نام و نام خانوادگی:

تعداد سوال: ۱۱۰

نام آزمون: ریاضی نظام جدید ۳ ابان

زمان برگزاری: ۱۵۰ دقیقه

افشار

مرکز مشاوره تحصیلی دکتر
علیرضا افشار

۱ دامنه تابع $y=\sqrt{\frac{x}{۶}+۴-|x|}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۹ ۲) ۷ ۳) ۶ ۴) ۸

۲ اگر $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x} & x>۰\\ ۴ & x<۰\end{cases}$، مقدار $f(f(-f(x)))$ کدام است؟

۱) x ۲) ۴ ۳) $۲\sqrt{۲}$ ۴) ۲

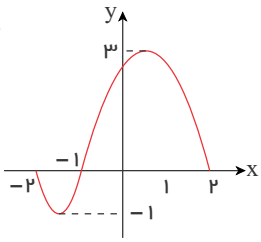
۳ اگر $f(x)=x-[x]$ آنگاه برد تابع $g(x)=f(۲x-۳)-۲f(x)$ کدام می‌باشد؟

۱) $[-۱,۰]$ ۲) $[۰,۱]$ ۳) $\{-۱,۰\}$ ۴) $\{۰,۱\}$

۴ اگر $f(x)=\log(۴-[x]^۲)$ ، آن گاه دامنه تابع $f(\frac{-۱}{۲}x^۲+۲)$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۶

۵ اگر $f(x)=۴x^۲-۲$ و نمودار تابع g به صورت زیر باشد، آنگاه دامنه‌ی تعریف تابع gof کدام است؟



۱) $[-۱,۱]$ ۲) $[\frac{۱}{۲},\frac{\sqrt{۵}}{۲}]$

۳) $[-\frac{\sqrt{۵}}{۲},-\frac{۱}{۲}]$ ۴) $[-\sqrt{۲},\sqrt{۲}]$

۶ نمودارهای تابع خطی fو تابع درجه دوم g، محور yها را به ترتیب با عرض‌های ۲ و ۳ قطع می‌کنند؛ اگر $(fog)(x)=۲x^۲+x-۱$، آنگاه $(f-g)(x)$ کدام است؟

۱) $-۲x^۲-۲x+۱$ ۲) $x^۲-۲$ ۳) $x^۲+x-۱$ ۴) $۲x^۲-۱$

۷ اگر $g(x)=[x]$ و $f(x)=\sqrt{x-۱}-\sqrt{۸-x}$ باشد، آنگاه دامنه‌ی fog کدام است؟ ([ ]، علامت جزء صحیح است.)

۱) $[۱,۹]$ ۲) $[۰,۹)$ ۳) $[۱,۸]$ ۴) $[۱,۹)$

۸ اگر داشته باشیم $f(x)=\begin{cases}۲-x & x\geq ۱\\ ۳-۲x & x<۱\end{cases}$ و $g(x)=ax+b$ ، آنگاه دو تابع $fof(x)$ و $g(x)$ برابرند. $a+b$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

۹ اگر $f(x)=a^۲+\sqrt{\frac{a}{۲}x+۲}$ و مجموعه تمام مقادیری از x که به‌ازای آن تابع f قابل‌تعریف است، بازهٔ $(-\infty,۲]$ باشد، برد تابع f کدام است؟

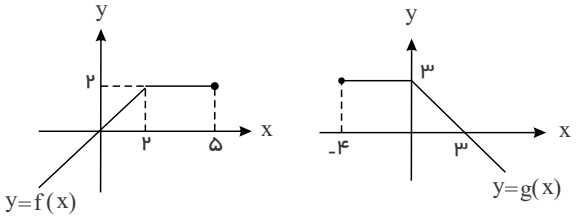
۱) $[۱,+\infty)$ ۲) $[۴,+\infty)$ ۳) $[۹,+\infty)$ ۴) $[۱۶,+\infty)$

۱۰ چند تابع از مجموعهٔ $A=\{۱,۲\}$ به مجموعهٔ $B=\{a,b,c\}$ می‌توان تعریف کرد که در آن مجموعهٔ بُرد برابر مجموعهٔ هم‌دامنه باشد؟

۱) ۹ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) صفر

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۱۱ نمودار دو تابع f و g مطابق شکل زیر است. ضابطهٔ تابع $f+g$ کدام گزینه است؟



۱) $\begin{cases}[-۴,۵]\to\mathbb{R}\\ (f+g)(x)=\begin{cases}x+۳ & -۴\le x\le ۲\\ -x+۵ & ۲<x\le ۵\end{cases}\end{cases}$

۲) $\begin{cases}\mathbb{R}\to\mathbb{R}\\ (f+g)(x)=\begin{cases}x+۳ & x\le ۲\\ ۳ & x>۲\end{cases}\end{cases}$

۳) $\begin{cases}[-۴,۵]\to\mathbb{R}\\ (f+g)(x)=\begin{cases}x+۳ & -۴\le x\le ۰\\ ۳ & ۰<x\le ۲\\ -x+۵ & ۲<x\le ۵\end{cases}\end{cases}$

۴) $\begin{cases}\mathbb{R}\to\mathbb{R}\\ (f+g)(x)=\begin{cases}x+۳ & x\le ۰\\ ۳ & ۰<x\le ۲\\ -x+۵ & x>۲\end{cases}\end{cases}$

۱۲ اگر $f(x)=mx+b\ (b\ge ۴, m\neq ۰)$، آن‌گاه با شرط $fof(۲)=۲$، بیشترین مقدار m کدام است؟

۱) -۱ ۲) -۲ ۳) ۱ ۴) ۲

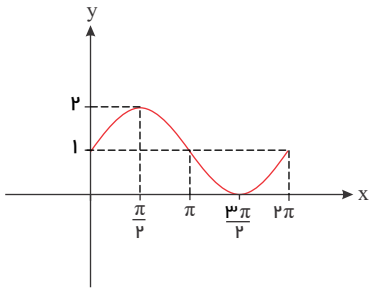
۱۳ برد تابع $f(x)=\left|۳x-[۳x+\frac{۵}{۲}]\right|$ کدام است؟ ($[\ ]$، نماد جزء صحیح است.)

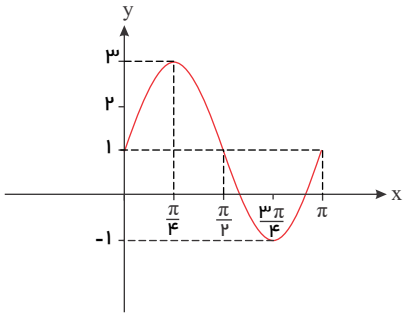
۱) $(\frac{۳}{۲},\frac{۵}{۲})$ ۲) $(\frac{۳}{۲},\frac{۵}{۲}]$ ۳) $[\frac{۳}{۲},\frac{۵}{۲}]$ ۴) $[\frac{۳}{۲},\frac{۵}{۲})$

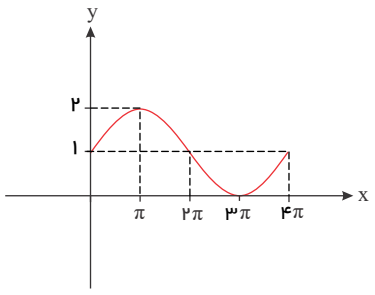
۱۴ اگر $f(x)=x+|x|$ و $g(x)=|x+۱|+۱$؛ آن‌گاه برد تابع $(\frac{f}{g})(x)$، کدام است؟

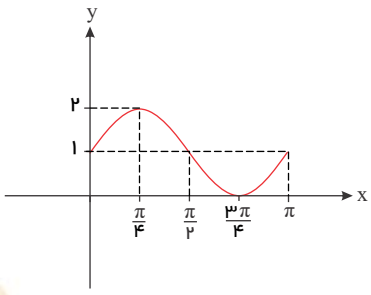
۱) $[۰,۱)$ ۲) $[۰,۲)$ ۳) $[۰,+\infty)$ ۴) $[۱,+\infty)$

۱۵ نمودار تابع $y=\sin(۲x)+۱$ در یک دوره تناوب کدام است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


۱۶ تابع مقابل، تبدیل یافته تابع $y=\sqrt{x}$ می‌باشد، ضابطهٔ این تابع کدام است؟

۱) $y=\sqrt{x-۲}$ ۲) $y=-\sqrt{x+۲}$

۳) $y=-\sqrt{x-۲}$ ۴) $y=\sqrt{۲-x}$

۱۷ اگر تابع $f(x) = ||x-۱|-۲|$ را ۲ واحد به پایین انتقال دهیم، مساحت ناحیهٔ محصور بین تابع حاصل و محور x کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۴ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

۱۸ برد تابع $f(x) = \left|\left|\frac{۱}{x-۱}\right| - ۱\right|$ در بازهٔ $(۰\ ,\ ۲)$ کدام است؟

۱) $[۱\ ,\ +\infty)$ ۲) $[۰\ ,\ +\infty)$ ۳) $[۰\ ,\ ۱]$ ۴) $[۰\ ,\ ۲]$

۱۹ نمودار تابع $y = f(x)$ مفروض است. اگر ابتدا نمودار را نسبت به محور yها قرینه کنیم، سپس آن را ۲ واحد در راستای محور xها به طرف راست منتقل کنیم و در انتها با ضریب ۲ آن را در راستای عمودی انبساط دهیم، کدام تابع به‌دست می‌آید؟

۱) $g(x) = ۲f(-x-۲)$ ۲) $g(x) = ۲f(-x+۲)$ ۳) $g(x) = \frac{۱}{۲}f(-x-۲)$ ۴) $g(x) = \frac{۱}{۲}f(-x+۲)$

۲۰ در کدام‌یک از معادلات زیر، y تابعی از x است؟

۱) $\sqrt{x^۲} + \sqrt{y^۲} = ۱$ ۲) $y^۲ + x^۳ = -۱$ ۳) $|y| + x^۲ + ۱ = ۲x$ ۴) $y = \begin{cases} x+۲ & x \geq ۰ \\ x-۱ & x \leq ۰ \end{cases}$

۲۱ حاصل دترمینان $\begin{vmatrix} ۱+x & x & y+z \\ ۱ & y & z+x \\ ۱ & z & x+y \end{vmatrix}$، با شرط $y = x+z$ کدام است؟

۱) $۲x(x+z)$ ۲) $x(x+z)$ ۳) $x^۲(x+z)$ ۴) $۲x^۲(x+z)$

۲۲ اگر $A = \begin{bmatrix} ۲ & ۰ & ۳ \\ ۱ & -۱ & ۴ \\ ۲ & ۰ & ۲ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۳ \\ ۰ & ۱ & ۲ \\ ۳ & ۰ & ۸ \end{bmatrix}$ دترمینان ماتریس $A^۳B^۲$ کدام است؟

۱) -۸ ۲) ۸ ۳) ۴ ۴) -۴

۲۳ اگر $A = \begin{bmatrix} ۰ & ۰ & ۱ \\ ۱ & ۲ & ۰ \\ ۲ & ۳ & ۴ \end{bmatrix}$ آنگاه درایه‌ی واقع در سطر دوم ستون اول ماتریس $A^۳$ کدام است؟

۱) -۶ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۵

۲۴ اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} ۳ & ۱ \\ ۲ & ۵ \end{bmatrix}$ و $A^۲ = \alpha A + \beta I$ باشد، $\alpha + \beta$ کدام است؟

۱) -۵ ۲) ۰ ۳) -۹ ۴) ۱۰

۲۵ اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix}$ کدام گزینه درست است؟

۱) $B^۲ \times A = A$ ۲) $B \times A = I$ ۳) $B \times A = A \times B$ ۴) $B^۲ \times A = I$

۲۶ اگر A و B دو ماتریس خودتوان و تعویض‌پذیر باشند در این صورت حاصل $(A - AB + B)^۷$ کدام است؟

۱) $A + B - ۲AB$ ۲) $۷(A + B - AB)$ ۳) A ۴) I

۲۷ اگر $B = \begin{bmatrix} ۰ & \tan x \\ \cot x & ۰ \end{bmatrix}$ آنگاه $B^{۲۰۲۰} + B^{۲۰۱۹}$ کدام است؟

۱) I ۲) B ۳) $\begin{bmatrix} ۱ & \tan x \\ \cot x & ۱ \end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix} \tan x & ۱ \\ ۱ & \cot x \end{bmatrix}$

۲۸ اگر $a, b, ۲$ سه عدد متمایز باشند حاصل دترمینان $\begin{vmatrix} ۱ & ۳ & ۴(a+b) \\ ۱ & a+۱ & a^۲(b+۲) \\ ۱ & b+۱ & b^۲(a+۲) \end{vmatrix}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $۴ab$ ۳) $(a-۲)(b-۲)$ ۴) $۲(a-۲)(b-۲)$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۲۹) مجموع ریشه‌های معادلهٔ $\begin{vmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 1 & 4x+5 & -1 \\ 3x+1 & 6 & 2 \end{vmatrix} = 0$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) -2 ۳) ۳ ۴) -3

۳۰) اگر $AB - BA = I$ باشد، حاصل $AB^2 - B^2A$ کدام است؟

۱) $2A$ ۲) $2B$ ۳) A^2 ۴) B^2

۳۱) اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ آنگاه حاصل $\left|A^{100} + I\right|$ کدام است؟

۱) $2^{100} + 100$ ۲) $2^{100} + 1$ ۳) $(2^{100} + 1)^2$ ۴) 2^{100}

۳۲) هرگاه $A^3 = I$ باشد حاصل $\dfrac{|A^2 + I|}{|A + I|}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) -1 ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $-\frac{1}{2}$

۳۳) اگر $A^3 = 5I$ حاصل $(A + 2I)^{-1}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{5}(A^2 + 2A + 4I)$ ۲) $\frac{1}{8}(A^2 - 2A + 4I)$ ۳) $\frac{1}{8}(A^2 + 2A + 4I)$ ۴) $\frac{1}{13}(A^2 - 2A + 4I)$

۳۴) اگر $A = [a_{ij}]_{4\times3}$ و $B = [b_{ij}]_{3\times5}$ و $C = AB$ باشد، درایهٔ واقع در سطر دوم و ستون سوم ماتریس C از کدام رابطه به دست می‌آید؟

۱) $\sum_{i=1}^{4} a_{2i}b_{i3}$ ۲) $\sum_{i=1}^{3} a_{2i}b_{i3}$ ۳) $\sum_{i=1}^{4} a_{i2}b_{3i}$ ۴) $\sum_{i=1}^{3} a_{i2}b_{3i}$

۳۵) اگر $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ و $B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه مجموع درایه‌های $(A + B)^{-1}$ کدام است؟

۱) $-\frac{1}{10}$ ۲) $\frac{1}{10}$ ۳) $-\frac{1}{5}$ ۴) $\frac{5}{6}$

۳۶) اگر $(A - 2I)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$، مجموع درایه‌های ستون دوم ماتریس $A(A - 2I)^{-1}$ کدام است؟

۱) ۱۱ ۲) ۹ ۳) ۵ ۴) ۱۶

۳۷) اگر $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = m$ باشد، آنگاه حاصل $\begin{vmatrix} \frac{1}{a} & 1 & a \\ \frac{1}{b} & 1 & b \\ \frac{1}{c} & 1 & c \end{vmatrix}$ کدام است؟ $(a, b, c \neq 0)$

۱) a ۲) $\frac{m}{abc}$ ۳) $mabc$ ۴) $m + a + b + c$

۳۸) معادلهٔ $\begin{vmatrix} 0 & x-a & x-b \\ a-x & 0 & x-c \\ b-x & c-x & 0 \end{vmatrix} = 0$ دارای چند جواب حقیقی است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) بی‌شمار

۳۹) دترمینان ماتریس $A_{3\times3}$ برابر ۲ است. اگر $A^2 = 3I + 2A$ باشد، آنگاه مقدار مثبت دترمینان ماتریس $A + 3I$ کدام است؟

۱) ۱۶ ۲) ۳۲ ۳) ۸ ۴) ۴

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۴۰ اگر A و B دو ماتریس وارون‌پذیر 3×3 بوده و $|A|>2$ و $|A^2|-|2A|+\frac{4}{9}|3I_3|=0$، حاصل $\frac{|A^{-1}+I|}{|I+A|}+|AB|\times|(2B)^{-1}|$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{11}{12}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) ۱

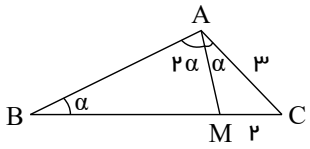
۴۱ در مثلث ABC زاویه‌ی $\angle B=60^\circ, \angle C=40^\circ$ چند نقطه مانند M روی ضلع یا در امتداد آن وجود دارد که مثلث‌های ABM و ACM متشابه باشند؟

۱) سه نقطه ۲) دو نقطه ۳) چهار نقطه ۴) یک نقطه

۴۲ اگر $A=\{1,2,\{1,2,3\}\}$, $B=\{1,2,3,\{1,2\}\}$ و $C=\{1,2,3\}$ باشد، کدام رابطه درست است؟

۱) $A-B=C$ ۲) $B-C=\varnothing$ ۳) $B-C=\{1,2\}$ ۴) $A-B=\{C\}$

۴۳ در مثلث ABC، $\hat{A}=3\hat{B}$ است. نقطه‌ی M به فاصله‌ی ۲ از رأس C روی ضلع BC طوری قرار گرفته است که $B\hat{A}M=2C\hat{A}M$. اگر $AC=3$، آن‌گاه طول BM کدام است؟



۱) ۲٫۵ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۴٫۵

۴۴ مجموعهٔ A مجموعه‌ای است که از هر دو عضو دلخواه آن یکی عضو دیگری است اگر مجموعهٔ A، ۱۰ عضوی باشد عضوی از آن که بیشترین عضو را دارد حداقل چند زیرمجموعه دارد؟

۱) ۵۱۲ ۲) ۱۲۴ ۳) ۲۰۴۸ ۴) ۴۰۹۶

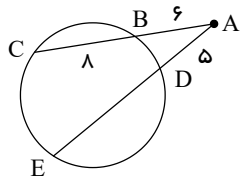
۴۵ مثلثی با اضلاع ۴، ۵ و ۸ با مثلث دیگری با اضلاع x، ۶ و y متشابه هستند. کم‌ترین مقدار y برابر کدام گزینه می‌شود؟

۱) $\frac{15}{4}$ ۲) $\frac{4}{15}$ ۳) $\frac{24}{5}$ ۴) ۳

۴۶ از مجموعهٔ $U=\{1,2,3,4\}$، به چند طریق می‌توان دو زیرمجموعه مانند A و B را انتخاب کرد، به‌طوری که $A\cap B=\varnothing$ باشد؟

۱) ۱۶ ۲) ۵۴ ۳) ۸۱ ۴) ۶۴

۴۷ در شکل مقابل اندازه‌ی DE برابر است با:

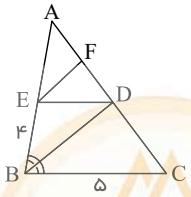


۱) ۵۴ ۲) ۱۱٫۸ ۳) ۹٫۶ ۴) ۷

۴۸ برای سه مجموعهٔ $A=\{\varnothing\}$، $B=\{\{\varnothing\},1\}$ و $C=\{\{\varnothing\},\{\{\varnothing\},1\},2\}$، کدام گزینه درست است؟

۱) $A\in B$ و $B\in C$ ، $A\notin C$ ۲) $A\in B$ و $B\in C$ ، $A\in C$ ۳) $A\in B$ و $B\subseteq C$ ۴) $A\subseteq B$ و $B\subseteq C$

۴۹ در شکل مقابل $DE\|BC$، $EF\|BD$ و BD نیم‌ساز زاویهٔ B است. اگر $BE=4$ و $BC=5$ باشد، آن‌گاه حاصل $\frac{DF}{AC}$ کدام است؟



۱) ۰٫۱۸ ۲) ۰٫۱۶ ۳) ۰٫۲۴ ۴) ۰٫۱۲

۵۰ فرض کنید تعداد زیرمجموعه های مجموعهٔ A، ۸برابر تعداد زیرمجموعه‌های مجموعهٔ B باشد. اگر به اعضای A دو عضو جدید و متمایز و به اعضای B سه عضو جدید و متمایز اضافه کنیم، اختلاف تعداد زیرمجموعه‌های این دو مجموعه برابر با ۱۹۲ می‌شود. مجموعهٔ A (قبل از افزودن دو عضو جدید) دارای چند زیرمجموعهٔ ۳عضوی می‌باشد؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۵ ۴) ۵۶

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۵۱ بزرگترین عدد صحیحی که باقی‌مانده تقسیم آن بر عدد ۴۷ مکعب خارج‌قسمت می‌باشد، کدام است؟

۱) ۱۶۰ ۲) ۱۰۲۷ ۳) ۱۶۸ ۴) ۲۵۲

۵۲ در یک تقسیم باقی‌مانده ۳ برابر مربع خارج‌قسمت است و مقسوم‌علیه ۷۰ است. حداکثر مقسوم کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۴۲۵ ۲) ۳۲۸ ۳) ۲۳۷ ۴) ۱۵۲

۵۳ اگر $m \in z$ باشد بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد غیر اول $2m^2+3$ و $3m-1$ کدام است؟

۱) ۱۷ ۲) ۱۹ ۳) ۲۹ ۴) ۳۷

۵۴ در یک تقسیم، مقسوم‌علیه برابر ۴۵ است و باقی‌مانده، شمارندهٔ مثبت مقسوم‌علیه و برابر با خارج قسمت است. اختلاف حداکثر و حداقل مقادیر ممکن برای مقسوم کدام است؟

۱) ۲۰۲۴ ۲) ۳۶۸ ۳) ۶۴۴ ۴) ۲۰۱۲

۵۵ اگر $23 \mid 2a+5b$ آنگاه به‌ازای کدام مقدار k، رابطهٔ $23 \mid 3a+kb$ برقرار است؟

۱) -2 ۲) ۲ ۳) -4 ۴) ۴

۵۶ به‌ازای چند عدد اول مانند p عدد $p+27$ برابر مکعب یک عدد طبیعی است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۵۷ کدام عدد کلیت حکم «عدد $p^{p+1}+2$ به ازای تمام مقادیر اول برای p، مرکب است» را نقض می‌کند؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۷

۵۸ باقیماندهٔ تقسیم عدد فرد a بر ۱۲ برابر ۱۱ است، باقیماندهٔ تقسیم $\frac{a-1}{2}$ بر ۱۲ چند است؟

۱) ۵ ۲) ۱۱ ۳) ۷ ۴) ۵ یا ۱۱

۵۹ در یک تقسیم باقیمانده برابر ۷ است اگر x واحد به مقسوم اضافه کنیم مقسوم‌علیه ثابت مانده و خارج قسمت یک واحد افزایش می‌یابد و باقیمانده برابر ۳ می‌شود. x چند عدد طبیعی تک رقمی می‌تواند باشد؟

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۶ ۴) ۷

۶۰ عدد k مربع کامل است، مجموع ارقام آن کدام نمی‌تواند باشد؟

۱) ۱۴۲ ۲) ۵۰۵ ۳) ۲۵۴ ۴) ۲۸۸

۶۱ اگر سرعت متوسط متحرکی بر مسیر مستقیم در ۵ ثانیه اول حرکت برابر $10\frac{m}{s}$ و در ۱۵ ثانیه بعد از آن برابر $30\frac{m}{s}$ باشد، سرعت متوسط آن در کل مسیر چند $\frac{m}{s}$ است؟

۱) ۲۵ ۲) ۲۲٫۵ ۳) ۲۰ ۴) ۲۷٫۵

۶۲ دو دوندهٔ A و B که سرعت A سه برابر سرعت B است، هم‌زمان از دو نقطه به سمت یکدیگر شروع به دویدن می‌کنند، بعد از ۴ ساعت به یکدیگر می‌رسند. چند ساعت پس از شروع حرکت دوندهٔ B به مکان اولیهٔ A می‌رسد؟

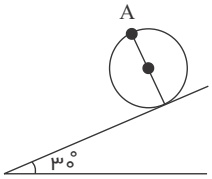
۱) ۱۲ ۲) ۱۶ ۳) ۴ ۴) ۸

۶۳ متحرکی در مسیری مستقیم با تندی ثابت $72\frac{km}{h}$ در حال حرکت است. فرض کنید بعد از طی مسافت $1٫2km$، تغییر جهت داده و مقداری از مسیر را با همان تندی قبل برمی‌گردد. اگر بزرگی سرعت متوسط این متحرک در کل حرکت $8\frac{m}{s}$ باشد، طول مسیری که متحرک برگشته است تقریباً چند متر است؟

۱) ۱۲۰ ۲) ۵۱۵ ۳) ۷۰۰ ۴) ۳۱۷

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۶۴ در شکل مقابل چرخی به شعاع $۲۰cm$ روی سطحی قرار دارد و موقعیت نقطهٔ A روی لبهٔ چرخ در یک لحظه نشان داده شده است. اگر بعد از این موقعیت، چرخ نیم‌دور به سمت پایین بچرخد، نقطهٔ A چند سانتی‌متر جابه‌جا شده است؟ $(\pi = ۳)$

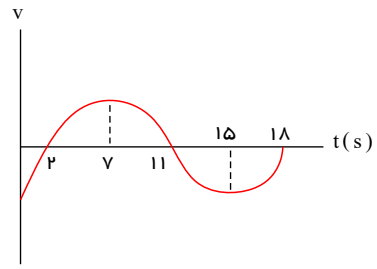


۱) ۶۰
۲) $۲۰\sqrt{۱۳}$
۳) ۴۰
۴) $۳۰\sqrt{۲}$

۶۵ از پایین سطح شیب‌داری جسمی با سرعت $۴\frac{m}{s}$ به‌طرف بالای سطح حرکت داده می‌شود. جسم ۰٫۵ ثانیه بعد تغییر جهت می‌دهد و ۱ ثانیه پس از تغییر جهت با سرعت $۲\frac{m}{s}$ به پایین سطح شیب‌دار می‌رسد. اندازهٔ شتاب متوسط حرکت جسم در کل حرکت رفت و برگشت آن چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) $\frac{۴}{۳}$
۲) $\frac{۸}{۳}$
۳) ۴
۴) ۸

۶۶ نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کنند به‌صورت شکل روبه‌رو است. متحرک چند ثانیه در سوی منفی محور مکان حرکت کرده است؟



۱) ۷
۲) ۸
۳) ۹
۴) ۱۰

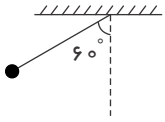
۶۷ رابطهٔ سرعت - زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می‌کنند. در SI به‌صورت $v_A = ۶t - ۵$ و $v_B = -۴t - ۱۵$ می‌باشد. اگر حرکت متحرک‌ها در لحظهٔ صفر آغاز شده باشد، در لحظه‌ای که تندی متحرک‌ها برابر می‌شود، تندی هر متحرک چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۷۷
۲) ۵۵
۳) ۳۳
۴) ۱۱

۶۸ طول عقربهٔ دقیقه‌شمار و ساعت‌شمار یک ساعت بزرگ به‌ترتیب ۲ و ۱٫۲ متر است. نسبت تندی متوسط نوک عقربهٔ دقیقه‌شمار به تندی متوسط نوک عقربهٔ ساعت‌شمار در مدت یک ساعت کدام است؟

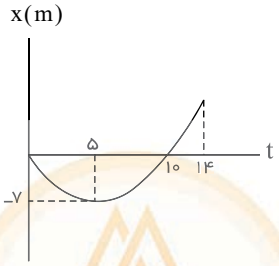
۱) ۱۲
۲) ۱۸
۳) ۲۰
۴) ۳۰

۶۹ در شکل روبه‌رو آونگی به طول ۶۴ سانتی‌متر از حالتی که نخ کشیده شده آن با امتداد قائم زاویهٔ ۶۰ درجه می‌سازد رها می‌شود. آونگ در مدت ۰٫۴ ثانیه به حالتی که نخ قائم است می‌رسد. اندازهٔ سرعت متوسط آونگ در این حرکت چند متر بر ثانیه بوده است؟



۱) ۱٫۸
۲) ۱٫۶
۳) ۱٫۲
۴) ۰٫۸

۷۰ تندی متوسط متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند و نمودار $x - t$ آن به‌صورت شکل روبه‌رو است، چند متر بر ثانیه از اندازهٔ سرعت متوسط آن بیشتر است؟



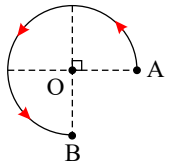
۱) ۲
۲) ۱٫۴
۳) ۱
۴) ۰٫۷

۷۱ متحرکی در حرکت روی خط راست بدون تغییر جهت $\frac{۱}{۳}$ مسیر را با سرعت $۳۰m/s$ و نصف مسیر را با سرعت $۶۰m/s$ و بقیهٔ مسیر را با سرعت $۳۰m/s$ طی می‌کند. سرعت متوسط در کل مسیر چند m/s است؟

۱) ۴۰
۲) ۴۲٫۵
۳) ۴۵
۴) ۵۰

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۷۲ دونده‌ای مطابق شکل مقابل از نقطهٔ A روی دایره‌ای شروع به حرکت می‌کند و به نقطهٔ B می‌رسد. تندی متوسط دونده چند برابر سرعت متوسط آن است؟

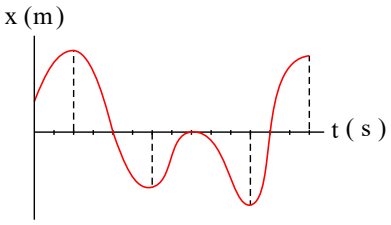


۱) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۴}\pi$
۲) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}\pi$
۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۳}\pi$
۴) $۳\sqrt{۲}\pi$

۷۳ رابطهٔ بین مکان و زمان حرکت جسمی در راستای افق و در SI به‌صورت $x = -t^۲ + ۸t - ۱۶$ است. کدام گزینه در مورد حرکت جسم درست است؟

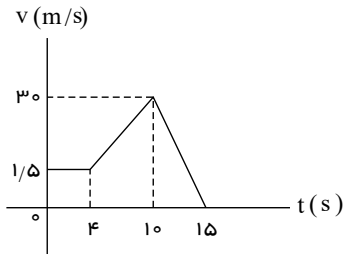
۱) بردار مکان جسم همواره در جهت منفی محور است.
۲) جهت حرکت جسم در لحظهٔ $t = ۴s$ تغییر می‌کند.
۳) مسافت و جابه‌جایی با هم برابر است.
۴) گزینه‌های ۱ و ۲ درست است.

۷۴ نمودار مکان – زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. در طی این حرکت به‌ترتیب از راست به چپ، چند بار جهت بردار مکان متحرک تغییر می‌کند و متحرک در کل چند ثانیه در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند؟ (محور زمان به واحدهای یک ثانیه درجه‌بندی شده است.)



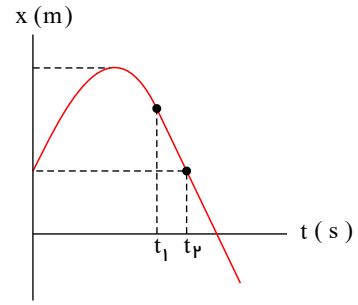
۱) ۲ و ۷
۲) ۴ و ۸
۳) ۴ و ۷
۴) ۲ و ۸

۷۵ نمودار سرعت – زمان خودرویی که در راستای محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. شتاب خودرو در لحظهٔ $t = ۱۳s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟



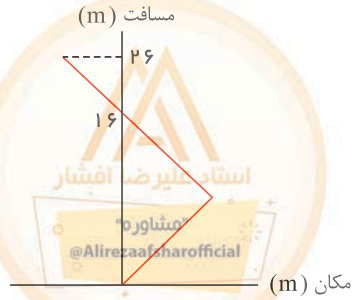
۱) -۴
۲) ۴
۳) ۶
۴) -۶

۷۶ نمودار مکان برحسب زمان یک متحرک که روی محور xها حرکت می‌کند، مطابق سهمی شکل مقابل است. اگر تندی متوسط و سرعت متوسط متحرک در بازهٔ صفر تا $t_۱$ برابر با s_{av} و v_{av} و تندی متوسط و سرعت متوسط متحرک در بازهٔ صفر تا $t_۲$ برابر با s'_{av} و v'_{av} باشد، در این صورت کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد مقایسهٔ تندی متوسط و سرعت متوسط در این دو بازهٔ زمانی صحیح است؟



۱) $s_{av} > s'_{av}$ و $v_{av} < v'_{av}$
۲) $s_{av} < s'_{av}$ و $v_{av} < v'_{av}$
۳) $s_{av} > s'_{av}$ و $v_{av} > v'_{av}$
۴) $s_{av} < s'_{av}$ و $v_{av} > v'_{av}$

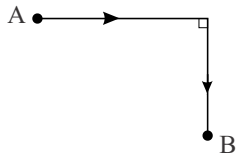
۷۷ معادلهٔ حرکت متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به‌صورت $x = mt^۲ + nt$ است. اگر نمودار مسافت طی‌شده توسط متحرک برحسب مکان در ۵ ثانیهٔ اول حرکت آن مطابق شکل زیر باشد، m در SI کدام است؟



۱) -۱
۲) -۲
۳) ۱
۴) -۴

استاد علیرضا افشار
مشاوره
@Alirezaafsharofficial

۷۸ مطابق شکل زیر، متحرکی در مسیر مشخص‌شده از نقطهٔ A به نقطهٔ B می‌رود. حداکثر نسبت مسافت طی‌شده توسط متحرک به جابه‌جایی آن، کدام است؟



۱) $\sqrt{۳}$
۲) $\sqrt{۲}$
۳) ۲
۴) برای این نسبت، حداکثری وجود ندارد.

۷۹ متحرکی فاصلهٔ مستقیم بین دو نقطهٔ مشخص را بدون تغییر جهت طی می‌کند. اگر تندی متوسط متحرک در نیمهٔ اول مسیر برابر با $۱۰\ m/s$، تندی متوسط متحرک در $\frac{۱}{۳}$ از زمان باقی‌ماندهٔ حرکت برابر با $۴\ m/s$ و تندی متوسط متحرک در بقیهٔ مسیر برابر با $۳m/s$ باشد، تندی متوسط متحرک در کل مسیر حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۵
۲) ۸
۳) ۷٫۵
۴) ۶

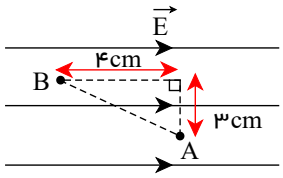
۸۰ در شکل داده‌شده، اگر متحرک در مبدأ زمان در نقطهٔ O و در لحظهٔ $t_۱ = ۱۰s$ در نقطهٔ A و در لحظهٔ $t_۲ = ۳۰s$ در نقطهٔ B باشد و بزرگی سرعت متوسط در OA برابر $۲۰\ m/s$ و در مسیر AB برابر $۴۰\ m/s$ باشد سرعت متوسط متحرک از $t_۱ = ۰s$ تا $t_۲ = ۳۰s$ چند (m/s) است؟

۱) $\frac{۲۰}{۳}$
۲) ۲۰
۳) $\frac{۸۰}{۳}$
۴) ۲۵

۸۱ ذره‌ای باردار q به جرم یک گرم در فضای بین دو صفحه‌ی رسانای افقی که فاصله‌ی آن‌ها از هم $۲cm$ و دارای بارهای الکتریکی مثبت و منفی با اندازه‌ی یکسان هستند به حالت معلق قرار دارد. اگر جهت میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحه‌ها به سمت پایین و اندازه‌ی اختلاف پتانسیل الکتریکی بین آن‌ها برابر با ۵۰۰ ولت باشد، بار q برحسب میکروکولن کدام است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱) $+۰٫۴$
۲) $-۰٫۴$
۳) $+۴۰$
۴) -۴۰

۸۲ ذره‌ای با بار الکتریکی $-۲\mu C$ درون میدان یکنواختی به بزرگی $۵\frac{N}{C}$ از نقطه A تا نقطه B جابه‌جا می‌شود. اختلاف پتانسیل بین این دو نقطه $(V_B - V_A)$ چند ولت است؟



۱) $-۰٫۲۵$
۲) $۰٫۲$
۳) $۰٫۲۵$
۴) $-۰٫۲$

۸۳ استوانه‌ای رسانا و توپُر به قطر مقطع $D_۱$ در اختیار داریم. با ذوب کردن این استوانه و ساختن استوانه‌ای توپُر به قطر $D_۲$، مقاومت الکتریکی رسانا ۳۶ درصد کاهش یافته است. حاصل $\frac{D_۲}{D_۱}$ کدام است؟ (دما ثابت و یکسان است.)

۱) $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$
۲) $\frac{۵}{۴}$
۳) $\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$
۴) $\frac{۴}{۵}$

۸۴ صفحات خازن تختی را که در ابتدا بین آن‌ها هوا وجود دارد، بعد از شارژ شدن از مولد جدا می‌کنیم. سپس فاصلهٔ بین دو صفحهٔ آن را دو برابر کرده و تمام این فضا را با دی‌الکتریکی با ثابت $\kappa = ۵$ پُر می‌کنیم. اختلاف پتانسیل بین دو صفحهٔ این خازن چگونه تغییر می‌کند؟

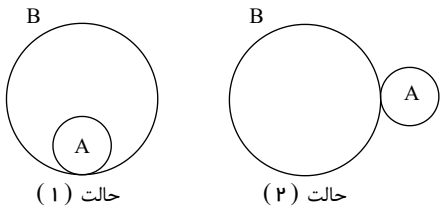
۱) ۴۰ درصد افزایش می‌یابد.
۲) ۴۰ درصد کاهش می‌یابد.
۳) ۶۰ درصد افزایش می‌یابد.
۴) ۶۰ درصد کاهش می‌یابد.

۸۵ مقاومت الکتریکی سیم رسانایی در دمای ۴۰ درجهٔ سلسیوس برابر با ۲۰ اهم و در دمای ۱۲۰ درجهٔ سلسیوس برابر با ۸۰ اهم است. مقاومت این سیم در دمای ۸۰ درجهٔ سلسیوس چند اهم است؟ (دمای مرجع را ۴۰ درجهٔ سلسیوس در نظر بگیرید.)

۱) ۴۰
۲) ۳۵
۳) ۵۰
۴) ۱۲۰

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۸۶ مطابق شکل زیر، کرهٔ فلزی A را که دارای بار الکتریکی مثبت است، یک بار به سطح داخلی و بار دیگر به سطح خارجی کرهٔ بدون بار و رسانای B تماس می‌دهیم. در مورد چگالی سطحی مجموعهٔ سطح دو کره طی دو حالت، کدام درست است؟



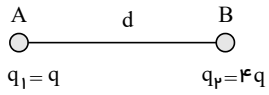
۱) $\sigma_1 = \sigma_2$

۲) $\sigma_1 > \sigma_2$

۳) $\sigma_1 < \sigma_2$

۴) بسته به اندازهٔ شعاع کره‌ها هر یک از حالت‌ها امکان‌پذیر است.

۸۷ دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصلهٔ d از یکدیگر قرار دارند. اگر بار $Q > 0$ روی خط واصل دوبار از نقطهٔ A تا نقطهٔ B جابه‌جا شود، تغییرات پتانسیل الکتریکی آن چگونه است؟ ($q > 0$)



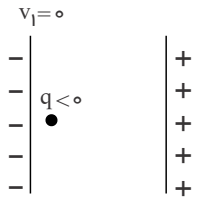
۱) تا فاصلهٔ $\frac{d}{3}$ از بار کوچک‌تر کاهش و بعد از آن افزایش می‌یابد.

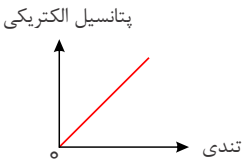
۲) تا فاصلهٔ $\frac{d}{3}$ از بار کوچک‌تر افزایش و بعد از آن کاهش می‌یابد.

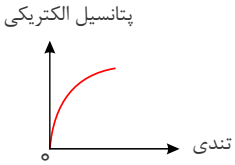
۳) تا فاصلهٔ $\frac{d}{2}$ از بار کوچک‌تر کاهش و بعد از آن افزایش می‌یابد.

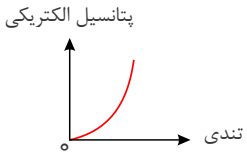
۴) تا فاصلهٔ $\frac{d}{2}$ از بار کوچک‌تر افزایش و بعد از آن کاهش می‌یابد.

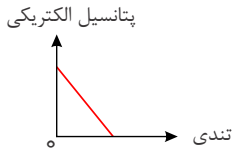
۸۸ در شکل زیر، دو صفحهٔ رسانای موازی با بارهای الکتریکی هم‌اندازه و ناهم‌نام قرار دارد. اگر پتانسیل الکتریکی صفحهٔ سمت چپ را صفر در نظر بگیریم و ذره‌ای با بار منفی را از مجاورت همین صفحه رها کنیم، نمودار پتانسیل الکتریکی نقاطی که این ذره از آن‌ها عبور می‌کند برحسب تندی ذره در آن نقاط کدام است؟ (از وزن ذره صرف‌نظر شود و اصطکاک ناچیز است.)



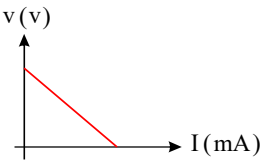
۱) 

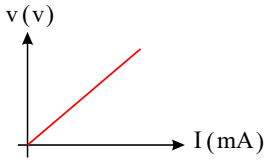
۲) 

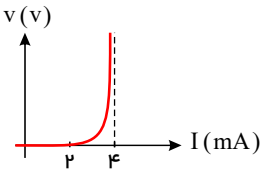
۳) 

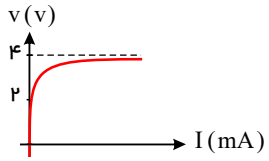
۴) 

۸۹ نمودار $V - I$ برای یک دیود نور گسیل مطابق کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۹۰ دو سیم تو خالی و هم‌جنس A و B را در اختیار داریم، طوری که مقاومت سیم A، ۴برابر مقاومت سیم B و ضخامت بخش فلزی سیم A، دو برابر ضخامت بخش فلزی سیم B است، اگر شعاع خارجی مقطع سیم B نصف شعاع خارجی مقطع سیم A باشد، طول سیم A چند برابر طول سیم B است؟

۱) ۳۲ ۲) ۱۶ ۳) ۴ ۴) ۸

۹۱ اگر در ساختار صابون (دارای ۱۸ اتم کربن)، در بخش باردار به جای گروه کربوکسیل، گروه سولفونات قرار گیرد، کدام تغییر روی می‌دهد؟ $(H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶, S = ۳۲ : g \cdot mol^{-1})$

۱) افزایش جرم مولکولی و شمار اتم‌های اکسیژن در مولکول ترکیب شوینده

۲) تغییر علامت بار الکتریکی سطح ذرات امولسیون چربی در آب

۳) تغییر نسبت استوکیومتری کاتیون به آنیون در پاک‌کننده

۴) کاهش انحلال‌پذیری ترکیب به دست آمده در آب

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۹۲ کدام گزینه نادرست است؟

۱) آلاینده‌ها موادی هستند که بیش از مقدار طبیعی در یک محیط، ماده یا یک جسم وجود دارند.

۲) مولکول‌های سازندهٔ قندهای موجود در عسل دارای شمار زیادی گروه هیدروکسیل هستند.

۳) قندهای موجود در عسل نامحلول در آب هستند.

۴) اتیلن گلیکول یک مادهٔ محلول در آب است.

۹۳ کدام گزینه نادرست است؟

۱) قدرت پاک‌کنندگی صابون با افزودن آنزیم افزایش می‌یابد.

۲) مخلوط صابون مایع و روغن یک سوسپانسیون ناپایدار است.

۳) پاک‌کننده‌های صابونی در سفرهای دریایی و صنایع وابسته به آب شور، پاسخگوی نیاز انسان نیستند.

۴) نوع پارچه، دمای آب و نوع آب از عوامل مؤثر بر قدرت پاک‌کنندگی صابون هستند.

۹۴ در کدام گزینه، خاصیت ایجاد شده در اثر اضافه شدن گوگرد، کلر و ترکیبات فسفات‌دار به صابون، به‌ترتیب، از راست به چپ، درست آورده شده است؟

۱) از بین بردن جوش صورت – میکروب‌کشی – افزایش قدرت پاک‌کنندگی

۲) افزایش قدرت پاک‌کنندگی – از بین بردن جوش صورت – میکروب‌کشی

۳) میکروب‌کشی – از بین بردن جوش صورت – افزایش قدرت پاک‌کنندگی

۴) از بین بردن جوش صورت – افزایش قدرت پاک‌کنندگی – میکروب‌کشی

۹۵ در محلول چند مورد از ترکیب‌های زیر غلظت یون هیدروکسید بیشتر از یون هیدرونیوم است؟

الف) SO_3 ب) $NaOH$ پ) K_2O ت) N_2O_3

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۶ کدام مقایسه برای قدرت اسیدی محلول کربنیک اسید، نیتریک اسید و فورمیک اسید، در شرایط یکسان دما و غلظت صحیح است؟

۱) نیتریک اسید > کربنیک اسید > فورمیک اسید

۲) نیتریک اسید > فورمیک اسید > کربنیک اسید

۳) فورمیک اسید > نیتریک اسید > کربنیک اسید

۴) فورمیک اسید > کربنیک اسید > نیتریک اسید

۹۷ دو قطعهٔ آهنی یکسان را در دو ظرف جداگانه یکی حاوی یک لیتر محلول ۱ مولار اسید HA و دیگری حاوی یک لیتر محلول ۱ مولار اسید HX قرار داده‌ایم. اگر شدت تشکیل حباب‌های گاز هیدروژن در ظرف HX بیشتر باشد، کدام گزینه زیر درست است؟

۱) شمار یون‌های موجود در محلول HA بیشتر از محلول HX است.

۲) در دمای یکسان HA، ثابت یونش اسیدی بزرگتری نسبت به HX دارد.

۳) مولکول‌های HA بیشتر از مولکول‌های HX یونیده می‌شوند.

۴) غلظت مولکول‌های یونیده نشده HX کمتر از مولکول‌های یونیده نشدهٔ HA است.

۹۸ کدام گزینه نادرست است؟

۱) در یک واکنش برگشت‌پذیر که همزمان واکنش‌های رفت و برگشت به‌طور پیوسته انجام می‌شوند، سرانجام مقدار واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها ثابت می‌ماند.

۲) یونش اسیدهای قوی به صورت کامل و یونش اسیدهای ضعیف به صورت تعادلی انجام می‌شود.

۳) اکسیدهای نافلزی کاغذ pH را به رنگ آبی و اکسیدهای فلزی کاغذ pH را به رنگ قرمز در می‌آورند.

۴) رسانایی الکتریکی محلول ۱ مولار HF و محلول ۱ مولار $NaCl$ با هم متفاوت است.

۹۹ ۵۶٫۸ گرم اسید چرب $C_{17}H_{35}COOH$ را با مقدار کافی از یک محلول بازی واکنش می‌دهیم تا صابون جامد حاصل شود. صابون جامد حاصل را در آب سختی که شامل کلسیم‌کلرید است، قرار می‌دهیم. در صورتی که به‌طور کامل با هم واکنش دهند، چند گرم رسوب تشکیل می‌شود؟

$(O = ۱۶, Ca = ۴۰, C = ۱۲, H = ۱ : g \cdot mol^{-۱})$

۱) ۶۰٫۶ ۲) ۳۰٫۳ ۳) ۲۰٫۲ ۴) ۴۰٫۴

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۱۰۰ درصد جرمی فلز به‌کار رفته در ساختار صابون مایع حاوی ۱۸ اتم کربن که زنجیر آلکیل آن یک پیوند دوگانه دارد، چقدر است؟

$(C = ۱۲, H = ۱, O = ۱۶, N = ۱۴, Na = ۲۳, K = ۳۹ g/mol)$

۱) ۱۲٫۷۴ ۲) ۱۲٫۱۸ ۳) ۱۱٫۶۷ ۴) ۷٫۵۶

۱۰۱ در واکنش زیر، پس از موازنه نسبت مجموع ضریب‌های فراورده‌ها به ضریب هیدروکلریک‌اسید کدام است؟

$$K_۲Cr_۲O_۷ + HCl \rightarrow KCl + CrCl_۳ + Cl_۲ + H_۲O$$

۱) ۲ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱۴}{۱۵}$ ۴) ۱

۱۰۲ تعداد مولکول‌ها در ۰٫۵۶ گرم گاز کربن مونواکسید برابر تعداد مولکول‌ها در چند گرم گاز متان است؟

$(H = ۱ \ , \ C = ۱۲ \ , \ O = ۱۶ \ , : g \cdot mol^{-۱})$

۱) ۲ ۲) ۰٫۵ ۳) ۰٫۳۲ ۴) ۰٫۴۵

۱۰۳ اگر پایستگی جرم برقرار باشد، $\frac{A}{B}$ کدام است؟

$$S_۲Cl_۲ + ANH_۴Cl \rightarrow S_۳N_۲ + BS + HCl$$

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۱

۱۰۴ در تمام گزینه‌های زیر پس از موازنه، مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها با هم برابر است، به جز:

۱) $CH_۴ + O_۲ \rightarrow CO_۲ + H_۲O$
۲) $CaCl_۲ + NaF \rightarrow NaCl + CaF_۲$
۳) $Al + Fe_۲O_۳ \rightarrow Al_۲O_۳ + Fe$
۴) $NH_۳ + O_۲ \rightarrow NO + H_۲O$

۱۰۵ در چه تعداد از موارد زیر موازنه و معادلهٔ نوشتاری هر دو نادرست‌اند؟

آ) $۲Al + Fe_۲O_۳ \rightarrow Al_۲O_۳ \rightarrow ۲Fe$ ، آهن + آلومینیم (III) اکسید $\rightarrow$ آهن (III) اکسید + آلومینیم

ب) $H_۲S + O_۲ \rightarrow SO_۲ + H_۲O$ ، آب + گوگرد دی‌اکسید $\rightarrow$ گاز اکسیژن + هیدروژن سولفید

پ) $CaCl_۲ + NaF \rightarrow NaCl + CaF_۲$ ، کلسیم (II) فلوئورید $\rightarrow$ سدیم کلرید + کلسیم (II) کلرید

ت) $Si + ۲Cl_۲ \rightarrow SiCl_۴$ ، سیلیسیم کلرید $\rightarrow$ گاز کلر + سیلیسیم

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۶ در ۵۰ گرم از آلیاژ مس و نقره که دارای ۲۱٫۶ گرم فلز نقره است، شمار اتم‌های فلز مس به تقریب چند برابر شمار مول‌های فلز نقره است؟

$(Ag = ۱۰۸, Cu = ۶۴ : g \cdot mol^{-۱})$

۱) $۲٫۶۷ \times ۱۰^{۲۲}$ ۲) $۲٫۶۷ \times ۱۰^{۲۳}$ ۳) $۱۳٫۳۵ \times ۱۰^{۲۲}$ ۴) $۱۳٫۳۵ \times ۱۰^{۲۳}$

۱۰۷ در کدام گزینه داده شده نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به جفت الکترون‌های ناپیوندی نسبت به سایرین کم‌تر است؟

۱) HCl ۲) $Cl_۲$ ۳) $NH_۳$ ۴) $H_۲O$

۱۰۸ در کدام گزینه، آرایش الکترونی کاتیون هردو ترکیب به آرایش الکترونی اتم دومین گاز نجیب و آرایش الکترونی آنیون هر دو ترکیب به آرایش الکترونی اتم سومین گاز نجیب می‌رسد؟

۱) $MgCl_۲$ و $K_۳N$ ۲) $NaCl$ و MgS ۳) $CaI_۲$ و $Li_۲O$ ۴) MgO و $Na_۲S$

۱۰۹ کدام گزینه درست است؟

۱) در یون $X^{۲+}_{۲۴}$، تعداد الکترون‌های با $L = ۱$ بیشتر از تعداد الکترون‌های لایهٔ سوم آن است.

۲) در یون $A^{۳+}_{۳۱}$، الکترون با اعداد کوانتومی $n = ۴$ و $L = ۰$ وجود دارد.

۳) عنصر $M_{۲۷}$ با $D_{۳۲}$ هم‌دوره بوده و تعداد الکترون‌های بیرونی‌ترین زیرلایهٔ آنها باهم برابر است.

۴) در اتم $T_{۲۸}$، مجموع عددهای کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های لایهٔ ظرفیت برابر ۱۸ است.

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۱۱۰ تعداد الکترون‌های ظرفیت در عناصر دستهٔ ..... برابر مجموع تعداد الکترون‌ها در ..... است و در گونهٔ $^{119}X^{4+}$ که اختلاف شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها در آن برابر ۲۳ است، اتم X با ..... هم‌گروه و با ..... هم‌دوره است.

۱) d، آخرین زیرلایه‌های d و s اشغال‌شده، $_{33}A$، $_{55}B$

۲) p، آخرین زیرلایه‌های p و s اشغال‌شده، $_{14}C$، $_{49}D$

۳) s، آخرین زیرلایهٔ s اشغال‌شده، $_{30}E$ $_{54}F$

۴) d، آخرین زیرلایهٔ d اشغال‌شده، $_{82}G$، $_{35}H$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

پاسخ‌نامه تشریحی

۱ ۱ ۲ ۳ **۴**

ابتدا ریشه‌ی داخل قدرمطلق را بدست می‌آوریم: $x = ۰$

$$x \geq ۰ \Rightarrow \frac{x}{۶} + ۴ - x \geq ۰ \Rightarrow x + ۲۴ - ۶x \geq ۰ \Rightarrow ۵x \leq ۲۴ \Rightarrow x \leq \frac{۲۴}{۵} \Rightarrow ۰ \leq x \leq \frac{۲۴}{۵}$$

$$x < ۰ \Rightarrow \frac{x}{۶} + ۴ + x \geq ۰ \Rightarrow x + ۶x \geq -۲۴ \Rightarrow x \geq \frac{-۲۴}{۷} \Rightarrow -\frac{۲۴}{۷} \leq x < ۰$$

$$D_y = [-\frac{۲۴}{۷}, \frac{۲۴}{۵}]$$

این مجموعه شامل اعداد صحیح $\{-۳, -۲, -۱, ۰, ۱, ۲, ۳, ۴\}$ می‌باشد.

متوسط

۲ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\begin{matrix} x > ۰ \to f(x) = \sqrt{x} \to f(x) > ۰ \\ x < ۰ \to f(x) = ۴ \to f(x) > ۰ \end{matrix} \Rightarrow -f(x) < ۰ \Rightarrow f(-f(x)) = ۴$$

$$\Rightarrow f(f(-f(x))) = f(۴) = \sqrt{۴} = ۲$$

متوسط

۳ ۱ ۲ ۳ **۴**

به کمک تعریف تابع $f(x)$، تابع $g(x)$ را تشکیل می‌دهیم:

می‌دانیم $۰ \leq x - [x] < ۱$

$$g(x) = f(۲x - ۳) - ۲f(x) = ((۲x - ۳) - [۲x - ۳]) - ۲(x - [x])$$
$$= ۲x - [۲x] - ۲x + ۲[x] = -[۲x] + ۲[x] = -[۲x - ۲[x]] = -[۲(x - [x])]$$
$$۰ \leq ۲x - ۲[x] < ۲ \Rightarrow [۲x - ۲[x]] = ۰, ۱$$

بنابراین برد تابع $g(x)$، مجموعه‌ی $\{۰, ۱\}$ می‌باشد.

سخت

۴ **۱** ۲ ۳ ۴ برای محاسبهٔ دامنهٔ $y = \log_B^A$ باید $A > ۰$ و $B > ۰$ و $B \neq ۱$ باشد.

$$\log(۴ - [x]^۲) \Rightarrow ۴ - [x]^۲ > ۰ \Rightarrow [x]^۲ < ۴ \Rightarrow -۲ < [x] < ۲ \Rightarrow -۱ \leq x < ۲$$

برای محاسبهٔ دامنهٔ $f(\frac{-۱}{۲}x^۲ + ۲)$ باید عبارت $-\frac{۱}{۲}x^۲ + ۲$ را بجای x در نامساوی $-۱ \leq x < ۲$ قرار دهیم.

$$f(\frac{-۱}{۲}x^۲ + ۲) \text{ دامنهٔ } \Rightarrow -۱ \leq \frac{-۱}{۲}x^۲ + ۲ < ۲ \Rightarrow -۳ \leq \frac{-۱}{۲}x^۲ < ۰ \Rightarrow ۰ < x^۲ \leq ۶$$

$$\Rightarrow -\sqrt{۶} \leq x \leq \sqrt{۶} \ , \ x \neq ۰ \Rightarrow \text{اعداد صحیح درون دامنه } \{-۲, -۱, ۱, ۲\}$$

سخت

۵ ۱ ۲ ۳ ۴ **۱**

$$D_{gof} = \{x : x \in D_f \ , \ f(x) \in D_g\}$$

با توجه به اینکه $D_f = \mathbb{R}$ است تابع $f(x)$ را در دامنه تابع $g(x)$ قرار می‌دهیم.

$$-۲ \leq ۴x^۲ - ۲ \leq ۲ \Rightarrow ۰ \leq ۴x^۲ \leq ۴ \Rightarrow ۰ \leq x^۲ \leq ۱ \Rightarrow ۰ \leq |x| \leq ۱ \Rightarrow -۱ \leq x \leq ۱$$

متوسط

۶ ۱ ۲ ۳ **۴**

f یک تابع خطی است که محور yها را با عرض ۲ قطع می‌کند، پس $f(x) = mx + ۲$ و g یک تابع درجه دوم است که محور yها را با عرض ۳ قطع می‌کند، پس $g(x) = ax^۲ + bx + ۳$.

$$(fog)(x) = f(g(x)) = m(ax^۲ + bx + ۳) + ۲$$
$$\Rightarrow (fog)(x) = \max^۲ + mbx + (۳m + ۲)$$

اما طبق فرض سؤال $(fog)(x) = ۲x^۲ + x - ۱$، پس، داریم:

$$\begin{cases} (fog)(x) = \max^۲ + mbx + (۳m + ۲) \\ (fog)(x) = ۲x^۲ + x - ۱ \end{cases}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} ۳m + ۲ = -۱ \Rightarrow m = -۱ \\ mb = ۱ \xrightarrow{(*)} -b = ۱ \Rightarrow b = -۱ \\ ma = ۲ \xrightarrow{(*)} -a = ۲ \Rightarrow a = -۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x) = -x + ۲ \\ g(x) = -۲x^۲ - x + ۳ \end{cases}$$
$$\Rightarrow (f - g)(x) = f(x) - g(x) = (-x + ۲) - (-۲x^۲ - x + ۳) = ۲x^۲ - ۱$$

مشاوره
@Alirezaafsharofficial

سخت

۷ ۱ ۲ ۳ **۴** با توجه به تعریف دامنهٔ تابع fog داریم:

روش اول:

$D_{fog} = \{x : x \in D_g, g(x) \in D_f\}$
$D_g = \mathbb{R}, D_f = \{x : x - ۱ \geq ۰, ۸ - x \geq ۰ \Rightarrow ۱ \leq x \leq ۸\}$
$D_{fog} = \{x : x \in \mathbb{R}, [x] \in [۱, ۸]\}$
$۱ \leq [x] \leq ۸ \Rightarrow ۱ \leq x < ۹ \Rightarrow D_{fog} = [۱, ۹)$

روش دوم: ابتدا ضابطه تابع $f(g(x))$ را می‌سازیم و بدون ساده کردن ضابطه، دامنه آن را تعیین می‌کنیم.

$$g(x) = [x],\ f(x) = \sqrt{x - ۱} - \sqrt{۸ - x}$$
$$f(g(x)) = f([x]) = \sqrt{[x] - ۱} - \sqrt{۸ - [x]}$$
$$\begin{cases} [x] - ۱ \geq ۰ \to [x] \geq ۱ \\ ۸ - [x] \geq ۰ \to [x] \leq ۸ \end{cases} \Rightarrow ۱ \leq [x] \leq ۸ \Rightarrow ۱ \leq x < ۹ \Rightarrow D_{fog} = [۱, ۹)$$

نکته:

$[f] \geq k \Rightarrow f \geq k$
$[f] \leq k \Rightarrow f < k + ۱$

متوسط

۸ ۱ ۲ ۳ ۴ دقت کنید وقتی $x \geq ۱$ باشد، $x - ۲ \leq ۱$ است. به نحو مشابه اگر $x < ۱$ باشد آنگاه $۳ - ۲x > ۱$ است. پس:

$$fof(x) = f(f(x)) = \begin{cases} ۳ - ۲(۲ - x) = ۲x - ۱ & x \geq ۱ \\ ۲ - (۳ - ۲x) = ۲x - ۱ & x < ۱ \end{cases}$$

بنابراین $fof(x) = ۲x - ۱$، یعنی $g(x) = ۲x - ۱$ پس $a = ۲$ و $b = -۱$ و $a + b = ۱$

متوسط

۹ ۱ ۲ ۳ ۴ تابع f در محدودهٔ $x \leq ۲$ قابل‌تعریف است. با توجه به ضابطهٔ تابع، برای به‌دست آوردن a عبارت زیر رادیکال را بزرگ‌تر یا مساوی صفر قرار می‌دهیم، بنابراین داریم:

$$\frac{a}{۲}x + ۲ \geq ۰ \Rightarrow \frac{a}{۲}x \geq -۲ \Rightarrow ax \geq -۴ \quad (*)$$

با معادل‌سازی نابرابری $(*)$ با محدودهٔ داده شده در سؤال، مشخص است که علامت a منفی است. پس با تقسیم رابطهٔ $(*)$ بر a جهت نامساوی عوض می‌شود، پس:

$$ax \geq -۴ \xrightarrow{\div a} x \leq -\frac{۴}{a} \Rightarrow \frac{-۴}{a} = ۲ \Rightarrow a = -۲$$

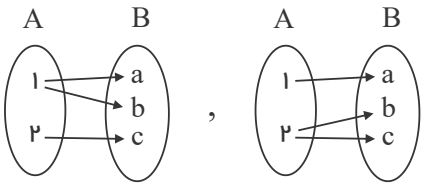
بنابراین ضابطهٔ تابع به‌صورت $f(x) = ۴ + \sqrt{-x + ۲}$ می‌باشد. حال با داشتن ضابطهٔ تابع برد را محاسبه می‌کنیم:

$$\sqrt{-x + ۲} \geq ۰ \to ۴ + \sqrt{-x + ۲} \geq ۴ \Rightarrow f(x) \geq ۴$$

پس برد تابع به‌صورت $[۴, +\infty)$ می‌باشد.

سخت

۱۰ ۱ ۲ ۳ ۴ توجه: اگر مجموعهٔ مبدأ دارای n عضو و مجموعهٔ مقصد دارای m عضو باشد آنگاه تعداد تابعی که می‌توان از مجموعهٔ A به مجموعهٔ B نوشت برابر m^n است.
در این تست تعداد $۳^۲$ تابع از A به مجموعهٔ B می‌توان تعریف کرد که مجموعهٔ هم دامنهٔ آن مجموعهٔ B است امّا از بین این ۹ تابع هیچ تابعی بُردش $\{a, b, c\}$ نمی‌شود چون اگر بخواهد چنین اتفاقی بیافتد باید یا از عدد ۱ و یا از عدد ۲ بیش از یک پیکان خارج شود و این تابع بودن را نقض می‌کند.



سخت

۱۱ ۱ ۲ ۳ ۴ برای به‌دست آوردن حاصل جمع دو تابع کافی است به‌ازای xهایی که در اشتراک دامنه‌های دو تابع قرار دارد، yها را با هم جمع کنیم:

$$D_f = (-\infty, ۵] \quad f(x) = \begin{cases} x & x \leq ۲ \\ ۲ & ۲ < x \leq ۵ \end{cases}$$
$$D_g = [-۴, +\infty] \quad g(x) = \begin{cases} ۳ & -۴ \leq x \leq ۰ \\ -x + ۳ & x > ۰ \end{cases}$$

بنابراین $D_{f+g} = D_f \cap D_g = [-۴, ۵]$ از سوی دیگر:

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = \begin{cases} x + ۳ & -۴ \leq x \leq ۰ \\ x + (-x + ۳) & ۰ < x \leq ۲ \\ ۲ + (-x + ۳) & ۲ < x \leq ۵ \end{cases}$$
$$\Rightarrow (f + g)(x) = \begin{cases} x + ۳ & -۴ \leq x \leq ۰ \\ ۳ & ۰ < x \leq ۲ \\ -x + ۵ & ۲ < x \leq ۵ \end{cases}$$

سخت

۱۲ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا $fof(۲)$ را می‌سازیم:

$$fof(۲) = f(f(۲)) = f(۲m + b) = m(۲m + b) + b = ۲m^۲ + mb + b$$
$$fof(۲) = ۲ \Rightarrow ۲m^۲ + mb + b = ۲ \Rightarrow ۲m^۲ + mb + b - ۲ = ۰$$

چون در معادلهٔ درجهٔ دوم $ax^۲ + bx + c = ۰$ اگر $a + c = b$ باشد یکی از ریشه‌ها -۱ و دیگری $-\frac{c}{a}$ است بنابراین داریم:

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
Alireza Afshar Consulting

$$m = -\frac{c}{a} = -\frac{b-۲}{۲} \xrightarrow{b\geq ۴} m \leq -۱$$

پس بیشترین مقدار m برابر -۱ است.

متوسط

۱۳ ۱ ۲ ۳ ۴

$$f(x) = \left|۳x - [۳x + \frac{۵}{۲}]\right| = \left|(۳x + \frac{۵}{۲}) - [۳x + \frac{۵}{۲}] - \frac{۵}{۲}\right|$$

$$\xrightarrow{۰\leq a-[a]<۱} ۰ \leq (۳x + \frac{۵}{۲}) - [۳x + \frac{۵}{۲}] < ۱ \Rightarrow -\frac{۵}{۲} \leq (۳x + \frac{۵}{۲}) - [۳x + \frac{۵}{۲}] - \frac{۵}{۲} < -\frac{۳}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۳}{۲} < \left|(۳x + \frac{۵}{۲}) - [۳x + \frac{۵}{۲}] - \frac{۵}{۲}\right| \leq \frac{۵}{۲} \Rightarrow \frac{۳}{۲} < f(x) \leq \frac{۵}{۲}$$

$$\Rightarrow R_f = (\frac{۳}{۲}, \frac{۵}{۲}]$$

سخت

۱۴ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا تابع $y = (\frac{f}{g})(x)$ را تشکیل می‌دهیم:

$$y = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x + |x|}{|x+۱| + ۱}$$

با توجه به تابع $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ به ازای اعداد نامثبت (منفی و صفر)، صورت کسر صفر می‌شود بنابراین در این فاصله برد تابع عدد صفر است.

$$x \leq ۰ \Rightarrow \quad y = ۰$$

$$x > ۰ \Rightarrow \quad y = \frac{x + x}{x + ۱ + ۱} = \frac{۲x}{x + ۲}$$

چون این یک تابع صعودی است ($f' > ۰$) با جایگذاری ابتدا و انتهای دامنه، برد تابع محاسبه می‌شود.

$$\begin{matrix} x = ۰ \to f(۰) = ۰ \\ x \to +\infty \Rightarrow y = ۲ \end{matrix} \Rightarrow R_f = [۰, ۲)$$

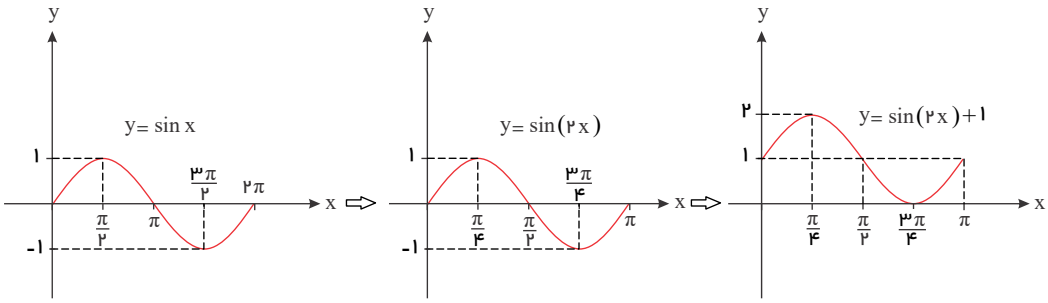
و یا می‌توان گفت:

$$y = \frac{۲x}{x + ۲} = ۲ - \frac{۴}{x + ۲}$$

$$x < ۰ \Rightarrow x + ۲ < ۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲} < \frac{۱}{x + ۲} < ۰ \Rightarrow ۰ < ۲ - \frac{۴}{x + ۲} \Rightarrow D_y = (۰, ۲) \cup \{۰\} = [۰, ۲]$$

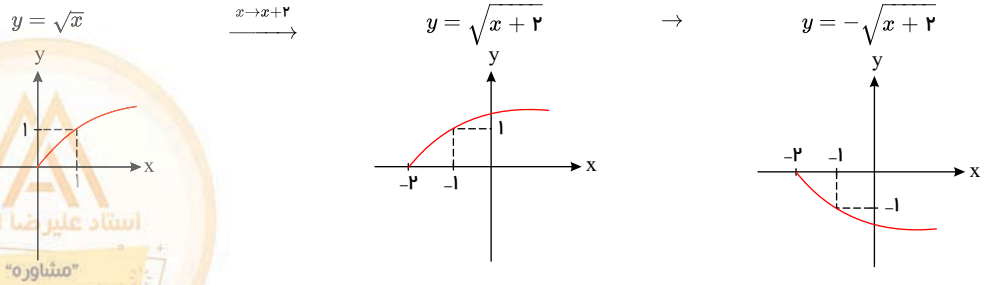
سخت

۱۵ ۱ ۲ ۳ ۴ در نمودار $y = \sin x$ ابتدا طول نقاط را بر ۲ تقسیم کرده و سپس یک واحد به بالا منتقل می‌کنیم.



متوسط

۱۶ ۱ ۲ ۳ ۴



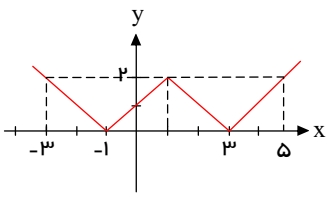
تابع $y = \sqrt{x}$ ابتدا دو واحد به چپ منتقل شده وسپس نسبت به محور xها قرینه شده است.

متوسط

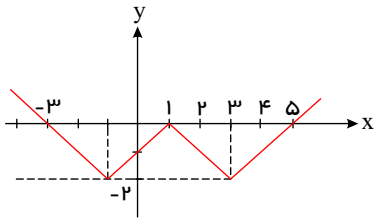
استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۱۷ ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به نمودار $f(x)$ داریم:



اگر آن را ۲ واحد به پایین انتقال دهیم، خواهیم داشت:



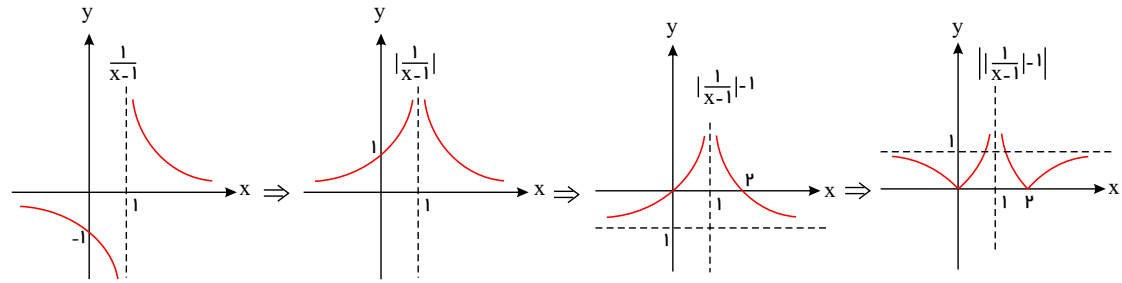
بنابراین مساحت محدود بین $f(x)$ انتقال یافته و محور xها، ۲ مثلث هم‌مساحت است و خواهیم داشت:

$$S = \frac{۴ \times ۲}{۲} + \frac{۴ \times ۲}{۲} = ۸$$

سخت

۱۸ ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به نمودار $f(x)$ داریم:



بنابراین برد $f(x)$ در بازهٔ $(۰ , ۲)$ برابر است با: $[۰ , +\infty)$

سخت

۱۹ ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به مراحل گفته شده داریم:

$$y = f(x) \xrightarrow[x \to -x]{\text{قرینه نسبت به } y \text{ها}} f(-x) \xrightarrow[x \to x-۲]{۲ \text{ واحد به راست}} f(-(x-۲)) = f(-x+۲)$$

$$\xrightarrow{\text{انبساط عمودی با ضریب } ۲} g(x) = ۲f(-x+۲)$$

متوسط

۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴

(گزینهٔ ۱) $|x| + |y| = ۱ \ , \ x = ۰ \Rightarrow |y| = ۱ \Rightarrow y = \pm ۱$ تابع نیست.

(گزینهٔ ۲) $y^۲ + x^۳ = -۱ \Rightarrow y^۲ = -x^۳ - ۱ \ , \ x = -۲ \Rightarrow y^۲ = -(-۲)^۳ - ۱ = ۷$

$\Rightarrow y^۲ = ۷ \Rightarrow y = \pm\sqrt{۷}$ تابع نیست.

(گزینهٔ ۳) $|y| + x^۲ + ۱ - ۲x = ۰ \Rightarrow |y| + (x-۱)^۲ = ۰$

مجموع دو عبارت نامنفی زمانی صفر است که هردو باهم صفر باشند.

$y = ۰ \ , \ x - ۱ = ۰ \Rightarrow x = ۱ \Rightarrow \{(۱ , ۰)\}$ تابع است.

(گزینهٔ ۴) $y = \begin{cases} x + ۲ & x \geq ۰ \Rightarrow x = ۰ \Rightarrow y = ۲ \\ x - ۱ & x \leq ۰ \Rightarrow x = ۰ \Rightarrow y = -۱ \end{cases}$ تابع نیست.

متوسط

۲۱ ۱ ۲ ۳ ۴

روش اول: ابتدا ستون ۲ را به ستون ۳ اضافه کرده و از $(x + y + z)$ از ستون ۳ فاکتور می‌گیریم. سپس ستون سوم را از ستون اول کم می‌کنیم:

$$\begin{vmatrix} x+۱ & x & y+z \\ ۱ & y & z+x \\ ۱ & z & x+y \end{vmatrix} = \underbrace{(x+y+z)}_{۲y} \begin{vmatrix} ۱+x & x & ۱ \\ ۱ & y & ۱ \\ ۱ & z & ۱ \end{vmatrix}$$

$$= ۲y \begin{vmatrix} x & x & ۰ \\ ۰ & y & ۱ \\ ۰ & z & ۱ \end{vmatrix} = \underbrace{۲yx(y-z)}_{x} = ۲x^۲y = ۲x^۲(x+z)$$

@Alirezaafsharofficial

روش دوم: به z, y, x سه عدد چنان می‌دهیم که گزینه‌ها یکسان شود.

$x = ۳\ ,\ y = ۳\ ,\ z = ۰$

$$\begin{vmatrix} ۱+x & x & y+z \\ ۱ & y & z+x \\ ۱ & z & x+y \end{vmatrix} \xrightarrow[z=۰]{x=۳,y=۳} \begin{vmatrix} ۴ & ۳ & ۳ \\ ۱ & ۳ & ۳ \\ ۱ & ۰ & ۶ \end{vmatrix} = (۷۲ + ۹) - (۹ + ۱۸) = ۵۴$$

در بین گزینه‌ها فقط گزینه ۴ به ازای z, y, x داده شده برابر ۵۴ می‌شود.

متوسط

۲۲ ۱ ۲ ۳ ۴

برای محاسبه دترمینان ماتریس‌های B, A هر دو را نسبت به ستون دوم باز می‌کنیم.

$$\left.\begin{array}{l} A = \begin{bmatrix} ۲ & ۰ & ۳ \\ ۱ & -۱ & ۴ \\ ۲ & ۰ & ۲ \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = -۱(۴ - ۶) = ۲ \\ B = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۳ \\ ۰ & ۱ & ۲ \\ ۳ & ۰ & ۸ \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = ۱(-۱) = -۱ \end{array}\right\} \Rightarrow \left|A^۳B^۲\right| = |A|^۳|B|^۲ = ۸$$

متوسط

۲۳ ۱ ۲ ۳ ۴ می‌دانیم $A^۳ = A^۲ \times A$ می‌باشد، بنابراین درایه واقع بر سطر دوم ستون اول ماتریس $A^۳$ از ضرب سطر دوم $A^۲$ در ستون اول A به دست می‌آید.

برای به دست آوردن سطر دوم $A^۲$ باید سطر دوم ماتریس A را در ماتریس A ضرب کنیم.

$$A^۲ = \begin{bmatrix} ۰ & ۰ & ۱ \\ ۱ & ۲ & ۰ \\ ۲ & ۳ & ۴ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۰ & ۰ & ۱ \\ ۱ & ۲ & ۰ \\ ۲ & ۳ & ۴ \end{bmatrix} = [۲ \quad ۴ \quad ۱] \quad (A^۲ \text{ سطر دوم ماتریس})$$

$$A^۳ \text{ سطر دوم، ستون اول} = [۲ \quad ۴ \quad ۱] \begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \\ ۲ \end{bmatrix} = ۰ + ۴ + ۲ = ۶$$

متوسط

۲۴ ۱ ۲ ۳ ۴ در مورد ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ رابطه کیلی همیلتون به صورت زیر برقرار است که در آن $|A|$ برابر $ad - bc$ می‌باشد.

$$A^۲ - (a+d)A + |A|\, I = \overline{O}$$

$$A = \begin{bmatrix} ۳ & ۱ \\ ۲ & ۵ \end{bmatrix} \Rightarrow A^۲ - ۸A + ۱۳I = \overline{O} \Rightarrow A^۲ = ۸A - ۱۳I$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = ۸ \\ \beta = -۱۳ \end{cases} \Rightarrow \alpha + \beta = ۸ - ۱۳ = -۵$$

متوسط

۲۵ ۱ ۲ ۳ ۴

$$B \times A = \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & d \\ a & b \end{bmatrix}$$

$$A \times B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & a \\ d & c \end{bmatrix}$$

پس گزینه‌های (۲) و (۳) غلط هستند.

برای بررسی گزینه‌های (۱) و (۴) لازم است $B^۲$ را بیابیم:

$$B^۲ = \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} = I \Rightarrow B^۲ \times A = I \times A = A$$

متوسط

۲۶ ۱ ۲ ۳ ۴

چون A و B تعویض پذیرند، می‌توانیم از اتحادها استفاده کنیم. ضمناً $A^n = A$ و $B^n = B$ می‌باشد.

$$(A - AB + B)^۲ = A^۲ + (AB)^۲ + B^۲ - ۲A^۲B + ۲AB - ۲AB^۲$$

$$(AB)^۲ = \underbrace{ABAB}_{AB} = AABB = A^۲B^۲ = AB$$

$$A^۲B = AB$$

$$AB^۲ = AB$$

$$(A - AB + B)^۲ = A + AB + B - ۲AB + ۲AB - ۲AB = A - AB + B$$

پس ماتریس $A - AB + B$ خودتوان است، بنابراین:

$$(A - AB + B)^۷ = A - AB + B$$

متوسط

۲۷ ۱ ۲ ۳ ۴

$$B^۲ = \begin{bmatrix} ۰ & \tan x \\ \cot x & ۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۰ & \tan x \\ \cot x & ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$$

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$$B^{۲}=I\Rightarrow\begin{cases}B^{۲k}=I\\B^{۲k+۱}=B\end{cases}$$

$$B^{۲۰۲۰}+B^{۲۰۱۹}=I+B=\begin{bmatrix}۱ & \tan x\\ \cot x & ۱\end{bmatrix}$$

متوسط

۲۸ ۱ ۲ ۳ ۴

حل به روش عددگذاری: فرض می‌کنیم $a=۱$ و $b=-۱$ باشد، در این صورت داریم:

$$\begin{vmatrix}۱ & ۳ & ۴(a+b)\\ ۱ & a+۱ & a^{۲}(b+۲)\\ ۱ & b+۱ & b^{۲}(a+۲)\end{vmatrix}\xrightarrow[b=-۱]{a=۱}\begin{vmatrix}۱ & ۳ & ۰\\ ۱ & ۲ & ۱\\ ۱ & ۰ & ۳\end{vmatrix}=۹-۹=۰$$

تنها گزینه ۱ به ازای $a=۱$ و $b=-۱$ صفر می‌شود، لذا گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

متوسط

۲۹ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\begin{vmatrix}۱ & ۳ & -۱\\ -۱ & ۴x+۵ & ۱\\ ۲ & ۶ & ۳x+۱\end{vmatrix}=۰$$

با کمی دقت در صورت دترمینان متوجه می‌شویم اگر $۴x+۵=-۳$ باشد سطر اول و دوم قرینهٔ یکدیگرند و بنابراین حاصل دترمینان صفر می شود.

به همین ترتیب اگر $۳x+۱=-۲$ باشد سطر سوم ۲ برابر سطر اول می‌شود و باز هم حاصل دترمینان صفر می شود. پس داریم:

$$\begin{matrix}۴x+۵=-۳\to x=-۲\\ ۳x+۱=-۲\to x=-۱\end{matrix}\to \text{مجموع ریشه‌ها}=-۳$$

متوسط

۳۰ ۱ ۲ ۳ ۴

$$AB-BA=I\xrightarrow[\text{در } B \text{ ضرب شود}]{\text{طرفین از سمت راست}}AB^{۲}-BAB=B$$

$$\xrightarrow{+}AB^{۲}-B^{۲}A=۲B$$

$$AB-BA=I\xrightarrow[\text{در } B \text{ ضرب شود}]{\text{طرفین از سمت چپ}}BAB-B^{۲}A=B$$

سخت

۳۱ ۱ ۲ ۳ ۴

$$A^{۲}=\begin{bmatrix}۲ & ۰\\ ۱ & ۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲ & ۰\\ ۱ & ۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۴ & ۰\\ ۴ & ۴\end{bmatrix}$$

$$A^{۳}=\begin{bmatrix}۲ & ۰\\ ۱ & ۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۴ & ۰\\ ۴ & ۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۸ & ۰\\ ۱۲ & ۸\end{bmatrix}\to A^{n}=\begin{bmatrix}۲^{n} & ۰\\ n\times ۲^{n-۱} & ۲^{n}\end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{n=۱۰۰}A^{۱۰۰}=\begin{bmatrix}۲^{۱۰۰} & ۰\\ ۱۰۰\times ۲^{۹۹} & ۲^{۱۰۰}\end{bmatrix}$$

$$A^{۱۰۰}+I=\begin{bmatrix}۲^{۱۰۰}+۱ & ۰\\ ۱۰۰\times ۲^{۹۹} & ۲^{۱۰۰}+۱\end{bmatrix}\to\left|A^{۱۰۰}+I\right|=(۲^{۱۰۰}+۱)^{۲}$$

سخت

۳۲ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{\left|A^{۲}+I\right|}{|A+I|}=\frac{\left|A^{۲}+A^{۳}\right|}{|A+I|}=\frac{\left|A^{۲}(A+I)\right|}{|A+I|}=\frac{\left|A^{۲}\right||A+I|}{|A+I|}=|A|^{۲}=۱$$

روش تستی: کافیست به‌جای $A=I$ قرار دهیم:

$$\frac{\left|I^{۲}+I\right|}{|I+I|}=\frac{|۲I|}{|۲I|}=۱$$

سخت

۳۳ ۱ ۲ ۳ ۴

$$A^{۳}=۵I\to A^{۳}+۸I=۱۳I\to(A+۲I)(A^{۲}-۲A+۴I)=۱۳I$$

$$\to(A+۲I)^{-۱}=\frac{۱}{۱۳}(A^{۲}-۲A+۴I)$$

سخت

۳۴ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\underbrace{\begin{bmatrix}- & - & -\\ a_{۲۱} & a_{۲۲} & a_{۲۳}\\ - & - & -\\ - & - & -\end{bmatrix}}_{A_{۴\times ۳}}\times\underbrace{\begin{bmatrix}- & - & b_{۱۳} & - & -\\ - & - & b_{۲۳} & - & -\\ - & - & b_{۳۳} & - & -\end{bmatrix}}_{B_{۳\times ۵}}=\underbrace{\begin{bmatrix}- & - & - & - & -\\ - & - & c_{۲۳} & - & -\\ - & - & - & - & -\\ - & - & - & - & -\\ - & - & - & - & -\end{bmatrix}}_{C_{۴\times ۵}}$$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

می‌دانیم $c_{۲۳}$ از ضرب درایه‌های سطر دوم A در ستون سوم B بدست می‌آید و در ماتریس A درایه‌های سطر دوم به شکل $\sum_{i=۱}^{۳} a_{۲i}$ و در ماتریس B درایه‌های ستون سوم به شکل $\sum_{i=۱}^{۳} b_{i۳}$ می‌باشد.

پس $c_{۲۳}$ به صورت $a_{۲۱}b_{۱۳} + a_{۲۲}b_{۲۳} + a_{۲۳}b_{۳۳}$ بدست می‌آید. $\sum_{i=۱}^{۳} a_{۲i}b_{i۳}$

سخت

۳۵ ۱ ۲ **۳** ۴ اگر A معکوس‌پذیر باشد، داریم:

نکتهٔ ۱:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-۱} = \frac{۱}{ad - bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

نکتهٔ ۲: $(A^{-۱})^{-۱} = A$

$$A^{-۱} = \begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ ۱ & -۱ \end{bmatrix} \Rightarrow A = (A^{-۱})^{-۱} = \begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ ۱ & -۱ \end{bmatrix}^{-۱} = \frac{۱}{-۲+۱}\begin{bmatrix} -۱ & ۱ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ ۱ & -۲ \end{bmatrix}$$

$$B^{-۱} = \begin{bmatrix} ۰ & \frac{۱}{۳} \\ -\frac{۱}{۲} & ۰ \end{bmatrix} \Rightarrow B = (B^{-۱})^{-۱} = \begin{bmatrix} ۰ & \frac{۱}{۳} \\ -\frac{۱}{۲} & ۰ \end{bmatrix}^{-۱} = \frac{۱}{۰ + \frac{۱}{۶}}\begin{bmatrix} ۰ & -\frac{۱}{۳} \\ \frac{۱}{۲} & ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰ & -۲ \\ ۳ & ۰ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A + B = \begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ ۱ & -۲ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۰ & -۲ \\ ۳ & ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & -۳ \\ ۴ & -۲ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A+B)^{-۱} = \begin{bmatrix} ۱ & -۳ \\ ۴ & -۲ \end{bmatrix}^{-۱} = \frac{۱}{-۲+۱۲}\begin{bmatrix} -۲ & ۳ \\ -۴ & ۱ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A+B)^{-۱} \text{ مجموع درایه‌های } = \frac{۱}{۱۰}(-۲ + ۳ - ۴ + ۱) = \frac{-۲}{۱۰} = -\frac{۱}{۵}$$

متوسط

۳۶ ۱ ۲ **۳** ۴

$$(A - ۲I)(A - ۲I)^{-۱} = I$$

$$\Rightarrow A(A-۲I)^{-۱} - ۲I(A-۲I)^{-۱} = I$$

$$\Rightarrow A(A-۲I)^{-۱} = I + ۲I(A-۲I)^{-۱} = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۴ & ۲ \\ ۶ & ۲ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A(A-۲I)^{-۱} = \begin{bmatrix} ۵ & ۲ \\ ۶ & ۳ \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ستون دوم $= ۲ + ۳ = ۵$

سخت

۳۷ ۱ **۲** ۳ ۴ نکته: در محاسبهٔ دترمینان یک ماتریس مربعی از یک درایهٔ دلخواه در یک سطر یا یک ستون می‌توانیم فاکتور گرفته و به‌صورت ضریب کنار دترمینان قرار بدهیم.

$$\begin{vmatrix} ka & kb & kc \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = k\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$$

$$m = \begin{vmatrix} ۱ & a & a^۲ \\ ۱ & b & b^۲ \\ ۱ & c & c^۲ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a\times\frac{۱}{a} & a & a\times a \\ b\times\frac{۱}{b} & b & b\times b \\ c\times\frac{۱}{c} & c & c\times c \end{vmatrix} \xrightarrow[\text{فاکتور و سطر سوم از } c \text{ فاکتور می‌گیریم.}]{\text{سطر اول از } a \text{ فاکتور ، سطر دوم از } b} abc\begin{vmatrix} \frac{۱}{a} & ۱ & a \\ \frac{۱}{b} & ۱ & b \\ \frac{۱}{c} & ۱ & c \end{vmatrix}$$

$$\xrightarrow{\div abc} \begin{vmatrix} \frac{۱}{a} & ۱ & a \\ \frac{۱}{b} & ۱ & b \\ \frac{۱}{c} & ۱ & c \end{vmatrix} = \frac{m}{abc}$$

سخت

۳۸ ۱ ۲ ۳ **۴**

اگر دترمینان را برحسب سطر اول آن بسط دهیم، داریم:

$$-(x-a)\begin{vmatrix} a-x & x-c \\ b-x & ۰ \end{vmatrix} + (x-b)\begin{vmatrix} a-x & ۰ \\ b-x & c-x \end{vmatrix}$$

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$$= -(x-a)[0-(x-c)(b-x)] + (x-b)[(a-x)(c-x)-0]$$
$$= -(x-a)(x-c)(x-b) + (x-b)(x-a)(x-c) = 0$$

بنابراین، حاصل دترمینان به ازای تمای مقادیر حقیقی x، برابر صفر است و در نتیجه معادله بی‌شمار جواب دارد.

سخت

۳۹ ۱ ۲ ۳ ۴

$$(3I+A)^2 = 9I^2 + 6A + A^2 = 9I + 6A + A^2 = 3\underbrace{(3I+2A)}_{A^2} + A^2 = 3A^2 + A^2 = 4A^2$$

$$\Rightarrow (3I+A)^2 = 4A^2 \xrightarrow{\text{از طرفین دترمینان}} |3I+A|^2 = |4A^2| \Rightarrow |3I+A|^2 = 4^3|A|^2 = 64\times 4 = 256$$

$$\Rightarrow |3I+A| = \sqrt{256} = 16$$

سخت

۴۰ ۱ ۲ ۳ ۴

$$|A^2| - |2A_{3\times 3}| + \frac{4}{9}|3I_3| = 0 \Rightarrow |A|^2 - 8|A| + \frac{4}{9}\times 27\underbrace{|I|}_{1} = 0$$

$$\Rightarrow |A|^2 - 8|A| + 12 = 0 \Rightarrow |A| = \begin{cases} 2 \text{ غ ق ق} & (|A|>2 \text{ : طبق فرض}) \\ 6 \end{cases}$$

$$\frac{|A^{-1}+I|}{|I+A|} + |AB|\times|(2B)^{-1}| = \frac{\overbrace{|A^{-1}+A^{-1}A|}^{A^{-1}(I+A)}}{|I+A|} + |A||B|\times\left|\frac{1}{2}B^{-1}_{3\times 3}\right| = \frac{|A|^{-1}|I+A|}{|I+A|} + |A||B|\times\frac{1}{8}|B|^{-1}$$

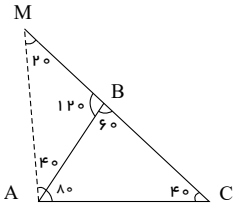
$$= |A|^{-1} + |A|\times\frac{1}{8} = \frac{1}{6} + \frac{6}{8} = \frac{22}{24} = \frac{11}{12}$$

سخت

۴۱ ۱ ۲ ۳ ۴

بین BC نقطه‌ای وجود ندارد که شرایط مسئله را دارا باشد بر امتداد BC طرف B یک نقطه وجود دارد که با شرایط مسئله هماهنگی دارد (طبق شکل) زیرا

M در دو مثلث مشترک و $\hat{C} = M\hat{A}B = 40$



سخت

۴۲ ۱ ۲ ۳ ۴ بررسی گزینه‌ها

$A = \{1,2,\{1,2,3\}\}$ $B = \{1,2,3,\{1,2\}\}$ $C = \{1,2,3\}$

نکته: $A - B = \{x : x \in A, x \notin B\}$

۱) $A - B = \{1,2,\{1,2,3\}\} - \{1,2,3,\{1,2\}\} \xrightarrow[\text{از مجموعه } A \text{ حذف می شوند}]{A \text{ , } B \text{ عضوهای مشترک}} \{\{1,2,3\}\} \neq C$

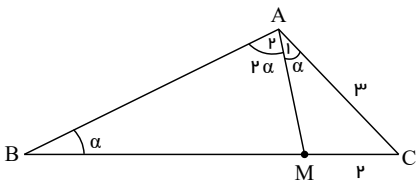
۲) $B - C = \{1,2,3,\{1,2\}\} - \{1,2,3\} = \{\{1,2,\}\} \neq \phi$

۳) $B - C = \{\{1,2\}\} \neq \{1,2\}$

۴) $A - B = \{\{1,2,3\}\} = \{C\}$

متوسط

۴۳ ۱ ۲ ۳ ۴



$$\hat{A}_1 = \hat{B} = \alpha \Big\} \rightarrow \overset{\Delta}{AMC} \sim \overset{\Delta}{ABC} \xrightarrow{\text{تناسب اضلاع}} \frac{MC}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{AC}{BC}$$
$$\hat{C} = \hat{C}$$
$$\rightarrow \frac{2}{3} = \frac{3}{2+BM} \rightarrow 4 + 2BM = 9 \rightarrow 2BM = 5 \rightarrow BM = \frac{5}{2} = 2{,}5$$

متوسط

۴۴ ۱ ۲ ۳ ۴ مجموعهٔ زیر، مجموعه‌ای ۴ عضوی است که از هر دو عضو دلخواه آن یکی عضو دیگری است:

استاد علیرضا افشار
@Alirezaafsharofficial

$A\left\{a,\{a\},\{a,\{a\}\},\underline{\{a,\{a\},\{a,\{a\}\}\}}\right\}$

مجموعه‌ای که زیر آن خط کشیده شده پر عضوترین عضو این مجموعه بوده و ۳ عضوی است به‌همین ترتیب در یک مجموعه ۱۰ عضوی که از هر دو عضو دلخواه یکی عضو دیگری است، پر عضوترین عضو مجموعهٔ دارای حداقل ۹ عضو است.

تعداد زیرمجموعه‌های عضو مورد نظر $= ۲^۹ = ۵۱۲$

سخت

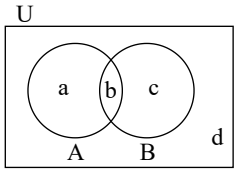
۴۵ ۱ ۲ ۳ **۴** کم‌ترین مقدار برای y زمانی رخ می‌دهد که $۶ < x < y$ باشد، در نتیجه:

$$\frac{y}{۴}=\frac{x}{۵}=\frac{۶}{۸}\Rightarrow y=\frac{۴\times ۶}{۸}=۳$$

متوسط

۴۶ ۱ ۲ **۳** ۴

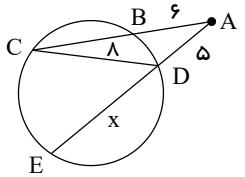
دو زیرمجموعهٔ A و B را به صورت مقابل در نمودار ون نمایش می‌دهیم.



چون $A\cap B=\varnothing$ پس اعضای U مطابق شکل نباید در ناحیهٔ b قرار بگیرند. بنابراین هر عضو U دارای ۳ انتخاب است (در مکان a یا c یا d قرار بگیرند) بنابراین طبق اصل ضرب تعداد جواب‌ها برابر $۳\times ۳\times ۳\times ۳=۸۱$ می‌باشد.

سخت

۴۷ ۱ **۲** ۳ ۴ از B به E و از D به C وصل می‌کنیم.



$$\begin{cases}\widehat{A}=\widehat{A}\ \text{مشترک}\\ \widehat{C}=\widehat{E}=\dfrac{\overset{\frown}{BD}}{۲}\ \text{محاطی}\end{cases}\xrightarrow{\text{زز}}\overset{\triangle}{ADC}\sim\overset{\triangle}{ABE}\Rightarrow\frac{AD}{AB}=\frac{AC}{AE}$$

$$\Rightarrow AB\times AC=AD\times AE\Rightarrow ۶\times(۶+۸)=۵\times(۵+x)\Rightarrow ۸۴=۲۵+۵x$$

$$۵x=۴۹\Rightarrow x=\frac{۵۹}{۵}=۱۱/۸$$

متوسط

۴۸ ۱ **۲** ۳ ۴ تذکر: عضو یک مجموعه آن است که درون آن مجموعه رؤیت شود و آن را با نماد $\in$ نمایش می‌دهند. عضوی را که درون آکولاد قرار دهیم تبدیل به زیرمجموعه شده و آن را با نماد $\subseteq$ نمایش می‌دهیم.

$$A=\{\varnothing\}\quad ،\quad B=\{\{\varnothing\},۱\}\quad ،\quad C=\{\{\varnothing\},\{\{\varnothing\},۱\},۲\}$$

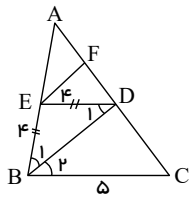
$$\left.\begin{array}{l}\{\varnothing\}\in B\Rightarrow A\in B\\ \{\varnothing\}\in C\Rightarrow A\in C\\ \{\{\varnothing\},۱\}\in C\Rightarrow B\in C\end{array}\right\}\ \text{گزینهٔ ۲ درست است.}$$

زیرا هر عضو B عضوی از C نمی‌باشد. $۱\in B\ ,\ ۱\notin C\Rightarrow B\not\subseteq C\rightarrow$

$\varnothing\in A\ ,\ \varnothing\notin B\Rightarrow A\not\subseteq B$

متوسط

۴۹ ۱ **۲** ۳ ۴



$$\left.\begin{array}{l}ED||BC\xrightarrow{\text{مورّب }BD}\hat{D}_۱=\hat{B}_۲\\ \text{نیمساز است}\quad BD\rightarrow\hat{B}_۱=\hat{B}_۲\end{array}\right\}\Rightarrow\hat{B}_۱=\hat{D}_۱\Rightarrow EB=ED=۴$$

$$\overset{\triangle}{ABC}:ED||BC\xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}}\frac{AE}{AB}=\frac{ED}{BC}=\frac{AD}{AC}=\frac{۴}{۵}\quad (۱)$$

$$\overset{\triangle}{ABD}:EF||BD\xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}}\frac{EB}{AB}=\frac{FD}{AD}=\frac{AB-AE}{AB}=\frac{AB}{AB}-\frac{AE}{AB}$$

$$=۱-\frac{۴}{۵}=\frac{۱}{۵}\quad (۲)$$

از طرفی داریم:

$$\frac{DF}{AC}=\frac{DF}{AD}\times\frac{AD}{AC}\quad (۳)$$

$$(۱)\ ,\ (۲)\ ,\ (۳)\Rightarrow\frac{DF}{AC}=\frac{۱}{۵}\times\frac{۴}{۵}=\frac{۴}{۲۵}=۰/۱۶$$

استاد علیرضا افشار
@Alirezaafsharofficial

سخت

۵۰ ۱ ۲ ۳ ۴

تذکر: تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعهٔ nعضوی برابر ۲^n می‌باشد.

تذکر: تعداد زیرمجموعه‌های kعضوی یک مجموعهٔ nعضوی برابر $\binom{n}{k}$ می‌باشد.

تعداد اعضای مجموعهٔ A و B را به‌ترتیب برابر m و n درنظر می‌گیریم. داریم:

$$۲^m = ۸ \times ۲^n \Rightarrow ۲^m = ۲^{n+۳} \Rightarrow m = n+۳ \quad (۱)$$

هم‌چنین:

$$۲^{m+۲} - ۲^{n+۳} = ۱۹۲ \xrightarrow{(۱)} ۲^{m+۲} - ۲^m = ۱۹۲ \Rightarrow ۲^m(۴-۱) = ۱۹۲ \Rightarrow ۲^m = ۶۴ \Rightarrow m = ۶$$

$$A \text{ تعداد زیرمجموعه‌های سه‌عضوی} = \binom{m}{۳} = \binom{۶}{۳} = \frac{۶ \times ۵ \times ۴}{۶} = ۲۰$$

متوسط

۵۱ ۱ ۲ ۳ ۴

$$a = bq + r \quad , \quad ۰ \le r < b$$
$$a = ۴۷q + q^۳ \quad , \quad ۰ \le q^۳ < ۴۷$$
$$۰ \le q^۳ < ۴۷ \Rightarrow ۰ \le q < ۳/\cdots \Rightarrow q = ۰, ۱, ۲, ۳$$
$$q_{\max} = ۳ \Rightarrow a_{\max} = ۴۷ \times ۳ + ۳^۳ = ۱۴۱ + ۲۷ = ۱۶۸$$

متوسط

۵۲ ۱ ۲ ۳ ۴

$$r = ۳q^۲$$
$$a = ۷۰q + ۳q^۲ \quad , \quad ۰ \le r < ۷۰$$
$$۰ \le ۳q^۲ < ۷۰ \Rightarrow ۰ \le q^۲ < \frac{۷۰}{۳} \Rightarrow ۰ \le |q| < \sqrt{\frac{۷۰}{۳}} \Rightarrow |q| = ۰, ۱, ۲, ۳, ۴ \Rightarrow q_{\max} = ۴$$
$$\Rightarrow a_{\max} = ۷۰ \times ۴ + ۳ \times ۱۶ = ۳۲۸$$

متوسط

۵۳ ۱ ۲ ۳ ۴

$$(۲m^۲ + ۳, ۳m - ۱) = d \Rightarrow \begin{cases} d \mid ۲m^۲ + ۳ \\ d \mid ۳m - ۱ \end{cases} \xrightarrow[\times ۲m]{\times ۳} d \mid ۶m^۲ + ۹ - (۶m^۲ - ۲m) \Rightarrow d \mid ۹ + ۲m$$

$$\left.\begin{array}{l} d \mid ۹ + ۲m \\ \text{داشتیم : } d \mid ۳m - ۱ \end{array}\right\} \xrightarrow[\times ۲]{\times ۳} d \mid ۲۷ + ۶m - (۶m - ۲) \Rightarrow d \mid ۲۹ \Rightarrow d = ۱ \text{ یا } ۲۹ \xrightarrow[\text{مقسوم علیه مشترک}]{\text{بزرگترین}} d = ۲۹$$

متوسط

۵۴ ۱ ۲ ۳ ۴

نکته: از تقسیم عدد صحیح a بر عدد طبیعی b اعداد منحصر به فرد r و q وجود دارند به قسمی که $a = bq + r$ که در آن $۰ \le r < b$ باقی‌مانده و q خارج قسمت می‌باشد.

$$a = ۴۵q + r \; ; \quad ۰ \le r < ۴۵$$

با توجه به آن‌که $r = q$ است، داریم:

$$a = ۴۵q + q = ۴۶q$$

در میان شمارنده‌های مثبت ۴۵ که از آن کوچک‌تر باشند، کمترین مقدار برابر با ۱ و بیشترین مقدار برابر با ۱۵ می‌باشد.

$$a_{\max} - a_{\min} = ۶۹۰ - ۴۶ = ۶۴۴ \quad , \quad a_{\min} = ۴۶ \times ۱ = ۴۶ \quad , \quad a_{\max} = ۴۶ \times ۱۵ = ۶۹۰$$

سخت

۵۵ ۱ ۲ ۳ ۴

طبق فرض داریم:

$$۲۳ \mid ۲a + ۵b \Rightarrow \begin{cases} ۲۳ \mid ۲۰a + ۵۰b \\ ۲۳ \mid ۲۳a + ۴۶b \end{cases} \Rightarrow ۲۳ \mid ۳a - ۴b$$

متوسط

۵۶ ۱ ۲ ۳ ۴

طبق فرض $p + ۲۷ = a^۳$ بنابراین داریم:

$$p = a^۳ - ۲۷ = (a-۳)(a^۲ + ۳a + ۹)$$

پس p ، $a - ۳ \mid p$ ، $a^۲ + ۳a + ۹ \mid p$ چون a عددی طبیعی است پس $a^۲ + ۳a + ۹ > ۱$ و چون p عددی اول است، بنابراین $a^۲ + ۳a + ۹ = p$ و $a - ۳ = ۱$ از اینجا $a = ۴$ به دست می‌آید. درنتیجه $p = ۳۷$.

سخت

۵۷ ۱ ۲ ۳ ۴

به ازای $p = ۳$، $p^{p+۱} + ۲ = ۸۳$ که عددی اول است (توجه کنید که ۱، اول نیست.)

متوسط

۵۸ ۱ ۲ ۳ ۴

طبق فرض $a = ۱۲q + ۱۱$، q می‌تواند زوج یا فرد باشد اگر q زوج باشد، داریم:

$$a = ۱۲(۲k) + ۱۱ \to a - ۱ = ۱۲(۲k) + ۱۰ \to \frac{a-۱}{۲} = ۱۲k + ۵$$

و اگر q فرد باشد، داریم:

$$a = ۱۲(۲k+۱) + ۱۱ \to a = ۱۲(۲k) + ۲۳ \to \frac{a-۱}{۲} = ۱۲k + ۱۱$$

پس باقیماندهٔ $\frac{a-۱}{۲}$ بر ۱۲ می‌تواند ۵ یا ۱۱ باشد.

سخت

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۵۹ ۱ ۲ **۳** ۴ طبق فرض مسئله می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} a = bq + ۷ \ , \ b > ۷ \\ a + x = b(q+۱) + ۳ \end{cases} \rightarrow x = b - ۴$$

مقادیری از x را می‌خواهیم که در نامساوی $۱ \le x \le ۹$ (x عدد طبیعی تک‌رقمی است) صدق کند، داریم:

$$۱ \le b - ۴ \le ۹ \rightarrow ۵ \le b \le ۱۳$$

اما از آنجایی که $b > ۷$، b تنها می‌تواند مقادیر ۸ و ۹ و .... و ۱۳ را اختیار کند پس ۶ مقدار برای x وجود دارد.

سخت

۶۰ ۱ ۲ **۳** ۴ هیچ عدد مربع کاملی در تقسیم بر ۳ باقیماندهٔ ۲ نمی‌آورد . عددی که در تقسیم بر ۳ باقیماندهٔ ۲ نداشته باشد ⇐ مجموع ارقامش نیز در تقسیم بر ۳ نمی‌تواند باقیماندهٔ ۲ داشته باشد؛ چون ۲۵۴ در تقسیم بر ۳ باقیماندهٔ ۲ دارد ⇐ نمی‌تواند مجموع ارقام یک مربع کامل باشد.

سخت

۶۱ **۱** ۲ ۳ ۴

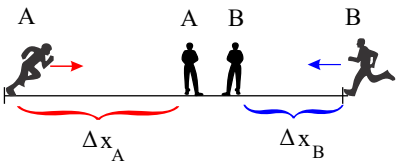
$$\overline{V_۱} = \frac{\Delta x_۱}{\Delta t_۱} \Rightarrow ۱۰ = \frac{\Delta x_۱}{۵} \Rightarrow \Delta x_۱ = ۵۰ \ , \ \overline{V_۲} = \frac{\Delta x_۲}{\Delta t_۲} \Rightarrow ۳۰ = \frac{\Delta x_۲}{۱۵} \Rightarrow \Delta x_۲ = ۴۵۰$$

$$\overline{V} = \frac{\text{کل جابه جایی}}{\text{زمان جابه جایی}} = \frac{\Delta x_۱ + \Delta x_۲}{\Delta t_۱ + \Delta t_۲} = \frac{۴۵۰ + ۵۰}{۱۵ + ۵} = \frac{۵۰۰}{۲۰} = ۲۵ m/s$$

متوسط

۶۲ ۱ **۲** ۳ ۴ سرعت A را $۳V$ و سرعت B را V می‌گیریم، سپس جابه‌جایی را برحسب سرعت محاسبه می‌کنیم.

$$x = Vxt$$
$$\Delta x_A = ۳V \times ۴ = ۱۲V$$
$$\Delta x_B = V \times ۴ = ۴V$$



مسافت کل بین مکان اولیهٔ A و B برابر مجموع Δx_A و Δx_B است:

$$\Delta x = \Delta x_A + \Delta x_B = ۴V + ۱۲V = ۱۶V$$

حال می‌خواهیم ببینیم چقدر طول می‌کشد تا دوندهٔ B به مکان اولیهٔ دوندهٔ A برسد، یعنی جابه‌جایی $\Delta x = ۱۶V$ را طی کند:

$$\Delta x = V \times t \Rightarrow t = \frac{\Delta x}{V} \rightarrow t = \frac{۱۶V}{V} = ۱۶h$$

سخت

۶۳ ۱ **۲** ۳ ۴

$$۷۲ \frac{km}{h} \div ۳٫۶ = ۲۰ \frac{m}{s}$$

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\text{جابجایی}}{\text{زمان حرکت}}$$

$$\text{زمان حرکت} = \frac{\text{جابجایی}}{\text{سرعت حرکت}}$$

اگر مسافت برگشتی متحرک را با Δx نشان دهیم، داریم:

$$\text{جابه‌جایی} = ۱۲۰۰ - \Delta x$$

$$\text{زمان حرکت} = \frac{۱۲۰۰}{۲۰} + \frac{\Delta x}{۲۰}$$

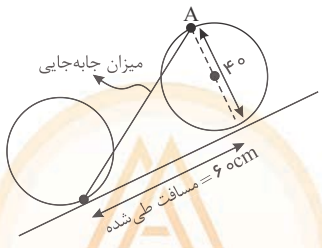
$$\text{بزرگی سرعت متوسط} = ۸ = \frac{۱۲۰۰ - \Delta x}{\frac{۱۲۰۰}{۲۰} + \frac{\Delta x}{۲۰}} \Rightarrow ۴۸۰ + \frac{۲}{۵}\Delta x = ۱۲۰۰ - \Delta x$$

$$\Rightarrow \Delta x \cong ۵۱۵ m$$

سخت

۶۴ ۱ **۲** ۳ ۴

چون جسم به اندازهٔ نیم دور چرخیده مسافتی که طی می‌کند، نصف محیط دایره است.



$$\text{مسافت طی شده} = \frac{\text{محیط دایره}}{۲} = \frac{\text{قطر} \times \pi}{۲} \Rightarrow \frac{۴۰ \times ۳}{۲} = ۶۰ cm$$

حال با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس میزان جابه‌جایی که وتر مثلث قائم‌الزاویهٔ درون شکل می‌باشد را محاسبه می‌کنیم.

$$(\text{میزان جابه‌جایی})^۲ = (\text{مسافت طی شده})^۲ + (\text{قطر})^۲$$

استاد علیرضا افشار
مشاوره
@Alirezaafsharofficial

$$x^2 = 60^2 + 40^2 = x = \sqrt{3600 + 1600} = \sqrt{5200} = x = 20\sqrt{13}$$

سخت

۶۵ ① ② ③ ④ سرعت جسم در مدت $1/5s = 1s + 0/5s$ از $4\frac{m}{s}$ به $2\frac{m}{s}$ در سوی مخالف رسیده است. اگر جهت مثبت را به‌سوی بالای سطح شیب‌دار قرارداد کنیم:

$$\begin{cases} v_0 = +4\frac{m}{s} \\ v = -2\frac{m}{s} \\ \Delta t = 1/5s \end{cases} \Rightarrow a_{av} = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{(-2) - (+4)}{1/5} = -4\frac{m}{s^2} \Rightarrow |a_{av}| = 4\frac{m}{s^2}$$

متوسط

۶۶ ① ② ③ ④ در بازهٔ زمانی $0s < t < 2s$ و همچنین بازهٔ زمانی $11s < t < 18s$، سرعت متحرک منفی است و در سوی منفی محور مکان حرکت می‌کند.

$$\begin{cases} 0s < t < 2s \Rightarrow \Delta t_1 = 2s - 0s = 2s \\ 11s < t < 18s \Rightarrow \Delta t_2 = 18s - 11s = 7s \end{cases} \Rightarrow 2s + 7s = 9s$$

متوسط

۶۷ ① ② ③ ④ تندی همان اندازهٔ سرعت است. پس لحظه‌ای را می‌یابیم که اندازهٔ سرعت متحرک‌ها برابر می‌شود.

$$|v_A| = |v_B| \Rightarrow \begin{cases} v_A = v_B \Rightarrow 6t - 5 = -4t - 15 \Rightarrow t = -1s \quad \text{قابل قبول نیست} \\ v_A = -v_B \Rightarrow 6t - 5 = -(-4t - 15) \Rightarrow t = 10s \end{cases}$$

$$t = 10s \Rightarrow v_A = 55\frac{m}{s} \ , \ v_B = -55\frac{m}{s}$$

در لحظهٔ $t = 10s$ تندی متحرک‌ها یکسان و برابر ۵۵ متر بر ثانیه می‌شود.

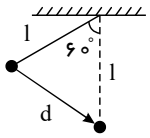
سخت

۶۸ ① ② ③ ④ در مدت یک ساعت عقربهٔ دقیقه‌شمار یک دور و عقربهٔ ساعت‌شمار $\frac{1}{12}$ دور می‌چرخند. تندی متوسط نوک عقربهٔ دقیقه‌شمار و ساعت‌شمار را به‌ترتیب S_1 و S_2 فرض می‌کنیم.

$$\begin{cases} S_1 = \frac{l_1}{\Delta t} = \frac{2\pi R_1}{\Delta t} \\ S_2 = \frac{l_2}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{12}(2\pi R_2)}{\Delta t} \end{cases} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = 12\frac{R_1}{R_2} = 12 \times \frac{2}{1/2} = 20$$

متوسط

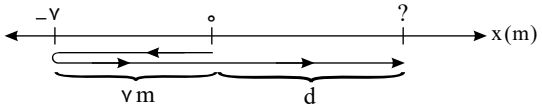
۶۹ ① ② ③ ④ باتوجه به شکل روبه‌رو، اندازهٔ جابه‌جایی آونگ برابر طول نخ آونگ است.



$$d = l = 64cm = 0/64m$$
$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{0/64m}{0/4s} = 1/6m/s$$

متوسط

۷۰ ① ② ③ ④ متحرک روی محور x به‌صورت شکل زیر حرکت کرده است.



باتوجه به شکل اندازهٔ جابه‌جایی متحرک d و مسافت پیموده‌شده توسط آن $l = d + 2 \times 7m$ است. یعنی مسافت پیموده‌شده توسط آن ۱۴ متر از اندازهٔ جابه‌جایی آن بیشتر است.

$$l = d + 14m \Rightarrow \frac{l}{\Delta t} = \frac{d + 14m}{\Delta t} \Rightarrow \frac{l}{\Delta t} = \frac{d}{\Delta t} + \frac{14}{\Delta t}$$
$$\Rightarrow S_{av} = v_{av} + \frac{14m}{14s} \Rightarrow s_{av} = v_{av} + 1m/s$$

سخت

۷۱ ① ② ③ ④ کل مسیر حرکت را d فرض می‌کنیم:

$$d_1 = \frac{1}{3}d \ , \ v_1 = 30\frac{m}{s} \Rightarrow t_1 = \frac{\frac{1}{3}d}{30} = \frac{d}{90}s$$

$$d_2 = \frac{1}{2}d \ , \ v_2 = 60\frac{m}{s} \Rightarrow t_2 = \frac{\frac{1}{2}d}{60} = \frac{d}{120}s$$

$$d_3 = d - \frac{d}{3} - \frac{d}{2} = \frac{d}{6} \xrightarrow{v_3 = 30\frac{m}{s}} t_3 = \frac{\frac{d}{6}}{30} = \frac{d}{180}s$$

$$v_{av} = \frac{d_1 + d_2 + d_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{d}{\frac{d}{90} + \frac{d}{120} + \frac{d}{180}} = \frac{d}{\frac{9d}{360}} = 40m/s$$

@Alirezaafsharofficial

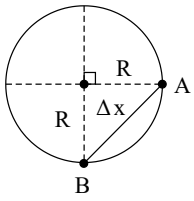
متوسط

۷۲ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا باید جابه‌جایی و مسافت را حساب کنیم:

$$\text{جابه‌جایی (وتر } AB) = \Delta x = \sqrt{R^۲ + R^۲} = \sqrt{۲}R$$

$$\text{مسافت طی شده } (\frac{۳}{۴} \text{ محیط دایره}) = \ell = \frac{۳}{۴}(۲\pi R) = \frac{۳}{۲}\pi R$$

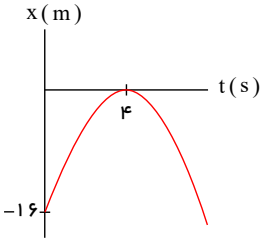
$$\frac{\bar{S}}{V} = \frac{\frac{\ell}{\Delta t}}{\frac{\Delta x}{\Delta t}} = \frac{\ell}{\Delta x} = \frac{۳\sqrt{۲}}{۴}\pi$$



متوسط

۷۳ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به رابطهٔ مکان- زمان داده شده داریم:

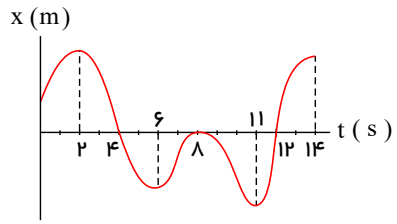
$$x = -(t-۴)^۲ < ۰$$



یعنی مکان جسم همواره منفی است. در این صورت بردار مکان جسم نیز در جهت منفی محور قرار می‌گیرد. از طرفی در لحظهٔ $t = ۴s$ جهت حرکت جسم تغییر می‌کند. بنابراین مسافت و جابه‌جایی جسم با هم برابر نیست.

متوسط

۷۴ ۱ ۲ ۳ ۴



باتوجه به نمودار مکان – زمان حرکت (شکل بالا)، جهت بردار مکان دو بار و در لحظه‌های $۴s$ و $۱۲s$ تغییر کرده است (x تغییر علامت داده است) و متحرک در بازه‌های زمانی $۲s < t < ۶s$ به مدت ۴ ثانیه و $۸s < t < ۱۱s$ به مدت ۳ ثانیه و در مجموع به مدت ۷ ثانیه در سوی منفی محور x حرکت کرده است.

پس پاسخ گزینهٔ ۱ است.

توجه: جهت بردار مکان در لحظه‌هایی تغییر می‌کند که متحرک از مبداء مکان عبور می‌کند و x تغییر علامت می‌دهد و در لحظه‌هایی که متحرک در مبداء مکان قرار می‌گیرد ولی از آن عبور نمی‌کند (مانند لحظهٔ $۸s$)، جهت بردار مکان تغییر نکرده است.

همچنین تغییر جهت بردار مکان مفهومی متفاوت نسبت به تغییر جهت حرکت است و نباید با آن اشتباه گرفته شود. در این حرکت جهت حرکت ۴ بار در لحظه‌های $۲s$، $۶s$، $۸s$ و $۱۱s$ تغییر کرده است.

سخت

۷۵ ۱ ۲ ۳ ۴ در بازهٔ زمانی $۱۰s < t < ۱۵s$ نمودار سرعت – زمان خط راست است و شیب ثابتی دارد. پس در تمام لحظه‌های این بازهٔ زمانی شتاب ثابت و برابر شیب این خط است که نقاط ابتدا و انتهای آن به ترتیب $(۱۰s\ ,\ ۳۰m/s)$ و $(۱۵s\ ,\ ۰\ m/s)$ هستند. بنابراین:

$$a(۱۳s) = \frac{۰\ m/s - ۳۰\ m/s}{۱۵s - ۱۰s} = \frac{-۳۰\ m/s}{۵s} = -۶\ m/s^۲$$

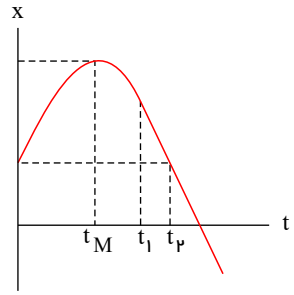
پس پاسخ گزینهٔ ۴ است.

متوسط

۷۶ ۱ ۲ ۳ ۴ در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۱$، جابه‌بجایی و سرعت متوسط مثبت و در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۲$، جابه‌جایی و سرعت متوسط صفر هستند. در نتیجه سرعت متوسط در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۱$ از سرعت متوسط در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۲$ بزرگ‌تر است و داریم: $V_{av} > V'_{av}$.

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

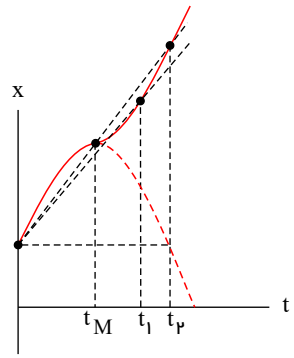
در نمودار مکان – زمان مشاهده می‌شود که جهت حرکت در لحظهٔ t_M تغییر کرده است. برای مقایسهٔ تندی متوسط در دو بازهٔ زمانی مختلف، فرض می‌کنیم متحرک در لحظهٔ t_M تغییر جهت ندهد و حرکت خود را پس از توقف در همان جهت قبلی ادامه دهد، که در این صورت نمودار مکان – زمان آن به‌صورت شکل روبه‌رو (شکل دوم) می‌شود (به بیان دیگر شکل روبه‌رو نمودار مسافت – زمان این حرکت است).



در این نمودار شیب خطی که از لحظهٔ ۰ و t_1 عبور می‌کند برابر تندی متوسط در بازهٔ زمانی ۰ تا t_1 و شیب خطی که از ۰ و t_2 عبور می‌کند برابر تندی متوسط در بازهٔ زمانی ۰ تا t_2 است.

باتوجه به نمودار و شیب این دو خط نتیجه می‌گیریم که تندی متوسط در بازهٔ زمانی ۰ تا t_1 از تندی متوسط در بازهٔ زمانی ۰ تا t_2 کوچک‌تر است و داریم: $S_{av} < S'_{av}$.

بنابراین پاسخ گزینهٔ ۴ است.

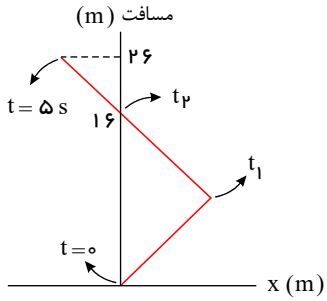


سخت

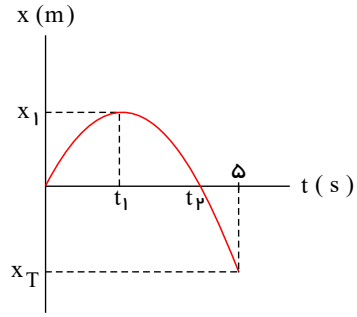
۷۷ ۱ ۲ ۳ ۴

مکان اولیهٔ جسم صفر است و متحرک در شروع حرکت در جهت مثبت جابه‌جا می‌شود و در لحظات اولیه مسافت با اندازهٔ جابه‌جایی برابر است. سپس جهت حرکت تغییر می‌کند و در حالی که مسافت طی‌شده در حال افزایش است جابه‌جایی کاهش می‌یابد.

در لحظه‌ای که مسافت طی‌شده توسط متحرک برابر ۱۶ متر می‌شود، جابه‌جایی متحرک صفر شده و متحرک به مکان اولیه‌اش (مکان صفر) می‌رسد. در ادامه متحرک به حرکت در جهت منفی ادامه می‌دهد و در لحظهٔ $t = 5s$، مسافت پیموده‌شده توسط متحرک برابر $26m$ می‌شود.



باتوجه به توضیح داده شده و رابطهٔ مکان – زمان حرکت $(x = mt^2 + nt)$ که درجهٔ ۲ است، نمودار مکان – زمان متحرک به‌صورت سهمی شکل روبه‌رو رسم می‌شود. باتوجه به این‌که متحرک از لحظهٔ صفر تا لحظه‌ای که به مبداء بازمی‌گردد (t_2)، به‌صورت رفت و برگشت مسافت ۱۶ متر را پیموده است، متحرک پیش و پس از تغییر جهت هر کدام مسافت ۸ متر را پیموده است و مکان متحرک در لحظهٔ تغییر جهت (t_1)، برابر $x_1 = +8m$ است. همچنین متحرک پس از عبور از مبداء در لحظهٔ t_2، مسافت $10m$ دیگر را باید بپیماید تا کل مسافت پیموده‌شده توسط آن $16m$ شود و در نتیجه مکان آن در لحظهٔ $t = 5s$ برابر $x_T = -10m$ می‌شود.



$$x = mt^2 + nt \xrightarrow{t=5s\ ,\ x_T=-10m} -10 = m\times 5^2 + n\times 5 \Rightarrow n = -5m - 2$$

با روش مربع کامل‌سازی، بیشینهٔ مکان را به‌دست می‌آوریم و آن را برابر $x_1 = +8m$ قرار می‌دهیم:

$$x = mt^2 + nt = m(t^2 + \frac{n}{m}t + (\frac{n}{2m})^2 - (\frac{n}{2m})^2) = m(t + \frac{n}{2m})^2 - \frac{n^2}{4m}$$

$$\Rightarrow x_{max} = -\frac{n^2}{4m} = x_1 = 8 \Rightarrow n^2 = -32m \Rightarrow (-5m-2)^2 = -32m$$

$$\Rightarrow 25m^2 + 52m + 4 = 0 \Rightarrow m = \frac{-26 \pm \sqrt{576}}{25} = \frac{-26 \pm 24}{25}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -\frac{2}{25} \Rightarrow n = -\frac{8}{5} \\ m = -2 \Rightarrow n = 8 \end{cases}$$ باتوجه به منحنی m و n نمی‌توانند هردو منفی باشند

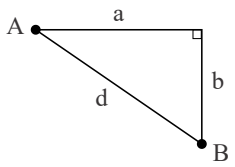
بنابراین $m = -2$ و پاسخ گزینهٔ ۲ است.

سخت

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۷۸ ۱ ۲ ۳ ۴ مسافت طی‌شده توسط متحرک در جابه‌جایی از نقطهٔ A تا نقطهٔ B برابر است با:

$$\ell = a + b$$



جابه‌جایی متحرک طی این مسیر برابر است با:

$$d = \sqrt{a^۲ + b^۲}$$

بنابراین داریم:

$$\frac{\ell}{d} = \frac{a+b}{\sqrt{a^۲+b^۲}} \Rightarrow \left(\frac{\ell}{d}\right)^۲ = \frac{a^۲+b^۲+۲ab}{a^۲+b^۲} = ۱ + \frac{۲ab}{a^۲+b^۲} \quad (۱)$$

از طرفی داریم:

$$(a-b)^۲ \geq ۰ \Rightarrow a^۲ + b^۲ - ۲ab \geq ۰ \Rightarrow a^۲ + b^۲ \geq ۲ab \Rightarrow \frac{۲ab}{a^۲+b^۲} \leq ۱ \quad (۲)$$

در نتیجه:

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \left(\frac{\ell}{d}\right)^۲ = ۱ + \frac{۲ab}{a^۲+b^۲} \leq ۲ \Rightarrow \frac{\ell}{d} \leq \sqrt{۲}$$

سخت

۷۹ ۱ ۲ ۳ ۴

$$d_۱ = \frac{d}{۲}\ ,\ d_۲ + d_۳ = \frac{d}{۲}$$

$$\xrightarrow{d_۲=(v_{av})_۲ t_۲\ ,\ d_۳=(v_{av})_۳ t_۳} ((v_{av})_۲ + ۲(v_{av})_۳)t_۲ = \frac{d}{۲}$$

$$t_۲ = \frac{۱}{۳}(t_۲+t_۳) \Rightarrow t_۲ - \frac{۱}{۳}t_۲ = \frac{۱}{۳}t_۳ \Rightarrow \frac{۲}{۳}t_۲ = \frac{t_۳}{۳} \Rightarrow \frac{t_۲}{t_۳} = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow t_۲ = \frac{d}{۲(v_{av})_۲ + ۴(v_{av})_۳}\ ,\ t_۳ = \frac{d}{(v_{av})_۲ + ۲(v_{av})_۳}$$

$$v_{av} = \frac{d_۱ + d_۲ + d_۳}{t_۱ + t_۲ + t_۳} = \frac{d}{\frac{d}{۲(v_{av})_۱} + \frac{d}{۲(v_{av})_۲ + ۴(v_{av})_۳} + \frac{d}{(v_{av})_۲ + ۲(v_{av})_۳}}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{۱}{\frac{۱}{۲(v_{av})_۱} + \frac{۱}{۲(v_{av})_۲ + ۴(v_{av})_۳} + \frac{۱}{(v_{av})_۲ + ۲(v_{av})_۳}}$$

$$\xrightarrow{(v_{av})_۱ = ۱۰ m/s\ ,\ (v_{av})_۲ = ۴ m/s\ ,\ (v_{av})_۳ = ۳ m/s} v_{av} = \frac{۱}{\frac{۱}{۲۰} + \frac{۱}{۲۰} + \frac{۱}{۱۰}} = \frac{۲۰}{۴} = ۵\ m/s$$

سخت

۸۰ ۱ ۲ ۳ ۴

$$O \to A:\ v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\overline{OA}}{۱۰} = ۲۰ \to \boxed{\overline{OA} = ۲۰۰ m}$$

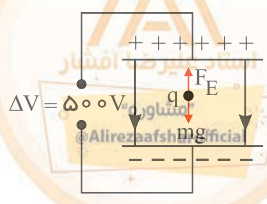
$$A \to B:\ v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\overline{AB}}{۲۰} = ۴۰ \to \boxed{\overline{AB} = ۸۰۰ m}$$

$$O \to B:\ \begin{cases} v_{av} = \dfrac{\overline{OB}}{\Delta t_{OB}} = \dfrac{۶۰۰ m}{(۳۰ - ۰)(s)} = ۲۰\ m/s \\ \overline{OB} = \overline{AB} - \overline{OA} = ۸۰۰ m - ۲۰۰ m = ۶۰۰ m \end{cases}$$

متوسط

۸۱ ۱ ۲ ۳ ۴

در یک میدان الکتریکی یکنواخت زمانی یک ذره می‌تواند به حالت معلق قرار گیرد که برآیند نیروهای وارد بر آن ذره‌ی باردار صفر باشد. در نتیجه مطابق شکل، برای خنثی کردن نیروی گرانش $(\overrightarrow{mg})$ باید نیروی الکتریکی به سمت بالا بر ذره وارد شود. از طرفی چون نیروی الکتریکی در خلاف جهت میدان الکتریکی بر ذره‌ی باردار وارد شده است پس باید علامت بار q منفی باشد.



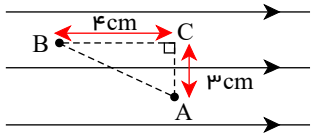
شرط تعادل : $F_E = mg \Rightarrow Eq = mg \xrightarrow{E=\frac{V}{d}} \frac{V}{d}q = mg \Rightarrow q = \frac{mgd}{V} = \frac{(۱ \times ۱۰^{-۳}) \times ۱۰ \times (۲ \times ۱۰^{-۲})}{۵۰۰}$

$= \frac{۲}{۵} \times ۱۰^{-۶} C \Rightarrow q = ۰/۴\mu C \xrightarrow{\text{چون } q<۰ \text{ است}} q = -۰/۴\mu C$

سخت

۸۲ ۱ ۲ ۳ ۴

روش اول: ابتدا ΔV را برای A تا C و سپس C تا B بدست آورده و با هم جمع می‌کنیم.اختلاف پتانسیل بین دو نقطه از یک میدان الکتریکی یکنواخت، مستقل از بار الکتریکی جابجا شده است و از رابطه $\Delta V = -Ed\cos\alpha$ بدست می‌آید.



در فاصله عمودی : $\Delta V_{AC} = -Ed\ \cos ۹۰ = ۰$

در فاصله افقی : $\Delta V_{CB} = -Ed\ \cancel{\cos ۱۸۰^{-۱}} = ۵ \times ۰/۰۴ = ۰/۲V$

$\Delta V_{AB} = \Delta V_{AC} + \Delta V_{CB} = ۰/۲$

$\Rightarrow V_B - V_A = ۰/۲$

متوسط

۸۳ ۱ ۲ ۳ ۴

مقاومت یک رسانا از رابطهٔ مقابل به‌دست می‌آید:

$$R = \rho\frac{L}{A}$$

در نتیجه برای محاسبهٔ تغییرات مقاومت داریم:

$$\frac{R_۲}{R_۱} = \frac{\rho_۲}{\rho_۱} \times \frac{L_۲}{L_۱} \times \frac{A_۱}{A_۲} \qquad (۱)$$

از آنجایی که حجم مادهٔ استفاده شده ثابت است، تغییر سطح مقطع باعث تغییر طول می‌شود، در نتیجه خواهیم داشت:

$$V_۱ = V_۲ \Rightarrow L_۱A_۱ = L_۲A_۲ \Rightarrow \frac{A_۱}{A_۲} \qquad (۲) \qquad \xrightarrow[\rho_۱=\rho_۲]{(۲),(۱)} \frac{R_۲}{R_۱} = (\frac{A_۱}{A_۲})^۲$$

از آنجایی که سطح مقطع متناسب است با توان دوم قطر، خواهیم داشت:

$$\frac{R_۲}{R_۱} = (\frac{D_۱}{D_۲})^۴$$

اگر مقدار اولیهٔ مقاومت را ۱۰۰ در نظر بگیریم، مقاومت در نهایت به ۶۴ می‌رسد.

$$\frac{R_۲}{R_۱} = (\frac{D_۱}{D_۲})^۴ \Rightarrow \frac{۶۴}{۱۰۰} = (\frac{D_۱}{D_۲})^۴ \Rightarrow \frac{D_۱}{D_۲} = \frac{\sqrt{۸}}{\sqrt{۱۰}} = \frac{۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۱۰}} \Rightarrow \frac{D_۲}{D_۱} = \frac{\sqrt{۱۰}}{۲\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۵}}{۲}$$

سخت

۸۴ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم با شارژ شدن صفحات خازن و جدا شدن آن از مولد، هر تغییری در ظرفیت خازن ایجاد شود، اختلاف پتانسیل صفحات معکوس آن نسبت تغییر می‌کند، یعنی:

$$\frac{V_۲}{V_۱} = \frac{C_۱}{C_۲}$$

حال طبق رابطهٔ $C = \frac{\varepsilon_۰ \kappa A}{d}$ با دو برابر کردن فاصلهٔ صفحات، ظرفیت نصف شده و از طرفی با قرار دادن دی‌الکتریک با ثابت $\kappa = ۵$ ظرفیت ۵ برابر می‌شود. در نهایت با این دو تغییر داریم:

$$C_۲ = \frac{۵}{۲}C_۱$$

پس:

$$\frac{V_۲}{V_۱} = \frac{C_۱}{C_۲} = \frac{C_۱}{\frac{۵}{۲}C_۱} = \frac{۲}{۵} \Rightarrow V_۲ = \frac{۲}{۵}V_۱$$

برای محاسبهٔ درصدی $V_۱$ را ۱۰۰ فرض می‌کنیم:

$$V_۲ = \frac{۲}{۵} \times ۱۰۰ = ۴۰$$

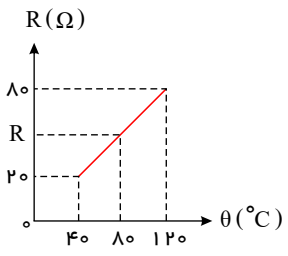
پس ولتاژ از $V_۱ = ۱۰۰$ به $V_۲ = ۴۰$ رسیده. یعنی ۶۰ درصد کاهش داشته است.

متوسط

۸۵ ۱ ۲ ۳ ۴

روش اوّل: رابطهٔ دما و مقاومت الکتریکی رسانا به‌صورت $R = R_۰(۱ + \alpha\Delta\theta)$ است و نشان می‌دهد که تغییرات دما و تغییرات مقاومت با هم رابطهٔ خطی دارند:

$$\Delta R = R_۰\alpha\Delta\theta$$



بنابراین می‌توان نوشت:

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$$\frac{R-R_1}{R_2-R_1}=\frac{\theta-\theta_1}{\theta_2-\theta_1}\Rightarrow\frac{R-20}{80-20}=\frac{80-40}{120-40}\Rightarrow R=50\Omega$$

روش دوم: ابتدا با توجه به تغییر مقاومت از دمای $40^\circ C$ تا $120^\circ C$، مقدار α را پیدا می‌کنیم:

$$\Delta R=R_1\alpha\Delta\theta\xrightarrow[\Delta\theta=120-40=80]{\Delta R=80-20=60}60=20\times\alpha\times80\Rightarrow\alpha=\frac{3}{80}\left(\frac{1}{^\circ C}\right)$$

حال برای دمای $80^\circ C$ داریم:

$$\Delta R=R_1\alpha\Delta\theta\xrightarrow{\Delta\theta=80-40=40^\circ}\Delta R=20\times\frac{3}{80}\times40=30\Omega$$

$$\xrightarrow{\Delta R=R_2-R_1}R_2-20=30\Rightarrow R_2=50\Omega$$

متوسط

۸۶ ۱ ۲ ۳ ۴ بار الکتریکی مجموعه در دو حالت یکسان است و می‌دانیم بار در سطح بیرونی یک رسانا توزیع می‌شود.

در حالت اول تمام بار کرهٔ A به کرهٔ B منتقل می‌شود و داریم:

$$\begin{cases}\sigma_{1A}=\dfrac{q_A}{A_A}=\dfrac{0}{A_A}=0\\ \sigma_{1B}=\dfrac{q_B}{A_B}=\dfrac{Q}{A_B}\end{cases}$$

در حالت دوم بخشی از بار کرهٔ A به کرهٔ B منتقل می‌شود و داریم:

$$\begin{cases}\sigma_{2A}=\dfrac{q'_A}{A_A}\\ \sigma_{2B}=\dfrac{q'_B}{A_B}\xrightarrow{q'<Q}\sigma_{2B}<\dfrac{Q}{A_B}\end{cases}\Rightarrow\sigma_{2B}<\sigma_{1B}$$

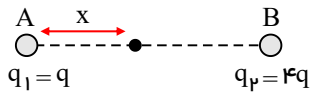
اگر منظور سؤال مقایسهٔ چگالی سطحی کرهٔ B در حالت (۲) و (۱) باشد، نتیجه می‌گیریم که $\sigma_2<\sigma_1$ و پاسخ گزینهٔ ۲ است.

اما اگر منظور سؤال مقایسهٔ چگالی سطحی کل مجموعه در حالت (۲) و (۱) باشد، این مقایسه در این سطح امکان‌پذیر نیست. زیرا چگالی سطحی کرهٔ A و B در حالت (۲) برابر نیستند و اتفاقاً چگالی سطحی کرهٔ A در حالت (۲) به دلیل انحنای بیش‌تر و شعاع کم‌تر از چگالی سطحی کرهٔ B در حالت (۲) بیش‌تر است و با اطلاعات بالاتر از این سطح ثابت می‌شود که: $\sigma_{2A}>\sigma_{1B}>\sigma_{2B}$.

مگر آن که فرض کنیم منظور سؤال مقایسهٔ چگالی سطحی متوسط مجموعهٔ دو کره در دو حالت است که در این فرض باتوجه به این که سطح بیرونی مجموعه در حالت دوم بزرگ‌تر از سطح بیرونی مجموعه در حالت اول است، چگالی سطحی متوسط بار الکتریکی سطح بیرونی در حالت دوم از چگالی سطحی متوسط بار الکتریکی سطح بیرونی در حالت اول کم‌تر است و پاسخ گزینهٔ ۲ است.

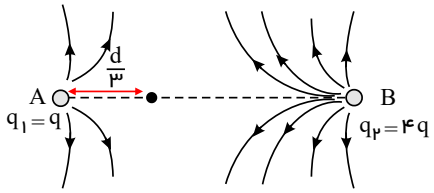
سخت

۸۷ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا محل نقطهٔ تعادل (جایی که میدان خالص صفر است) را بدست می‌آوریم.



$$\frac{\cancel{k}}{x^2}=\frac{4\cancel{k}}{(d-x)^2}\xrightarrow{\text{جذر}}\frac{1}{x}=\frac{2}{d-x}\Rightarrow x=\frac{d}{3}$$

با حرکت در جهت خط‌های میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد. سپس با حرکت از A تا B ، پتانسیل الکتریکی تا $\frac{d}{3}$ کاهش و سپس افزایش می‌یابد.



سخت

۸۸ ۱ ۲ ۳ ۴ از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی کمک می‌گیریم.

$$W_t=\Delta K$$

$$q\Delta V=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)\xrightarrow[V_1=0]{v_1=0}qV=\frac{1}{2}m(v_2^2)\Rightarrow V=\left(\frac{m}{2q}\right)v^2$$

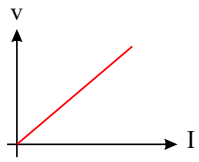
رابطهٔ V برحسب v به‌صورت سهمی است. (شیب نمودار $y=x^2$)

متوسط

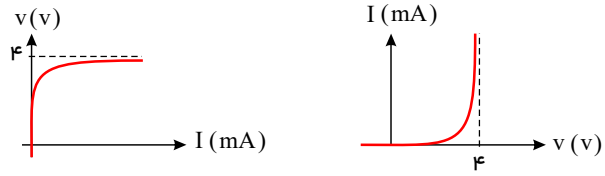
۸۹ ۱ ۲ ۳ ۴ دیودها (که LED یک نوع از دیودهاست) از قانون اُهم ($R=\frac{V}{I}$) پیروی نمی‌کند، که می‌گفت نسبت $\frac{V}{I}$ برای یک رسانا ثابت است، برای دیودها صادق نیست.

از طرفی در نمودار $V-I$ شیب نمونه بیانگر مقدار R است.

استاد علیرضا افشار
@Alirezaafsharofficial

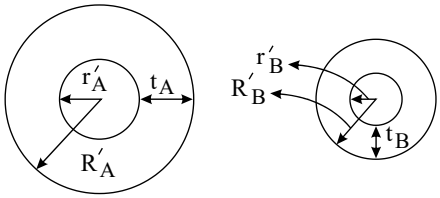
بنابراین نمودار مقاومت‌های اهمی به‌صورت  است.

اما نمودار دیودها به‌صورت زیر رسم می‌شود.



متوسط

۹۰ ۱ ۲ ۳ ۴



$$\left.\begin{matrix} R'_A - r'_A = t_A \\ R'_B - r'_B = t_B \end{matrix}\right\} \xrightarrow{t_A = ۲t_B} R'_A - r'_A = ۲(R'_B - r'_B) \xrightarrow{R'_B = \frac{R'_A}{۲}} r'_A = ۲r'_B$$

$$R_A = ۴R_B \rightarrow \rho_A \frac{L_A}{A_A} = ۴\rho_B \frac{L_B}{A_B}$$

$$\xrightarrow[A_B = \pi(R'^{۲}_B - r'^{۲}_B),\, R'_B = \frac{R'_A}{۲},\, r'_B = \frac{r'_A}{۲}]{A_A = \pi(R'^{۲}_A - r'^{۲}_A),\, \rho_A = \rho_B} \frac{L_A}{R'^{۲}_A - r'^{۲}_A} = ۴\frac{L_B}{(\frac{R'_A}{۲})^{۲} - (\frac{r'_A}{۲})^{۲}} \rightarrow \frac{L_A}{L_B} = ۱۶$$

سخت

۹۱ ۱ ۲ ۳ ۴ نکته: شوینده‌های غیر صابونی تفاوت اساسی ساختار آن‌ها با ساختار صابون جایگزین شدن گروه کربوسیلات $(-COO^-)$ با گروه‌های دیگری مانند سولفونات $(-SO_۳^-)$ است.

با جایگزین شدن یک گروه $-SO_۳^-$ به جای گروه $-COO^-$ و باتوجه به جرم مولی عناصر داده شده در صورت تست می‌بینیم که ترکیب حاصل جرم مولی بیشتری دارد جرم مولی $(-COO^-)$ برابر $۴۴\frac{g}{mol}$، جرم مولی $(-SO_۳^-)$ برابر $۸۰\frac{g}{mol}$ همچنین تعداد اتم اکسیژن گروه $(-SO_۳^-)$ بیشتر است بنابراین ترکیب جدید تعداد اتم اکسیژن بیشتری دارد.

سایر گزینه ها :

۲) علامت بار الکتریکی بخش محلول در چربی در کربوکسیلات و سولفونات منفی است .

۳) در هر دو حالت با آنیون I^- است بنابراین نسبت کاتیون به آنیون یکسان است.

۴) انحلال‌پذیری گروه سولفات به خصوص در آب سخت بیشتر است.

سخت

۹۲ ۱ ۲ ۳ ۴ گزینهٔ «۳»: قندهای موجود در عسل به دلیل داشتن شمار زیادی گروه‌های هیدروکسیل، مولکول‌های بسیار قطبی دارند و در حلال‌های قطبی مثل آب به خوبی حل می‌شوند.

گزینهٔ «۴»: در مولکول اتیلن گلیکول، بخش قطبی بر بخش ناقطبی غلبه دارد. پس این مولکول در حلال‌های قطبی بهتر حل می‌شود.

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

متوسط

۹۳ ۱ ۲ ۳ ۴ گزینهٔ «۲»: مولکول‌های صابون به کمک بخش ناقطبی خود (زنجیر کربنی) در روغن حل می‌شوند و یک مخلوط پایدار تشکیل می‌دهند.

گزینهٔ «۳»: پاک‌کننده‌های صابونی در آب‌های سخت (حاوی یون‌های $Ca^{۲+}$ و $Mg^{۲+}$) کارایی خود را از دست می‌دهند.

متوسط

۹۴ ۱ ۲ ۳ ۴ صابون گوگرددار برای از بین بردن جوش و قارچ‌های پوستی استفاده می‌شود و صابون حاوی ترکیب‌های کلردار دارای خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی زیادی است. صابون حاوی نمک‌های فسفات در آب سخت قدرت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کند.

متوسط

۹۵ ۱ ۲ ۳ ۴ در محلول‌های بازی غلظت یون هیدروکسید بیشتر از یون هیدرونیوم است.

بررسی موارد:

«الف»: اکسیدهای نافلزی، اسید آرنیوس هستند. این مواد در آب به‌صورت شیمیایی حل می‌شوند و فرآوردهٔ واکنش به‌صورت یونی در آب حل می‌شود و غلظت یون H^+ را زیاد می‌کند.

$$SO_۳(g) + H_۲O(l) \rightarrow H_۲SO_۴(aq) \rightarrow H^+(aq) + HSO_۴^-(aq)$$

«ب»:

$$NaOH(aq) \rightarrow Na^+(aq) + OH^-(aq)$$

غلظت یون OH^- را زیاد کرده پس باز آرنیوس است.

«پ»: اغلب اکسیدهای فلزی گروه ۱ و ۲، باز آرنیوس هستند. این مواد در آب به‌صورت شیمیایی حل می‌شوند و غلظت یون OH^- را زیاد می‌کنند.

$$K_۲O(s) + H_۲O(l) \rightarrow ۲KOH(aq) \rightarrow ۲K^+(aq) + ۲OH^-(aq)$$

«ت»: اکسیدهای نافلزی، اسید آرنیوس هستند. این اکسیدها در آب به‌صورت شیمیایی حل می‌شوند و غلظت یون H^+ را زیاد می‌کنند.

$$N_۲O_۳(g) + H_۲O(l) \rightarrow ۲HNO_۲(aq) \rightarrow ۲H^+(aq) + ۲NO_۲^-(aq)$$

سخت

۹۶ ۱ ۲ ۳ ۴ هر چه K_a یک اسید بزرگتر باشد، محلول آن در شرایط یکسان دما و غلظت قدرت اسیدی بیشتری دارد.

اسیدهای قوی که K_a بسیار بزرگ دارند: $HNO_۳$ (نیتریک اسید)، $H_۲SO_۴, HCl, HI, HBr$

ترتیب K_a برای اسیدهای ضعیف:

$$HCN < H_۲CO_۳ \text{(کربنیک اسید)} < CH_۳COOH < HCOOH \text{(فورمیک اسید)} < HF < HNO_۲$$

متوسط

۹۷ ۱ ۲ ۳ ۴ هرچه سرعت واکنش یک فلز با یک اسید بیشتر باشد، آن اسید قوی‌تر است.

قدرت اسیدی : $HX > HA$

هرچه یک اسید قوی‌تر باشد، در شرایط یکسان دما و غلظت، بیشتر یونیده می‌شود و غلظت یون‌ها در محلول آن زیادتر و غلظت مولکول‌ها در محلول آن کمتر می‌شود. هرچه یک اسید قوی‌تر باشد، درجهٔ یونش و ثابت یونش اسیدی آن بزرگتر است.

سخت

۹۸ ۱ ۲ ۳ ۴ بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: در محلول اسیدهای ضعیف یون‌ها و مولکول اسید با غلظت ثابت (در دمای ثابت) وجود دارند. به چنین سامانه‌هایی تعادلی گفته می‌شود.

گزینهٔ «۳»: اکسیدهای نافلزی، اسیدآرنیوس و اکسیدهای فلزی، باز آرنیوس هستند. کاغذ pH در محیط اسیدی قرمز و در محیط بازی آبی می‌شود.

گزینهٔ «۴»: محلول HF یک محلول الکترولیت ضعیف و یک رسانای ضعیف است اما محلول $NaCl$ یک محلول الکترولیت قوی و یک رسانای قوی است.

متوسط

۹۹ ۱ ۲ ۳ ۴ برای تشکیل صابون جامد، باید اسید چرب داده شده با $NaOH$ واکنش دهد:

$$\overbrace{C_{۱۷}H_{۳۵}}^{R}COOH + NaOH \rightarrow \underbrace{\overbrace{C_{۱۷}H_{۳۵}}^{R}COONa}_{\text{صابون جامد}} + H_۲O$$

$$۲\overbrace{C_{۱۷}H_{۳۵}}^{R}COONa + CaCl_۲ \rightarrow \underbrace{(\overbrace{C_{۱۷}H_{۳۵}}^{R}COO)Ca(s)}_{\text{رسوب}} + ۲NaCl(aq)$$

جرم مولی $C_{۱۷}H_{۳۵}COOH = ۲۸۴g \cdot mol-۱$ و جرم مولی $(C_{۱۷}H_{۳۵}COO)_۲Ca = ۶۰۶$ می‌باشد.

$$?g(RCOO)_۲Ca = ۵۶/۸gRCOOH \times \frac{۱mol\ RCOOH}{۲۸۴g\ RCOOH} \times \frac{۱mol\ RCOONa}{۱mol\ RCOOH} \times \frac{۱mol(RCOO)_۲Ca}{۲mol\ RCOONa}$$
$$\times \frac{۶۰۶g(RCOO)_۲Ca}{۱mol(RCOO)_۲Ca} = ۶۰/۶g(RCOO)_۲Ca$$

روش دوم: تناسب

واکنش اول را برای یکسان شدن ضرایب مادهٔ مشترک ($C_{۱۷}H_{۳۵}COONa$) در دو ضرب می‌کنیم:

$$\begin{matrix} ۵۶/۸g & & xg \\ ۲C_{۱۷}H_{۳۵}COOH & \sim & (C_{۱۷}H_{۳۵}COO)_۲Ca \\ ۲\times ۲۸۴ & & ۶۰۶ \end{matrix}$$
$$\Rightarrow \frac{۵۶/۸}{۵۶۸} = \frac{x}{۶۰۶} \Rightarrow x = ۶۰/۶g$$

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

سخت

۱۰۰ ۱ ۲ ۳ ۴ فرمول عمومی صابون مایع که در آن فلز به‌کار رفته باشد، به‌صورت $RCOOK$ خواهد بود. از طرف دیگر، چون زنجیر آلکیل R دارای یک پیوند دوگانه است، پس می‌توان نوشت ($R = C_nH_{۲n-۱}$)، همچنین از آنجا که کل اتم های کربن صابون برابر ۱۸ است، پس n برابر با ۱۷ خواهد بود و فرمول صابون به‌صورت زیر می‌باشد:

$C_{۱۷}H_{۳۳}COOK$ یا $C_{۱۸}H_{۳۳}O_۲K$

درصد جرمی فلز $= \frac{\text{جرم } K}{\text{جرم کل صابون}} \times ۱۰۰ = \frac{۳۹}{۳۲۰} \times ۱۰۰ = ۱۲/۱۸$

سخت

۱۰۱ ۱ ۲ ۳ **۴** مجموع ضرایب فراورده‌ها ۱۴ می‌شود که با تقسیم بر ضریب HCl عدد یک به دست خواهد آمد.

$$K_۲Cr_۲O_۷ + ۱۴HCl \rightarrow ۲KCl + ۲CrCl_۳ + ۳Cl_۲ + ۷H_۲O$$

سخت

۱۰۲ ۱ ۲ **۳** ۴

$$?\text{مولکول } CO = \cancel{۰/۵۶}\ g\,CO \times \frac{۱mol\,CO}{\cancel{۲۸}\ g\,CO} \times \frac{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\ \text{مولکول}}{۱mol\,CO} = ۱۲/۰۴ \times ۱۰^{۲۱}\ \text{مولکول}$$

تعداد مولکول CO = تعداد مولکول $CH_۴$

$$?g\,CH_۴ = ۱۲/۰۴ \times ۱۰^{۲۱}\ CH_۴\ \text{مولکول} \times \frac{۱mol\,CH_۴}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\ CH_۴\ \text{مولکول}} \times \frac{۱۶g\,CH_۴}{۱mol\,CH_۴} = ۰/۳۲g\,CH_۴$$

روش دوم:

$$۰/۵۶g\,CO \times \frac{۱mol\,CO}{۲۸g\,CO} \times \frac{N_A\ \text{مولکول}}{۱mol\,CO} = ۰/۰۲\,N_A\ CO\ \text{مولکول}$$

تعداد مولکول CO = تعداد مولکول $CH_۴$ $\Rightarrow ۰/۰۲N_A\ \text{مولکول} \times \frac{۱mol\,CH_۴}{N_A\ \text{مولکول}} \times \frac{۱۶g\,CH_۴}{۱mol\,CH_۴} = ۰/۳۲g\,CH_۴$

متوسط

۱۰۳ **۱** ۲ ۳ ۴ بهتر است موازنه را با $S_۴N_۲$ آغاز کنیم و در سمت چپ برای $S_۲Cl_۲$ ضریب ۳ قرار می‌دهیم و برای $NH_۴Cl$ ضریب $A = ۲ \Leftarrow ۲$ از طرفی تعداد S در سمت چپ ۶ اتم S می‌شود و در سمت راست ضریب ۳ برای S قرار می‌دهیم یعنی $B = ۳$ و جهت موازنه‌ی H در سمت راست ضریب ۸ برای HCl می‌گذاریم و تعداد Cl نیز موازنه می‌شود.

$$۳S_۲Cl_۲ + ۲NH_۴Cl \rightarrow S_۴N_۲ + ۳S + ۸HCl$$

در آخر $\frac{A}{B} = \frac{۲}{۳}$

سخت

۱۰۴ ۱ ۲ ۳ **۴**

مجموع ضرایب فراورده‌ها	مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها
۳	۳
۳	۳
۳	۳
۱۰	۹

۱) $CH_۴ + ۲O_۲ \rightarrow CO_۲ + ۲H_۲O$

۲) $CaCl_۲ + ۲NaF \rightarrow ۲NaCl + CaF_۲$

۳) $۲Al + Fe_۲O_۳ \rightarrow Al_۲O_۳ + ۲Fe$

۴) $۴NH_۳ + ۵O_۲ \rightarrow ۴NO + ۶H_۲O$

در گزینه‌ی (۴) مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها برابر نیستند.

متوسط

۱۰۵ **۱** ۲ ۳ ۴ فقط در (پ) هم موازنه و هم معادلهٔ نوشتاری نادرست است.

(پ) کلسیم فلوئورید + سدیم کلرید $\rightarrow$ سدیم فلوئورید + کلسیم کلرید $CaCl_۲ + NaF \rightarrow NaCl + CaF_۲$

* عبارت (آ): موازنه و معادلهٔ نوشتاری هر دو درست‌اند.

عبارت (ب): موازنه نادرست ولی معادلهٔ نوشتاری درست است.

عبارت (ت): موازنه درست ولی معادلهٔ نوشتاری نادرست است.

$$۲H_۲S + ۳O_۲ \rightarrow ۲SO_۲ + ۲H_۲O$$

سیلیسیم تترا کلرید $\rightarrow$ گاز کلر + سیلیسیم

سخت

۱۰۶ ۱ ۲ ۳ **۴** در آغاز جرم فلز مس را به دست می‌آوریم:

$$?gCu = ۵۰ - ۲۱/۶ = ۲۸/۴gCu$$

سپس شمار مول‌های فلز نقره و شمار اتم فلز مس را به کمک استوکیومتری محاسبه می‌کنیم.

$$۲۱/۶gAg \times \frac{۱mol}{۱۰۸gAg} = ۰/۲molAg$$

"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

$$?\text{اتم} Cu = ۲۸٫۴ g Cu \times \frac{۱ mol Cu}{۶۴ g} \times \frac{۶٫۰۲ \times ۱۰^{۲۳} \text{اتم} Cu}{۱ mol Cu} \approx ۲٫۶۷ \times ۱۰^{۲۳} \text{اتم} Cu$$

$$\frac{۲٫۶۷ \times ۱۰^{۲۳}}{۰٫۲} \approx ۱۳٫۳۵ \times ۱۰^{۲۳}$$

متوسط

۱۰۷ ۱ ۲ ۳ ۴

$$HCl \Rightarrow H - \ddot{\underset{\cdot\cdot}{Cl}}: \quad \frac{\text{شمار جفت الکترون های پیوندی}}{\text{شمار جفت الکترون های ناپیوندی}} = \frac{۱}{۳} \simeq ۰٫۳۳$$

$$Cl_۲ \Rightarrow: \ddot{\underset{\cdot\cdot}{Cl}} - \ddot{\underset{\cdot\cdot}{Cl}}: \quad \frac{\text{شمار جفت الکترون های پیوندی}}{\text{شمار جفت الکترون های ناپیوندی}} = \frac{۱}{۶} \simeq ۰٫۱۶$$

$$NH_۳ \Rightarrow: H - \underset{\underset{H}{|}}{\ddot{N}} - H \quad \frac{\text{شمار جفت الکترون های پیوندی}}{\text{شمار جفت الکترون های ناپیوندی}} = \frac{۳}{۱} = ۳$$

$$H_۲O \Rightarrow: H - \ddot{\underset{\cdot\cdot}{O}} - H \quad \frac{\text{شمار جفت الکترون های پیوندی}}{\text{شمار جفت الکترون های ناپیوندی}} = \frac{۲}{۲} = ۱$$

متوسط

۱۰۸ ۱ ۲ ۳ ۴

$_{۱۷}Cl \rightarrow {}_{۱۷}Cl^{-}$ (آرایش Ar)
$_{۱۶}S \rightarrow {}_{۱۶}S^{۲-}$ (آرایش Ar)

$_{۱۱}Na \rightarrow {}_{۱۱}Na^{+}$ (آرایش Ne)
$_{۱۲}Mg \rightarrow {}_{۱۲}Mg^{۲+}$ (آرایش Ne)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»:

$_{۱۷}Cl \rightarrow {}_{۱۷}Cl^{-}$ (آرایش Ar)
$_{۷}N \rightarrow {}_{۷}N^{۳-}$ (آرایش Ne)

$_{۱۲}Mg \rightarrow {}_{۱۲}Mg^{۲+}$ (آرایش Ne)
$_{۱۹}K \rightarrow {}_{۱۹}K^{+}$ (آرایش Ar)

گزینهٔ «۳»:

$_{۵۳}I \rightarrow {}_{۵۳}I^{-}$ (آرایش Xe)
$_{۸}O \rightarrow {}_{۸}O^{۲-}$ (آرایش Ne)

$_{۲۰}Ca \rightarrow {}_{۲۰}Ca^{۲+}$ (آرایش Ar)
$_{۳}Li \rightarrow {}_{۳}Li^{+}$ (آرایش He)

گزینهٔ ۴:

$_{۱۶}S \rightarrow {}_{۱۶}S^{۲-}$ (آرایش Ar)
$_{۸}O \rightarrow {}_{۸}O^{۲-}$ (آرایش Ne)

$_{۱۱}Na \rightarrow {}_{۱۱}Na^{+}$ (آرایش Ne)
$_{۱۲}Mg \rightarrow {}_{۱۲}Mg^{۲+}$ (آرایش Ne)

متوسط

۱۰۹ ۱ ۲ ۳ ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱)

$$_{۲۴}X^{۲+}: ۱s^{۲}\,۲s^{۲}\,۲p^{۶}\,۳s^{۲}\,۳p^{۶}\,۳d^{۴}$$

($2p^6$: $L=۱$، $3p^6$: $L=۱$)

$$\text{تعداد الکترون های لایهٔ سوم} = ۲ + ۶ + ۴ = ۱۲$$
$$L = ۱ \text{ تعداد الکترون های با } = ۶ + ۶ = ۱۲$$

گزینهٔ ۲) با توجه به آرایش الکترونی $_{۳۱}A^{۳+}$، الکترونی با $n = ۴$ و $L = ۰$ (زیر لایهٔ $4s$) در آن وجود ندارد.

$$_{۳۱}A^{۳+}: [_{۱۸}Ar]\,۳d^{۱۰}$$

گزینهٔ ۳) با توجه به آرایش الکترونی M و D نتیجه می گیریم که این عناصر در دورهٔ چهارم قرار داشته و تعداد الکترون‌ها در آخرین زیرلایهٔ آن‌ها برابر ۲ است.

$$_{۲۷}M: [_{۱۸}Ar]\,۳d^{۷}\,۴s^{۲}$$
$$_{۳۲}D: [_{۱۸}Ar]\,۳d^{۱۰}\,۴s^{۲}\,۴p^{۲}$$
$$_{۲۸}T: [_{۱۸}Ar]\,۳d^{۸}\,۴s^{۲}$$

گزینهٔ ۴) در نتیجه مجموع عددهای کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های لایهٔ ظرفیت برابر است با:

$$(۳ + ۲) \times ۸ + (۴ + ۰) \times ۲ = ۴۸$$

سخت

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

۱۱۰ ۱ ۲ ۳ ۴ تعداد الکترون‌های ظرفیت در عناصر:

دستهٔ s ← مجموع تعداد الکترون‌ها در آخرین زیرلایهٔ s اشغال‌شده.

دستهٔ p ← مجموع تعداد الکترون‌ها در آخرین زیرلایهٔ s و p اشغال‌شده.

دستهٔ d ← مجموع تعداد الکترون‌ها در آخرین زیرلایهٔ s و d اشغال‌شده.

$$^{۱۱۹}X^{۴+}\begin{cases} n+p=۱۱۹ \\ n-e=۲۳ \\ p-۴=e \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n+p=۱۱۹ \\ n-p=۱۹ \end{cases} \Rightarrow p=۵۰$$

بدین ترتیب عنصر $_{۵۰}X$ در گروه ۱۴ و دورهٔ ۵ جدول دوره‌ای جای دارد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: $_{۳۳}A$ ← گروه ۱۵ / $_{۵۵}B$ ← دورهٔ ۶

گزینهٔ «۲»: $_{۱۴}C$ ← گروه ۱۴ / $_{۴۹}D$ ← دورهٔ ۵

گزینهٔ «۳»: $_{۳۰}E$ ← گروه ۱۲ / $_{۵۴}F$ ← دورهٔ ۵

گزینهٔ «۴»: $_{۸۲}G$ ← گروه ۱۴ / $_{۳۵}H$ ← دورهٔ ۴

سخت

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial

پاسخ‌نامه کلیدی

۱	۴	۴	۴	۳
۲	۴	۴	۳	۲
۳	۴	۴	۲	۱
۴	۱	۴	۱	۲
۵	۱	۴	۲	۳
۶	۴	۴	۳	۴
۷	۴	۴	۴	۱
۸	۳	۴	۱	۲
۹	۲	۴	۲	۳
۱۰	۴	۴	۳	۴
۱۱	۳	۴	۴	۱
۱۲	۱	۴	۱	۲
۱۳	۲	۴	۲	۳
۱۴	۲	۴	۳	۴
۱۵	۴	۴	۴	۱
۱۶	۲	۴	۱	۲
۱۷	۱	۴	۲	۳
۱۸	۲	۴	۳	۴
۱۹	۲	۴	۴	۱
۲۰	۳	۴	۱	۲
۲۱	۴	۴	۲	۳
۲۲	۲	۴	۳	۴
۲۳	۲	۴	۴	۱
۲۴	۱	۴	۱	۲
۲۵	۱	۴	۲	۳
۲۶	۱	۴	۳	۴
۲۷	۳	۴	۴	۱
۲۸	۱	۴	۱	۲
۲۹	۴	۴	۲	۳
۳۰	۲	۴	۳	۴
۳۱	۳	۴	۴	۱
۳۲	۱	۴	۱	۲
۳۳	۴	۴	۲	۳
۳۴	۲	۴	۳	۴
۳۵	۳	۴	۴	۱
۳۶	۳	۴	۱	۲
۳۷	۲	۴	۲	۳
۳۸	۴	۴	۳	۴
۳۹	۱	۴	۴	۱
۴۰	۲	۴	۱	۲
۴۱	۴	۴	۲	۳
۴۲	۴	۴	۳	۴
۴۳	۱	۴	۴	۱
۴۴	۱	۴	۱	۲
۴۵	۴	۴	۲	۳
۴۶	۳	۴	۳	۴
۴۷	۲	۴	۴	۱
۴۸	۲	۴	۱	۲
۴۹	۲	۴	۲	۳
۵۰	۲	۴	۳	۴
۵۱	۳	۴	۴	۱
۵۲	۲	۴	۱	۲
۵۳	۳	۴	۲	۳
۵۴	۳	۴	۳	۴
۵۵	۳	۴	۴	۱
۵۶	۲	۴	۱	۲
۵۷	۲	۴	۲	۳
۵۸	۴	۴	۳	۴
۵۹	۳	۴	۴	۱
۶۰	۳	۴	۱	۲
۶۱	۱	۴	۲	۳
۶۲	۲	۴	۳	۴
۶۳	۲	۴	۴	۱
۶۴	۲	۴	۱	۲
۶۵	۳	۴	۲	۳
۶۶	۳	۴	۳	۴
۶۷	۲	۴	۴	۱
۶۸	۳	۴	۱	۲
۶۹	۲	۴	۲	۳
۷۰	۳	۴	۳	۴
۷۱	۱	۴	۴	۱
۷۲	۱	۴	۱	۲
۷۳	۴	۴	۲	۳
۷۴	۱	۴	۳	۴
۷۵	۴	۴	۴	۱
۷۶	۴	۴	۱	۲
۷۷	۲	۴	۲	۳
۷۸	۲	۴	۳	۴
۷۹	۱	۴	۴	۱
۸۰	۲	۴	۱	۲
۸۱	۲	۴	۲	۳
۸۲	۲	۴	۳	۴
۸۳	۱	۴	۴	۱
۸۴	۴	۴	۱	۲
۸۵	۳	۴	۲	۳
۸۶	۲	۴	۳	۴
۸۷	۱	۴	۴	۱
۸۸	۳	۴	۱	۲
۸۹	۴	۴	۲	۳
۹۰	۲	۴	۳	۴
۹۱	۱	۴	۴	۱
۹۲	۳	۴	۱	۲
۹۳	۲	۴	۲	۳
۹۴	۱	۴	۳	۴
۹۵	۲	۴	۴	۱
۹۶	۲	۴	۱	۲
۹۷	۴	۴	۲	۳
۹۸	۳	۴	۳	۴
۹۹	۱	۴	۴	۱
۱۰۰	۲	۴	۱	۲
۱۰۱	۴	۴	۲	۳
۱۰۲	۳	۴	۳	۴
۱۰۳	۱	۴	۴	۱
۱۰۴	۴	۴	۱	۲
۱۰۵	۱	۴	۲	۳
۱۰۶	۴	۴	۳	۴
۱۰۷	۲	۴	۴	۱
۱۰۸	۲	۴	۱	۲
۱۰۹	۳	۴	۲	۳
۱۱۰	۲	۴	۳	۴

استاد علیرضا افشار
"مشاوره"
@Alirezaafsharofficial