

۱.گزینه ۱ درفش کاویان (اختر کاویان) درفش ملی ایران در عهد ساسانیان بوده است.

-متوسط

۲.گزینه ۲ دلیل گذر عمر را به زیبایی بیان کرده است، پس حسن تعلیل دارد.

-آسان

۳.گزینه ۳ ابیات گزینه های ۱ و ۲ و ۴ دارای حسن تعلیل اند و علتی ادبی و غیر واقعی در خود دارند.

-آسان

۴.گزینه ۳ گزینه «۱»: فلک از سهم آن جنگ رنگ باخت / گزینه «۲»: سپهر دست او داد بوس / گزینه «۴»: کوه فولاد گشت

-متوسط

۵.گزینه ۲ اغراق: اشک بسیار (مثل سیلاب) مرا (شاعر را) می برد (در مقدار اشک اغراق شده است) / کنایه: «عنان گرفتن» کنایه از «متوقف کردن» / تشخیص: «بردن اشک کسی را» / تناسب: خاشاک، سیل

-سخت

۶.گزینه ۱ مجاز: رخ، روی مجازاً کل وجود / کنایه: رخ فرو پوشیدن (پنهان شدن) تشبیه: آفتاب آسا (چون آفتاب) / رخ فرو پوشیدن ماه: استعاره و تشخیص

-سخت

۷.گزینه ۳ ب: تشبیه: قطره به اشک / الف: جامه دریدن گل به علت جور و ظلم (حسن تعلیل) ج: جناس: دشت و گشت / د: تشخیص: افسوس خوردن شاخ درختان

-سخت

۸.گزینه ۴ واج آرای: تکرار صامت / ر / استعاره مصرّحه: «شیران» استعاره از دلیران و پهلوانان

-متوسط

۹.گزینه ۲ «پروانه»، تخلص محمدعلی مجاهدی است. «خاطرات اسپر آزادشده» اثر اصغر رباط جزئی است. «دکتر حمیدی شیرازی» شعر «در امواج سند» را سرود.

-آسان

۱۰.گزینه ۳ مفهوم بیت گزینه ۳ توصیف رفتار ریاکارانه و فریبکاری ضحاک است.

-متوسط

۱۱.گزینه ۳ بررسی کلمات املایی نادرست: ۱- قاش زین ۲- داعیه و انگیزه ۳- ردا و طیلسان ۴- مار غاشبه ۵- ابدیت و جاودانگی ۶- سپاسگزاری و تشکر

-سخت

۱۲.گزینه ۳ گزینه ۳ صحیح است: نوع حرف (و) عطف است. بررسی گزینه ها:

-آسان

در گزینه های ۴ و ۲ و ۱: واو ربط و پیوند است.

۱۳.گزینه ۲ گزینه ۲ صحیح است.

واو عطف: (۱) گشاده دستی و کرامت

(۲) بوستان و پالیز

(۳) میوه های شیرین و سایه دلپذیر

واو ربط: گشاده دستی را پیاموز و ... سراپا شکوفه باشی و پای تا سر گل (باشی) و ... میزبانی کریم باشی و پای فرسودگان ...

۱۴.گزینه ۳ ترکیب های وصفی و اضافی پس از نقش نمای -:



۱- میوه‌دار ۲- شیرین ۳- دلپذیر ۴- راه ۵- کریم ۶- آفتاب‌زده ۷- درمان‌بخش ۸- درد: (۸ مورد صفت و مضاف‌الیه پسین)

ی نکره و علامت‌های جمع: درختان - میوه‌ها - خستگان - میزبانی - پای فرسودگان - نوازشگری - دردها (ان-ها-گان-ی-گان-ی-ها): ۷ مورد

(۸ + ۷ = ۱۵)

-سخت

۱۵. گزینه ۳ شرح ۳: شاهد در معنای ← شهادت دهنده در محضر آمده است. معنی بیت ← سخن شاهد برای قاضی مثل این است که با چشمش ماجرا را دیده است. بررسی سایر گزینه‌ها: در گزینه‌های ۱ و ۲ و ۴: به معنی زیبا روی آمده است.

-متوسط

۱۶. گزینه ۳ « مفاهیم شهادت و مضامین عاشورایی » که از مفاهیم ادبیات انقلاب است از گزینه‌های (ج و د) دریافت می‌شود.

-آسان

۱۷. گزینه ۲ شرح بیت سؤال: ظاهر وجودت و سر بریده تو نشان عاشقی توست. گزینه ۲: اوضاع و احوال و قراین گواهی می‌دهند که من عاشقم.

-متوسط

۱۸. گزینه ۳ کافور ← ماده‌ای سفید و خوشبو.

-سخت

۱۹. گزینه ۲ گزینه (الف) ← بر دل اندیشه داشت ← نگران بود
گزینه (د) ← از اندیشه آزاد گشت ← از نگرانی آزاد شد
گزینه (ب) ← اندیشه ← ترس
گزینه ج ← اندیشه ← فکر و چاره

-متوسط

۲۰. گزینه ۴ شرح گزینه ۴ ← عفو گناه از سر لطف. سایر گزینه‌ها: ۱ ← دل به دست آوردن با مهربانی و خوش خلقی. ۲ ← توصیه به خوش خلقی. ۳ ← توصیه به لطف و مهربانی به زیردستان.

-متوسط

۲۱. گزینه ۲ إِنَّ الشُّهَدَاءَ فِي ذَاكِرَةِ شَعْبِنَا : شهیدان، در خاطره ی ملت ما هستند / لَنْ نُنْسَاهُمْ أَبَدًا : آنان را هرگز فراموش نخواهیم کرد. (لَنْ که از حروف ناصبه ی فعل مضارع است مضارع مثبت را به فعل آینده ی منفی تبدیل می کند.)

-آسان

۲۲. گزینه ۱ «لن یشر کوا»: مضارع منصوب به حذف «ن»

-آسان

۲۳. گزینه ۱ قد + ماضی ← ماضی نقلی قَدْ جَعَلْتَ = قرار داده‌ای
ردّ گزینه‌های ۲ گذاشتی و ۴ نهادی (به صورت ماضی ساده ترجمه شده است).
الدّنيا = ضمیر متصل ندارد. ردّ گزینه ی ۳ «دنیایمان» همراه با ضمیر ترجمه شده است.

-متوسط

۲۴. گزینه ۱ بررسی موارد در سایر گزینه‌ها:

گزینه ی ۲ ← «امری» اضافی است - ضمیر «ت» در کارت اضافی است.
گزینه ی ۳ ← از خود زائد است - عبارت «زمانی شروع به کار کن ...» عبارت نادرست است.
گزینه ی ۴ ← این که فکر کنی ... عبارت نادرست است - درنگ را رها کن صحیح نیست.

۲۵. گزینه ۱ «زینت» در این گزینه فعل مجهول و جمله‌ی وصفیه برای اَثواب که نکره است، می‌باشد.

۲۶. گزینه ۳ توجه: هر گاه حرف «لن» بر سر مضارع بیاید «آینده منفی» ترجمه می‌شود و هر گاه حروف «أن - کَى - ل - لکی» ترجمه می‌شود. بر سر مضارع بیاید «مضارع التزامی» ترجمه می‌شود.

-متوسط



۲۷. گزینه ۴ مطابق ترجمه آیه «چه بسا از چیزی کراهت دارید و خداوند در آن خیرزبادی قرار می دهد» گزینه ۴ درست است.

-سخت

۲۸. گزینه ۱ اَنْ تُكْرَهُوا: نپسندید، خوش ندارید (رد گزینه های ۲ و ۳)
اَنْ تُحِبُّوا: دوست بدارید (رد گزینه های ۲ و ۳)
عَسَى: شاید، امید است که (رد گزینه ۲)
شیئاً: چیزی (رد گزینه ۴)
نکته: ترکیب «اَنْ + فعل مضارع» به صورت مضارع التزامی ترجمه می شود.

-آسان

۲۹. گزینه ۲ مفهوم گزینه ۲ «این است که انسان تمام هر چه را که می شنود، نباید بگوید» در حالی که مفهوم سایر گزینه ها مانند مفهوم عبارت داده شده همگی دلالت بر مذمت درغ گوئی می کنند.

-سخت

۳۰. گزینه ۴ ترجمه عبارت: «هم کلاسی ام مصدوم (آسیب دیده) است، پس با ما فردا در ورزشگاه، فوتبال بازی نخواهد کرد»، ترجمه گزینه های دیگر: ۱ و ۲ بازی نکرد / ۳ بازی خواهیم کرد

-متوسط

۳۱. گزینه ۱ «الْعَلْمُ» مستثنی و منصوب - «كُلُّ» مستثنی منه است.

-متوسط

۳۲. گزینه ۴ کلمه ی «الْعَلْمُ» از «كُلُّ شَيْءٍ» استثناء شده است. یعنی العلم مستثنی و کل شیء مستثنی منه است.

-آسان

۳۳. گزینه ۴ توجه شود اگر قبل از اَلَّا جمله کامل نباشد و جمله منفی باشد مستثنی منه حذف شده است. «الطالب» مستثنی مفرغ و فاعل و مرفوع است. در بقیه ی جملات مستثنی تام است چون مستثنی منه وجود دارد.

-آسان

۳۴. گزینه ۳ چون جمله ی قبل از «إِلَّا» کامل می باشد، پس مستثنی از نوع تام (غیر مفرغ) است و باید به صورت منصوب بیاید، لذا «طالبتان» که به صورت مرفوع آمده، نادرست است. (سایر گزینه ها، منصوب و درست است)

-آسان

۳۵. گزینه ۴ در گزینه های ۱، ۲ و ۳، به ترتیب «عمل»، «أحد» و «التَّمیذات» مستثنی منه هستند.

-متوسط

۳۶. گزینه ۲ در سایر گزینه ها جمله قبل «إِلَّا» کامل است و مستثنی منه به کار رفته است و اعراب مستثنی منصوب است، اما در گزینه ی ۲ جمله قبل «إِلَّا» ناقص است و فاعل آن به کار رفته است، لذا اعراب مستثنی «مرفوع» می باشد.

-متوسط

۳۷. گزینه ۳ هر ۳ گزینه ی ۱ و ۲ و ۴ قبل از اَلَّا کامل است. تمام ارکان و اجزای اصلی آن آمده است به جز گزینه ی ۳. در گزینه ی ۳ خبر مقدم کان که «فی هذا الصَّفِّ» آمده محلاً منصوب است ولی اسم کان نیامده است. بنابراین مستثنی منه در آن حذف شده است و «الذی» مستثنی در اعراب اسم مؤخر کان و محلاً مرفوع است.

-متوسط

۳۸. گزینه ۳ ترجمه گزینه درست: روزنامه نگاران به خاطر کنفرانس مهمی در پایتخت انگلستان جمع شدند. ترجمه و بررسی گزینه های دیگر:

گزینه ۱: برخی کتاب ها ما را از نظر اطلاعات از همه رسانه های خبری بی نیاز می کنند. / جمع مکسر: الکتب ← الکتاب
گزینه ۲: گردشگران برای دیدن شهرهای گردشگری مان آمدند ولی آب و هوای بد همراهِیشان نکرد. / جمع مکسر: سُبَّاح ← سَائِح
گزینه ۴: سال ها بر ما گذشت ولی متأسفانه شرایط تغییر نکرد. / جمع مکسر: الظُّروف ← الظَّرْف

-سخت

۳۹. گزینه ۱ ترجمه گزینه درست: در زندگی بزرگان آزادی عمل و شادابی و فعالیت می بینیم. سایر گزینه ها:

گزینه ۲: مرد سخن دوستش را قطع کرد و راه را ادامه داد. (قطع ≠ واصل)

گزینه ۳: شرایط زندگی اش سخت بود چرا که او راه سختی را برای ادامه زندگی انتخاب کرد (صَعْبَةً = قاسیه)

گزینه ۴: بشر شروع به جستجوی علوم جدید کرد پس در همه زمینه های علمی و غیر علمی پیشرفت داشت. (أَصْبَحَ = صار)

همایش سخت

@hamayesh_dr_afshar

۴.۴ گزینۀ ۴ ترجمۀ عبارت: «و تصور نمی‌کنم که کتاب‌های تکراری وجود دارد.»

گزینۀ ۴ تحلیل صرفی درستی از کتبا می‌باشد.

تصحیح و بررسی گزینۀ‌های دیگر:

گزینۀ ۱: اَظُنُّ: فعل مضارع، معلوم، مجرد ثلاثی ✓

گزینۀ ۲: مُكْرَّرَةٌ: اسم مفعول ✓، مفرد، مؤنث

گزینۀ ۳: اَنَّ: حرف مشبّهة بالفعل به معنی که، اینکه

-سخت

۴.۱ گزینۀ ۴ پس از امام علی (ع) حکومت به دست بنی‌امیه افتاد. آنان کسانی بودند که سرسختانه با پیامبر اکرم (ص) مبارزه کرده

بودند و فقط هنگامی تسلیم شدند که پیامبر اکرم (ص) شهر مکه را فتح و آنان راهی جز تسلیم نداشتند و به ظاهر اعلام مسلمانی کردند.

-آسان

۴.۲ گزینۀ ۲ اعتقاد به اصل الهی بودن پایان تاریخ و ظهور منجی از جانب خداوند برای برقراری حکومت عادلانه در جهان عقیده و

وعدۀ همهٔ پیامبران الهی و مربوط به پیروان همهٔ مکاتب بشری است.

-آسان

۴.۳ گزینۀ ۴ در عصر غیبت جامعه فقط از ولایت معنوی امام زمان برخوردار می‌شود و برخوردار از ولایت ظاهری ایشان در زمان

ظهور میسر است.

-آسان

معلول

۴.۴ گزینۀ ۲ دخالت دادن سلیقهٔ شخصی در احکام دین ← بی‌بهره ماندن مردم و محققان از یک منبع مهم هدایت

معلول

در دست نبودن مدرک و منبعی که بتوان احادیث درست را از نادرست تشخیص داد ← نوشته نشدن حدیث

-متوسط

۴.۵ گزینۀ ۳ تحریف در معارف اسلامی و جعل حدیث: برخی از عالمان وابسته به بنی‌امیه و بنی‌عباس و گروهی از علمای اهل کتاب

مانند کعب الاحبار که ظاهراً مسلمان شده بودند، از موقعیت و شرایط برکناری امام معصوم استفاده کردند و به تغییر و تعلیم آیات قرآن و معارف اسلامی مطابق با افکار خود و موافق با منافع قدرتمندان پرداختند.

-متوسط

۴.۶ گزینۀ ۴ ■ تبیین معارف اسلامی متناسب با نیازهای نو: ائمهٔ اطهار (ص) با تکیه بر علم الهی خود، دربارهٔ همهٔ مسائل اظهار نظر

می‌کردند.

■ تعلیم و تفسیر قرآن کریم: در حالی که حاکمان زمان به افراد فاقد صلاحیت میدان می‌دادند تا قرآن را مطابق با اندیشه‌های باطل خود تفسیر کنند، امامان بزرگوار در هر فرصتی که به دست می‌آوردند، معارف این کتاب آسمانی را بیان می‌کردند و رهنمودهای آن را آشکار می‌ساختند. در نتیجهٔ این اقدام، مشتاقان معارف قرآنی، توانستند از معارف قرآن بهره ببرند.

-متوسط

۴.۷ گزینۀ ۳ امیرالمؤمنین (ع) فرمود: «سوگند به خداوندی که جانم به دست قدرت اوست، آن مردم [شامیان] بر شما پیروز خواهند

شد؛ نه از آن جهت که آنان به حق نزدیکترند، بلکه به این جهت که آنان در راه باطلی که زمامدارشان می‌رود شتابان فرمان او را می‌برند و شما در حق من بی‌اعتنایی و کندی می‌کنید. این مطلب، قلب انسان را به درد می‌آورد که آنها در مسیر باطل خود این چنین متحدند، و شما در راه حق این گونه متفرق و پراکنده‌اید.»

-متوسط

۴.۸ گزینۀ ۱ درست است که حاکمان بنی‌امیه و بنی‌عباس، ظالمانه و غاصبانه حکومت را به دست گرفته بودند و عاملان اصلی به

شهادت رساندن امامان بودند، اما بیشتر مردم تسلیم این حاکمان شده بودند و با آنان مبارزه نمی‌کردند که این امر موجب از دست دادن نعمت امامت گردید و مصداق آیهٔ شریفهٔ «ذلک بانّ الله لم یک مغیراً نعمة...» شدند.

۴.۹ گزینۀ ۲ با توجه به سخنان حضرت علی :

تشخیص راه رستگاری در گرو < شناخت پشت کنندگان به صراط مستقیم

وفای عهد با قرآن در گرو < تشخیص پیمان شکنان است.

-سخت

استاد علیرضا افشار

-سخت

«همایش‌ها»

@hamayesh_dr_afshar

۵۰. **گزینه ۱** خداوند در مقابل کسانی که پس از رحلت پیامبر راه جاهلیت را در پیش بگیرند می فرماید «فلن یصرا لیه شیء» و پس از آن عبارت سیخری الله الشاکرین یاد می کند.

-سخت

۵۱. **گزینه ۴** تصمیم های جدی همواره برای تکمیل پیمان های قبلی و پیمودن ادامه راه نیست، بلکه گاه برای بازگشت از مسیری است که چندی به غلط پیموده شده و آثار زیانباری بر جای گذاشته است. این گونه تصمیم ها «توبه» نام دارد.

-سخت

۵۲. **گزینه ۱** در میان مخلوقات، انسان موجودی است که علاوه بر ایستادگی در برابر موانع بیرونی، می تواند در برابر موانع درونی نیز ایستادگی کرده و حتی علیه خود انقلاب کند؛ بدین معنا که هم می تواند با پیروزی از عقل، علیه تمایلات ناپسند خود قیام کند و هم می تواند با پیروی زاز نفس امّاره و انجام گناه، از فرمان های خداوند سرپیچی کرده و به خود ستم روا دارد.

-متوسط

۵۳. **گزینه ۴** با بازگشت بنده گناهکار، خداوند نیز به سوی او باز می گردد و درهای رحمتش را به رویش می گشاید و آرامش را به قلب او باز می گرداند.

-سخت

۵۴. **گزینه ۳**

-متوسط

۵۵. **گزینه ۴** رسول خدا (ص): کسی که از گناه توبه می کند مانند کسی است که هیچ گناهی نکرده است. / در همین رابطه حدیث امام علی (ع) هم مطرح است که می فرمایند: «الْتَّوْبَةُ تُطَهِّرُ الْقُلُوبَ وَ تَغْسِلُ الذُّنُوبَ».

-متوسط

۵۶. **گزینه ۲** کسی که بازگردد و ایمان آورد و عمل صالح انجام دهد، خداوند گناهان آنان را به حسنات تبدیل می کند زیرا خداوند آمرزنده و مهربان است.

-سخت

۵۷. **گزینه ۳** رد گزینه ها:

گزینه ۱: شرک با توبه بخشیده می شود. / گزینه ۲: توبه در جوانی آسان تر است / گزینه ۴: تابع باید به متبوع تبدیل شود.

-سخت

۵۸. **گزینه ۲** مقصود امام این است که استغفرالله در دل گفته شود. / خداوند ایشان را از ناامیدی نهی کرده است.

-متوسط

۵۹. **گزینه ۴** از تو درباره شراب و قمار (میسر) می پرسند، بگو در آن دو گناهی بزرگ و منفعت هایی برای مردم است. اما گناهانشان بزرگتر از منفعتشان است.

-سخت

۶۰. **گزینه ۲** این شعر بیانگر این است که نباید از کرامت و رحمت خداوند مأیوس شد چرا که شیطان می خواهد انسان را از رحمت خداوند ناامید کند. عبارت قرآنی «لا تفتنوا من رحمة الله» بیانگر این است که نباید از رحمت الهی ناامید شد.

-متوسط

۶۱. **گزینه ۱** آن مغازه ایست که بهترین لباس ها را دارد.

گزینه ۱ صحیح است چون که هم برای توصیف انسان و هم برای توصیف غیر انسان به کار می رود گزینه دوم صحیح نیست به دلیل اینکه جمله ما حالت فاعلی دارد و گزینه سوم اشاره می کند که کجا قرار دارد و گزینه ۴ به انسان اشاره دارد که نمی تواند جواب ما باشد.

-سخت

۶۲. **گزینه ۴** چون کافه غیر انسان است گزینه ۱ و ۳ حذف می شوند و چون داریم درباره کلمه کافه توضیح می دهیم گزینه ۴ صحیح است ولی اگر درباره موقعیت مکانی آن صحبت می کردیم گزینه ۲ صحیح می بود.

-متوسط

۶۳. **گزینه ۴** قبل از جای خالی باز هم کلمه person، پس به راست میریم سراغ who یا whom، منتها جمله حالت فاعلی دارد پس فقط who!!

-متوسط

۶۴. **گزینه ۴** ۱. بشر از کلام بعنوان روشی برای ارتباطات از خیلی پیش از اینکه نوشتار اختراع شود استفاده می کرده است. ۱. لغت



۲. عبارت

۳. ضرب المثل

۴. کلام

-خیلی سخت

۶۵. **گزینه ۲** معنی جمله: اگر ما مجبور نبودیم که فردا کار کنیم، بیشتر در مهمانی می ماندیم.
گزینه ۱ از نظر معنایی و گزینه ۳ از نظر ساختاری غلط هستند.

-خیلی سخت

۶۶. **گزینه ۳** برای ضمیر I از فعل were استفاده می شود و نتیجه آن با would و فعل های نظیر آن بیان می شود.

-سخت

۶۷. **گزینه ۳** همانگونه که جوامع پیشرفت کرده اند، ضروریست که روزها را تشخیص دهیم و بفهمیم هنگامیکه آنها شروع و تمام می شوند.

۱. به ترتیب قرار دادن

۲. تمایز قائل شدن

۳. فهمیدن

۴. وارد شدن

-خیلی سخت

۶۸. **گزینه ۳** با دیدن کلمه had در قسمت جمله شرط می فهمیم که شرطی نوع دوم داریم، پس در جواب شرط ساختار گزینه ۳ را کم داریم.

-سخت

۶۹. **گزینه ۳** آنها قادر به تولید دوباره نتایج آزمایش اول نبودند.

۱. قرارداد بستن

۲. مورد تاکید قرار دادن

۳. دوباره تولید کردن

۴. تبادل کردن

-خیلی سخت

۷۰. **گزینه ۱** دقت کنید فعل let از دسته فعل هایی است که شکل حال و گذشته آن ها یکی است!
باز هم شرطی نوع دوم!

-متوسط

۷۱. **گزینه ۲** نیروی نظامی یک کشور، دشمن است که از سربازانی تشکیل شده که از کشور در مقابل حمله دشمنان دفاع می کند.

۱. حمایت کردن

۲. حمله کردن

۳. رییس جمهور

۴. جمهوری

-سخت

۷۲. **گزینه ۲** سیاست های دولت شان در مورد آموزش منتج به مشکلات زیادی برای خانواده ها شده است تا شهریه ها و هزینه های آموزش را پردازند.

۱. تصور کردن ۲. منتج شدن ۳. بهبود بخشیدن ۴. افزایش دادن

-متوسط

۷۳. **گزینه ۴** تمایل دارم از شما بخواهم که لطفا رزومه مفیدی را برای ما بفرستید که بتواند مهارت ها و تجارب و دستاوردهای شما را برجسته کند.

۱. پیچیده کردن ۲. ارتباط دادن ۳. قدردانی کردن ۴. برجسته کردن

-متوسط

۷۴. **گزینه ۴** هرگز آن روزهای خوش را فراموش نمی کنم که همه ما سرگرم گردآوری کردن لیست اسامی مهمان هایی بودیم که قرار بود برای مراسم عروسی خواهرم دعوت کنیم.

۱. منتشر کردن ۲. افسرده کردن ۳. اندازه گرفتن ۴. گردآوری کردن

-متوسط



۷۵. گزینه ۴ جوانان تشویق شدند که از اعضای مسئول انجمن (اجتماع) در یک کارگاه آموزشی برای حفاظت از حیات وحش باشند.
۱- طبیعت ۲- جمهوری ۳- منابع

-متوسط

۷۶. گزینه ۳ آب پرتغال اگر با غذا مصرف شود، به بدن کمک می‌کند تا به آسانی آهن را جذب کند.
۱- هضم شدن، هضم کردن ۲- آماده کردن ۴- تامین کردن

-آسان

۷۷. گزینه ۲ فاکتورهای گوناگون به این معنی است که در قرن ۱۷ تقاضا برای پرتره بیشتر از انواع کارهای دیگر بود.
۱- عرضه ۳- اشاره ۴- حاشیه

-متوسط

۷۸. گزینه ۳ او در برخورد با این نوع مشکلات، تجربه **کاربردی (مفید)** زیادی دارد.

- ۱- قابل حمل، دستی
- ۲- گذشته، مرده
- ۴- پشتیبانی، متحمل

-آسان

۷۹. گزینه ۲ شما ممکن است گوشت گوسفند یا گاو را دوست داشته باشید، اما پی خواهید برد که یک وعده غذایی با **سبزیجات** برای هضم آسان تر است.

- ۱- فست فود
- ۳- قوی

۴- هله و هوله - تنقلات

-متوسط

۸۰. گزینه ۲ از آنجا که آن‌ها عمدتاً مسلمان هستند، مصری‌ها نوشیدنی‌های الکلی **مصرف نمی‌کنند**.

- ۱- دوست داشتن
- ۳- جذب کردن
- ۴- تحویل دادن

-آسان



۸۱. گزینه ۱

می دانیم: $\log_k^n m = \frac{n}{m} \log_k^a m$

$$\log_3 \sqrt[3]{2} + \log_2 \sqrt[2]{8} = \log_{\frac{3}{2}} \frac{1}{2} + \log_{\frac{2}{3}} \frac{1}{3} = \frac{1}{\frac{3}{2}} + \frac{2}{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} + 3 = \frac{2+9}{3} = \frac{11}{3}$$

-آسان

۸۲. گزینه ۱

می دانیم: $\log_k^n m = \frac{n}{m} \log_k^a m$

$$\log_3 \sqrt[3]{\frac{5}{2}} = \log_3 5^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log_3 5 = \log_{\frac{3}{2}} 5 = \log_{\frac{3}{2}} 125$$

$$4 \Rightarrow \text{توان های } 4 \Rightarrow 4, 16, 64, 256, \dots \Rightarrow 4^1, 4^2, 4^3, 4^4, \dots$$

$$\Rightarrow 4^3 < 125 < 4^4 \Rightarrow \log_4^{4^3} < \log_4^{125} < \log_4^{4^4} \Rightarrow 3 < \log_4^{125} < 4 \Rightarrow [\log_4^{125}] = 3$$

-سخت

۸۳. گزینه ۳

می دانیم: $\log_k^n m = \frac{n}{m} \log_k^a m$

$$\log_3 \sqrt[3]{5} = \log_3 5^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log_3 5 = \frac{1}{4} a$$

-آسان

۸۴. گزینه ۱

می دانیم: $\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}$

$$\log(x-2) + \log(x+1) = \log x + \log(x-7)$$

$$\Rightarrow \log(x-2)(x+1) = \log x(x-7) \Rightarrow (x-2)(x+1) = x(x-7)$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 2 = x^2 - 7x \Rightarrow 6x = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

جواب $x = \frac{1}{3}$ غیر قابل قبول است چون جلوی لگاریتم را منفی می کند.

-متوسط

۸۵. گزینه ۲ می دانیم: $\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}$, $\log_k^a = \frac{1}{\log_a k}$, $\log_k^n m = \frac{n}{m} \log_k^a m$, $\log_b^N = x \rightarrow N = b^x$

$$\log_5^{25x^2} + \log_5^{25} = 7$$

$$\Rightarrow \log_5^{5^2} + \log_5^{5^2} + \log_5^{5^2} = 7 \Rightarrow 2 + 2 \log_5^x + 2 \log_5^5 = 7$$

$$\Rightarrow 2(\log_5^x + \log_5^5) = 5 \xrightarrow{\log_5^x = t} 2(t + \frac{1}{t}) = 5$$

$$\rightarrow 2t^2 + 2 = 5t \Rightarrow 2t^2 - 5t + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = 25 - 16 = 9$$

$$\Rightarrow t = \frac{5 \pm 3}{2 \times 2} \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \Rightarrow \log_5^x = 2 \Rightarrow x = 5^2 = 25 \\ t = \frac{1}{2} \Rightarrow \log_5^x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5} \end{cases}$$

$$x = \sqrt{5} \Rightarrow x^2 + 3 = 5 + 3 = 8 \Rightarrow \log_{16}^{(x^2+3)} = \log_{16}^8 = \log_{2^4}^{2^3} = \frac{3}{4}$$

جواب متناظر با، $x = 25$ در بین گزینه‌ها نیست.

-سخت

۸۶. گزینه ۴

$$\log_k^a - \log_k^b = \log_k \frac{a}{b}, \quad \log_k^a m = \frac{n}{m} \log_k^a, \quad \log_b^N = x \rightarrow N = b^x$$

می‌دانیم:

$$\log_3^{2x^2+1} - \log_3^{x+2} = 1 \rightarrow \log_3 \frac{2x^2+1}{x+2} = 1 \xrightarrow{\text{تعریف}} \frac{2x^2+1}{x+2} = 3^1$$

$$\rightarrow 2x^2 + 1 = 3x + 6 \rightarrow 2x^2 - 3x - 5 = 0 \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} x = -1 \\ x = -\frac{c}{a} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

هر دو جواب بدست آمده، قابل قبول هستند ولی برای محاسبه ی \log_8^{2x-1} فقط به جای x ، می‌توانیم مقدار $x = \frac{5}{2}$ را جایگزین

کنیم، زیرا $x = -1$ جلوی لگاریتم را منفی می‌کند.

$$\log_8^{2x-1} \stackrel{x=\frac{5}{2}}{=} \log_8^{2(\frac{5}{2})-1} = \log_8^4 = \log_{2^3}^{2^2} = \frac{2}{3}$$

-متوسط

$$e^x > e^y \geq e^z \xrightarrow{e > 1} x > y \geq z \xrightarrow{0 < \frac{1}{e} < 1} \left(\frac{\sqrt{e}}{e}\right)^x < \left(\frac{\sqrt{e}}{e}\right)^y \leq \left(\frac{\sqrt{e}}{e}\right)^z$$

۸۷. گزینه ۲

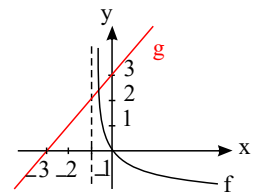
-آسان

۸۸. گزینه ۲ به روش هندسی داریم:

$$\log_{e,2}(x+1) = x+3$$

$$f(x) = \log_{e,2}(x+1)$$

$$g(x) = x+3$$



معادله یک ریشه‌ی منفی دارد.

-متوسط

۸۹. گزینه ۱ با توجه به نمودارها هر دو مقدار a و b بین صفر و یک هستند. با مقایسه‌ی مقدار دو تابع در $x = 1$ داریم:

$$y = a^x \xrightarrow{x=1} y = a, \quad y = b^x \xrightarrow{x=1} y = b \Rightarrow a > b \Rightarrow 0 < b < a < 1$$

-متوسط

۹۰. گزینه ۳

$$\frac{\log(\log 3)}{2 \log 4} = 2 \log_4(\log 3) = (\log 3) \log_4^2 = (\log 3)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\log 3}$$

توجه کنید از روابط لگاریتمی $\frac{\log a}{\log b} = \log_b^a$ و $a^{\log b} = b^{\log a}$ استفاده کرده‌ایم.

-سخت

استاد علیرضا افشار

“همایش‌ها”

@hamayesh_dr_afshar

۹۱. گزینه ۴

وقتی داده‌های آماری را در (-2) ضرب می‌کنیم، انحراف معیار ۲ برابر و میانگین (-2) برابر می‌شود و وقتی ۲۱ واحد به آن‌ها اضافه می‌کنیم، انحراف معیار تغییر نمی‌کند ولی به میانگین ۲۱ واحد اضافه می‌شود.

$$C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \quad \rightarrow \quad \frac{C_V \text{ جدید}}{C_V \text{ قدیم}} = \frac{\frac{2\sigma}{-2\bar{x}+21}}{\frac{\sigma}{\bar{x}}} = \frac{2\bar{x}}{-2\bar{x}+21} = \frac{6}{-6+21} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = \frac{40}{100}$$

-متوسط

۹۲. گزینه ۳ فرض کنید \bar{x} میانگین کل ۳۶ داده، \bar{x}_1 میانگین ۹ داده‌ی سمت چپ، \bar{x}_2 میانگین ۱۸ داده‌ی درون جعبه و \bar{x}_3 میانگین ۹ داده‌ی سمت راست جعبه می‌باشد.

$$\bar{x} = \frac{9\bar{x}_1 + 18\bar{x}_2 + 9\bar{x}_3}{36} \rightarrow 27,5 = \frac{(9 \times 22) + 18\bar{x}_2 + (9 \times 30)}{36}$$

$$\rightarrow 990 = 468 + 18\bar{x}_2 \rightarrow 18\bar{x}_2 = 522 \rightarrow \bar{x}_2 = \frac{522}{18} = 29$$

-متوسط

۹۳. گزینه ۴ نکته: واریانس داده‌های x_1, x_2, \dots, x_n برابر صفر است، اگر و تنها اگر $x_1 = x_2 = \dots = x_n$ واریانس داده‌ها برابر صفر است، پس تمام داده‌ها با هم برابرند.

$$x_1 = x_2 = \dots = x_9 = 12$$

بنابراین میانگین داده‌های x_1, x_2, \dots, x_9 برابر ۱۲ است.

-آسان

۹۴. گزینه ۲ اگر یک جامعه با اندازه‌ی n_1 و واریانس σ_1^2 و جامعه‌ی دیگری با اندازه‌ی n_2 و واریانس σ_2^2 وجود داشته باشد و میانگین دو جامعه با هم برابر باشند، واریانس جامعه‌ی حاصل از اجتماع این دو جامعه، از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$\sigma^2 = \left(\frac{n_1}{n_1+n_2}\right)\sigma_1^2 + \left(\frac{n_2}{n_1+n_2}\right)\sigma_2^2 = \left(\frac{12}{36}\right)(12,6) + \left(\frac{24}{36}\right)(7,2) = \frac{1}{3}(12,6) + \frac{2}{3}(7,2) = 9 \rightarrow \sigma = 3$$

-سخت

۹۵. گزینه ۴ نکته: نمونه‌گیری سیستماتیک نوعی نمونه‌گیری طبقه‌ای است که در آن اندازه‌ی طبقات با هم برابر است. فقط از طبقه‌ی اول، واحد آماری به تصادف انتخاب می‌شود و با همان رویه از طبقات دیگر، این کار انجام می‌گیرد. مطابق نکته، چون می‌خواهیم از این جامعه ۱۰۰ نفره ۲۰ نفر انتخاب کنیم، جامعه را به ۲۰ طبقه تقسیم کنیم، چون اندازه‌ی طبقات باید برابر باشد. پس هر طبقه شامل ۵ نفر می‌باشد. پس احتمال انتخاب هر عضو در این طبقات برابر $\frac{1}{5}$ است.

-متوسط

۹۶. گزینه ۲ تذکر: متغیر: هر ویژگی از اشخاص یا اشیاء که قرار است بررسی شوند را متغیر می‌نامند. متغیر کمی: متغیری است که مقادیر عددی می‌گیرد و برای آن عملیات ریاضی از قبیل جمع، تفریق و معدل‌گیری قابل انجام است. متغیر کیفی: متغیری است که صرفاً برای دسته‌بندی افراد یا اشیاء در گروه‌ها بکار می‌رود و لزوماً مقدار عددی نمی‌گیرد. درجه‌ی حرارت بدن انسان، متغیری کمی است، در حالی که میزات تحصیلات افراد یک شهر، رنگ اتومبیل‌های تولیدی یک کارخانه و نوع درختان موجود در یک پارک، همگی متغیرهای کیفی هستند.

-متوسط

۹۷. گزینه ۴ بهترین راه برای مسائل فرهنگی کاهش ترافیک، روش مصاحبه است. روش مناسب برای بررسی رنگ اتومبیل‌های پارک شده در یک پارکینگ، مشاهده است. برای یافتن افراد با نام علی از اطلاعات ذخیره شده (دادگان) باید بهره بگیریم. مناسب‌ترین راه برای کسب میزان رضایت افراد از خرید یک کالا پرسش‌نامه می‌باشد.

۹۸. گزینه ۴ واریانس داده‌ها زمانی صفر است که داده‌ها با هم برابر باشند.

-متوسط

$$\begin{cases} x - 2 = 4 \rightarrow x = 6 \\ y - 1 = 4 \rightarrow y = 5 \\ z - 3 = 4 \rightarrow z = 7 \end{cases}$$

$$\text{میانگین} = \frac{x+y+z}{3} = \frac{6+5+7}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

$$\sigma^2 = \frac{(6-6)^2 + (5-6)^2 + (7-6)^2}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{\frac{2}{3}}}{6\sqrt{\frac{1}{3}}}$$

-سخت

۹۹. گزینه ۲

-آسان

۱۰۰. گزینه ۳ در روش نمونه‌گیری طبقه‌ای، جامعه به زیر جامعه‌های مجزا تقسیم می‌شود و تعداد اعضای انتخاب شده در هر طبقه متناسب با تعداد اعضای آن طبقه است.

-متوسط

۱۰۱. گزینه ۳ برای تعیین درستی یا نادرستی هر یک از عبارتها توجه شما را به متن زیر در مورد کشش سطحی که در کتاب درسی آمده است، جلب می‌کنیم:

نشستن یا راه رفتن برخی حشره‌ها روی سطح آب، شناور ماندن گیره فلزی کاغذ روی سطح آب و تشکیل حباب‌های آب و صابون تنها نمونه‌هایی از وجود کشش سطحی هستند. کشش سطحی ناشی از هم‌چسبی مولکول‌های سطح مایع است و آن را می‌توان با نیروهای بین مولکولی توضیح داد. به دلیل نیروهای جاذبه‌ای که مولکول‌های سطح مایع به یکدیگر وارد می‌کنند سطح مایع شبیه یک پوسته تحت کشش رفتار می‌کند و کشش سطحی روی می‌دهد. با کشش سطحی همچنین می‌توان توضیح داد که چرا قطره‌هایی که آزادانه سقوط می‌کنند تقریباً کره‌ای شکل هستند.

-آسان

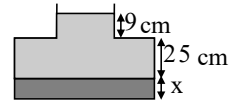
۱۰۲. گزینه ۱ فشار در کف ظرف برابر است با:

$$P_{\text{کل}} = P_{\text{آب}} + P_{\text{مایع}}$$

$$\rho_{\text{آب}} = \frac{m}{V} \Rightarrow 1 = \frac{590}{V} \Rightarrow V = 590 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow V = V_1 + V_2 \Rightarrow 590 = (20 \times 25) + 10 \times h$$

$$\text{ارتفاع آب در لوله باریک} : h \Rightarrow h = 9 \text{ cm}$$



باید فشار حاصل از این ارتفاع را به cm.Hg تبدیل کنیم.

$$h_{\text{آب}} = 25 + 9 = 34 \text{ cm}$$

$$\rho_{\text{آب}} gh_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow 13,6 \times h_{\text{جیوه}} = 1 \times 34 \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{34}{13,6} = 2,5 \text{ cm} \Rightarrow P = 2,5 \text{ cm.Hg} = 25 \text{ mm.Hg}$$

$$P_{\text{کل}} = P_1 + P_2 \Rightarrow 35 \text{ mm.Hg} = 25 \text{ mm.Hg} + P_2 \Rightarrow P_2 = 10 \text{ mm.Hg} \rightarrow h_{\text{جیوه}} = 10 \text{ mm}$$

$$P_2 = \rho_{\text{مایع}} gh_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} \Rightarrow 10 \times 13,6 = 1,7 \times h_{\text{مایع}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{مایع}} = \frac{13,6 \times 10}{1,7} = \frac{1360}{1,7} = 800 \text{ mm} = 8 \text{ cm}$$

-سخت



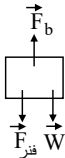
۱۰۳. گزینه ۴ بر جسم چوبی سه نیروی وزن و کشسانی فنر رو به پایین و نیروی شناوری رو به بالا وارد می‌شود. چون جسم ساکن است، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. دقت کنید چون $\rho_{\text{مایع}} > \rho_{\text{جسم}}$ است پس نیروی شناوری بزرگ‌تر از وزن جسم است لذا فنر کشیده می‌شود. بنابراین با توجه به اینکه نیروی شناوری برابر وزن مایع جابه‌جا شده است یعنی $F_b = \rho_{\text{مایع}} V_{\text{جسم}} g$ (حجم آب جابه‌جا شده است که با حجم جسم برابر می‌باشد) است می‌توان نوشت:

$$F_b - F_{\text{فنر}} - W = 0 \rightarrow \rho'_{\text{مایع}} V'_{\text{مایع}} g - F_{\text{فنر}} - \rho_{\text{جسم}} V_{\text{جسم}} g = 0$$

$$W = mg = \rho_{\text{جسم}} V_{\text{جسم}} g$$

$$V'_{\text{مایع}} = V_{\text{جسم}} = a^3 = 10^3 \text{ cm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\rho'_{\text{مایع}} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \rho_{\text{جسم}} = 600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\Rightarrow 10 - F_{\text{فنر}} - 6 = 0 \Rightarrow F_{\text{فنر}} = 4 \text{ N}$$


سخت-

۱۰۴. گزینه ۱ چون فشار هوا (P_0) به سطح جیوه طرف وارد می‌شود، باید طول ستون جیوه درون لوله نیز تا همین سطح سنجیده شود که برابر $69 \text{ cmHg} = 72 - (4 - 1)$ خواهد بود.

آسان-

۱۰۵. گزینه ۲ در حالت (الف) برای شناور ماندن مجموعه، نیروی شناوری ناشی از فرورفتن چوب درون آب باید با مجموع وزن چوب و وزنه فلزی برابر باشد. اما در حالت (ب) برای شناور ماندن مجموعه، مجموع نیروی شناوری چوب و نیروی شناوری وزنه فلزی باید با مجموع وزن چوب و وزنه فلزی برابر باشد. این یعنی در حالت (ب) نیروی شناوری حاصل جمع نیروی شناوری چوب و وزنه است. پس الزاماً در حالت (الف) میزان فرو رفتن چوب درون آب بیشتر است. اما درباره گزینه «۱» باید گفت که فرورفتن و غرق شدن مجموعه به چگالی چوب و فلز بستگی دارد و الزاماً این اتفاق نخواهد افتاد.

متوسط-

۱۰۶. گزینه ۱ فشار مایع بر حسب پاسکال برابر است با:

$$P = \rho gh = 6800 \times 10 \times \frac{1}{10} = 6800 \text{ Pa}$$

برای تبدیل این فشار به cmHg از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$P = \rho_{\text{Hg}} gh_{\text{Hg}} \Rightarrow 6800 = 13600 \times 10 \times h_{\text{Hg}} \Rightarrow h_{\text{Hg}} = 0,5 \text{ m} \Rightarrow P = 5 \text{ cmHg}$$

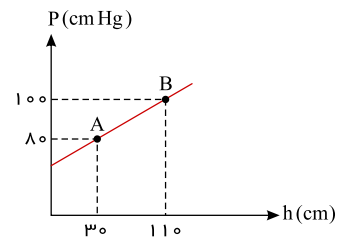
آسان-

۱۰۷. گزینه ۴

$$\rho_{\text{مایع}} g (h_B - h_A) = \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مایع}} \times (110 - 30) = 13600 \times (100 - 80)$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مایع}} = 374 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3} = 37400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$



متوسط-

۱۰۸. گزینه ۱ با ورود گلوله به مایع، نیروی شناوری رو به بالا از طرف مایع به گلوله وارد می‌شود بنابراین میله ساعت‌گرد دوران می‌کند.

متوسط-

۱۰۹. گزینه ۳ در حالت اول، نیروی شناوری وزن جسم و در حالت دوم وزن جسم غوطه‌ور در مایع را نشان می‌دهد. طبق اصل ارشمیدس، مایع نیرویی بالاسو به جسم وارد کرده است که اندازه آن با وزن شاره جابه‌جا شده برابر است، بنابراین داریم:

$$W' = 22128 - 21872 = 256 \text{ N}$$

وزن شاره جابه‌جا شده

$$m = \frac{W'}{g} = \frac{256}{10} = 25,6 \text{ kg} = 25,6 \text{ g}$$

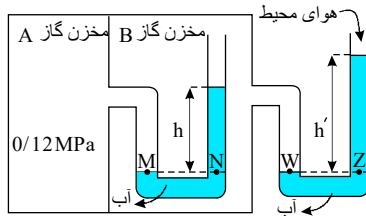
جرم شاره جابه‌جا شده

حال چگالی مایع را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{v} = \frac{25,6}{32} = 0,8 \text{ g/cm}^3$$

-متوسط

۱۱۰. گزینه ۱



در حالت تعادل هم تراز از یک مایع، فشار برابری دارند. بنابراین:

$$PM = PN, PW = PZ$$

$$PW = PZ \xrightarrow{PB=PW} PB = P_o + \rho_{\text{ب}} h'$$

از طرفی:

$$P_o = 101 \text{ kPa} = 101 \times 10^3 \text{ Pa}, h' = 110 \text{ cm} = 1,1 \text{ m}$$

بنابراین:

$$PB = 101 \times 10^3 + 1000 \times 10 \times 1,1 = 11,2 \times 10^4 \text{ Pa}$$

$$PM = PN \xrightarrow{PA=PM} PA = PB + \rho_{\text{ب}} h$$

از طرفی:

$$PA = 0,12 \text{ MPa} = 0,12 \times 10^6 \text{ Pa} = 12 \times 10^4 \text{ Pa}$$

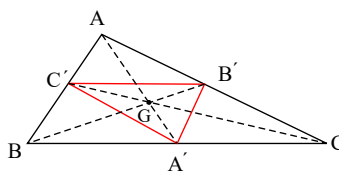
بنابراین:

$$12 \times 10^4 = 11,2 \times 10^4 + 1000 \times 10 \times h \Rightarrow h = 0,8 \text{ m} = 80 \text{ cm}$$

-سخت

۱۱۱. گزینه ۲

چون نقاط A' و B' و C' اوساط اضلاع هستند پس A' که متناظر A هست را به هم وصل کرده و B' که متناظر B است را نیز به هم وصل کرده این دو (میانه‌ها) همدیگر را در نقطه ای قطع می‌کنند که مرکز تجانس است پس مرکز تجانس نقطه‌ی هم‌رأسی سه میانه مثلث و نسبت تجانس $\frac{1}{2}$ است.

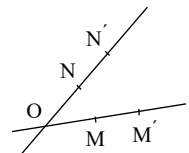


$$\vec{GA'} = -\frac{1}{2}\vec{GA}, \vec{GB'} = -\frac{1}{2}\vec{GB}, \vec{GC'} = -\frac{1}{2}\vec{GC}$$

-سخت

۱۱۲. گزینه ۳ وقتی N' مجانس N است مرکز تجانس روی خط NN' است پس در اینجا مرکز تجانس محل برخورد NN' و MM' است.

$$\left. \begin{aligned} MM': y - 8 &= \frac{12-8}{2-1}(x-1) \Rightarrow y = 4x + 4 \\ NN': y - 4 &= \frac{6-4}{2-1}(x-1) \Rightarrow y = 2x + 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases}$$



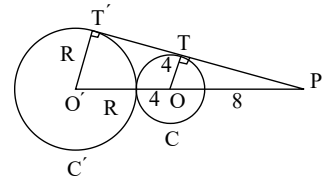
$O(-1, 0)$ مرکز تجانس است.

-متوسط

۱۱۳. گزینه ۳ فرض کنیم دایره‌ی C' مجانس دایره‌ی C به مرکز تجانس P و نسبت k باشد. نقطه‌ی P نقطه‌ی تلاقی مماس مشترک دو دایره با خط‌المرکزین است. با توجه به این که $OT \parallel O'T'$ ، خواهیم داشت:



$$OT \parallel O'T' \xrightarrow{\text{قضیه ی تالس}} \frac{O'T'}{OT} = \frac{O'P}{OP} \Rightarrow \frac{R}{4} = \frac{R+12}{8}$$



$$\Rightarrow 4R + 48 = 8R \Rightarrow 4R = 48 \Rightarrow R = 12$$

نسبت تجانس دو دایره برابر است با:

$$k = \frac{O'P}{OP} = \frac{24}{8} = 3$$

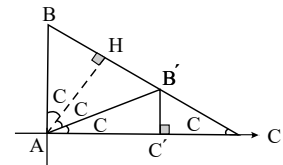
سخت-

۱۱۴. گزینه ۴ می دانیم که $AB = AB'$ با توجه به این که ارتفاع است پس $H\hat{A}B' = C$ داریم:

$$B\hat{A}H + H\hat{A}B' + B'\hat{A}C = 90^\circ \Rightarrow 3C = 90^\circ \Rightarrow C = 30^\circ$$

اما زاویه دوران برابر است با:

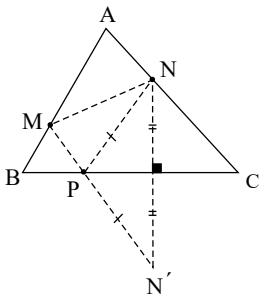
$$B\hat{A}B' = 2\hat{C} = 60^\circ, H\hat{A}C' = 2C = 60^\circ$$



متوسط-

۱۱۵. گزینه ۳

مطابق شکل بازتاب N نسبت به BC، MN' است. N' را در P قطع می کند.



کمترین محیط $\triangle MNP$ برابر است با:

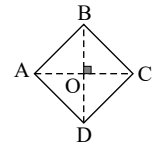
$$PN = PN' \Rightarrow MP + PN + MN = MP + PN' + MN = MN' + MN$$

پس تبدیل بکار رفته بازتاب محوری است.

سخت-

۱۱۶. گزینه ۳ می دانیم که:

$$S_{ABCD} = \frac{AC \cdot BD}{2} = 2 \Rightarrow AC \cdot BD = 4$$



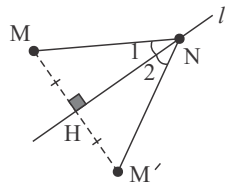
همچنین از آنجا که دوران ایزومتري می باشد، پس مساحت $A'B'C'D'$ با مساحت $ABCD$ یکسان است. مساحت $A'B'C'D'$ برابر است با:

$$S_{A'B'C'D'} = \frac{A'C' \cdot B'D'}{2} = \frac{AC \cdot BD}{2} = 2 \Rightarrow A'C' \cdot B'D' = 4$$

متوسط-

۱۱۷. گزینه ۴ و ۱ و ۲ درست است زیرا بازتاب طولی است پس:

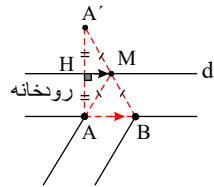
$$MN = NM', \hat{H} = 90^\circ \Rightarrow \hat{N}_1 = \hat{N}_2$$



از آنجا که $T(N) = N$ شده است پس N نقطه ثابت تبدیل است.
گزینه ۴ نادرست است زیرا MN و $M'N$ متقاطعند.

-آسان

۱۱۸. گزینه ۳



طبق مسأله هرون، برای یافتن نقطه M که مسیر AMB کوتاهترین باشد، بازتاب A را نسبت به d می‌یابیم (A').
 $A'B$ را در d قطع می‌کند. مسیر AMB کوتاهترین می‌باشد.

عکس تالس $AB \parallel MH, AH' = AH \rightarrow A'M = MB$

$\triangle AA'B: A = 90^\circ, AM$ میانه وارد بر وتر نصف وتر $\Rightarrow AM = BM = A'M \Rightarrow AM = BM$

پس مثلث AMB متساوی‌الساقین است.

-آسان

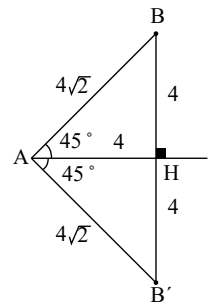
۱۱۹. گزینه ۴

مطابق شکل برای محاسبه شعاع دایره محاطی خارجی داریم:

$$S_{ABB'} = \frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16, P = \frac{4\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 8}{2} = 4\sqrt{2} + 4$$

$$ra = \frac{S}{P-a} = \frac{16}{4\sqrt{2} + 4 - 8} = \frac{16}{4\sqrt{2} - 4} = \frac{4}{\sqrt{2} - 1} = 4(\sqrt{2} + 1)$$

$$rb = rb' = \frac{S}{P-b} = \frac{16}{4\sqrt{2} + 4 - 4\sqrt{2}} = 4$$



-متوسط

۱۲۰. گزینه ۴ تبدیل طولیا، اندازه‌ها را حفظ می‌کند. همچنین این تبدیل اندازه زاویه را حفظ می‌کند.

اگر تبدیلی مثل بازتاب که طولیاست در نظر بگیریم، این تبدیل شیب خطوط و جهت شکل را حفظ نمی‌کند و بی‌شمار نقطه ثابت دارد.

-آسان

۱۲۱. گزینه ۲

دستگاه $\left. \begin{array}{l} a-c=2 \\ a+c=8 \end{array} \right\} \rightarrow a=5, c=3 \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{3}{5}$

-متوسط

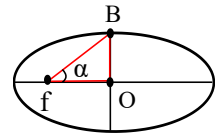
۱۲۲. گزینه ۴



$$\tan 60^\circ = \frac{b}{c} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{b}{c} \Rightarrow c = \frac{b}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = b^2 + \frac{b^2}{3} \Rightarrow a^2 = \frac{4b^2}{3} \Rightarrow a = \frac{2b}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{2b^2}{a} = \frac{2b^2}{\frac{2b}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3} \times 2b^2}{2b} = \sqrt{3}b$$



-متوسط

۱۲۳. گزینه ۱ خروج از مرکز بیضی برابر است با $e = \frac{c}{a}$ پس داریم:

$$\frac{c}{a} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{4}{3}$$

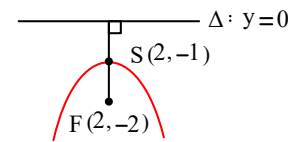
$$\frac{S_{ABF}}{S_{OBF}} = \frac{\frac{1}{2}AF \times OB}{\frac{1}{2}OF \times OB} = \frac{AF}{OF} = \frac{a-c}{c} = \frac{a}{c} - 1 = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3}$$

-متوسط

۱۲۴. گزینه ۴ ابتدا معادله سهمی را به صورت استاندارد می‌نویسیم:

$$x^2 + 4y - 4x + 8 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 - 4 + 4y + 8 = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 + 4y + 4 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = -4(y+1)$$



بنابراین رأس این سهمی نقطه $(2, -1)$ و پارامتر آن برابر $a = -1$ است. پس مختصات کانون آن عبارت است از:

$$F(2, -1 - 1) \Rightarrow F(2, -2)$$

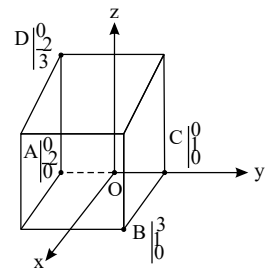
بنابراین مجموع طول و عرض کانون این سهمی برابر است با: $-2 + 2 = 0$

-آسان

۱۲۵. گزینه ۲ روش اول: ابتدا نقاط داده شده را در یک دستگاه مطابق شکل مقابل رسم می‌کنیم. واضح است ضلع مکعب برابر ۳

بوده پس داریم:

$$\frac{S}{V} = \frac{6a^2}{a^3} = \frac{6}{a} = \frac{6}{3} = 2$$



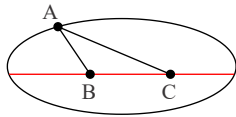
روش دوم: بدون رسم نیز می‌توان مسئله را حل کرد. با توجه به رئوس $C(0, 1, 0)$ و $A(0, -2, 0)$ که هر دو روی محور y ها هستند، ضلع مکعب برابر است با تفاضل y های A و C یعنی: $a = 1 - (-2) = 3$ در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{S}{V} = \frac{6a^2}{a^3} = \frac{6}{a} = 2$$

-سخت

۱۲۶. گزینه ۴

$$\left. \begin{aligned} AC &= (t+1)^2 - (t-1)^2 = t^2 + 2t + 1 - t^2 + 2t - 1 = 4t \\ AB &= -4t + 4 \end{aligned} \right\} \rightarrow AB + AC = 4$$



مجموع فواصل A از دو رأس ثابت B و C برابر مقدار ثابت 4 است. بنابراین مکان هندسی نقطه A بیضی با کانون‌های B و C و با قطر 4 می‌باشد.

-آسان

۱۲۷. گزینه ۳ مجموع فواصل M از دو کانون برابر است:

$$MF + MF' = \sqrt{(-1-1)^2 + (5-3)^2} + \sqrt{(-1-(-3))^2 + (5-3)^2}$$

$$= \sqrt{2^2 + 2^2} + \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

بیضی مکان هندسی نقاطی از صفحه است که مجموع فواصل آن‌ها از دو نقطه ثابت F و F' به نام کانون‌های بیضی همواره مقداری ثابت است؛ بنابراین مجموع فواصل هر نقطه دیگری روی بیضی از دو کانون $4\sqrt{2}$ است.

-آسان

۱۲۸. گزینه ۲

$$x^2 + y^2 - 6x + 8y + k = 0 \rightarrow O\left(-\frac{-6}{2}, -\frac{8}{2}\right) = (3, -4)$$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{(-6)^2 + 8^2 - 4k} = \frac{\sqrt{100 - 4k}}{2}$$

دایره و بیضی به کانون‌های $F(3, 6)$ و $F'(3, -2)$ و طول قطر بزرگ 10 در 4 نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند. مختصات مرکز بیضی برابر نصف مجموع مختصات دو کانون است.

$$O'\left(\frac{3+3}{2}, \frac{-2+6}{2}\right) = (3, 2)$$

فاصله کانونی را به دست می‌آوریم:

$$FF' = \sqrt{(3-3)^2 + (6-(-2))^2} = 8 \rightarrow 2c = 8 \rightarrow c = 4$$

$$\text{قطر بزرگ} = 2a = 10 \rightarrow a = 5$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 5^2 = b^2 + 4^2 \rightarrow b = 3$$

مرکز دایره و بیضی بر هم منطبق‌اند برای اینکه در چهار نقطه یکدیگر را قطع کنند باید رابطه زیر برقرار باشد.

$$b < R < a \rightarrow 3 < \frac{1}{2} \sqrt{100 - 4k} < 5$$

$$\times 2 \rightarrow 6 < \sqrt{100 - 4k} < 10 \rightarrow 36 < 100 - 4k < 100$$

$$\begin{aligned} & \times \left(-\frac{1}{4}\right) \\ & \xrightarrow{-100} -64 < -4k < 0 \xrightarrow{\div (-1)} 16 > k > 0 \rightarrow k = 1, 2, 3, 4, \dots, 15 \end{aligned}$$

$k < 15$, مقدار صحیح می‌تواند داشته باشد.

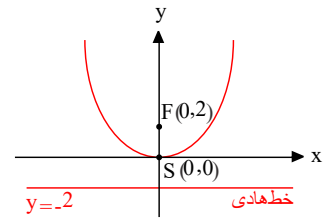
-سخت



گزینه ۱. ۱۲۹

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 = y^2 + 4y + 4 + 4y - 4x$$

$$\rightarrow x^2 = 8y \rightarrow \begin{cases} \lambda = 4a \rightarrow a = 2 \\ \text{دهانه سهمی رو به بالاست.} \\ \text{رأس سهمی } S(0, 0) \\ \text{محور سهمی موازی محور } y \text{ ها است.} \\ \text{مختصات کانون } F(0, 2) \end{cases}$$



فاصله کانونی سهمی برابر ۲ است.

متوسط

گزینه ۱. ۱۳۰

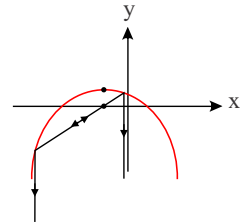
$$x^2 + 10x = 75 - 20y \xrightarrow{+5^2} x^2 + 10x + 25 = -20y + 100$$

$$\rightarrow (x+5)^2 = -20(y-5)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{مختصات رأس } S(-5, 5) \\ 4a = 20 \rightarrow a = 5 \end{array} \right\}$$

$$\rightarrow \text{مختصات کانون } F(-5, 5-5) = (-5, 0)$$

سهمی قائم و دهانه آن رو به پایین است.



اشعه نور از کانون می‌گذرد و با محور x زاویه 45° می‌سازد بنابراین شیب آن برابر یک است و معادله آن به صورت زیر است:

$$y - 0 = 1((x - (-5))) \rightarrow y = x + 5$$

با حل دستگاه نقاط برخورد اشعه نور و سهمی را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{array}{l} (x+5)^2 = -20(y-5) \\ y = x+5 \end{array} \right\} \rightarrow (x+5)^2 = -20(x+5-5)$$

$$\rightarrow x^2 + 10x + 25 = -20x$$

$$\rightarrow x^2 + 30x + 25 = 0 \rightarrow (x+15)^2 - 225 + 25 = 0 \rightarrow (x+15)^2 = 200$$

$$\rightarrow x+15 = \pm 10\sqrt{2} \rightarrow x = -15 \pm 10\sqrt{2}$$

سخت

۱۳۱. گزینه ۴ چون عدد $x = 2$ باعث صحیح شدن داخل جزء صحیح می‌شود پس برای مشتق پذیر بودن باید $x = 2$ ریشه‌ی

مکرر تابع $y = x^3 + 3x^2 + ax + b$ باشد. یعنی هم ریشه خود تابع و هم ریشه مشتق آن می‌باشد. پس:

$$y(2) = 8 + 12 + 2a + b = 0 \quad (1)$$

$$y' = 3x^2 + 6x + a \Rightarrow y'(2) = 12 + 12 + a = 0 \Rightarrow a = -24$$

$$(1): 20 - 48 + b = 0 \Rightarrow b = 28$$

$$a + b = 4$$

متوسط

۱۳۲. گزینه ۴ کافی است پیوستگی و مشتق پذیری را در نقطه $x = 1$ بررسی کنیم:



۱) پیوستگی: $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Rightarrow 1 + a \cos \pi = b + 1 \Rightarrow 1 - a = b + 1 \Rightarrow a = -b$

۲) مشتق پذیری: $f'_+(1) = f'_-(1) \Rightarrow -a\pi \sin \pi x|_{x=1} = 2bx + 1|_{x=1} \Rightarrow -a\pi \sin \pi = 2b + 1$

$$\Rightarrow 2b + 1 = 0 \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = -(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$$

-آسان

۱۳۳. گزینه ۲ ابتدا پیوستگی تابع را بررسی می کنیم. در نتیجه داریم:

$$f(x) = \begin{cases} [x] + 1 & x < 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -1 + 1 = 0 \\ 1 + x^2 + \sin x & x \geq 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1 + 0 + 0 = 1 = f(0) \end{cases}$$

در نتیجه تابع در نقطه $x = 0$ فقط پیوستگی راست دارد و در نتیجه فقط مشتق راست در نقطه $x = 0$ خواهد داشت.

-آسان

۱۳۴. گزینه ۳

$$f(x) = 1 - |x| \Rightarrow f(f(x)) = 1 - |f(x)| = 1 - |1 - |x||$$

ابتدا تابع $y = f(f(x))$ را تشکیل می دهیم.

و می دانیم که توابع قدرمطلق به ازای ریشه های ساده ی داخل قدر مطلق مشتق ندارند.

در سه نقطه مشتق ناپذیر است. $y = 1 - |1 - \underbrace{|x|}_{x=0} \Rightarrow 1 - |x| = 0 \Rightarrow |x| = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

-متوسط

۱۳۵. گزینه ۱ تابع اگر مشتق پذیر باشد الزاماً پیوسته است. ابتدا پیوستگی آن را نشان می دهیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \Rightarrow 1 + a + b = 1 \Rightarrow a + b = 0$$

و بعد باید مقدار مشتق چپ و مشتق راست با هم برابر شوند:

$$f'(x) = \begin{cases} \sqrt{2x-1} + \frac{x}{\sqrt{2x-1}} & x \geq 1 \\ 2x + a & x < 1 \end{cases} \Rightarrow a + 2 = 1 + 1 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow b = 0$$

-آسان

۱۳۶. گزینه ۳ گزینه ها را بررسی می کنیم:

در گزینه ی ۱ دامنه ی تابع $[0, +\infty)$ است پس در $x = 0$ مشتق پذیر نیست.

در گزینه ی ۲ نقطه ی $x = 0$ ریشه ی مضاعف رادیکال فرجه ی فرد است و فرجه بزرگتر از توان زیر رادیکال است پس نقطه ی

$x = 0$ ریشه ی مضاعف است و نقطه بازگشتی و مشتق ناپذیر می باشد.

در گزینه ی ۳ داریم: $f(x) = x \cdot \sqrt{x^2} = x \cdot |x|$

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot |x| - 0}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \pm |x| = 0$$

مشتق پذیر است

در گزینه ی ۴ داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot [x] - 0}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} [x]$$

$$۱) x \rightarrow 0^+ = [0^+] = 0 = f'_+(0)$$

در $x = 0$ مشتق پذیر نیست.

$$۲) x \rightarrow 0^- = [0^-] = -1 = f'_-(0)$$

-سخت

۱۳۷. گزینه ۴ عدد $x = 0$ عبارت براکتی را صحیح می کند بنابراین ضابطه ی بالایی در این نقطه ی ناپیوسته و مشتق ناپذیر است و

ضابطه ی پایینی شامل قدر مطلق است که به ازای ریشه ی ساده ی داخل قدر مطلق مشتق ناپذیر است اما $x = 0$ در دامنه ی ضابطه ی

پایینی نیست در ادامه ی بررسی ناپیوستگی و مشتق ناپذیری این تابع باید نقاط مرزی بررسی شود

$$\begin{cases} f(1) = f(1^+) = 3 \\ f(1^-) = 1 + [1^-] = 1 \end{cases} \rightarrow \text{در } x = 1 \text{ ناپیوسته و مشتق ناپذیر است}$$

$$\begin{cases} f(-1) = f(-1^-) = 3 \\ f(-1^+) = -1 + [-1^+] = -2 \end{cases} \rightarrow \text{در } x = -1 \text{ ناپیوسته و مشتق ناپذیر است}$$

بنابراین تابع $f(x)$ در ۳ نقطه $\{-1, 0, 1\}$ مشتق ناپذیر است و در بقیه‌ی نقاط مشتق پذیر است:

$$Df' = \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$$

سخت-

۱۳۸. **گزینه ۱** می‌دانیم که کلیه توابع قدرمطلق به ازای ریشه ساده قدرمطلق مشتق ناپذیر است و این اعداد در دامنه مشتق نیستند ولی به ازای ریشه‌های مکرر و مضاعف داخل قدرمطلق مشتق پذیر است.

ریشه‌های داخل قدرمطلق را بدست می‌آوریم. چون مجموع ضرایب برابر صفر است، لذا $x = 1$ یک ریشه آن است، پس عبارت را بر $x - 1$ تقسیم می‌کنیم تا تجزیه شود.

$$x^3 - 5x^2 + 8x - 4 = (x - 1) \cdot (x^2 - 4x + 4) = (x - 1) \cdot (x - 2)^2$$

$$\begin{cases} x = 1 \text{ ریشه ساده} \\ x = 2 \text{ ریشه مضاعف} \end{cases} \Rightarrow Df' = \mathbb{R} - \{1\}$$

بنابراین $A = 1$ است و فقط یک عضو دارد.

سخت-

۱۳۹. **گزینه ۱**

$$f(x) = (x^3 - 1)[2x], \quad f(1) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 1)[2x] = 0$$

تابع در $x = 1$ پیوسته است، پس داریم:

$$x \rightarrow 1^- \Rightarrow f(x) = (x^3 - 1)[2^-] = (x^3 - 1) \times 1 = x^3 - 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 \Rightarrow f'_-(1) = 3$$

$$x \rightarrow 1^+ \Rightarrow f(x) = (x^3 - 1)[2^+] = (x^3 - 1) \times 2 = 2x^3 - 2 \Rightarrow f'(x) = 6x^2 \Rightarrow f'_+(1) = 6$$

$$f'_-(1) + f'_+(1) = 3 + 6 = 9$$

متوسط-

۱۴۰. **گزینه ۱**

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow 1 \geq -\sin x \geq -1 \Rightarrow 2 \geq 1 - \sin x \geq 0$$

$$0 \leq 1 - \sin x \leq 2 \Rightarrow |1 - \sin x| = 1 - \sin x \Rightarrow f(x) = 1 - \sin x$$

تابع f در هر نقطه مشتق پذیر است و نقطه مشتق ناپذیر ندارد.

متوسط-

۱۴۱. **گزینه ۳** تعداد اعداد ۳ رقمی $10 \times 10 \times 9$ است از این اعداد آن‌ها که بر ۵ یا بر ۶ بخش پذیرند به استناد رابطه شمول و عدم شمول کم می‌کنیم:

$$\text{جواب} = 900 - \left\{ \left[\frac{900}{5} \right] + \left[\frac{900}{6} \right] - \left[\frac{900}{5 \times 6} \right] \right\} = 900 - (180 + 150 - 30) \Rightarrow |S| = 600$$

متوسط-

۱۴۲. **گزینه ۳** بدترین حالت این است که $2n + 1$ مهره سفید برداریم پس اگر مهره بعدی را برداریم حتماً سیاه است. پس با برداشتن $2n + 2$ مهره مطمئن هستیم از هر دو رنگ برداشته‌ایم.

۱۴۳. **گزینه ۴** اعداد مربع کامل مضرب ۱۳ را می‌یابیم، سپس توان‌های $2 \times 3 = 6$ مضرب ۱۳ را می‌یابیم و از هم کم می‌کنیم تا جواب پیدا شود (طبق اصل شمول و عدم شمول):

سخت-

استاد علیرضا افشار

"همایش‌ها"

@hamayesh_dr_afshar

$$13|a \Rightarrow a = 13q \xrightarrow{a \text{ مربع است}} q = 13k^2 \Rightarrow a = (13k)^2 \Rightarrow 10000 \leq a \leq 99999 \Rightarrow 10000 \leq (13k)^2 \leq 99999$$

(۱)

$$\Rightarrow 100 \leq 13k \leq 316 \Rightarrow 8 \leq k \leq 24 \Rightarrow 24 - 8 + 1 = 17 = a \text{ تعداد}$$

$$(۲) 13|a \Rightarrow a = 13q \Rightarrow a = (13q)^6 \Rightarrow 10000 \leq a \leq 99999 \Rightarrow 10000 \leq (13q)^6 \leq 99999$$

$$\Rightarrow 5 \leq 13q \leq 6 \Rightarrow a \text{ تعداد} = 0$$

$$\Rightarrow (۲), (۱) \text{ جواب} = (۱) - (۲) = 17 - 0 = 17$$

-سخت

۱۴۴. **گزینه ۱** در این فروشگاه $4 \times 3 \times 4 = 48$ مدل لباس داریم. اگر لباس‌ها را لانه در نظر بگیریم، می‌خواهیم حداقل در یکی از لانه‌ها دست کم ۴ کبوتر داشته باشیم بنابراین باید حداقل $3 \times 48 = 145$ لباس انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حداقل ۴ دست لباس از یک مدل در اختیار داریم.

-متوسط

۱۴۵. **گزینه ۳**

از میان عضوهای S ، نیمی از آن‌ها (تا ۱۰۰) فرد و نیمی دیگر زوج هستند. اگر E و O به ترتیب نشانگر زیرمجموعه‌ی عدهای زوج و فرد از S باشند، آنگاه $S = E \cup O = \{2, 4, 6, \dots, 200\} \cup \{1, 3, 5, \dots, 199\}$ ، پس اگر مثلاً تعداد اعداد زوج را تعداد لانه‌های کبوتر در نظر بگیریم، آنگاه بنا بر اصل لانه‌ی کبوتر، با انتخاب ۱۰۱ عدد از میانه عضوهای S ، قطعاً می‌دانیم که حداقل دو عدد یافت می‌شوند که نسبت به هم اول باشند.

تذکر، دو عدد طبیعی متوالی نسبت به هم اول هستند، پس یک عدد فرد، نسبت به دو عدد زوج مجاور خود، قطعاً اول است.

-سخت

۱۴۶. **گزینه ۳** همه‌ی توابع پوشا از A به B به شکل روبه‌رو می‌باشند:

$$f = \{(1, x), (2, ?), (3, ?), (4, ?)\}$$

$$\begin{array}{ccccccc} x & y & z & x & \rightarrow & 3! & \\ x & y & z & y & \rightarrow & \frac{3!}{2!} \rightarrow 12 & \\ x & y & z & z & \rightarrow & \frac{3!}{2!} & \end{array}$$

-سخت

۱۴۷. **گزینه ۲** فرض می‌کنیم $S = \{a \in \mathbb{N} : 150 < n < 500\}$ و هم‌چنین A و B را به ترتیب مجموعه‌ی اعضای S که مضرب ۷ و ۱۱ هستند، در نظر می‌گیریم:

$$|S| = 499 - 150 = 349$$

$$|A| = \left[\frac{499}{7} \right] - \left[\frac{150}{7} \right] = 71 - 21 = 50$$

$$|B| = \left[\frac{499}{11} \right] - \left[\frac{150}{11} \right] = 45 - 13 = 32$$

$$|A \cap B| = \left[\frac{499}{77} \right] - \left[\frac{150}{77} \right] = 6 - 1 = 5$$

تعداد اعضای مورد نظر برابر است با:

$$|A' \cap B'| = |(A \cup B)'| = |S| - |A \cup B| = 349 - (50 + 32 - 5) = 349 - 77 = 272$$

-متوسط

۱۴۸. **گزینه ۴**

$$\text{نکته: } |A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

نکته: تعداد کل توابع از یک مجموعه‌ی n عضوی به یک مجموعه‌ی m عضوی برابر است با: m^n
باید تعداد توابع پوشا از یک مجموعه‌ی ۵ عضوی به یک مجموعه‌ی ۳ عضوی را به دست بیاوریم.

$$|S| = 3^5$$

کل حالت‌های توزیع جویز



A_i : حالت هایی که به نفر i ام جایزه ای نمی رسد.

$$\begin{array}{l}
 X \longrightarrow Y \\
 \left(\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{array} \right) \\
 |A_1| = |A_2| = |A_3| = 2^5 \\
 |A_1 \cap A_2| = |A_1 \cap A_3| = |A_2 \cap A_3| = 1^5 \\
 |A_1 \cap A_2 \cap A_3| = 0
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 |A'_1 \cap A'_2 \cap A'_3| &= |(A_1 \cup A_2 \cup A_3)'| = |S| - |A_1 \cup A_2 \cup A_3| \\
 &= 3^5 - (|A_1| + |A_2| + |A_3| - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - |A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_3|) \\
 &= 3^5 - (3 \times 2^5 - 3 \times 1 + 0) = 243 - 93 = 150
 \end{aligned}$$

-متوسط

۱۴۹. گزینه ۳ در بدترین حالت ۴ مهره‌ی اول از ۴ رنگ مختلف می‌باشند (مهره‌ی زرد دیگر نداریم) ۳ مهره‌ی بعدی نیز از ۳ رنگ مختلف می‌باشند تا اینجا ۲ مهره خارج کرده‌ایم (غیر از مهره‌ی زرد) از هر رنگ ۲ مهره خارج کرده‌ایم. مهره‌ی هشتم هر رنگی باشد قبلاً ۲ مهره از آن رنگ خارج کرده‌ایم.

-متوسط

۱۵۰. گزینه ۳ فرض کنید A مجموعه اعداد چهار رقمی با رقم یکان ۱ و B مجموعه اعداد چهار رقمی با رقم دهگان ۲ و S مجموعه اعداد چهار رقمی باشند. داریم:

$$|S| = 9 \times 10 \times 10 \times 10 = 9000$$

$$|A| = 9 \times 10 \times 10 \times 1 = 900$$

$$|B| = 9 \times 10 \times 1 \times 10 = 900$$

$$|A \cap B| = 9 \times 10 \times 1 \times 1 = 90$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 900 + 900 - 90 = 1710$$

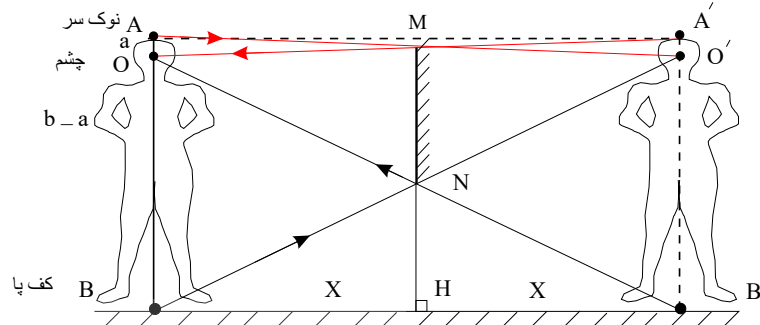
هدف مسأله یافتن حاصل $|\bar{A} \cap \bar{B}|$ است که برابر است با:

$$|\bar{A} \cap \bar{B}| = |S| - |A \cup B| = 9000 - 1710 = 7290$$

-سخت

۱۵۱. گزینه ۳

مطابق شکل اگر قد شخصی از A تا B برابر h باشد فاصله‌ی چشم شخص تا کف اتاق $(h - a)$ خواهد بود و داریم:



$$\Delta O'MN \sim \Delta O'AB \Rightarrow \frac{MN}{AB} = \frac{x}{x+x} \Rightarrow \frac{MN}{h} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow MN = \frac{1}{2}h \text{ حداقل طول آینه}$$

$$\Delta B'NH \sim \Delta B'OB \Rightarrow \frac{NH}{OB} = \frac{x}{x+x} \Rightarrow \frac{NH}{h-a} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow NH = \frac{1}{2}(h-a) \text{ فاصله پایین آینه تا کف اتاق}$$

-سخت

۱۵۲. گزینه ۱

برای آنکه یک نقطه از محیط در تمام لحظات در حال تعادل باشد، باید نقش موج شبیه نقش موج در حالت بازتاب آن از مانع سخت باشد؛ یعنی هم نسبت به محور انتشار و هم نسبت به عمود بر محور انتشار قرینه‌ی شکل موج باشد. بنابراین گزینه ۱ درست است. آسان-

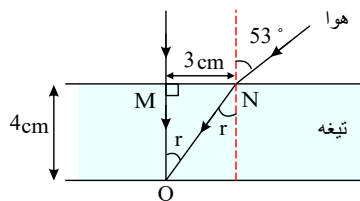
۱۵۳. گزینه ۱ بنا به تعریف زاویه حد (θ_c) زاویه تابش پرتو نور در محیط غلیظ است که زاویه شکست آن 90° باشد. بنابراین مطابق قانون شکست اسنل می‌توان نوشت:

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_r \Rightarrow n_1 \sin \theta_c = n_2 \sin 90^\circ \Rightarrow n \times \sin \theta_c = 37^\circ = 1 \times \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow n \times 0.6 = 1 \Rightarrow n = \frac{1}{0.6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

-آسان

۱۵۴. گزینه ۳ برای برخورد دو پرتو در یک نقطه روی وجه دوم تیغه باید مثلث MNO تشکیل شود. در این مثلث



$$\frac{MN}{MO} = \tan r \rightarrow \frac{MN=3cm}{MO=4cm} \rightarrow \tan r = \frac{3}{4}$$

با استفاده از اتحاد $\sin x = \frac{\tan x}{\sqrt{1 + \tan^2 x}}$ خواهیم داشت:

$$\sin r = \frac{\frac{3}{4}}{\sqrt{1 + \frac{9}{16}}} = \frac{\frac{3}{4}}{\sqrt{\frac{25}{16}}} = \frac{3}{5} = 0.6$$

از آنجا که $\sin^2 53^\circ + \cos^2 r = 1$ (چون $\sin r = 0.6$ ، $\sin 53^\circ = 0.8$) پس $\sin r = \cos 53^\circ$ در نتیجه r متمم 53° یعنی

37° است. از رابطه $\frac{\sin r}{\sin i} = \frac{v_2}{v_1}$ می‌توان نوشت:

$$\frac{\sin 37^\circ}{\sin 53^\circ} = \frac{v_{\text{تیغه}}}{c} \rightarrow \frac{0.6}{0.8} = \frac{v_{\text{تیغه}}}{3 \times 10^8} \rightarrow v = 2.25 \times 10^8 \text{ m/s}$$

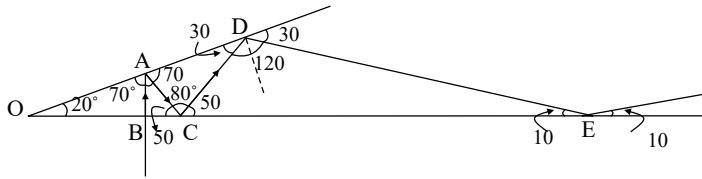
-متوسط

استاد علیرضا افشار

"همایش‌ها"

@hamayesh_dr_afshar

گزینه ۲ .۱۵۵



همان طور که در شکل دیده می شود به دلیل اینکه در برخورد چهارم نور که با آینه ۲ انجام می شود پرتو بازتابش با زاویه ای کمتر از 20° (درجه) نسبت به سطح آینه ۲ باز می تابد، از فضای بین دو آینه خارج می شود، پس گزینه ۲ صحیح است.

محاسبات:

$$\Delta OAB: \hat{OAB} = 180 - (20 + 90) = 70 \rightarrow \hat{BAC} = 180 - (70 + 70) = 40$$

بنابراین در مثلث ABC زاویه \hat{ACB} برابر خواهد شد با:

$$\hat{ACB} = 180 - (40 + 90) = 50$$

از آن جا می توان به راحتی \hat{ACD} را مساوی $180 - 2 \times 50 = 80$ محاسبه شود از آن جا با همین روش $\hat{ADC} = 30$ و از آن

$$\hat{CDE} = 120^\circ \text{ و در نهایت } \hat{DEC} = 10^\circ$$

متوسط

گزینه ۱ .۱۵۶ با استفاده از قانون عمومی شکست امواج داریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{2} \quad (a)$$

سرعت در محیط اول (v_1) از سرعت در محیط دوم (v_2) بیشتر است. بنابراین زاویه تابش (θ_1) از زاویه شکست (θ_2) بیشتر است. بنابراین زاویه انحراف برابر است با:

$$D = \theta_1 - \theta_2$$

و از آن جا با توجه به این که $D = \frac{2}{3}\theta_1$ خواهیم داشت:

$$\theta_1 - \theta_2 = \frac{2}{3}\theta_1 \rightarrow \theta_2 = \frac{\theta_1}{3} \rightarrow \theta_1 = 3\theta_2$$

اگر نتیجه اخیر را در رابطه (a) مورد استفاده قرار دهیم خواهیم داشت:

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin 3\theta_2} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{\sin 3\theta_2}{\sin \theta_2} = 2 \rightarrow \frac{3 \sin \theta_2 - 4 \sin^3 \theta_2}{\sin \theta_2} = 2$$

$$\rightarrow 3 - 4 \sin^2 \theta_2 = 2 \rightarrow 4 \sin^2 \theta_2 = 1 \rightarrow \sin^2 \theta_2 = \frac{1}{4} \rightarrow \sin \theta_2 = \frac{1}{2} \rightarrow \theta_2 = 30^\circ$$

سخت

گزینه ۳ .۱۵۷ علت پدیده سراب، بازتاب کلی است ولی این پدیده ذیل پدیده شکست نور رخ می دهد. به این شرح که وقتی نور با

زاویه بیش از یک زاویه خاص که به آن زاویه حد گفته می شود از یک محیط با ضریب شکست بیش تر به مرز آن محیط با محیطی با ضریب شکست کمتر بتابد به جای آن که با تغییر سرعت و انحراف مسیر عبور کند، از مرز باز می تابد. در پدیده سراب وقتی هوا خیلی گرم است چون لایه های هوای نزدیک به زمین گرم تر از لایه های هوای دورتر از زمین هستند، ضریب شکست لایه های دورتر بیش تر از لایه های نزدیک تر به زمین بوده و پرتوهای نوری که از خورشید تحت زاویه بیش تر از زاویه حد به مرز دو لایه گرم و سرد می رسند بازتاب کلی پیدا می کنند و به چشم افرادی که دور از آن منطقه قرار دارند می رسند که این امر باعث می شود فرد پدیده سراب را مشاهده نماید.

آسان

گزینه ۳ .۱۵۸ اگر زاویه تابش θ_1 باشد و موج به اندازه $\frac{2}{3}\theta_1$ از امتداد عمود بر مرز دورتر شود بنابراین زاویه تابش و زاویه

شکست رابطه زیر را خواهند داشت:



$$\theta_2 = \frac{2}{3}\theta_1 + \theta_1 = \frac{5}{3}\theta_1$$

از طرفی با توجه به این که زاویه شکست به اندازه 30° از زاویه تابش بیش تر است. پس خواهیم داشت:

$$\theta_2 - \theta_1 = \frac{5}{3}\theta_1 - \theta_1 = 30^\circ \rightarrow \frac{2}{3}\theta_1 = 30^\circ \rightarrow \theta_1 = 45^\circ$$

و $\theta_2 = \frac{5}{3}\theta_1 = 75^\circ$ پس طبق قانون عمومی شکست امواج داریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{\sin 75^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{\cos 15^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{\frac{1+\cos 30^\circ}{2}}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{2}} = \sqrt{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

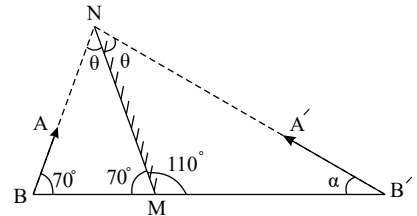
-متوسط

۱۵۹. گزینه ۱ مطابق قانون بازتاب عمومی می توان نشان داد که زاویه بین راستای جسم و راستای تصویرش، دو برابر زاویه راستای جسم با راستای آینه است. بنابراین مطابق شکل داریم:

$$\theta = 70^\circ + 70^\circ + \theta = 180^\circ \Rightarrow \theta = 40^\circ$$

$$\text{در مثلث } B'MN: \theta + \alpha + 110^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 40^\circ + \alpha + 110^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

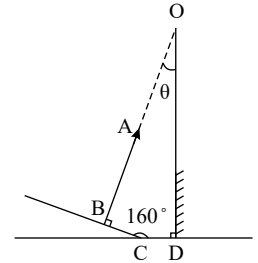


-متوسط

۱۶۰. گزینه ۴ مطابق قانون بازتاب عمومی می توان نشان داد که در آینه تخت زاویه میان امتداد جسم با امتداد تصویرش، دو برابر زاویه بین امتداد جسم با سطح آینه است. از طرفی می دانیم مجموع زوایای داخلی یک چهار ضلعی برابر 360° است. بنابراین داریم:

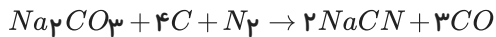
$$BCDO \text{ در چهار ضلعی } : 90^\circ + 160^\circ + 90^\circ + \theta = 360^\circ \rightarrow \theta = 20^\circ$$

$$\text{زاویه بین امتداد جسم با امتداد تصویرش } 2\theta = 2 \times 20^\circ = 40^\circ$$



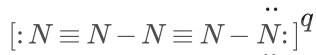
-سخت

۱۶۱. گزینه ۲



-آسان

۱۶۲. گزینه ۲ اگر اتم نیتروژن (N) سمت چپ جفت الکترون ناپیوندی و اتم نیتروژن (N) سمت راست سه جفت الکترون ناپیوندی بپذیرد، همه ی اتم های نیتروژن ترکیب از قاعده ی هشتایی پیروی می کنند.



این ترکیب از ۵ اتم نیتروژن (N) تشکیل شده است و هر اتم نیتروژن در حالت خنثی ۵ الکترون در لایه ی ظرفیت دارد، بنابراین این ترکیب در حالت خنثی باید دارای $5 \times 5 = 25$ الکترون در لایه ی ظرفیت باشد. با شمارش تعداد الکترون ها، مشاهده می شود که این ترکیب در لایه ی ظرفیت فقط ۲۴ الکترون دارد $25 - 24 = 1$. بنابراین بار الکتریکی این یون (q) برابر ۱+ است.

-سخت

۱۶۳. گزینه ۲

این مسئله را بر اساس قانون پایستگی جرم حل می کنیم. پس:



در ابتدا مول اکسیژن را به گرم تبدیل می کنیم:



$$?gO_2 = 10 \cancel{molO_2} \times \frac{32gO_2}{1 \cancel{molO_2}} = 320gO_2$$

جرم فرآورده = جرم واکنش دهنده ها

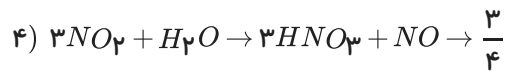
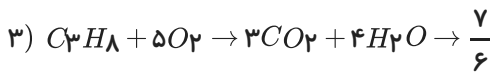
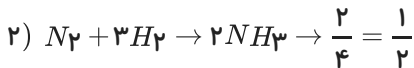
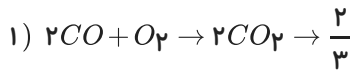
$$x + 320 = 880 \Rightarrow x = 560g$$

-متوسط

۱۶۴. گزینه ۳

ابتدا همه ی معادله ها را موازنه می کنیم:

$$\Leftarrow \frac{\text{مجموع ضرایب فرآورده ها}}{\text{مجموع ضرایب واکنش دهنده ها}}$$



-متوسط

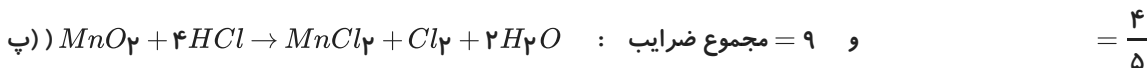
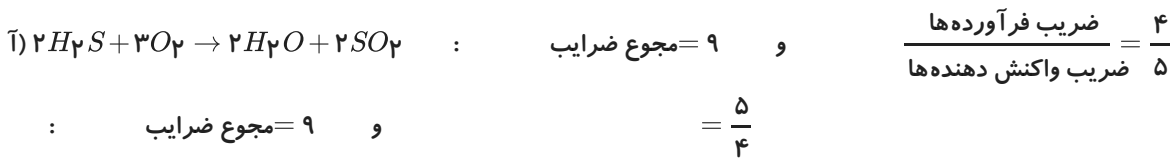
۱۶۵. گزینه ۳ فقط دو ترکیب نادرست است.

آهن (III) اکسید Fe_2O_3

مس (I) اکسید Cu_2O

-آسان

۱۶۶. گزینه ۱ واکنش ها پس از موازنه به صورت زیر خواهند بود:



مجموع ضرایب در سه واکنش آ، ب و پ برابر ۹ و نسبت ضرایب فرآورده ها به واکنش دهنده ها در واکنش های آ، ب نابرابر و در واکنش های آ و پ برابر و در واکنش های پ و ت نابرابر است.

-سخت

۱۶۷. گزینه ۳ - $CuCl_2$ مس (II) کلرید، آبی رنگ است و مس (I) کلرید $CuCl$ سبز تیره است.

- $FeCl_3$ آهن (III) کلرید قهوه ای رنگ و $FeCl_2$ آهن (II) کلرید به رنگ سبز روشن است.

بنابراین گزینه ی (۳) صحیح است.

-متوسط

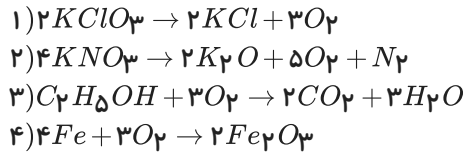
۱۶۸. گزینه ۳ فرمول مولکولی فقط نوع و تعداد اتم های هر عنصر را در ترکیب نشان می دهد و نحوه اتصال اتم ها را مشخص

نمی کند.

۱۶۹. گزینه ۲

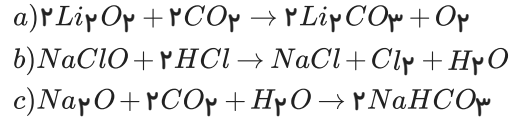
-آسان





-سخت

۱۷۰. گزینه ۴ مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها در c و b برابرند.



-متوسط

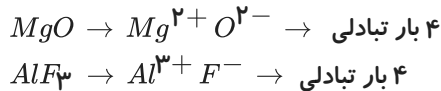
۱۷۱. گزینه ۳ جامد یونی در حالت مذاب و محلول رسانای جریان برق می‌باشد.

-آسان

۱۷۲. گزینه ۳ با افزایش عدد اتمی در هر ردیف در عناصر واسطه شعاع اتمی آن‌ها دچار تغییر چشم‌گیری نمی‌شود.

-متوسط

۱۷۳. گزینه ۱



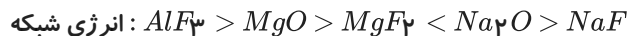
باقی ترکیبات کمتر از ۴ بار تبدالی دارند بنابراین این دو ترکیب از بقیه انرژی شبکه‌ی بیشتری دارند بنابراین در این جا که بارهای تبدالی یکسان است شعاع آنیون و کاتیونی را مقایسه می‌کنیم هر کدام دارای شعاع آنیون و کاتیونی کوچکتر بود انرژی شبکه‌ی بیشتری دارد و می‌دانیم AlF_3 دارای شعاع آنیون و کاتیونی کمتری است پس انرژی شبکه MgO از AlF_3 باید کمتر باشد و از MgF که دارای ۳ بار تبدالی است، باید بیشتر باشد که فقط گزینه‌ی ۱ دارای چنین عددی است.

-سخت

۱۷۴. گزینه ۱ (I_2) ید جزو ترکیبات مولکولی است و سدیم کلرید ($NaCl$) یک جامد یونی است که اختلاف زیادی در خواص فیزیکی با یکدیگر دارند.

-آسان

۱۷۵. گزینه ۳ انرژی شبکه با بار یون‌های تشکیل‌دهنده‌ی بلور رابطه‌ی مستقیم و با شعاع آن‌ها رابطه‌ی وارونه دارد. بنابراین مقایسه‌ی انرژی شبکه ترکیب‌های داده شده به صورت زیر است:



-سخت

۱۷۶. گزینه ۱ در بین ترکیبات موجود فقط KO_2 از قاعده‌ی هشتایی پیروی نمی‌کند و چون آنیون آن (O_2^-) از آنیون $(N_3^-)KN_3$ کوچک‌تر است، نسبت به KN_3 انرژی شبکه‌ی بلور بیشتری دارد.

-متوسط

۱۷۷. گزینه ۴ ۱) یون‌های با بار همنام از یکدیگر دور می‌شوند و یون‌های ناهمنام به یکدیگر نزدیک می‌شوند.

۲) نیروهای جاذبه در همه‌ی جهات بین یون‌های ناهمنام وجود دارد.

۳) جامدهای یونی رسانای جریان برق نیستند زیرا ذرات آن به جز حرکات ارتعاشی حرکت دیگری ندارند و نمی‌توانند آزادانه حرکت کنند.

۴) این نیروهای جاذبه‌ای در تمامی جهات و در فواصل مختلف میان یون‌های ناهمنام وجود دارد پس نمی‌تواند مقدار آنها برابر باشد.

-آسان



۱۷۸. گزینه ۱

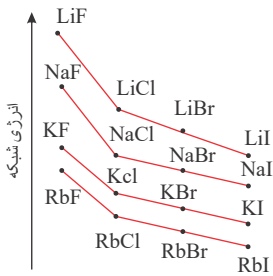
بررسی موارد:

(ا) نادرست؛ انرژی شبکه لیتیم برمید بیش تر است، بنابراین فاصله هسته‌های کاتیون و آنیون در آن کم تر است.

(ب) درست؛ انرژی شبکه NaF بیش تر است و مجموع شعاع یون‌های Na^+ و F^- کم تر می‌باشد.

(پ) درست؛ مطابق نمودار، انرژی شبکه $LiBr$ بیش تر است.

(ت) درست؛ لیتیم فلوئورید بیش ترین انرژی شبکه و روبیدیم یدید کم ترین انرژی شبکه را دارند.



-متوسط

۱۷۹. گزینه ۴ نقطه جوش A و B از دمای اتاق ($298K$) کم تر است و در این شرایط هر دو گاز هستند.

با توجه به جدول و اختلاف نقطه ذوب و جوش این مواد، ماده A و B هر دو موادی مولکولی بوده که در گستره دمایی کمتری به حالت

مایع وجود دارند. در حالی که ماده C یک ماده یونی بوده و اختلاف نقطه ذوب و جوش آن به دلیل جاذبه قوی تر میان یون‌های آن

بیشتر است و از آن می‌توان به عنوان شاره یونی در تولید جریان الکتریکی توسط یک سلول خورشیدی استفاده کرد.

-سخت

۱۸۰. گزینه ۳ این معادله، تشکیل شبکه بلور $MgCl_2$ را نشان می‌دهد طبق تعریف مقدار انرژی شبکه بلور از نظر اندازه با مقدار

گرمای آزاد شده در این واکنش برابر است و انرژی شبکه بلور $MgCl_2$ از $NaCl$ بیش تر است.

بررسی موارد در سایر گزینه‌ها :

گزینه «۱»: معادله‌ی مورد نظر، واکنش تشکیل CaF_2 از عناصر سازنده‌اش را نشان می‌دهد، اما بقیه موارد درستند.

گزینه «۲»: تنها ایراد این گزینه جامد بودن یون Mg^{2+} است.

گزینه «۴»: ایراد این گزینه، این است که بیان کرده انرژی شبکه بلور CaF_2 از AlF_3 بیش تر است. در حالی که کم تر است.

-متوسط

