.

۱۸ ۱ ۲ ۳ ۴ شرط وجود حد برابری حد چپ و راست در نقطهٔ مورد نظر است.

چون $f(x)$ یک تابع درجه ۲ است که در نقطه $(۰, -۱)$ می‌نیمم دارد پس:

$$\begin{cases} f(x) = ax^۲ + bx + c \\ -\frac{b}{۲a} = ۰ \to b = ۰ \\ f(۰) = -۱ \to c = -۱ \end{cases} \Rightarrow f(x) = ax^۲ - ۱$$

استاد علیرضا افشار
مشاوره
@Alirezaafsharofficial

تابع $g(x)$ را بازنویسی می‌کنیم:

$$\Rightarrow g(x)=\begin{cases} ax^{۲}-۱ & x>-۱ \\ -۲x-۲ & x\le -۱ \end{cases}$$

$$\lim_{x\to -۱^{+}} g(x)=\lim_{x\to -۱^{-}} g(x)\Rightarrow a-۱=۰\to a=۱\Rightarrow \lim_{x\to ۲^{-}} g(x)=\lim_{x\to ۲^{-}} x^{۲}-۱=۴-۱=۳$$

۱۹ ۱ ۲ ۳ ۴

روش اول:

$$\lim_{n\to+\infty}\{f(\frac{a_n+b_n}{۲})\}=\lim_{n\to+\infty}\{f(\frac{۲\pi-\frac{۳}{n}+\pi+\frac{۲}{n}}{۲})\}$$

$$=\lim_{n\to+\infty}\{f(\frac{۳\pi}{۲}-\frac{۱}{۲n})\}=f((\frac{۳\pi}{۲})^{-})=\lim_{n\to(\frac{۳\pi}{۲})^{-}}[\cos x]$$

$$=[\cos(\frac{۳\pi}{۲})^{-}]=[۰^{-}]=-۱$$

روش دوم:

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{a_n+b_n}{۲}=\lim_{n\to+\infty}\frac{a_n}{۲}+\frac{b_n}{۲}=\lim_{n\to+\infty}(\pi-\frac{۳}{۲n})+(\frac{\pi}{۲}+\frac{۱}{n})=\lim_{n\to+\infty}\frac{۳\pi}{۲}-\frac{۱}{۲n}=\frac{۳\pi}{۲}^{-}$$

$$\lim_{n\to+\infty} f(\frac{a_n+b_n}{۲})=\lim_{n\to+\infty} f(x)=[۰^{-}]=-۱$$

۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴ دنباله‌ای مناسب است که به عدد ۱ همگرا باشد اما $f(a_n)$ به مقادیر مختلف همگرا شود پس باید تک تک گزینه‌ها بررسی شود.

گزینه‌ی (۱): $\lim_{n\to+\infty}\sin\frac{۱}{۱-\sqrt{(۱-\frac{۱}{۴n\pi})^{۲}}}=\sin\frac{۱}{۱-(۱-\frac{۱}{۴n\pi})}=\sin ۴n\pi=۰$

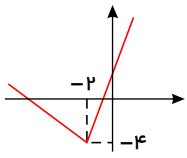
گزینه‌ی (۲): $\lim_{n\to\infty}\sin\frac{۱}{۱-\sqrt{(۱-\frac{۱}{۲n\pi})^{۲}}}=\sin ۲n\pi=۰$

گزینه‌ی (۳): $\lim_{n\to\infty}\sin\frac{۱}{۱-\sqrt{(۱-\frac{۱}{n\pi})^{۲}}}=\sin\frac{۱}{۱-(۱-\frac{۱}{n\pi})}=\sin n\pi=۰$

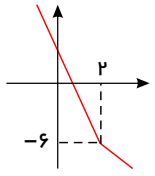
گزینه‌ی (۴): $\sin\frac{۱}{۱-\sqrt{(۱-\frac{۲}{n\pi})^{۲}}}=\sin\frac{۱}{۱-(۱-\frac{۲}{n\pi})}=\sin\frac{n\pi}{۲}=۱$ یا ۰ یا -۱

۲۱ ۱ ۲ ۳ ۴ برای تشخیص یک به یک بودن تابع باید خطی موازی محور xها بکشیم اگر نمودار را در کمتر یا مساوی یک نقطه قطع کرد یک به یک در غیر این صورت غیریک به یک است.

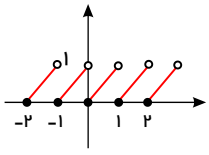
الف) $y=|۲x+۴|+x-۲=\begin{cases}-x-۶ & x<-۲\\ ۳x+۲ & x\ge -۲\end{cases}$



ب) $y=|x-۲|-۳x=\begin{cases}-۴x+۲ & x<۲\\ -۲x-۲ & x\ge ۲\end{cases}$

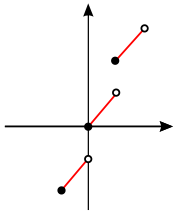


ج) $y=x-[x]\to\begin{cases}۰\le x<۱\to y=x\\ ۱\le x<۲\to y=x-۱\\ ۲\le x<۳\to y=x-۲\end{cases}$



استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

د) $y = x + [x] \rightarrow y = \begin{cases} -1 \le x < 0 \rightarrow y = x - 1 \\ 0 \le x < 1 \rightarrow y = x \\ 1 \le x < 2 \rightarrow y = x + 1 \end{cases}$



۲۲ ۱ ۲ **۳** ۴

با تبدیل x به $\frac{1}{x}$ در طرفین تساوی به یک تساوی دیگری که شامل $f(x)$ و $f(\frac{1}{x})$ است می‌رسیم و با تشکیل دستگاه تابع $f(x)$ را محاسبه می‌کنیم.

$$\times(-3)\begin{cases} 3f(x) + f(\frac{1}{x}) = x \\ 3f(\frac{1}{x}) + f(x) = \frac{1}{x} \end{cases}$$

$$\Rightarrow -8f(x) = -3x + \frac{1}{x} \Rightarrow f(x) = \frac{1 - 3x^2}{-8x}$$

۲۳ ۱ ۲ ۳ **۴** در تابع خطی $f(x) = ax + b$ با توجه به فرض داریم:

$$f(2x + 3) = 2f(x) + 3$$

$$\begin{matrix} a(2x+3) + b = 2(ax+b) + 3 \Rightarrow 3a - b = 3 \\ f(-1) = 5 \Rightarrow -a + b = 5 \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} 3a - b = 3 \\ -a + b = 5 \end{cases}$$

از دو معادله حاصل خواهیم داشت: $a = 4$, $b = 9$ بنابراین $f(x) = 4x + 9$ می‌باشد پس:

$$f(\frac{3}{4}) = 4(\frac{3}{4}) + 9 = 12$$

۲۴ ۱ **۲** ۳ ۴

می‌دانیم: $(gof)^{-1} = g^{-1}of^{-1}$ و $y = f(x) \Rightarrow x = f^{-1}(y)$

$$(gof)^{-1}(2x - 1) = x \Rightarrow f^{-1}(g^{-1}(2x - 1)) = x$$

$$\xrightarrow{x=2} f^{-1}(g^{-1}(3)) = 2 \Rightarrow g^{-1}(3) = f(2) = 2^3 + 2 = 10$$

۲۵ ۱ ۲ ۳ **۴** برای محاسبه برد، عبارت را به صورت مربع کامل تبدیل می‌کنیم: $f(x) = (\sqrt[3]{x} + 2)^2 + 1$ بنابراین کمترین مقدار تابع به ازای $x = -8$ است که حاصل آن ۱ می‌شود و بیشترین مقدار آن به سمت بی‌نهایت میل می‌کند. بنابراین $R_f = [1, +\infty)$

۲۶ ۱ **۲** ۳ ۴ ابتدا معکوس تابع $y = \frac{1}{2}(x - \frac{1}{x})$ را می‌یابیم.

$$y = \frac{1}{2}(x - \frac{1}{x}) \Rightarrow 2y = \frac{x^2 - 1}{x} \Rightarrow x^2 - 2xy - 1 = 0$$

$$\xrightarrow[\text{درجه ۲}]{\text{حل معادله‌ی}} x = \frac{2y \pm \sqrt{4y^2 + 4}}{2} = y \pm \sqrt{y^2 + 1} \xrightarrow[x>0]{\text{چون}} x = \sqrt{y^2 + 1} + y$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x^2 + 1} + x \Rightarrow \begin{cases} f^{-1}(\frac{1}{x}) = \frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x^2} + 1} \\ f^{-1}(\frac{-1}{x}) = \frac{-1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x^2} + 1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(\frac{1}{x}) - f^{-1}(\frac{-1}{x}) = \frac{2}{x}$$

۲۷ ۱ ۲ **۳** ۴ توجه: اگر T دورهٔ تناوب اصلی تابع $f(x)$ باشد آنگاه:

$$f(x + T) = f(x)$$

در این تست چون عدد ۴ دوره تناوب تابع است پس:

$$(103, 104) = (4 \times 25 + 3, 4 \times 25 + 4) = (3, 4)$$

پس بازهٔ $(103, 104)$ مانند بازهٔ $(3, 4)$ خواهد بود یعنی نمودار خطی است که از نقاط $(103, 0)$ و $(104, -1)$ عبور خواهد کرد و معادلهٔ آن به صورت $y = -x + 103$ نوشته می‌شود

پس گزینهٔ ۳ صحیح است.

۲۸ ۱ ۲ ۳ **۴** می‌دانیم:

$$: [x] + [-x] = \begin{cases} 0 & ; x \in \mathbb{Z} \\ -1 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

باید xهای غیرصحیح انتخاب شود تا مخرج کسر صفر نشود.

$$0 \le x - [x] < 1 \Rightarrow 0 \le (x - [x])^{100} < 1 \Rightarrow \left[(x - [x])^{100}\right] = 0$$

استاد علیرضا افشار
@Alirezaafsharofficial

پس طرف دوم تساوی هم باید صفر باشد.

$$\Rightarrow \frac{[x]}{[x]+[-x]} = ۰ \Rightarrow [x] = ۰ \Rightarrow ۰ < x < ۱$$

در نتیجه معادله بی‌نهایت جواب دارد.

۲۹ ۱ ۲ ۳ **۴**

می‌دانیم: $y = k \cdot \sin(ax+b) \Rightarrow T = \frac{۲\pi}{|a|}$

به نمودار دقت کنید. چون $f(۰) = a$ می‌باشد. یعنی $a < ۰$ است.

$$-۱ \le \sin(a\pi x) \le ۱ \xrightarrow{\times(-a)} a < -a\sin(a\pi x) < -a$$
$$\xrightarrow{+a} ۲a \le a - a\sin(a\pi x) \le ۰$$

کمترین مقدار تابع $۲a$ است که با توجه به شکل برابر -۱ می‌باشد.

$$۲a = -۱ \Rightarrow a = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow f(x) = -\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲}\sin(-\frac{۱}{۲}\pi x)$$

دورهٔ تناوب: $T = \frac{۲\pi}{\left|-\frac{\pi}{۲}\right|} = ۴$

۳۰ ۱ ۲ **۳** ۴ می‌دانیم که در تابع $y = a \cdot \sin bx$ اگر $a \cdot b > ۰$ باشد، تابع در نقطهٔ شروع $x = ۰$ صعودی خواهد بود و اگر $a \cdot b < ۰$ باشد، نزولی خواهد بود.

توجه:

$$y = k \cdot \sin ax \xrightarrow{\text{دورهٔ تناوب}} T = \frac{۲\pi}{|a|}$$

با توجه به شکل، منحنی دو بار تکرار شده است. پس عدد $\frac{۴}{۳}$ دو برابر دورهٔ تناوب تابع است.

$$۲T = \frac{۴}{۳} \Rightarrow T = \frac{۲}{۳} \Rightarrow T = \frac{۲\pi}{|b\pi|} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow |b| = ۳$$

کم‌ترین مقدار تابع $y = ۱ + a\sin(b\pi x)$ زمانی ایجاد می‌شود که مقدار سینوس عدد -۱ باشد و با توجه به شکل مقدار min عدد -۱ است. پس:

$$\min = ۱ - |a| = -۱ \Rightarrow |a| = ۲ \Rightarrow a + b = \begin{cases} ۲ + ۳ = ۵ \\ -۲ - ۳ = -۵ \end{cases}$$

۳۱ ۱ ۲ **۳** ۴

$$۴x^۲ + y^۲ + ۴xy + ۴x^۲ + y^۲ - ۴xy = ۱$$

$$۸x^۲ + ۲y^۲ = ۱ \Rightarrow e = \sqrt{۱ - \frac{\text{مینیمم ضرایب } y^۲, x^۲}{\text{ماکزیمم ضرایب } y^۲, x^۲}} = \sqrt{۱ - \frac{۲}{۸}} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

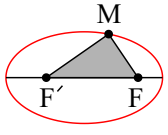
۳۲ ۱ ۲ ۳ **۴** چون در بیضی افقی O و A دارای عرض‌های مساوی و O و B دارای طول‌های مساوی هستند پس $O \left| \begin{matrix} ۴ : \alpha \\ -۳ : \beta \end{matrix} \right.$ مرکز بیضی است.

$$OA = a \to a = ۲$$
$$OB = b \to b = \sqrt{۳}$$

معادله بیضی افقی: $\frac{(x-\alpha)^۲}{a^۲} + \frac{(y-\beta)^۲}{b^۲} = ۱ \to \frac{(x-۴)^۲}{۴} + \frac{(y+۳)^۲}{۳} = ۱$

$$\xrightarrow{\times ۱۲} ۳(x-۴)^۲ + ۴(y+۳)^۲ = ۱۲$$
$$\to ۳x^۲ - ۲۴x + ۴۸ + ۴y^۲ + ۲۴y + ۳۶ = ۱۲ \to ۳x^۲ + ۴y^۲ - ۲۴x + ۲۴y + ۷۲ = ۰$$

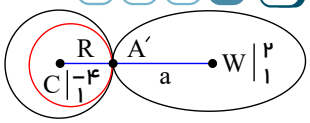
۳۳ ۱ **۲** ۳ ۴



$$a^۲ = ۲۵ \to a = ۵ \ , \ b^۲ = ۹ \to b = ۳ \ , \ c^۲ = a^۲ - b^۲ = ۲۵ - ۹ = ۱۶ \to c = ۴$$

$$\text{محیط مثلث } FMF' = \underbrace{MF + MF'}_{۲a \text{ (تعریف بیضی)}} + \underbrace{FF'}_{۲c} = ۲a + ۲c = ۱۰ + ۸ = ۱۸$$

۳۴ ۱ ۲ ۳ **۴**



$$(x+۴)^۲ + (y-۱)^۲ = ۹ \to C \left| \begin{matrix} -۴ \\ ۱ \end{matrix} \right. , \ R = ۳$$

فاصله مرکز دایره تا مرکز بیضی $= OO' = a + R \to ۶ = a + ۳ \to a = ۳$

مجموع فواصل هر نقطه روی بیضی تا دو کانون آن $۲a$ یعنی ۶ می‌باشد.

۳۵ ۱ **۲** ۳ ۴ چون رأس و کانون دارای عرض‌های مساوی هستند بیضی افقی است پس عرض مرکز نیز با آنها یکی است.

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$$W\begin{vmatrix}\alpha\\ ۳\end{vmatrix} \xrightarrow[\text{صدق}]{۲x-۳y=۵} ۲\alpha - ۹ = ۵ \to \alpha = ۷ \to W\begin{vmatrix}۷ : \alpha\\ ۳ : \beta\end{vmatrix}$$

$$F'\begin{vmatrix}۵\\ ۳\end{vmatrix} \ , \ W\begin{vmatrix}۷\\ ۳\end{vmatrix} \to F'W = c = ۲ \to ۲c = ۴$$

۳۶ ۱ ۲ ۳ **۴** نکته: مجموع فواصل هر نقطه‌ی دلخواه مانند M از دو کانون F و F' در یک بیضی برابر مقدار ثابت $۲a$ می‌باشد:

$$MF + MF' = ۲a$$

چون MF بر MF' عمود است، پس مثلث MFF' در رأس M، قائم‌الزاویه است و داریم:

$$|FF'|^۲ = |MF|^۲ + |MF'|^۲ = (۳ + \sqrt{۳})^۲ + (۳ - \sqrt{۳})^۲ = ۹ + ۳ + ۶\sqrt{۳} + ۹ + ۳ - ۶\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow FF'^۲ = ۲۴ \Rightarrow |FF'| = ۲c = ۲\sqrt{۶} \Rightarrow c = \sqrt{۶}$$

$$۲a = |MF| + |MF'| = ۳ + \sqrt{۳} + ۳ - \sqrt{۳} = ۶ \Rightarrow a = ۳$$

(خروج از مرکز) $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{۶}}{۳}$

۳۷ ۱ ۲ ۳ **۴** ابتدا معادله‌ی استاندارد را می‌یابیم:

$$۹(x^۲ + ۲x) + ۲۵(y^۲ - ۲y) = ۱۹۱ \Rightarrow ۹[(x+۱)^۲ - ۱] + ۲۵[(y-۱)^۲ - ۱] = ۱۹۱$$

$$۹(x+۱)^۲ + ۲۵(y-۱)^۲ - ۹ - ۲۵ = ۱۹۱$$

$$\Rightarrow ۹(x+۱)^۲ + ۲۵(y-۱)^۲ = ۲۲۵ \xrightarrow{\div ۲۲۵} \frac{(x+۱)^۲}{۲۵} + \frac{(y-۱)^۲}{۹} = ۱$$

نوع بیضی، افقی است (زیرا مخرج کسر شامل x بزرگ‌تر است)

$$O'(\alpha = -۱, \beta = ۱), (a^۲ = ۲۵, b^۲ = ۹) \Rightarrow (a = ۵, b = ۳)$$

$$c^۲ = a^۲ - b^۲ \Rightarrow c^۲ = ۲۵ - ۹ = ۱۶ \Rightarrow c = ۴$$

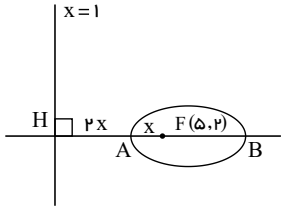
$$F(\alpha + c, \beta) \Rightarrow F(-۱ + ۴, ۱) \Rightarrow F(۳, ۱)$$

$$F'(\alpha - c, \beta) \Rightarrow F'(-۱ - ۴, ۱) \Rightarrow F'(-۵, ۱)$$

۳۸ ۱ ۲ **۳** ۴ لازم نیست معادله‌ی مکان هندسی را پیدا کنیم و سپس به معادله‌ی استاندارد بیضی تبدیل کنیم. بلکه مستقیماً و با استفاده از تعریف مکان هندسی، طول قطر بزرگ را پیدا می‌کنیم.

$$F\begin{vmatrix}۵\\ ۲\end{vmatrix} \ , \ H\begin{vmatrix}۱\\ ۲\end{vmatrix} \Rightarrow |FH| = ۵ - ۱ = ۴$$

$$\Rightarrow ۲x + x = ۴ \Rightarrow x = \frac{۴}{۳}$$



به همین ترتیب:

$$|FB| = \frac{۱}{۲}|HB| \Rightarrow |FB| = |FH| = ۳x \Rightarrow |AB| = ۴x = \frac{۱۶}{۳}$$

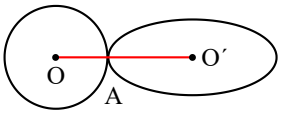
۳۹ ۱ ۲ **۳** ۴ نکته: مجموع فواصل هر نقطه روی بیضی از دو کانون آن برابر $۲a$ می‌باشد.

$$(x+۴)^۲ + (y-۱)^۲ = ۹ \xrightarrow{\text{مرکز دایره}} O(-۴, ۱)$$

رأس A روی دایره قرار دارد، پس در معادلهٔ دایره صدق می‌کند، از طرفی عرض رأس A با عرض مراکز دایره و بیضی برابر است. در نتیجه داریم:

$$(x+۴)^۲ + (y-۱)^۲ = ۹ \xrightarrow{A\begin{vmatrix}\alpha\\ ۱\end{vmatrix}} (\alpha+۴)^۲ = ۹ \Rightarrow \alpha + ۴ = \pm ۳$$

$$\begin{cases}\alpha = -۱\\ \alpha = -۷ \quad \text{غ ق ق}\end{cases}$$



در نتیجه مختصات رأس A برابر با $\begin{vmatrix}-۱\\ ۱\end{vmatrix}$ خواهد شد و باتوجه به آنکه $|O'A| = a$ و $|MF| + |MF'| = ۲a$، داریم:

$$|MF| + |MF'| = ۲(۲ + ۱) = ۶$$

۴۰ ۱ ۲ **۳** ۴ نکته: معادله یک بیضی قائم به فرم $\frac{(x-\alpha)^۲}{b'^۲} + \frac{(y-\beta)^۲}{a'^۲} = ۱$ می‌باشد که در آن، قطر بزرگ موازی محور yها و خروج مرکز آن $e = \frac{c}{a'} = \sqrt{۱ - \frac{b'^۲}{a'^۲}}$ می‌باشد و $a'^۲ = b'^۲ + c'^۲$ است.

ابتدا معادلهٔ بیضی را استاندارد می‌کنیم:

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$۲x^۲ + ay^۲ - ۸x + ۲y = ۰$

$$\left.\begin{array}{l} f'_x = ۰ \to ۴x - ۸ = ۰ \to x = ۲ = \alpha \\ f'_y = ۰ \to ۲ay + ۲ = ۰ \to y = -\frac{۱}{a} = \beta \end{array}\right\} \Rightarrow \text{معادلهٔ استاندارد :}\ ۲\underset{x=۰}{(x-۲)^۲} + a\underset{y=۰}{(y+\frac{۱}{a})^۲} = ۰ + ۸ + \frac{۱}{a} = \frac{۸a+۱}{a}$$

$$\xrightarrow{\div \frac{۸a+۱}{a}} \frac{(x-۲)^۲}{\frac{۸a+۱}{۲a}} + \frac{(y+\frac{۱}{a})^۲}{\frac{۸a+۱}{a^۲}} = ۱ \xrightarrow{\text{بیضی قائم است.}} \begin{cases} a'^۲ = \frac{۸a+۱}{a^۲} \\ b'^۲ = \frac{۸a+۱}{۲a} \end{cases} \Rightarrow e = \sqrt{۱ - \frac{b'^۲}{a'^۲}} = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow \sqrt{۱ - \frac{a}{۲}} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow ۱ - \frac{a}{۲} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{۳}{۴} = \frac{a}{۲} \Rightarrow a = \frac{۳}{۲}$$

۴۱ ۱ ۲ ۳ ۴

اگر در هر جعبه، ۳ مهره قرار دهیم آنگاه $۳n$ مهره استفاده کرده ایم، آنگاه حداقل باید یک جعبه داشته باشیم که بیش از سه مهره داشته باشد پس حداقل باید $۳n + ۱$ مهره استفاده کنیم پس: $۳n + ۱ > ۵۲$

بنابراین $n > ۱۷$ که در بین گزینه ها فقط گزینه ۱ درست است.

۴۲ ۱ ۲ ۳ ۴

داریم:

$$۱^۲ + ۲^۲ + ۳^۲ + \ldots + n^۲ = \frac{n(n+۱)(۲n+۱)}{۶}$$

پس:

$$۱^۲ + ۲^۲ + ۳^۲ + \ldots + ۲۰^۲ = \frac{۲۰ \times ۲۱ \times ۴۱}{۶} = ۱۰ \times ۷ \times ۴۱$$

۴۳ ۱ ۲ ۳ ۴

گزینه (۱) مثال نقض دارد:

$$\begin{cases} a = ۲ \\ b = \frac{۱}{۲} \end{cases} \Rightarrow a^b = ۲^{\frac{۱}{۲}} = \sqrt{۲} \notin \mathbb{Q}$$

گزینه (۲) مثال نقض دارد: $۲^{\frac{۱}{۲}}$ گویا نیست ولی ۲ گویاست.

گزینه (۳) درست است.

گزینه (۴) مثال نقض دارد:

$$\begin{cases} a = ۲ \\ b = \sqrt{۳} \end{cases} \Rightarrow b^a = (\sqrt{۳})^۲ = ۳ \notin \mathbb{Q}^c$$

۴۴ ۱ ۲ ۳ ۴

باقی مانده بر ۳ یکی از ارقام ۰ یا ۱ یا ۲ خواهد بود پس برای رقم یکان ۳ حالت متمایز و برای رقم دهگان ۱۰ حالت متمایز داریم بنابراین تعداد کل لانه ها $۱۰ \times ۳ = ۳۰$ لانه متمایز می شود بنابراین اگر ۳۱ تا عدد سه رقمی بنویسیم قطعاً لانه ای وجود دارد که دوتا از این اعداد سه رقمی در این لانه است.

۴۵ ۱ ۲ ۳ ۴

می دانیم صفحه شطرنج ۸×۸ است.

هر رخ یک سطر و یک ستون را تهدید می کند بنابراین اگر رخ ها را روی قطر صفحه شطرنجی قرار دهیم (۸ خانه روی قطر وجود دارد)، یکدیگر را تهدید نمی کنند که نهایتاً ۸ رخ می توانیم قرار دهیم بنابراین اگر رخ نهم وارد صفحه شود قطعاً یکی از قبلی ها را تهدید می کند.

۴۶ ۱ ۲ ۳ ۴

$$n = ۵ \Rightarrow ۵! > ۲^۶ \ \Rightarrow\ ۱۲۰ > ۶۴$$

بنابراین $m = ۵$ عدد مناسب برای شروع استقراء می‌باشد.

فرض : $k! > ۲^{k+۱}$

حکم: $\underbrace{(k+۱)!}_{A} > \underbrace{۲^{k+۲}}_{C}$

طرفین فرض را در (k+1) ضرب می‌کنیم تا مقدار A ایجاد شود.

$$k! > ۲^{k+۱} \xrightarrow{\times(k+۱)} \underbrace{(k+۱)!}_{A} > \underbrace{(k+۱)۲^{k+۱}}_{B}$$

یعنی فقط کافی است ثابت شود $B > C$

$$\left.\begin{array}{l} A > B \\ B > C \end{array}\right\} \Rightarrow A > C$$

$$(k+۱) \times ۲^{k+۱} > ۲^{k+۲} \xrightarrow{\div ۲^{k+۱}} k + ۱ > ۲$$

که رابطه‌ی اخیر بازای $k \geq ۵$ همواره صحیح است.

۴۷ ۱ ۲ ۳ ۴

براساس شرط بیان شده (باید مجموع دو گوی برابر ۱۱۰ باشد)، ۹۰ عدد دو رقمی را به مجموعه‌های زیر تقسیم می‌کنیم:

$$\{۱۰\}, \{۱۱, ۹۹\}, \{۱۲, ۹۸\}, \{۱۳, ۹۷\}, \cdots, \{۵۴, ۵۶\}, \{۵۵\}$$

۴۶ مجموعه به دست آمده که در هر یک از مجموعه‌های دو عضوی، مجموع اعداد برابر ۱۱۰ می‌باشد. طبق اصل لانه کبوتری، اگر ۴۷ عدد از ۹۰ عدد دو رقمی انتخاب کنیم، حداقل دو تا از آنها

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

در یکی از ۴۴ مجموعه دو عضوی خواهند افتاد و شرط مورد نظر برقرار خواهد شد.

توجه کنید که در بدترین حالت، اگر ۴۶ عدد دو رقمی ۱۰، ۱۱، ۱۲، ... و ۵۵ انتخاب شود. مجموع هیچ دو تایی از آنها برابر ۱۱۰ نخواهد شد.

۴۸ ۱ ۲ **۳** ۴ در تقسیم بر ۳۵، باقی‌مانده برابر یکی از اعداد ۰، ۱، ۲، ... و ۳۴ است. باقیمانده‌ی یکسان بر ۷ و ۵ یعنی باقیمانده‌ی یکسان بر ۳۵. پس برای وجود ۲ عدد با باقیمانده‌ی یکسان در تقسیم بر ۳۵، نیاز به حداقل ۳۶ عدد طبیعی داریم.

۴۹ **۱** ۲ ۳ ۴

فرض استقرا $P(k): 1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{k}}\geq\sqrt{k}$

حکم استقرا $P(k+1): \underbrace{1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{k}}+\frac{1}{\sqrt{k+1}}}_{A}\geq\underbrace{\sqrt{k+1}}_{C}$

روش اول: اگر به طرفین فرض استقرا، عبارت $\frac{1}{\sqrt{k+1}}$ را اضافه کنیم، آن‌گاه داریم:

$$\overbrace{1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{k+1}}}^{A}\geq\overbrace{\sqrt{k}+\frac{1}{\sqrt{k+1}}}^{B}$$

پس برای اثبات حکم کافی است نشان دهیم: $B\geq C$ $\quad\sqrt{k}+\frac{1}{\sqrt{k+1}}\geq\sqrt{k+1}$

روش دوم: کافی است، طرفین حکم و فرض را از هم کم کنیم:

طرفین حکم − طرفین فرض : $\frac{1}{\sqrt{k+1}}\geq\sqrt{k+1}-\sqrt{k}$

$$\xrightarrow{\sqrt{k+1}\times\ \text{طرفین}} 1\geq k+1-\sqrt{k(k+1)}\Rightarrow\sqrt{k}\cdot\sqrt{k+1}\geq k\xrightarrow{\div\sqrt{k}}\sqrt{k+1}\geq\sqrt{k}$$

اگر طرفین رابطه‌ی اخیر را در $\sqrt{k+1}$ ضرب کنیم، آن‌گاه داریم:

$$\sqrt{k(k+1)}+1\geq k+1\Rightarrow\sqrt{k(k+1)}\geq k\Rightarrow\sqrt{k}\cdot\sqrt{k+1}\geq\sqrt{k}\cdot\sqrt{k}\Rightarrow\sqrt{k+1}\geq\sqrt{k}$$

۵۰ ۱ **۲** ۳ ۴ مجموعهٔ S را می‌توان به ۵ زیرمجموعهٔ $\{1,9\}$، $\{2,8\}$، $\{3,7\}$، $\{4,6\}$ و $\{5\}$ تقسیم نمود. حال اگر ۵ عدد، هر کدام از یکی از این ۵ زیرمجموعه انتخاب کنیم، هیچ دو عددی در میان آن‌ها با مجموع ۱۰ وجود ندارد ولی با انتخاب عدد ششم، قطعاً دو عدد با این مشخصات پیدا می‌شود.

۵۱ ۱ ۲ **۳** ۴

تذکر: اگر n به عوامل اول تجزیه شود $(n=a^{\alpha}b^{\beta}c^{\gamma}\cdots)$ آنگاه تعداد اعداد طبیعی کوچکتر از n که نسبت به n اولند برابر است با: $\varphi_{(n)}=n(1-\frac{1}{a})(1-\frac{1}{b})(1-\frac{1}{c})\cdots$

$105=3^1\times5^1\times7^1$

$\varphi(105)=2\times4\times6=48$

از اعداد طبیعی کمتر از ۱۰۵ که نسبت به ۱۰۵ اولند (یعنی با ۱۰۵ عامل مشترک ندارند)اعداد ۱ و ۲ و ۴ و ۸ و ۱۰۱ و ۱۰۳ و ۱۰۴ غیر قابل قبولند زیرا دو رقمی نیستند پس تعداد اعداد قابل قبول ۴۱ عدد است.

۵۲ ۱ ۲ **۳** ۴

تذکر: اگر عدد طبیعی n به عوامل اول به صورت $a^{\alpha}b^{\beta}c^{\gamma}\cdots$ تجزیه شود آنگاه تعداد مقسوم علیه های طبیعی n برابر است با:

$$(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)\cdots$$

$a|2^4\times3^3\times5^2\Rightarrow$ چون a فرد است $\Rightarrow a|3^3\times5^2$

$\Rightarrow a\in\{\text{مقسوم علیه های طبیعی } 3^3\times5^2\}\Rightarrow a\text{ تعداد}=(3+1)(2+1)=12$

۵۳ ۱ ۲ ۳ **۴**

$(a-2b,2a-b)=d$

$$\begin{cases}d|a-2b & \xrightarrow{\times2}\ d|2a-4b\\ d|2a-b & \Rightarrow\ d|2a-b\end{cases}\xrightarrow{-}\ d|3b\quad(1)$$

$$\begin{cases}d|3b & \xrightarrow{\times2}\ d|6b\\ d|a-2b & \xrightarrow{\times3}\ d|3a-6b\end{cases}\xrightarrow{+}\ d|3a\quad(2)$$

$$(1),(2)\Rightarrow\begin{cases}d|3b\\ d|3a\end{cases}\Rightarrow d|(3a,3b)\Rightarrow d|3(a,b)$$

$\Rightarrow d|3\Rightarrow d=1$ یا 3

تذکر:

$$\begin{matrix}a|b\\ a|c\end{matrix}\Rightarrow a|(b,c)$$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۵۴ ۱ ۲ ۳ ۴

$۲۴ = ۲^۳ \times ۳ | (۳x + ۲y + ۱)^۲ \Rightarrow (۳x + ۲y + ۱)^۲ = \underbrace{۲^۳ \times ۳ \times q}_{\text{باید مربع کامل باشد}} \Rightarrow q = ۲ \times ۳ \times k^۲$

$\xrightarrow{\text{جایگذاری}} (۳x + ۲y + ۱)^۲ = ۲^۴ \times ۳^۲ \times k^۲ \xrightarrow{\text{جذر}} ۳x + ۲y + ۱ = ۲^۲ \times ۳ \times k$

$۳ \times ۴ | ۳x + ۲y + ۱$

$$\left.\begin{array}{l} ۱) \begin{cases} ۳ | ۳x + ۲y + ۱ \\ ۳ | ۳x \end{cases} \xrightarrow{-} ۳ | ۲y + ۱ \Rightarrow y_{min} = ۱ \\ ۴ | ۳x + ۲y + ۱ \xrightarrow{y=۱} ۴ | ۳x + ۲ + ۱ \Rightarrow ۴ | ۳x + ۳ \Rightarrow x_{min} = ۳ \end{array}\right\} \Rightarrow Min(x+y) = ۴$$

۵۵ ۱ ۲ ۳ ۴ می‌دانیم کوچکترین عضو مجموعه داده شده برابر ب.م.م دو عدد b, a است. چون مجموعه فوق عضو ابتدا ندارد پس (a, b) باید تعریف نشده باشد پس $\begin{cases} a = ۰ \\ b = ۰ \end{cases}$ (ب.م.م دو عدد ۰ , ۰ تعریف نشده می باشد).

$$\begin{cases} ۲x^۲ - ۳x - ۲ = ۰ \quad \Rightarrow \quad x = ۲, \dfrac{-۱}{۲} \\ \text{و} \\ ۳x^۲ - ۷x + ۲ = ۰ \quad \Rightarrow \quad x = ۲, \dfrac{۱}{۳} \end{cases} \xrightarrow{\cap} \quad x = ۲$$

۵۶ ۱ ۲ ۳ ۴ بزرگترین عدد سه رقمی در مبنای ۷ به صورت $(۶۶۶)_۷$ می‌باشد. این عدد را به مبنای ۱۰ می بریم.

$(۶۶۶)_۷ = ۶ + ۶ \times ۷ + ۶ \times ۷^۲ = ۶ + ۴۲ + ۲۹۴ = ۳۴۲$

در بین گزینه‌ها، عدد ۳۴۲ فقط بر گزینه (۳) بخش‌پذیر نیست.

۵۷ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا هر دو عدد را به مبنای ۱۰ می بریم:

$۱ \le a \le ۷ \quad , \quad ۱ \le b \le ۷$

$\overline{(ab)}_۸ + \overline{(ba)}_۸ = b + ۸a + a + ۸b = ۹(a+b) = q^۲$

چون ۹ مربع کامل است پس $a + b$ باید مربع کامل باشد.

$a + b = ۱ \Rightarrow \begin{cases} a = ۱ \\ b = ۰ \end{cases}$ یک حالت

$a + b = ۴ \Rightarrow \begin{cases} a = ۱ \\ b = ۳ \end{cases}$ یا $\begin{cases} a = ۲ \\ b = ۲ \end{cases}$ یا $\begin{cases} a = ۳ \\ b = ۱ \end{cases}$ یا $\begin{cases} a = ۴ \\ b = ۰ \end{cases}$ جمعاً چهار حالت

$a + b = ۹ \Rightarrow \begin{cases} a = ۲ \\ b = ۷ \end{cases}$ یا $\begin{cases} a = ۳ \\ b = ۶ \end{cases}$ یا $\begin{cases} a = ۴ \\ b = ۵ \end{cases}$ یا $\begin{cases} a = ۵ \\ b = ۴ \end{cases}$ یا $\begin{cases} a = ۶ \\ b = ۳ \end{cases}$ یا $\begin{cases} a = ۷ \\ b = ۲ \end{cases}$ جمعاً شش حالت

پس کلا ۱۱ حالت وجود دارد.

۵۸ ۱ ۲ ۳ ۴ مطابق فرض برای عدد اول P ، رابطه‌ی زیر قرار است:

$۱۶۸P + ۱ = m^۲ \Rightarrow ۱۶۸P = m^۲ - ۱ = (m-۱)(m+۱) \xrightarrow[n \text{ فرد}]{\div ۴} ۴۲P = (\dfrac{m-۱}{۲})(\dfrac{m+۱}{۲})$

از اینجا که $\dfrac{m-۱}{۲}$ و $\dfrac{m+۱}{۲}$ دو عدد طبیعی متوالی هستند، پس باید $۴۲p$ را به صورت حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی بنویسیم. حالات زیر پدید می‌آیند:

(۱) : دوعدد متوالی P و ۴۲ $\Rightarrow P = ۴۱, ۴۳$

(۲) : دو عدد متوالی $۲P$ و ۲۱ $\Rightarrow P = ۱۱$

(۳) : دو عدد متوالی $۳P$ و ۱۴ $\Rightarrow P = ۵$

تنها ۴ عدد اول P در رابطه‌ی فوق صدق می کند.

۵۹ ۱ ۲ ۳ ۴ هر دو عدد را به مبنای ۱۰ می‌بریم:

$\overline{(abc)}_۷ = \overline{(baa)}_۶ \Rightarrow c + ۷b + ۴۹a = a + ۶a + ۳۶b$

$\Rightarrow c = ۲۹b - ۴۲a$

باتوجه به اینکه $۱ \le a \le ۵$ و $۰ \le c \le ۶$ داریم:

$a = ۱ \Rightarrow c = ۲۹b - ۴۲ \rightarrow$ جوابی برای c نداریم.

$a = ۲ \Rightarrow c = ۲۹b - ۸۴ \xrightarrow{b=۳} c = ۳$

$a = ۳ \Rightarrow c = ۲۹b - ۱۲۶ \rightarrow$ جوابی برای c نداریم.

باتوجه به آن که $۱ \le b \le ۵$، به ازای $a = ۴, ۵$، c نمی‌تواند صفر یا مثبت باشد.بنابراین تنها مقادیر قابل قبول $a = ۲$ و $b = c = ۳$ است.

۶۰ ۱ ۲ ۳ ۴

$\overline{(abc)}_۹ = \overline{(cb \circ a)}_۵ \qquad ۰ \le a, b, c \le ۴ \ , \quad a, c \neq ۰$

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

هر دو عدد را به مبنای ۱۰ می‌بریم:

$$c+۹b+۸۱a=a+۰+۲۵b+۱۲۵c$$
$$۸۰a-۱۶b-۱۲۴c=۰\xrightarrow{\div ۴}۲۰a-۴b-۳۱c=۰\Rightarrow ۴(۵a-b)=۳۱c$$
$$\Rightarrow c=\frac{۴(۵a-b)}{۳۱}\xrightarrow{c=۴}۵a-b=۳۱$$

با فرض $a<۵$ هیچ جوابی ندارد.

۶۱ ۱ ۲ ۳ **۴**

در مرکز نوسان، سرعت بیشینه و در دامنه‌ها، سرعت صفر است.

$$\begin{cases}x=۰\\V=\pm V_{max}\end{cases}\Rightarrow V_{max}^{۲}=۰/۴\rightarrow V_{max}=\sqrt{۰/۴}$$
$$\begin{cases}V=۰\\x=\pm A\end{cases}\Rightarrow ۰=۰/۴-۴۰۰۰x^{۲}\Rightarrow A=۱۰^{-۲}m$$
$$V_{max}=A\omega\Rightarrow\sqrt{۰/۴}=۱۰^{-۲}\omega\Rightarrow\omega=\sqrt{۰/۴}\times ۱۰۰\Rightarrow a_{max}=A\omega^{۲}=۱۰^{-۲}\times(۰/۴\times ۱۰^{۴})=۴۰\frac{m}{s^{۲}}$$

۶۲ ۱ ۲ **۳** ۴

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{۹۰}{\frac{۴۰۰}{۱۰۰۰}}}=\sqrt{\frac{۹۰۰۰۰}{۴۰۰}}=\sqrt{\frac{۹۰۰}{۴}}=۱۵\,rad/s$$
$$a_{max}=A\omega^{۲}=\frac{۴}{۱۰۰}(۱۵)^{۲}=\frac{۴}{۱۰۰}\times ۲۲۵\Rightarrow a_{\max}=۹m/s^{۲}$$

۶۳ ۱ **۲** ۳ ۴

راه حل اول:

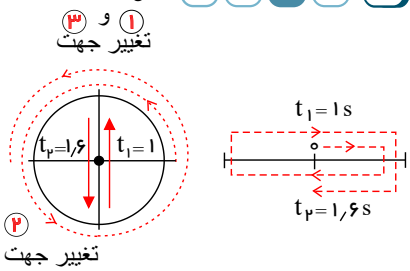
$$T=\frac{t}{N}=\frac{۶۰}{۱۰۰}=۰/۶\,s\rightarrow\omega=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۲\pi}{۰/۶}=\frac{۲۰\pi}{۶}=\frac{۱۰\pi}{۳}=۱۰rad/s$$
$$V_{\max}=A\omega=\frac{۱۰}{۱۰۰}\times ۱۰\pi=۱\,m/s=۱۰۰\,cm/s$$
$$\frac{V}{V_{max}}=-\sin\theta\Rightarrow\frac{۸۰}{۱۰۰}=-\sin\theta\Rightarrow\sin\theta=-۰/۸$$
$$\frac{F}{F_{max}}=|-\cos\theta|\Rightarrow\frac{F}{۱}=۰/۶\Rightarrow F=۰/۶N$$

راه حل دوم:

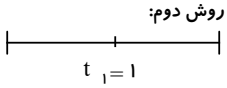
$$f=\frac{N}{t}=\frac{۱۰۰}{۶۰}=\frac{۵}{۳}Hz\quad\Rightarrow\quad\omega=۲\pi f=۱۰\frac{rad}{s}$$
$$V_m=A\omega=\frac{۱}{۱۰}\times ۱۰=۱\frac{m}{s}\,,\quad F_m=mA\omega^{۲}=\frac{۱}{۱۰}\times\frac{۱}{۱۰}\times ۱۰۰=۱N$$
$$(\frac{F}{F_m})^{۲}+(\frac{V}{V_m})^{۲}=۱\Rightarrow(\frac{F}{۱})^{۲}+(\frac{۰/۸}{۱})^{۲}=۱\Rightarrow F^{۲}+۰/۶۴=۱\Rightarrow F^{۲}=۰/۳۶\Rightarrow F=\pm ۰/۶N$$

۶۴ ۱ ۲ **۳** ۴ روش اول:

$$\Delta\theta=۳\pi$$
$$\Delta\theta=\omega\Delta t\Rightarrow ۳\pi=(۲\pi f)۰/۶\Rightarrow f=\frac{۳}{۱/۲}=\frac{۵}{۲}$$



روش دوم:

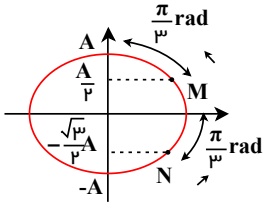


$$T+\frac{T}{۲}=۰/۶\Rightarrow\frac{۳T}{۲}=۰/۶\Rightarrow T=\frac{۱/۲}{۳}\Rightarrow f=\frac{۵}{۲}$$

۶۵ **۱** ۲ ۳ ۴ با توجه به جهت حرکت موج، نقطه‌ی M در نصف بعد بیشینه قرار دارد و علامت آن مثبت است و به طرف انتهای مسیرش پیشروی می‌کند. بنابراین می‌توان نوشت:

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$$\left.\begin{matrix}\sin\varphi_M=\dfrac{\frac{A}{2}}{A}=\frac{1}{2}\Rightarrow\varphi_M=\dfrac{\pi}{6}\\ \varphi'_M=\dfrac{\pi}{2}\end{matrix}\right\}\Rightarrow\Delta\varphi_M=\frac{\pi}{3}rad$$



نقطه‌ی N در بعد $-\frac{\sqrt{3}}{2}A$ قرار دارد و به سمت مرکز نوسان (بعد صفر) پیش می‌رود. بنابراین داریم:

$$\left.\begin{matrix}\sin\varphi_N=\dfrac{-\frac{\sqrt{3}}{2}A}{A}=-\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\varphi_N=\dfrac{5\pi}{3}\\ \varphi'_N=2\pi\end{matrix}\right\}\Rightarrow\Delta\varphi_N=\frac{\pi}{3}rad$$

۶۶ ۱ ۲ ۳ ۴

باتوجه به رابطه‌ی دوره‌ی نوسان‌های کم‌دامنه‌ی یک آونگ ساده داریم:

$$T=\frac{\Delta t}{N}\Rightarrow\Delta t=NT$$

بنابراین:

$$\Delta t_1=\Delta t_2\Rightarrow N_1T_1=N_2T_2\Rightarrow\frac{N_2}{N_1}=\frac{T_1}{T_2}\xrightarrow{T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}\frac{N_2}{N_1}=\sqrt{\frac{L_1}{L_2}}\times\sqrt{\frac{g_2}{g_1}}$$

$$\Rightarrow\frac{6}{5}=\sqrt{\frac{L_1}{L_2}}\times\sqrt{\frac{\frac{1}{2}g_1}{g_1}}\Rightarrow\frac{L_1}{L_2}=\frac{72}{25}$$

۶۷ ۱ ۲ ۳ ۴ از مقایسه‌ی رابطه‌ی نیرو- مکان داده شده ورابطه‌ی استاندارد نیرو- مکان داریم:

$$\begin{cases}F=-m\omega^2x\\ F=-20\pi^2x\end{cases}\Rightarrow20\pi^2=m\omega^2\Rightarrow0/2\omega^2=20\pi^2\Rightarrow\omega^2=100\pi^2\Rightarrow\omega=10\pi\frac{rad}{s}$$

همچنین می‌دانیم سرعت در مکان $x=\sqrt{2}cm$ از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$V=\omega\sqrt{A^2-x^2}\Rightarrow V=10\pi\sqrt{(2\times10^{-2})^2-(\sqrt{2}\times10^{-2})^2}\Rightarrow V=10\pi\sqrt{2\times10^{-4}}\frac{m}{s}$$

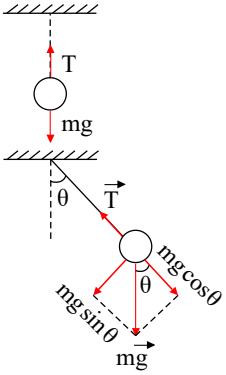
بنابراین باتوجه به رابطه‌ی انرژی جنبشی داریم:

$$K=\frac{1}{2}mV^2\Rightarrow K=\frac{1}{2}\times0/2\times(10\pi\sqrt{2\times10^{-4}})^2\Rightarrow K=\frac{1}{10}\times100\pi^2\times2\times10^{-4}\Rightarrow K=0/02J$$

۶۸ ۱ ۲ ۳ ۴ بررسی موارد در گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: حرکت توسانی هماهنگ سادهٔ یک آونگ زمانی است که زاویهٔ نخ با راستای قائم کوچک باشد $(\theta<6^\circ)$ در این صورت مسیر حرکت گلوله را می توان خط راست در نظر گرفت.

گزینهٔ ۲: سرعت زاویه‌ای گلوله در هر لحظه برابر با $V=r\omega\Rightarrow\omega=\frac{V}{r}$ است. با توجه به این که r همان L یعنی طول نخ است، بنابراین سرعت زاویه‌ای گلوله زمانی بیشینه است که سرعت گلوله بیشینه باشد. از آن‌جا که سرعت گلوله زمانی که نخ در راستای قائم قرار می گیرد. بیشینه است. لذا سرعت زاویه‌ای گلوله در این لحظه بیشینه می‌شود. در این صورت مطابق شکل مقابل در این لحظه نیروهای وارد بر گلوله در راستای قائم است. بنابراین شتاب گلوله نیز در راستای قائم می‌باشد.



گزینهٔ ۳: در بالاترین نقطه‌ی مسیر حرکت گلوله مطابق شکل مقابل شتاب حرکت مماس بر مسیر حرکت گلوله در این لحظه و برابر با $5\frac{m}{s^2}$ می‌باشد.

$$\sum F=ma\Rightarrow mg\sin\theta=ma\Rightarrow a=g\sin\theta=10\times\sin30=5m/s^2$$

گزینهٔ ۴: چون سرعت گلوله ثابت نیست، بنابراین حرکت گلوله دایره‌ای یکنواخت نمی‌باشد.

۶۹ ۱ ۲ ۳ ۴ برای سیستم و جرم و فنر، انرژی جنبشی بیشینه (انرژی مکانیکی) از رابطهٔ زیر محاسبه می گردد:

$$K_{max}=E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2\xrightarrow{\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}}K_{max}=\frac{1}{2}kA^2$$

بنابراین برای دو فنر با ضریب سختی و دامنهٔ یکسان، انرژی مکانیکی یا انرژی جنبشی بیشینه مستقل از جرم وزنهٔ متصل به فنرها می‌باشد.

$$\frac{K_{max_2}}{K_{max_1}}=\frac{\frac{1}{2}KA^2}{\frac{1}{2}KA^2}=1$$

$$\frac{V_{max_2}}{V_{max_1}}=\frac{A_2}{A_1}\times\frac{\omega_2}{\omega_1}$$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$$\xrightarrow{\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}} \frac{V_{max_2}}{V_{max_1}} = 1 \times \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

۷۰ ۱ ۲ **۳** ۴ — ابتدا طول موج را به دست می‌آوریم.

$$V = 340\ m/s$$
$$\omega = 340\pi\ rad/s$$
$$k = \frac{\omega}{V} = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \frac{340\pi}{340} = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 2m$$

نقطه‌ی مورد نظر در فاصله‌ی $3\lambda = 6m$ از یک منبع (هم‌فاز) و در فاصله‌ی $\frac{7\lambda}{2} = 7m$ از منبع دیگر (فاز مقابل) قرار دارد. بنابراین نسبت به یک نقطه‌ی هم‌فاز و نسبت به دیگری در فاز مقابل است.

۷۱ **۱** ۲ ۳ ۴ — چون موج در جهت مثبت محور xها انتشار می‌یابد، پس معادله‌ی آن به صورت $u = A\sin(\omega t - kx)$ می‌باشد. بنابراین داریم:

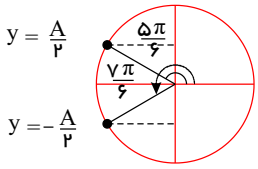
$$\Delta\varphi = k\Delta x \Rightarrow \frac{\pi}{6} = k \times 0/5 \Rightarrow k = \frac{\pi}{3}\ \frac{rad}{m}$$
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{V} \Rightarrow \frac{\pi}{3} = \frac{\omega}{200} \Rightarrow \omega = \frac{200\pi}{3}\ \frac{rad}{s}$$

بنابراین معادله‌ی کلی موج در نقطه‌ی $x = 2m$ برابر است با:

$$u = A\sin(\omega t - kx) \xrightarrow{A=0/04m\ ,\ x=2m} u = 0/04\sin(\frac{200\pi}{3}t - \frac{\pi}{3} \times 2)$$
$$\Rightarrow u = 0/04\sin(\frac{200}{3}\pi t - \frac{2\pi}{3})$$

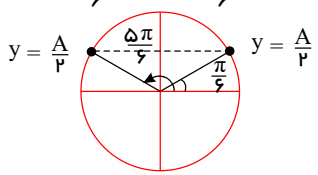
۷۲ ۱ **۲** ۳ ۴ — نکته ۱: کمینه‌ی زمان برای طی مسافت معین A مربوط به زمانی است که نوسانگر از نصف دامنه در یک طرف مرکز نوسان به نصف دامنه در طرف دیگر آن برود مثلاً از فاز $\frac{5\pi}{6}$ رادیان به $\frac{7\pi}{6}$ رادیان برود که در این صورت مطابق دایره مرجع برابر با:

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t_{min} \Rightarrow \frac{7\pi}{6} - \frac{5\pi}{6} = \frac{2\pi}{T}\Delta t_{min} \Rightarrow \Delta t_{min} = \frac{T}{6}$$



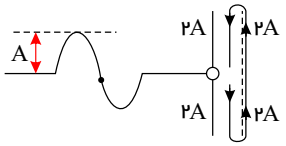
نکته ۲: بیشینهٔ زمان برای طی مسافت معین A مربوط به زمانی است که نوسانگر از نصف دامنهٔ نوسان از یک طرف انتهای مسیر به نصف دامنه در طرف دیگر آن برود مثلاً مطابق شکل دایره مرجع از فاز $\frac{\pi}{6}$ رادیان به فاز $\frac{5\pi}{6}$ رادیان برود.

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t_{max} \Rightarrow \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{T}\Delta t_{max} \Rightarrow \Delta t_{max} = \frac{T}{3}$$
$$\frac{\Delta t_{min}}{\Delta t_{max}} = \frac{\frac{T}{6}}{\frac{T}{3}} = \frac{1}{2}$$



۷۳ ۱ ۲ **۳** ۴ — هرگاه موجی به دامنه‌ی A به انتهای آزاد برخورد کند، بیشترین فاصله‌ی انتهای آزاد از حالت اولیه‌اش $2A$ می‌باشد. بنابراین مسافت طی شده برابر با $8A$ می باشد.

$$\text{مسافت طی شده} = 8A = 8 \times 15 = 120cm$$



۷۴ ۱ **۲** ۳ ۴ — ابتدا فاز نقاط M و N را در لحظه‌ی $t = 0$ مشخص می‌کنیم. باتوجه به این که موج در جهت منفی محور xها منتشر می‌شود، سرعت نقطه‌ی M در این لحظه منفی و سرعت نقطه‌ی N در این لحظه مثبت است.

$$x = A\sin\varphi \Rightarrow \sin\varphi_M = \frac{\frac{A}{2}}{A} = \frac{1}{2} \xrightarrow{V_M<0} \varphi_M = \frac{5\pi}{6}rad$$

$$x = A\sin\varphi \Rightarrow \sin\varphi_N = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}A}{A} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{V_N>0} \varphi_N = \frac{5\pi}{3}rad$$

$$\Delta\varphi = k\Delta x \Rightarrow \varphi_M - \varphi_N = \frac{2\pi}{\lambda}(x_M - x_N) \Rightarrow x_M - x_N = \frac{(\frac{5\pi}{6} - \frac{5\pi}{3})}{2\pi} = \frac{-5\lambda}{12}$$

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

با چهار برابر شدن نیروی کشش طناب مطابق رابطه‌ی $V=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ داریم:

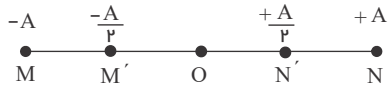
$$F'=۴F\Rightarrow \frac{V'}{V}=\sqrt{\frac{F'}{F}}=۲\xrightarrow[f=f']{V=\lambda f}\frac{\lambda'}{\lambda}=\frac{V'}{V}=۲\Rightarrow \lambda'=۲\lambda$$

$$\Delta\varphi=k\Delta x\Rightarrow \varphi'_M-\varphi'_N=\frac{۲\pi}{\lambda'}(x_M-x_N)$$

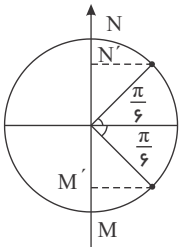
باتوجه به این که فاصله‌ی نقاط M و N از هم در دو حالت یکسان است، داریم:

$$\xrightarrow{x_M-x_N=\frac{-۵\lambda}{۱۲}}\varphi'_M-\varphi'_N=\frac{-۵\pi}{۶}\frac{\lambda}{\lambda'}\xrightarrow{\frac{\lambda}{\lambda'}=\frac{۱}{۲}}\varphi'_M-\varphi'_N=\frac{-۵\pi}{۱۲}rad$$

۷۵ ۱ ۲ ۳ ۴



مطابق دایره‌ی مرجع مقابل وقتی نوسانگر از نقطه‌ی M' به نقطه‌ی N' می‌رود فازش به اندازه‌ی $\Delta\varphi=\frac{\pi}{۶}+\frac{\pi}{۶}=\frac{\pi}{۳}$ تغییر می‌کند و داریم:



$$\Delta\varphi=\omega\Delta t\Rightarrow \frac{\pi}{۳}=\omega\times\frac{۱}{۲}\rightarrow\omega=\frac{۲\pi}{۳}\frac{rad}{s}$$

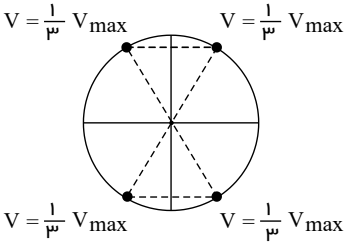
حال با توجه به این که در نقطه‌ی N' بُعد نوسانگر برابر $x=۱٫۵cm$ است، داریم:

$$V=\omega\sqrt{A^۲-x^۲}\Rightarrow V=\frac{۲\pi}{۳}\sqrt{(۳)^۲-(\frac{۳}{۲})^۲}=\frac{۲\pi\sqrt{۳}}{۲}=\sqrt{۳}\pi\frac{cm}{s}$$

۷۶ ۱ ۲ ۳ ۴

سرعت نوسانگر در لحظه‌ی عبور از مبدأ بیشینه است $(V=V_{max})$.

پس ابتدا باید ببینیم در چه فازهایی سرعت نوسانگر برابر $\frac{۱}{۳}V_{max}$ می‌شود. بنابراین داریم:



$$V=V_{max}\cos\varphi\Rightarrow\frac{۱}{۳}V_{max}=V_{max}\cos\varphi\Rightarrow\cos\varphi=\frac{۱}{۳}\Rightarrow\varphi=Arc\cos\frac{۱}{۳}\Rightarrow\varphi\simeq ۷۰٫۵^\circ$$

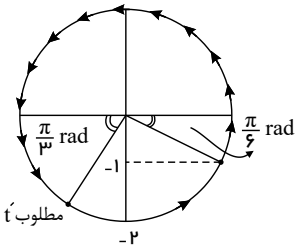
بنابراین در هر دوره ۴ بار اندازه‌ی سرعت نوسانگر $\frac{V}{۳}$ برابر می‌شود.

۷۷ ۱ ۲ ۳ ۴

باتوجه به نقش موج داده شده $\lambda=\frac{۲}{۳}m$ است و داریم:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\frac{۲}{۳}=\frac{۱۰}{f}\Rightarrow f=۱۵Hz\Rightarrow\omega=۲\pi f\Rightarrow\omega=۳۰\pi\frac{rad}{s}$$

باتوجه به دایره‌ی مرجع موقعیت ذره‌ی M را در لحظه‌ی مشخص شده (t) (شکل سؤال) و در لحظه‌ی مطلوب سؤال (t') مشخص می‌کنیم.



$$a=-\omega^۲y\Rightarrow\frac{a}{a_{max}}=\frac{-y}{y_{max}}\Rightarrow+\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\frac{-y}{۲}\Rightarrow y=-\sqrt{۳}m$$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$$\Delta\Phi=\omega\Delta t\Rightarrow\frac{۳\pi}{۲}=۳۰\pi\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{۱}{۲۰}s$$

۷۸ ۱ ۲ ۳ **۴** اگر مختصات M و N را برحسب λ بنویسیم، داریم:

$$\left.\begin{matrix} x_M = \frac{\lambda}{۲} + \frac{\lambda}{۸} \\ x_N = \frac{۴\lambda}{۲} + \frac{\lambda}{۸} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta x_{MN} = x_N - x_M = \frac{۳\lambda}{۲}$$

$$۶ = \frac{۳\lambda}{۲} \Rightarrow \lambda = ۴m \ , \ \lambda = \frac{V}{f} \Rightarrow ۴ = \frac{۲۰}{f} \Rightarrow f = ۵Hz$$

$$f = \frac{n}{t} \Rightarrow ۵ = \frac{n}{۴} \Rightarrow n = ۲۰ \quad \text{نوسان}$$

۷۹ ۱ **۲** ۳ ۴ برای محاسبهٔ تغییر مکان و تغییر فاز ذرهٔ A و B، لازم است ابتدا سرعت زاویه‌ای موج را به‌دست آوریم، باتوجه به شکل داریم:

$$۳\frac{\lambda}{۲} = ۳۰cm \Rightarrow \lambda = ۰/۲m$$

$$\lambda = \frac{V}{f} \Rightarrow \frac{۲}{۱۰} = \frac{۸}{f} \Rightarrow f = ۴۰Hz$$

$$\omega = ۲\pi f \Rightarrow \omega = ۲\pi f \Rightarrow \omega = ۲\pi \times ۴۰ = ۸۰\pi \frac{rad}{s}$$

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t \Rightarrow \Delta\varphi = ۸۰\pi \times \frac{۱}{۸۰} = \pi(rad) \Rightarrow \text{مسافت طی‌شده} = ۲A$$

اکنون می‌توان جابه‌جایی ذره‌های A و B را محاسبه کرد:

$$\Delta y_A = -\frac{A}{۲} - (+\frac{A}{۲}) = -A$$

$$\Delta y_B = (-\frac{\sqrt{۳}}{۴}A) - (\frac{\sqrt{۳}}{۴}A) = -\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$$

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت:

$$\frac{|\Delta y_B|}{|\Delta y_A|} = \frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}A}{A} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

۸۰ **۱** ۲ ۳ ۴

$$F = -۱۸۰x \Rightarrow F = -m\omega^۲x \Rightarrow m\omega^۲ = ۱۸۰$$

$$k_{max} = \frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲ \Rightarrow ۲۲۵ \times ۱۰^{-۳} = \frac{۱}{۲} \times ۱۸۰ \times A^۲$$

$$\Rightarrow A^۲ = \frac{\cancel{۴۵}^{۵}\ ۰}{\cancel{۱۸}^{۲}\ ۰} \times ۱۰^{-۳} = ۲۵ \times ۱۰^{-۴} \Rightarrow A = ۵ \times ۱۰^{-۲}m$$

از طرفی $m\omega^۲ = ۱۸۰ \Rightarrow ۰/۲\omega^۲ = ۱۸۰ \Rightarrow \omega^۲ = ۹۰۰ \Rightarrow \omega = ۳۰\frac{rad}{s}$

$$x = A\sin(\omega t) \Rightarrow x = ۰/۰۵\sin ۳۰t$$

۸۱ **۱** ۲ ۳ ۴

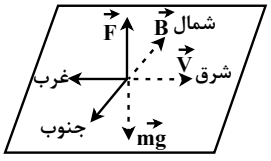
$$\Delta B = B_۲ - B_۱ = ۰ - B_۱ = -B_۱ = \frac{\mu_۰ NI}{\ell} = \frac{۴\pi \times ۱۰^{-۷} \times ۱۰۰ \times ۳۰}{۲۵ \times ۱۰^{-۲}} \Rightarrow \Delta B = -۴۸\pi \times ۱۰^{-۴}T$$

$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = NA\left|\frac{\Delta B}{\Delta t}\right| \Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = ۱۰۰ \times ۱۰^{-۲} \times \pi \times \left|\frac{۴۸\pi \times ۱۰^{-۴}}{۰/۰۲}\right| = ۰/۲۴\pi^۲V$$

۸۲ **۱** ۲ ۳ ۴ چون پروتون بدون انحراف به مسیر خود ادامه می‌دهد، باید نیروی گرانشی که بر پروتون وارد می‌شود، با نیروی الکترومغناطیسی وارد بر آن خنثی گردد.

بنابراین جهت نیروی الکترومغناطیسی رو به بالا خواهد بود. در این صورت، بنابر قاعده‌ی دست راست، جهت بردار سرعت $(\vec{V})$ از غرب به شرق خواهد شد.

$$\begin{cases} F = mg \\ F = qVB\sin\theta \end{cases} \Rightarrow mg = qVB\sin\theta$$



$$\Rightarrow ۱/۶ \times ۱۰^{-۲۷} \times ۱۰ = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \times V \times ۴ \times ۱۰^{-۳} \times ۱ \Rightarrow V = ۲/۵ \times ۱۰^{-۵}\frac{m}{s}$$

۸۳ ۱ ۲ **۳** ۴ طول سیمی که سیم‌لوله از آن ساخته شده است، مقدار ثابتی است $(L = N(۲\pi R))$، پس با دو برابر شدن شعاع، تعداد حلقه‌ها نصف می‌گردد.

از طرفی با دو برابر شدن شعاع، مساحت حلقه‌ها چهار برابر می‌گردد $(A = \pi R^۲)$ داریم:

ضریب القاوری: $L = \frac{\mu_۰ N^۲ A}{\ell} \xrightarrow[\ell = Nd]{\text{چون حلقه‌ها به‌هم چسبیده هستند}} L = \frac{\mu_۰ N^۲ A}{N \times d}$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$$\rightarrow L=\frac{\mu_{\circ} NA}{d} \rightarrow \frac{L_{۲}}{L_{۱}}=\frac{N_{۲}}{N_{۱}} \times \frac{A_{۲}}{A_{۱}}=\frac{۱}{۲} \times ۴=۲$$

$$\rightarrow \frac{L_{۲}}{۲}=۲ \rightarrow L_{۲}=۴H$$

۸۴ ① ② ③ ④ با افزایش مقاومت متغیر $R_{۱}$، مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد و طبق رابطه‌ی $I \downarrow=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_T+r}$، با افزایش R_T، جریان مدار کم می‌شود.

اندازه‌ی میدان مغناطیسی در فاصله‌ی d از یک سیم مستقیم و بسیار بلند از رابطه‌ی $B=\frac{\mu_{\circ} I}{۲\pi d}$ محاسبه می‌شود و در نتیجه با کاهش جریان، اندازه‌ی میدان در اطراف سیم کم می‌شود.

۸۵ ① ② ③ ④ به دلیل وجود ولت سنج ایده آل در شاخه‌ی AC جریان عبوری از این شاخه صفر است. در نتیجه جریان عبوری از سیملوله همان جریان عبوری از شاخه ی AB است. از نقطه‌ی A به سمت نقطه‌ی B حرکت می‌کنیم و جمع جبری اختلاف پتانسیل های دو سر اجزای مدار را می‌نویسیم:

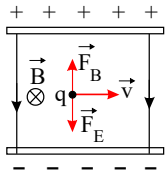
$$V_A-۳I+\varepsilon'=V_B \Rightarrow ۱۸-۳I+۶=۶ \Rightarrow I=۶A$$

$$U=\frac{۱}{۲}LI^{۲}=\frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۱۰^{-۳} \times ۶^{۲}=۳۶mJ$$

۸۶ ① ② ③ ④ فرض کنید مطابق شکل ذره‌ای با بار q و سرعت V به داخل یک میدان الکتریکی و مغناطیسی عمود بر هم پرتاب شده است. برای آنکه ذره از مسیر خود منحرف نشود، باید برایند نیروهای وارد بر آن صفر باشد. در میدان الکتریکی بر ذره‌ی باردار مثبت نیروی الکتریکی (در جهت میدان الکتریکی) وارد می‌شود. بنابراین باید جهت نیروی مغناطیسی خلاف خلاف نیروی الکتریکی باشد و همینطور نیروی مغناطیسی هم اندازه‌ی نیروی الکتریکی باید بر ذره وارد شود، تا ذره‌ی باردار از مسیر خود منحرف نشود. بنابراین داریم:

$$F_{\text{خالص}}=۰ \Rightarrow F_E=F_B \Rightarrow Eq=qVB\sin\theta \xrightarrow{\theta=۹۰^{\circ}} E=VB$$

$$\Rightarrow V=\frac{E}{B}=\frac{۸ \times ۱۰^{۴}}{۰/۴}=۲ \times ۱۰^{۵}\frac{m}{s}$$

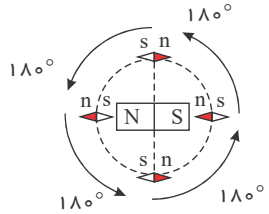


دقت داشته باشید که از وزن ذره صرف‌نظر شده است. اکنون سرعت ذره‌ی باردار برحسب سرعت نور برابر است با:

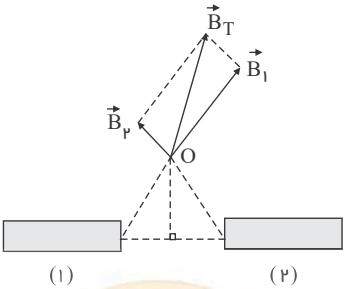
$$\frac{V}{c}=\frac{۲ \times ۱۰^{۵}}{۳ \times ۱۰^{۸}}=\frac{۲}{۳۰۰۰}$$

تذکر: دقت کنید که نوع بار در حل مسأله تأثیری ندارد. چون در سؤال جهت سرعت خواسته نشده از این را در حل تست علامت بار مثبت فرض شده است.

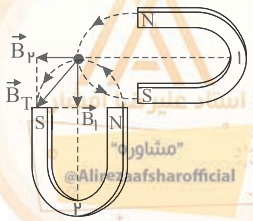
۸۷ ① ② ③ ④ در هر ربع دایره عقربه ۱۸۰ درجه می‌چرخد پس در کل مسیر دایره، عقربه $۴ \times ۱۸۰=۷۲۰^{\circ}$ می‌چرخد.



۸۸ ① ② ③ ④ براساس شکل خط های میدان مغناطیسی میان آهنرباها، متوجه می‌شویم که قطب‌های N دو آهنربا در مجاورت یکدیگر قرار گرفته‌اند. (در خارج از یک آهنربا، خطوط میدان مغناطیسی از قطب N خارج شده و به قطب S وارد می‌شوند.) همچنین چون خطوط میدان مغناطیسی آهنربای سمت چپ، فضای بزرگتری را تحت تأثیر قرار داده است و خطوط میدان مغناطیسی در نزدیکی آن فشرده‌تر است، آهنربای سمت چپ قوی‌تر است. برای تعیین جهت میدان مغناطیسی در نقطه‌ی O (فاصله‌ای نزدیک بالای آهنرباها و روی عمودمنصف خط واصل دو آهنربا) یک قطب N فرضی در آن قرار می‌دهیم. جهت برایند نیروهای وارد بر N فرضی، همان جهت میدان مغناطیسی است. لذا براساس شکل زیر، عقربه‌ی مغناطیسی (بسته به میزان قدرت آهنرباها) می‌تواند مطابق جهت گزینه‌ی (۱) قرار گیرد.



۸۹ ① ② ③ ④ جهت میدان، خارج از آهن‌ربا از قطب N به‌طرف قطب S می‌باشد. میدان‌های آهن‌رباهای (۱) و (۲) در نقطهٔ A را رسم می‌کنیم که برایند آنها مطابق شکل گزینهٔ (۲) می‌شود.



"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۹۰ ۱ ۲ ۳ **۴** ضریب خودالقایی سیملوله به‌صورت $L=\frac{K\mu_{\circ}N^{۲}A}{L}$ (طول سیملوله) است می‌توان تناسب نوشت:

$$\frac{L_A}{L_B}=(\frac{N_A}{N_B})^{۲}\times\frac{L_B}{L_A}$$

دور در متر که همان $n=\frac{N}{L}$ است برای هر دو سیملوله یکسان است ولی چون $L_A=۲L_B$ داریم:

$$\frac{N_A}{L_A}=\frac{N_B}{L_B}\Rightarrow\frac{N_A}{۲L_B}=\frac{N_B}{L_B}\Rightarrow N_A=۲N_B$$
$$\frac{L_A}{L_B}=(\frac{۲N_B}{N_B})^{۲}\times\frac{L_B}{۲L_B}=۴\times\frac{۱}{۲}=۲$$

انرژی ذخیره شده در سیملوله $u=\frac{۱}{۲}LI^{۲}$ است.

$$(I_A=\frac{۱}{۲}I_B)$$

$$\frac{u_A}{u_B}=\frac{L_A}{L_B}\times(\frac{I_A}{I_B})^{۲}=۲\times(\frac{\frac{۱}{۲}I_B}{I_B})^{۲}=۲\times\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۲}$$

۹۱ ۱ ۲ ۳ **۴** هرچه مقدار عددی K_a بزرگ‌تر باشد، قدرت اسیدی بیش‌تر است. بنابراین قدرت اسیدی $HSO_۴^-$ از HF بیش‌تر است. در قسمت «اسید و باز مزدوج» دانستیم که هرچه اسیدی ضعیف‌تر باشد باز مزدوج آن قوی‌تر است. بنابراین یون F^- در مقایسه با یون $SO_۴^{۲-}$ قدرت بازی بیش‌تری دارد.

قدرت اسیدی : $HSO_۴^->HF$ ⇒ قدرت بازی : $SO_۴^{۲-}<F^-$

۹۲ ۱ ۲ **۳** ۴ در $HCOO^-$ هیدروژن اسید وجود ندارد و این ترکیب فقط باز است.

۹۳ ۱ ۲ ۳ **۴** راه حل اول:

	HA	+ $H_۲O$ ⇌	A^-	+ $H_۳O^+$
غلظت اولیه	۰٫۵		۰	۰
تغییر غلظت	$-M\cdot\alpha$		$+M\cdot\alpha$	$+M\cdot\alpha$
غلظت تعادلی	۰٫۵	$-M\cdot\alpha$	$M\cdot\alpha$	$M\cdot\alpha$

$$HA\text{ غلظت تعادلی}=۰٫۵-M\cdot\alpha=۰٫۵-(۰٫۵\times۰٫۲)=۰٫۵-۰٫۱=۰٫۴mol\cdot L^{-۱}$$
$$[A^-]=[H_۳O^+]=M\cdot\alpha=۰٫۵\times۰٫۲=۰٫۱mol\cdot L^{-۱}$$
$$K_a=\frac{[A^-][H_۳O^+]}{[HA]}=\frac{۰٫۱\times۰٫۱}{۰٫۴}=۲٫۵\times۱۰^{-۲}$$

راه حل دوم: در این سوال با توجه به این که مقدار α بزرگ‌تر از ۰٫۰۵ است، نمی‌توانیم از α در عبارت $۱-\alpha$ صرف‌نظر کنیم.

$$K_a=\frac{M\cdot\alpha^{۲}}{۱-\alpha}=\frac{۰٫۵\times(۰٫۲)^{۲}}{۱-۰٫۲}=۲٫۵\times۱۰^{-۲}$$

۹۴ ۱ ۲ ۳ **۴** $HCOO^-$ یک باز است و تنها با اسیدها واکنش می‌دهد. چون H آن اسیدی نیست بنابراین نمی‌تواند با از دست دادن H در نقش اسید ظاهر شود.

۹۵ ۱ ۲ **۳** ۴ HS^- نقش آمفوتر را دارد و $S^{۲-}$ فقط گیرنده‌ی پروتون است در نتیجه فقط باز است.

۹۶ **۱** ۲ ۳ ۴

گزینه‌ی «۱»

$$\underset{\text{اسید برونستد}}{H_۲CO_۳}\xrightarrow{-H^+}\underset{\text{باز مزدوج}}{HCO_۳^-}$$

$$\underset{\text{باز برونستد}}{CO_۳^{۲-}}\xrightarrow{+H^+}\underset{\text{اسید مزدوج}}{HCO_۳^-}$$

گزینه‌ی «۲»: $H_۲O$ اسید برونستد $NH_۲^-$ باز برونستد است.

گزینه‌ی «۳»: گل ادریسی در خاک‌های اسیدی به رنگ آبی در می‌آید.

گزینه‌ی «۴»: اکسید $_{۱۹}A$ در آب خاصیت بازی دارد، چون عنصر A فلز گروه IA است و اکسید فلز قلیایی در آب خاصیت بازی دارد و اکسید $_{۱۶}B$ در آب خاصیت اسیدی دارد، چون عنصر B نافلز گروه VIA $(_{۱۶}S)$ می‌باشد و اکسید نافلز در آب خاصیت اسیدی دارد.

۹۷ ۱ **۲** ۳ ۴ روش اول:

با افزودن کلسیم هیدروکسید واکنش زیر صورت می گیرد:

$$Ca(OH)_۲(s)+۲HCl(aq)\Rightarrow CaCl_۲(aq)+۲H_۲O(l)$$

درصد جرمی اولیه‌ی محلول هیدروکلریک اسید را a درصد در نظر می گیریم.

$$?molHCl=۲۰mL\text{ محلول}\times\frac{۲٫۵g\text{ محلول}}{۱mL\text{ محلول}}\times\frac{agHCl}{۱۰۰g\text{ محلول}}\times\frac{۱molHCl}{۳۶٫۵gHCl}=\frac{a}{۷۳}molHCl$$
$$?molCa(OH)_۲=۴٫۴۴g\times\frac{۱mol}{۷۴g}=۰٫۰۶mol$$

استاد علیرضا افشار
@Alirezaafsharofficial

$\Rightarrow HCl$ مصرف شده $= ۲ \times ۰/۰۶ = ۰/۱۲mol$

حال غلظت اسید باقی‌مانده را حساب می‌کنیم.

$pH = ۰/۱$

$\Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۰/۱} = ۱۰^{۰/۹-۱} = ۱۰^{۰/۹} \times ۱۰^{-۱} = (۱۰^{۰/۳})^۳ \times ۱۰^{-۱}$

$(\log ۲ = ۰/۳ \Rightarrow ۱۰^{۰/۳} = ۲) \Rightarrow [H^+] = ۲^۳ \times ۱۰^{-۱} = ۰/۸mol \cdot L^{-۱}$

$molHCl$ باقی‌مانده $= (۱۰۰ \times ۱۰^{-۳}L \times ۰/۸) = ۰/۰۸mol$

مول کل اسید $=$ مول مصرفی $+$ مول باقی‌مانده $\Rightarrow \frac{a}{۷۳} = ۰/۱۲ + ۰/۰۸ = ۰/۲ \quad \Rightarrow \quad a = ۱۴/۶$

روش دوم:

طبق معادله‌ی واکنش: به ازاء ۰/۰۶ مول کلسیم هیدروکسید، ۰/۱۲ مول HCl مصرف می‌شود.

مول کل اسید $-$ مول اسید مصرفی $=$ مول باقی‌مانده

$(۲۰ \times ۱۰^{-۳}L \times C_M) - ۰/۱۲ = (۱۰۰ \times ۱۰^{-۳}L \times ۱۰^{-۰/۱})$

$۰/۰۲C_M - ۰/۱۲ = ۰/۰۸ \Rightarrow C_M = ۱۰ \Rightarrow C_M = \frac{۱۰ad}{M}$

$۱۰ = \frac{۱۰ \times a \times ۲/۵}{۳۶/۵} \Rightarrow a = ۱۴/۶$

۹۸ ۱ ۲ **۳** ۴

$Ba(OH)_۲(aq) + ۲HCl(aq) \rightarrow BaCl_۲(aq) + H_۲O(l)$

ابتدا واکنش‌دهنده‌ی محدود کننده را می‌یابیم:

$?molBa(OH)_۲ = ۸۰mL \times \frac{۱L}{۱۰۰۰mL} \times \frac{۰/۵molBa(OH)_۲}{۱LBa(OH)_۲} = ۰/۰۴mol$

$?molHCl = ۲۰mL \times \frac{۱L}{۱۰۰۰mL} \times \frac{۴/۱molHCl}{۱LHCl} = ۰/۰۸۲mol$

$\frac{۰/۰۴molBa(OH)_۲}{۱} = ۰/۰۴ < \frac{۰/۰۸۲molHCl}{۲} = ۰/۰۴۱$

بنابراین $Ba(OH)_۲$ محدود کننده است.

$?molBaCl_۲ = ۰/۰۴molBa(OH)_۲ \times \frac{۱molBaCl_۲}{۱molBa(OH)_۲} = ۰/۰۴mol$

روش اول: برای محاسبه‌ی pH در محلول باقی‌مانده باید ببینیم از بین $H_۳O^+$ و OH^- کدام‌یک در محلول باقی می‌ماند باید تعداد مول هر یک از این دو یون را حساب کنیم.

$n = M \times V \Rightarrow molHCl = ۴/۱ \times ۰/۰۲ = ۰/۰۸۲ \Rightarrow molH_۳O^+ = ۰/۰۸۲$

$n = M \times V \begin{cases} molBa(OH)_۲ = ۰/۵ \times ۰/۰۸ = ۰/۰۴ \\ molOH^- = ۰/۰۴ \times ۲ = ۰/۰۸ \end{cases}$

$\Rightarrow H_۳O^+$ تعداد مول باقی‌مانده $= ۸۲\% - ۸\% = ۰/۰۰۲$

$[H_۳O^+] = \frac{H_۳O^+ \text{ تعداد مول باقی‌مانده}}{\text{حجم محلول}} = \frac{۰/۰۰۲}{۰/۱} = ۰/۰۲mol \cdot L^{-۱}$

$pH = -\log[H_۳O^+] \Rightarrow pH = -\log ۲ \times ۱۰^{-۲} = ۲ - \log ۲ \Rightarrow ۲ - ۰/۳ = ۱/۷$

روش دوم:

$\overset{\text{اسید}}{M_۱V_۱n_۱} - \overset{\text{باز}}{M_۲V_۲n_۲} = M(V_۲ + V_۱)$

$\Rightarrow (۰/۰۲ \times ۴/۱ \times ۱) - (۰/۰۸ \times ۰/۵ \times ۲) = M(۰/۱) \Rightarrow M = ۰/۰۲$

$[H_۳O^+] = ۰/۰۲ \Rightarrow pH = -\log ۲ \times ۱۰^{-۲} \Rightarrow pH = ۲ - ۰/۳ = ۱/۷$

۹۹ ۱ ۲ **۳** ۴ مول KOH وارد شده به محلول برابر است با:

$?molKOH = ۱۶۸mgKOH \times \frac{۱gKOH}{۱۰۰۰mgKOH} \times \frac{۱molKOH}{۵۶gKOH} = ۰/۰۰۳molKOH$

باتوجه به pH محلول باید محاسبه کنیم که چه مقدار KOH مصرف شده و چه مقدار اضافه مانده است:

$pH = ۱۱ \Rightarrow [H_۳O^+] = ۱۰^{-۱۱}\frac{mol}{L} \Rightarrow [OH^-] = ۱۰^{-۳}\frac{mol}{L} = [KOH]$ باقی‌مانده

$[KOH]$ باقی‌مانده $= [KOH]$ اولیه $- [KOH]$ مصرفی $\Rightarrow ۱۰^{-۳} = \frac{۳ \times ۱۰^{-۳}}{۲} - x \Rightarrow x = ۵ \times ۱۰^{-۴}\frac{mol}{L}$

مقدار KOH مصرفی برابر $۵ \times ۱۰^{-۴}\frac{mol}{L}$ بوده که توسط نیتریک اسید حاصل از انحلال $N_۲O_۵$ خنثی شده است. چون هر دو به نسبت مولی برابر واکنش می‌دهند، بنابراین داریم:

$mol\,HNO_۳ = mol\,KOH_{\text{مصرفی}} = ۵ \times ۱۰^{-۴}\frac{mol}{L} \times ۲L = ۱۰^{-۳}mol$

هر مول $N_۲O_۵$، ۲ مول $HNO_۳$ تولید می‌کند، پس مول $N_۲O_۵$ برابر ۵×۱۰^{-۴} بوده است:

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"

$$?gN_2O_5 = 5 \times 10^{-4} molN_2O_5 \times \frac{108 gN_2O_5}{1 molN_2O_5} = 0/054 gN_2O_5$$

۱۰۰ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$2Al + 2OH^- + 6H_2O \rightarrow 2Al(OH)_4^- + 3H_2$$

$$PH = 13 \Rightarrow POH = 1 \Rightarrow [OH^-] = 10^{-1} = C_m \text{ جدید}$$

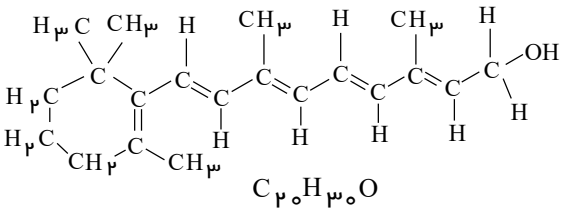
پس غلظت $NaOH$ از یک مولار به ۰/۱ مولار می‌رسد.

$$2L \times (1 - 0/1) = 1/8 mol \text{ مصرف شده } NaOH$$

$$R_{H_2} = 50 \frac{mL}{s} \times \frac{1L}{1000mL} \times \frac{1mol}{25L} = 0/002 \frac{mol}{s}$$

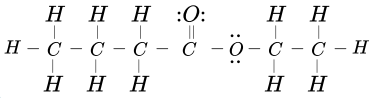
$$RNaOH = \frac{2}{3} R_{H_2} = \frac{2 \times 0/002}{3} = \frac{4}{3000} \frac{mol}{s} = \frac{1/8}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 1350 s$$

۱۰۱ ۱ ۲ ۳ ۴ برای پاسخ بایستی اتم‌های هیدروژن را به ترکیب داده شده اضافه کنیم . با توجه به اینکه هر اتم کربن حداکثر ۴ پیوند کووالانسی تشکیل می‌دهد، فرمول مولکولی ترکیب داده شده را با شمارش اتم‌های موجود می‌نویسیم.



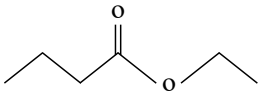
$C_{20}H_{30}O$

۱۰۲ ۱ ۲ ۳ ۴ مزه‌ی آناناس، ناشی از اتیل بوتانوات موجود در آن است، بنابراین با توجه به شکل‌های زیر، هر چهار عبارت مطرح شده درباره این ترکیب آلی درست است.



آسکوربیک اسید هم مانند اتیل بوتانوات دارای عامل استری است که بخشی از حلقه‌ی آن است.

نمایش نقطه - خط ترکیب مورد نظر به صورت مقابل است:



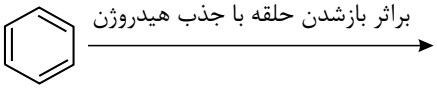
همانطور که مشاهده می‌کنید در این ساختار هشت پیوند دیده می‌شود.

آسکوربیک اسید یا ویتامین C

همان‌طور که مشاهده می‌کنید در اطراف دو اتم اکسیژن موجود در ساختار داده شده، چهار جفت الکترون ناپیوندی مشاهده می‌شود بنابراین در مولکول ۸ الکترون ناپیوندی موجود می‌باشد.

۱۰۳ ۱ ۲ ۳ ۴ زیرا، در ساختار مولکول سالیسیلیک اسید، ۱۲ پیوند یگانه و در ساختار مولکول بنزوییک اسید، ۱۱ پیوند یگانه وجود دارد و در سه مورد دیگر تفاوتی با هم ندارند.

۱۰۴ ۱ **۲** ۳ ۴



۱) $C=C(C)-C-C-C$

۲) $C=C-C(C)-C-C$

۳) $C=C-C-C(C)-C$

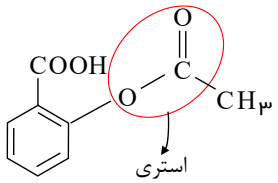
۴) $C-C(C)=C-C-C$

۵) $C-C=C(C)-C-C$

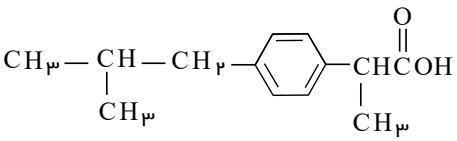
۶) $C-C=C-C(C)-C$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

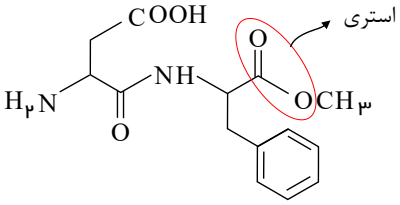
۱۰۵ ۱ ۲ ۳ ۴ باتوجه به فرمول‌های ساختاری آسپرین، ایبوبروفن و آسپارتام موارد «الف» و «ب» درست است.



آسپرین



ایبوبروفن



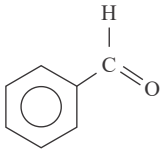
آسپارتام

پ) فرمول مولکولی تری‌متیل آمین $C_۳H_۹N$ می‌باشد.

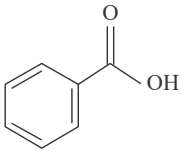
ت) نادرست، زیرا باید عنوان شود: در آلدهیدها برخلاف کتون‌ها اتم H به C گروه کربونیل متصل است. (پیداست که در تمام ترکیبات آلی پیوند $C-H$ موجود است.)

۱۰۶ ۱ ۲ ۳ ۴

ساختار بنز آلدهید:

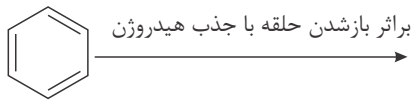


ساختار ترکیب جدید (بنزوییک اسید):



فرمول تجربی و مولکولی آن یکسان و $C_۷H_۶O_۲$ است.

۱۰۷ ۱ ۲ ۳ ۴



۱) $C=\underset{\underset{C}{|}}{C}-C-C-C$

۲) $C=C-\underset{\underset{C}{|}}{C}-C-C$

۳) $C=C-C-\underset{\underset{C}{|}}{C}-C$

۴) $C-\underset{\underset{C}{|}}{C}=C-C-C$

۵) $C-C=\underset{\underset{C}{|}}{C}-C-C$

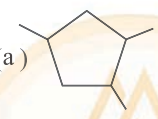
۶) $C-C=C-\underset{\underset{C}{|}}{C}-C$

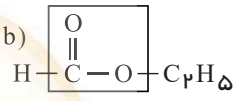
۱۰۸ ۱ ۲ ۳ ۴ موارد اول و چهارم صحیح هستند.

مورد دوم: افدرین گروه کربوکسیل ندارد.

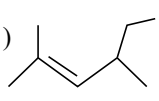
مورد سوم: مسکالین ۳ و کدئین ۲ گروه متیل دارند.

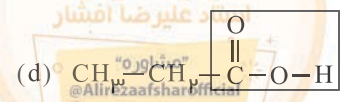
۱۰۹ ۱ ۲ ۳ ۴ سیکلو آلکان‌ها و آلکن‌هایی که تعداد کربن یکسان دارند، ایزومر یکدیگرند (یعنی فرمول مولکولی یکسان ولی فرمول ساختاری متفاوت دارند.) استرها و کربوکسیلیک اسیدهای هم‌کربن، ایزومر یکدیگرند.

(a)

سیکلو آلکان

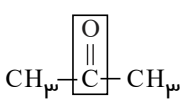
(b)


استر

(c)

آلکن

(d)


کربوکسیلیک اسید

(e)


کتون

@AlirezaafsharOfficial

۱۱۰ ۴ ۳ **۲** ۱ ساختار نشان داده شده مربوط به مولکول ایبوبروفن است.

-درست . آسپرین و ایبوبروفن از جمله معروف‌ترین داروهایی هستند که برای کاهش درد، تب و التهاب تجویز می‌شوند.

-درست. شش کربن عضو حلقهٔ بنزن و کربن گروه کربوکسیلیک اسید (مجموعاً هفت کربن) ۳ قلمرو الکترونی پیوندی داشته و شکل هندسی‌شان مسطح مثلثی است.

-نادرست. توضیحات این مورد مربوط به آسپرین است.

-نادرست. در آمیدها باید گروه NH_2 به کربن متصل به اکسیژن با پیوند دوگانه، وصل شود $(-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-N-)$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

پاسخ‌نامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۴	۱	۲	۳
۳۰	۳	۱	۲	۴
۳۱	۳	۱	۲	۴
۳۲	۴	۱	۲	۳
۳۳	۲	۱	۳	۴
۳۴	۴	۱	۲	۳
۳۵	۲	۱	۳	۴
۳۶	۴	۱	۲	۳
۳۷	۴	۱	۲	۳
۳۸	۳	۱	۲	۴
۳۹	۳	۱	۲	۴
۴۰	۳	۱	۲	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۳	۱	۲	۴
۴۳	۳	۱	۲	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۴	۱	۲	۳
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۳	۱	۲	۴
۴۸	۳	۱	۲	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۲	۱	۳	۴
۵۱	۳	۱	۲	۴
۵۲	۳	۱	۲	۴
۵۳	۴	۱	۲	۳
۵۴	۲	۱	۳	۴
۵۵	۲	۱	۳	۴
۵۶	۳	۱	۲	۴
۵۷	۴	۱	۲	۳
۵۸	۲	۱	۳	۴
۵۹	۲	۱	۳	۴
۶۰	۴	۱	۲	۳
۶۱	۴	۱	۲	۳
۶۲	۳	۱	۲	۴
۶۳	۲	۱	۳	۴
۶۴	۳	۱	۲	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۲	۱	۳	۴
۶۷	۲	۱	۳	۴
۶۸	۲	۱	۳	۴
۶۹	۳	۱	۲	۴
۷۰	۳	۱	۲	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۲	۱	۳	۴
۷۳	۳	۱	۲	۴
۷۴	۲	۱	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۳	۱	۲	۴
۷۷	۲	۱	۳	۴
۷۸	۴	۱	۲	۳
۷۹	۲	۱	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۳	۱	۲	۴
۸۴	۲	۱	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۲	۱	۳	۴
۸۷	۴	۱	۲	۳
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۲	۱	۳	۴
۹۰	۴	۱	۲	۳
۹۱	۴	۱	۲	۳
۹۲	۳	۱	۲	۴
۹۳	۴	۱	۲	۳
۹۴	۴	۱	۲	۳
۹۵	۳	۱	۲	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴
۹۷	۲	۱	۳	۴
۹۸	۳	۱	۲	۴
۹۹	۳	۱	۲	۴
۱۰۰	۴	۱	۲	۳
۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۱۰۳	۲	۱	۳	۴
۱۰۴	۲	۱	۳	۴
۱۰۵	۱	۲	۳	۴
۱۰۶	۲	۱	۳	۴
۱۰۷	۲	۱	۳	۴
۱۰۸	۲	۱	۳	۴
۱۰۹	۴	۱	۲	۳
۱۱۰	۲	۱	۳	۴

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial