

تاریخ :		وقت : دقیقه
نام و نام خانوادگی :		تعداد سوالات: ۴۰
موضوع ریاضی انسانی دهم) * فصل اول: عبارتهای جبری * فصل دوم: معادله ی درجه ی دوم * فصل سوم: تابع * فصل چهارم: داده های آماری * فصل پنجم:		مرکز مشاوره تحصیلی دکتر علیرضا افشار
نمایش داده ها)		

۱. اگر $A = x^2 + 2x + 3, B = 2x^2 - 2x + 4, C = -x^2 + x + 4$ باشد مقدار $A + B - C$ کدام است؟
(۱) $4x^2 + x - 11$ (۲) $2x^2 + x + 3$ (۳) $4x^2 - x + 11$ (۴) $4x^2 + x + 11$

۲. حاصل عبارت $2(x - 1)(x + 3) - (x + 2)(2x - 3)$ کدام است؟
(۱) $3x - 9$ (۲) $3x$ (۳) $x + 3$ (۴) $5x - 12$

۳. مستطیلی دارای مساحت $(x^2 - 8x + 15)$ می باشد. اگر عرض مستطیل $5 - x$ باشد، محیط مستطیل کدام است؟
(۱) $2x - 8$ (۲) $4x - 16$ (۳) $x - 3$ (۴) $2x - 6$

۴. به ازای کدام مقدار m عبارت $x^2 - \frac{m}{2}x + 28$ مربع کامل است؟
(۱) $\sqrt{7}$ (۲) 28 (۳) $4\sqrt{7}$ (۴) $8\sqrt{7}$

۵. از رابطه ی $(x - 1)^2 + 2(y + 3)^2 = 0$ مقدار $x + y$ کدام است؟
(۱) -2 (۲) -1 (۳) 1 (۴) 2

۶. اگر تساوی $\frac{4}{9}x^2 + 2x + 7 = a(x^2 + 9) + b(2x + 1) + 2$ یک اتحاد باشد، مساحت مستطیل زیر کدام است؟
(۱) 36 (۲) 16 (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{8}{9}$

۷. کدام گزینه را در عبارت $(x^2 + x - 2) \times \frac{x(x + 1)^2 - x^2}{x^2 - x}$ ضرب کنیم تا حاصل برابر $x^3 - 1$ شود؟ (عبارت تعریف شده است).
(۱) $\frac{x - 1}{x + 2}$ (۲) $x - 1$ (۳) $\frac{1}{x + 2}$ (۴) $\frac{(x - 1)^2}{x + 2}$



۸. چه تعداد از رابطه‌های زیر تابع است؟

الف) رابطه‌ای که در آن به هر شخص، کد ملی او نسبت داده می‌شود.

ب) رابطه‌ای که در آن به هر شخص، مادر او نسبت داده می‌شود.

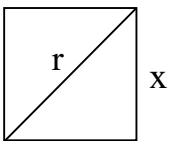
پ) رابطه‌ای که در آن به هر شخص، برادر او نسبت داده می‌شود.

ت) رابطه‌ای که در آن به طول ضلع مربع، مساحت آن نسبت داده می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹. ریشه‌ی معادله‌ی $\frac{x+1}{x+2} = \frac{x+3}{x-1}$ کدام است؟

(۱) $-\frac{5}{7}$ (۲) $-\frac{7}{5}$ (۳) $\frac{5}{7}$ (۴) $\frac{7}{5}$



۱۰. نصف محیط مربع زیر، ثلث قطر آن به علاوه‌ی $\frac{1}{3}$ است. قطر مربع کدام است؟

(۱) $2x - \frac{1}{3}$ (۲) $6x - 1$

(۳) $6x - \frac{1}{3}$ (۴) $2x - 1$

۱۱. در بررسی کدام یک از مراحل زیر، اطلاعات از طریق دادگان‌ها راحت تر به دست می‌آید؟

(۱) بررسی اثر یک نوع کود ارگانیک در میزان رشد گیاهان یک گلخانه

(۲) بررسی رتبه‌ی کنکور دانشجویان ورودی سال اول به رشته‌های مهندسی یک دانشگاه

(۳) بررسی کیفیت یک نوع شوینده در بازار

(۴) بررسی میانگین طول ماهی‌های قزل‌آلا در رودخانه‌ی هراز

۱۲. معدل یک دانش‌آموز در شش درس ۱۴ بوده است. نمرات دو درس دیگر او ۱۵ و ۱۷ است. میانگین ۸ درس او چقدر است؟

(۱) ۱۴٫۲ (۲) ۱۴٫۵ (۳) ۱۴٫۸ (۴) ۱۵

۱۳. میانگین داده‌های $y, 12, 15, x, 22, 43$ برابر با تفاضل میانه‌ی داده‌های $17, 7, 9, 11, 21, 13, 31, 25$ از ۲ برابر میانگین آن‌هاست. حاصل $x + y$ کدام است؟

(۱) ۲۲ (۲) ۲۰ (۳) ۱۹ (۴) ۲۱

۱۴. کدام یک از عبارت‌های زیر بیان‌گر یک معادله‌ی درجه اول است؟

(۱) مربع عددی، برابر همان عدد به علاوه‌ی یک است.

(۲) پنج برابر عددی منهای یک، برابر مربع همان عدد است.

(۳) مربع عددی به علاوه‌ی سه برابر همان عدد، برابر مربع همان عدد منهای سه است.

(۴) پنج منهای چهار برابر عددی، برابر مربع آن عدد به علاوه‌ی یک است.



۱۵. اگر $A = 1 - \sqrt{2}$ باشد، مقدار $A - \frac{1}{A}$ برابر است با:

- (۱) -2 (۲) $-2\sqrt{2}$ (۳) 2 (۴) $2\sqrt{2}$

۱۶. اگر $f(x) = \sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} + 3}$ باشد، حاصل $f(\sqrt{2} - 1)$ کدام است؟

- (۱) 3 (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) 2

۱۷. دامنه‌ی کدام تابع زیر، شامل تعداد کمتری از اعداد طبیعی است؟

- (۱) $y = \sqrt{3 - x}$ (۲) $y = \frac{5}{4 - x}$
(۳) $y = -x^2 + 3x - 1$ (۴) $y = \frac{x - 1}{x^2 - 4}$

۱۸. اگر $x = 2$ جواب معادله $x + 3 = ax - 1$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4

۱۹. عبارت گویای $A = \frac{2x}{2x - 1}$ به‌ازای چه مقادیر از x تعریف نشده است؟

- (۱) $\{0, \frac{1}{2}\}$ (۲) $\{0, -\frac{1}{2}\}$ (۳) $\{\frac{1}{2}\}$ (۴) $\{-\frac{1}{2}\}$

۲۰. در تساوی زیر که یک اتحاد می‌باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) 18 (۲) 6 (۳) -6 (۴) -18
- $$(2x - 1)^3 = 8x^3 + ax^2 + bx - 1$$

۲۱. مساحت دایره از رابطه $S = \pi r^2$ به‌دست می‌آید. متغیر مستقل در این رابطه کدام است؟

- (۱) S (۲) π (۳) r (۴) r^2



۲۲. در معادله درجه دوم $۲x^۲ + (۱ - m)x + ۴m = ۰$ مجموع ریشه‌ها برابر حاصل ضرب ریشه‌ها است. مقدار m کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{۱}{۳}$ (۳) $\frac{۱}{۲}$ (۴) $-\frac{۱}{۳}$

۲۳. مقدار k چقدر باید باشد تا جواب معادله $\frac{x+۳}{x-۳} - \frac{۱}{x} = \frac{k}{x(x-۳)}$ برابر با $x=۱$ گردد؟

(۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۲ (۴) ۴

۲۴. نقطه $A \left| \begin{matrix} ۳ \\ ۱ \end{matrix} \right|$ رأس کدام یک از سهمی‌های زیر می‌باشد؟

- (۱) $y = (x-۱)^۲ + ۳$ (۲) $y = -۲(x-۳)^۲ + ۱$
(۳) $y = (۲x-۳)^۲ - ۲$ (۴) $y = -۲(۲x-۱)^۲ + ۳$

۲۵. حاصل عبارت $\frac{(1-x^{-۲})x^۲}{(\sqrt{x}-1)^۲ + ۲\sqrt{x}}$ کدام است؟

- (۱) $x+۱$ (۲) $x-۱$ (۳) $۱-x$ (۴) $\frac{۱}{۱+x}$

۲۶. طول یک ضلع قائمه در یک مثلث قائم‌الزاویه دو برابر طول ضلع دیگر است. اگر اندازه وتر این مثلث $۵\sqrt{۵}$ باشد مجموع دو ضلع دیگر آن کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۲۷. اگر یکی از ریشه‌های معادله $x^۳ + x^۲ - ۴x - ۴ = ۰$ عدد -۱ باشد، آنگاه مجموع ریشه‌های این معادله کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) صفر (۳) -۱ (۴) ۲

۲۸. اگر $a^۲ + b^۲ = ۲a + ۲b - ۲$ ، حاصل $(a+b)^۳$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

۲۹. در ساده شده عبارت $(۲a-۳b)^۳$ مجموع ضرایب عددی چند جمله‌ای، برابر با کدام گزینه است؟

(۱) ۱۷ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) -۱



۳۰. چنانچه داده‌ها با هم برابر باشند، انحراف معیار داده‌ها برابر با کدام گزینه خواهد بود؟
 (۱) ۱ (۲) صفر (۳) ۱- (۴) نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۳۱. نقطه $(m^2 + 4, -3 - |1 - m|)$ در کدام ربع دستگاه مختصات قرار دارد؟
 (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۳۲. اگر $a = b$ باشد، کدام یک از عبارتهای زیر می‌تواند نادرست باشد؟ (a و b و c اعداد حقیقی هستند).

$$\begin{aligned} (1) \quad \frac{1}{2}a + c &= \frac{1}{2}b + c \\ (2) \quad a - 2c &= b - 2c \\ (3) \quad \frac{a}{c} &= \frac{b}{c} \\ (4) \quad ac &= bc \end{aligned}$$

۳۳. معادله $(x + 2)(x + 1) = x(1 - x)$ دارای
 (۱) دو ریشه متمایز منفی است.
 (۲) یک ریشه است.
 (۳) ریشه حقیقی نیست.
 (۴) دو ریشه مختلف‌العلامه است.

۳۴. عرض از مبدأ خط گذرا بر دو نقطه $(3, -2)$ و $(1, 2)$ کدام است؟
 (۱) ۴ (۲) ۴٫۵ (۳) ۵ (۴) ۵٫۵

۳۵. حاصل عبارت $(\sqrt{x} - 2)(x^2 + 4x + 16)(\sqrt{x} + 2)$ به‌ازای $x = \sqrt[3]{10}$ کدام است؟
 (۱) ۶۴ (۲) ۵۴ (۳) -۶۴ (۴) -۵۴

۳۶. مساحت مستطیلی به عرض $x - 2$ برابر با $x^3 - 8$ می‌باشد. محیط آن همواره کدام است؟
 (۱) $x^2 + 6x$ (۲) $x^2 + 8x$
 (۳) $2x^2 + 8x + 2$ (۴) $2x^2 + 6x + 4$

۳۷. حاصل عبارت $\frac{2y}{x^2 - y^2} - \frac{2}{x - y} + \frac{1}{x + y}$ کدام است؟
 (۱) $\frac{1}{y + x}$ (۲) $\frac{1}{x - y}$ (۳) $\frac{1}{y - x}$ (۴) $\frac{-1}{y + x}$

۳۸. یک تولیدی پوشاک از روز شنبه هر روز تولید خود را ۲۰ واحد افزایش داده است، اگر در پایان روز چهارشنبه مجموع این پنج روز به ۷۴۰ واحد رسیده باشد، تولید روز دوشنبه چه تعداد بوده است؟
 (۱) ۱۰۸ (۲) ۳۸۴ (۳) ۱۴۸ (۴) ۲۵۶



۳۹. ریشه کوچک تر معادله $(27x + 13)^2 = 9(-x + 15)^2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{16}{15}$ (۲) $\frac{-29}{12}$ (۳) $\frac{15}{16}$ (۴) $\frac{-12}{29}$

۴۰. اگر رابطه $f = \{(1, 4), (-2, a + b), (1, a^2), (-2, 3)\}$ تابع باشد، مجموع مقادیر ممکن برای b کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۱ (۴) -۵



تاریخ :

وقت : دقیقه

سریال ۰۳۰۳۳۹۰

افشار

نام و نام خانوادگی :

تعداد سوالات: ۴۰

مرکز مشاوره تحصیلی دکتر علیرضا افشار

موضوع ریاضی انسانی دهم) * فصل اول: عبارتهای جبری * فصل دوم: معادله ی درجه ی دوم * فصل سوم: تابع * فصل چهارم: داده های آماری * فصل پنجم:

نمایش داده ها)

۱. گزینه ۳

$$A + B - C = \left(\underline{x^2} + \underline{\underline{2x}} + \underline{\underline{3}} \right) + \left(\underline{2x^2} - \underline{\underline{2x}} + \underline{\underline{4}} \right) - \left(\underline{-x^2} + \underline{x} - \underline{\underline{4}} \right)$$

$$\text{دسته بندی} = (x^2 + 2x^2 + x^2) + (2x - 2x - x) + (3 + 4 + 4) = 4x^2 - x + 11$$

-آسان

۲. گزینه ۲

$$\overbrace{2(x-1)(x+3)}^{\times} - \overbrace{(x+2)(2x-3)}^{\times} = 2(x^2 + 3x - x - 3)$$

$$- (2x^2 - 3x + 4x - 6)$$

$$= 2(x^2 + 2x - 3) - (2x^2 + x - 6) = 2x^2 + 4x - 6 - 2x^2 - x + 6 = 3x$$

-آسان

۳. گزینه ۲

عرض \times طول = مساحت

$$\Rightarrow \text{طول} = \frac{\text{مساحت}}{\text{عرض}}$$

$$\Rightarrow \text{طول} = \frac{x^2 - 8x + 15}{x - 5} \Rightarrow \text{طول} = \frac{(x-5)(x-3)}{x-5} = x - 3 \rightarrow \text{محیط}$$

$$= 2(\text{طول} + \text{عرض})$$

$$\Rightarrow 2(\text{محیط}) = 2(x - 3 + x - 5) = 4x - 16$$

-متوسط

۴. گزینه ۴ مربع کامل عبارت $x^2 - \frac{m}{2}x + 28$ را می توان با در نظر گرفتن جذر جمله ی اول یعنی $2x$ و جذر ۲۸ به صورت زیر محاسبه نمود:

$$(x - \sqrt{28})^2 = x^2 - 2\sqrt{28}x + 28 \equiv x^2 - \frac{m}{2}x + 28 \Rightarrow \frac{m}{2} = 2\sqrt{28} \Rightarrow m$$

$$= 4\sqrt{28} = 8\sqrt{7}$$

روش دوم:

یک عبارت درجه دوم وقتی مربع کامل است که ریشه ی مضاعف داشته باشد یعنی Δ برابر با صفر باشد، پس :

$$x^2 - \frac{m}{2}x + 28 \Rightarrow \Delta = \left(\frac{m}{2}\right)^2 - 4 \times 28 = 0 \Rightarrow m^2 = 4 \times 4 \times 28 \Rightarrow m = 4\sqrt{28}$$

$$= 8\sqrt{7}$$

-متوسط

۵. گزینه ۱ نکته: اگر جمع دو عدد نامنفی صفر باشد آنگاه هر دو عدد برابر صفر می باشند.

$$(x-1)^2 + 2(y+3)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x=1 \\ 2(y+3)^2 = 0 \Rightarrow y=-3 \end{cases} \Rightarrow x+y = -2$$

-متوسط

۶. گزینه ۲

نکته: اگر دو عبارت جبری به گونه ای باشند که به ازای هر مقدار برای متغیرهایشان، حاصل یکسانی داشته باشند، برابری جبری حاصل از آن ها را اتحاد جبری می نامیم
از این که تساوی داده شده یک اتحاد است، داریم:

$$a(x^2 + 9) + b(2x + 1) + 2 = \frac{4}{9}x^2 + 2x + 7$$

$$\underline{ax^2} + 9a + \underline{2bx} + b + 2 = \underline{\frac{4}{9}x^2} + \underline{2x} + 7 \Rightarrow \begin{cases} ax^2 = \frac{4}{9}x^2 \Rightarrow a = \frac{4}{9} \\ 2bx = 2x \Rightarrow 2b = 2 \Rightarrow b = 1 \end{cases}$$

با استفاده از مقادیر a و b داریم:

$$S = 18a \times 2b = \cancel{18}^2 \times \frac{4}{\cancel{9}_1} \times 2 \times 1 = 8 \times 2 = 16$$

-متوسط

۷. گزینه ۱ از x در صورت و مخرج کسر فاکتور می گیریم و باهم ساده می کنیم. داریم:

$$\frac{\cancel{x}((x+1)^2 - x)}{\cancel{x}(x-1)} \times (x^2 + x - 2) = \frac{(x+1)^2 - x}{x-1} \times (x^2 + x - 2)$$

$(x+1)^2$ را باز می کنیم و $x^2 + x - 2$ را با اتحاد جمله ی مشترک ساده می کنیم:

$$\frac{x^2 + 2x + 1 - x}{\cancel{x-1}} \times (\cancel{x-1})(x+2) = (x^2 + x + 1)(x+2)$$

باید عبارت $(x^2 + x + 1)(x+2)$ را در یک عبارت گویا مانند A ضرب کنیم تا حاصل $x^3 - 1$ شود
پس خواهیم داشت:

$$(x^2 + x + 1)(x+2) \times A = x^3 - 1$$

$$A = \frac{x^3 - 1}{(x^2 + x + 1)(x+2)} = \frac{(x-1)\cancel{(x^2 + x + 1)}}{(x+2)(\cancel{(x^2 + x + 1)})} \Rightarrow A = \frac{x-1}{x+2}$$

-سخت

۸. گزینه ۳ الف) چون هر شخص فقط یک کد ملی می تواند داشته باشد. $\left. \begin{array}{l} x: \text{شخص} \\ y: \text{کد ملی} \end{array} \right\}$



(ب) چون هر شخص فقط یک مادر می تواند داشته باشد. $\left. \begin{array}{l} x : \text{شخص} \\ y : \text{مادر} \end{array} \right\}$

(پ) چون هر شخص می تواند بیش از یک برادر داشته باشد. $\left. \begin{array}{l} x : \text{شخص} \\ y : \text{برادر} \end{array} \right\}$

(ت) چون هر عدد فقط یک مربع می تواند داشته باشد. $\left. \begin{array}{l} x : \text{عدد} \\ y = x^2 : \text{مربع عدد} \end{array} \right\}$

-متوسط

۹. گزینه ۲ ابتدا ریشه های مخرج را به دست می آوریم:

$$\frac{x+1}{x+2} = \frac{x+3}{x-1} \rightarrow x \neq -2, 1$$

حال معادله را حل می کنیم:

$$(x+1)(x-1) = (x+3)(x+2) \Rightarrow x^2 - 1 = x^2 + 5x + 6$$

$$\Rightarrow x^2 - x^2 - 5x = 6 + 1 \Rightarrow -5x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{-5} = -\frac{7}{5}$$

این ریشه قابل قبول می باشد زیرا ریشه ی مخرج معادله نمی باشد.

-آسان

۱۰. گزینه ۲ ابتدا عبارت داده شده را به زبان ریاضی می نویسیم. سپس معادله را بر حسب طول ضلع مربع به دست می آوریم:

$$\frac{4x}{2} = \frac{1}{3}r + \frac{1}{3} \Rightarrow 2x = \frac{1}{3}r + \frac{1}{3} \xrightarrow{\times 3} 6x = r + 1 \Rightarrow r = 6x - 1$$

-سخت

۱۱. گزینه ۲ نکته (دادگان ها): شامل مجموعه ای از اطلاعات ذخیره شده اند. در بسیاری از موارد داده ها را می توان از اطلاعاتی که قبلاً ذخیره شده اند، به دست آورد. با مراجعه به اطلاعات ذخیره شده از دانشجویان ورودی سال اول به رشته های مهندسی یک دانشگاه می توان از طریق روش دادگان ها به بررسی رتبه ی کنکور این دانشجویان پرداخت. ولی در سایر موارد یعنی گزینه های ۱، ۳ و ۴ به روش های دیگر جمع آوری اطلاعات نیاز داریم.

-آسان

۱۲. گزینه ۲ اگر نمرات ۶ درس اول را به ترتیب x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 و x_6 در نظر بگیریم، داریم:

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_6}{6} = 14 \Rightarrow x_1 + \dots + x_6 = 6 \times 14 = 84$$

$$\text{میانگین ۸ درس} = \frac{\overbrace{x_1 + x_2 + \dots + x_6}^{84} + 15 + 17}{8} = \frac{84 + 15 + 17}{8} = 14,5$$

-متوسط

۱۳. گزینه ۳ ابتدا میانه ی داده های دسته ی دوم را می یابیم، چون تعداد داده های زوج است، پس میانه برابر میانگین دو داده ی وسط است.

$$7, 9, 11, \underbrace{13, 17, 21, 25, 31}_{\text{میانه}} \rightarrow \frac{13 + 17}{2} = \frac{30}{2} = 15$$



$$\text{میانگین} = \frac{7 + 9 + 11 + 13 + 17 + 21 + 25 + 31}{8} = \frac{134}{8} = 16,75$$

$$\Rightarrow 16,75 \times 2 = 33,5$$

$$\text{میانگین داده‌های گروه اول} = 33,5 - 15 = 18,5$$

$$\text{میانگین داده‌های گروه اول} = \frac{22 + 43 + 15 + 13 + x + y}{6} = 18,5$$

$$\Rightarrow 92 + x - y = 111 \Rightarrow x + y = 111 - 92 \Rightarrow x + y = 19$$

-سخت

۱۴. گزینه ۳ نکته: هر معادله به صورت $ax + b = 0$ را که در آن a و b اعداد حقیقی و a مخالف صفر است، یک معادله‌ی درجه اول می‌نامند. (یعنی توان x باید ۱ باشد). در تمام گزینه‌ها عدد مورد نظر را x در نظر می‌گیریم و معادلات تک تک گزینه‌ها را می‌نویسیم:

$$\times \quad \text{گزینه ۱: } x^2 = x + 1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0$$

$$\times \quad \text{گزینه ۲: } 5x - 1 = x^2 \Rightarrow x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$\checkmark \quad \text{گزینه ۳: } \cancel{x^2} + 3x = \cancel{x^2} - 3 \Rightarrow 3x = -3 \Rightarrow 3x + 3 = 0$$

$$\times \quad \text{گزینه ۴: } 5 - 4x = x^2 + 1 \Rightarrow x^2 + 4x - 4 = 0$$

بنابراین گزینه‌ی ۳ پاسخ است.

-متوسط

۱۵. گزینه ۳

$$\frac{1}{A} = \frac{1}{1 - \sqrt{2}} = \frac{1}{1 - \sqrt{2}} \times \frac{1 + \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} = \frac{1 + \sqrt{2}}{1 - 2} = -1 - \sqrt{2}$$

$$\text{پس: } A - \frac{1}{A} = (1 - \sqrt{2}) - (-1 - \sqrt{2}) = 1 - \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} = 2$$

-متوسط

۱۶. گزینه ۱

$$\begin{aligned} f(x) &= \sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} + 3} \rightarrow f(\sqrt{2} - 1) = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2 + \frac{1}{(\sqrt{2} - 1)^2} + 3} \\ &= \sqrt{2 + 1 - 2\sqrt{2} + \frac{1}{2 + 1 - 2\sqrt{2}} + 3} = \sqrt{3 - 2\sqrt{2} + \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}} + 3} \\ &= \sqrt{3 - 2\sqrt{2} + \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}} \times \frac{3 + 2\sqrt{2}}{3 + 2\sqrt{2}} + 3} = \sqrt{3 - 2\sqrt{2} + \frac{3 + 2\sqrt{2}}{9 - 8} + 3} = \sqrt{9} \\ &= 3 \end{aligned}$$

-متوسط

۱۷. گزینه ۱ گزینه‌ی «۱»:



$$y = \sqrt{3-x} \xrightarrow{\text{تعیین دامنه}} 3-x \geq 0$$

$$\Rightarrow -x \geq -3 \Rightarrow x \leq 3 \Rightarrow \text{اعداد طبیعی موجود در دامنه} = \{1, 2, 3\}$$

گزینه‌ی «۲»:

$$y = \frac{5}{4-x} \xrightarrow{\text{تعیین دامنه}} \text{مخرج} \neq 0 \Rightarrow 4-x \neq 0 \Rightarrow \text{دامنه} = R - \{4\}$$

$$\text{اعداد طبیعی موجود در دامنه} = \{1, 2, 3, 5, 6, \dots\}$$

گزینه‌ی «۳»:

$$y = -x^2 + 3x - 1 \xrightarrow{\text{تعیین دامنه}} \text{دامنه} = R \Rightarrow \text{اعداد طبیعی موجود در دامنه} = N$$

گزینه‌ی «۴»:

$$y = \frac{x-1}{x^2-4} \xrightarrow{\text{تعیین دامنه}} \text{مخرج} \neq 0 \Rightarrow x^2-4 \neq 0 \Rightarrow x^2 \neq 4$$

جذر

$$\longrightarrow x \neq \pm 2 \Rightarrow \text{دامنه} = R - \{\pm 2\} \Rightarrow \text{اعداد طبیعی موجود در دامنه} = \{1, 3, 4, \dots\}$$

لذا تعداد اعداد طبیعی در دامنه‌ی تابع $y = \sqrt{3-x}$ از بقیه کم‌تر است.

-سخت

۱۸. گزینه ۳ در معادله به جای x عدد ۲ را قرار می‌دهیم:

$$2+3=2a-1 \rightarrow -2a=-5-1 \Rightarrow -2a=-6 \Rightarrow a=3$$

-متوسط

۱۹. گزینه ۳ عبارت گویا به ازای مقادیری از x که مخرج کسر صفر می‌شود، تعریف نشده است.

$$A = \frac{3x}{2x-1} \Rightarrow 2x-1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$$

-آسان

۲۰. گزینه ۳ با استفاده از اتحاد روبرو داریم، اتحاد مکعب را باز می‌کنیم و مقایسه می‌کنیم دو طرف تساوی را تا a و b را به دست آوریم.

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$\Rightarrow (2x-1)^3 = (2x)^3 - 3 \times (2x)^2 \times (1) + 3 \times (2x) \times (-1)^2 - (1)^3$$

$$= 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$$

که با مقایسه با عبارت صورت سؤال داریم:

$$\begin{cases} a = -12 \\ b = 6 \end{cases} \Rightarrow a+b = -12+6 = -6$$

-متوسط

۲۱. گزینه ۳ در رابطه $S = \pi r^2$ ، مساحت دایره (S) تابعی از متغیر مستقل r است. همچنین π یک عدد ثابت و S متغیر وابسته است.

-آسان



۲۲. گزینه ۴

$$2x^2 + (1-m)x + 4m = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 - m \\ c = 4m \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2 \Rightarrow \frac{-b}{a} = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{-(1-m)}{2} = \frac{4m}{2}$$

$$\Rightarrow -1 + m = 4m \Rightarrow 3m = -1 \Rightarrow m = -\frac{1}{3}$$

-متوسط

۲۳. گزینه ۲ برای آن که عدد $x = 1$ ریشه (جواب) معادله باشد، باید در معادله صدق کند. بنابراین:

$$\frac{x+3}{x-3} - \frac{1}{x} = \frac{k}{x(x-3)} \xrightarrow{x=1} \frac{4}{-2} - \frac{1}{1} = \frac{k}{1 \times (-2)}$$

$$\Rightarrow -2 - 1 = \frac{k}{-2} \Rightarrow -3 = \frac{k}{-2} \Rightarrow k = 6$$

-آسان

۲۴. گزینه ۲ به طور کلی مختصات رأس سهمی به معادله $y = a(x-b)^2 + c$ برابر $S(b, c)$ است. حال با توجه به این موضوع، رأس سهمی تک تک گزینه‌ها را می‌یابیم:

$$۱) y = (x-1)^2 + 3 \Rightarrow S(1, 3)$$

$$۲) y = -2(x-3)^2 + 1 \Rightarrow S(3, 1)$$

$$۳) y = (2x-3)^2 - 2 \Rightarrow y = 4(x - \frac{3}{2})^2 - 2 \Rightarrow S(\frac{3}{2}, -2)$$

$$۴) y = -2(2x-1)^2 + 3 \Rightarrow y = -8(x - \frac{1}{2})^2 + 3 \Rightarrow S(\frac{1}{2}, 3)$$

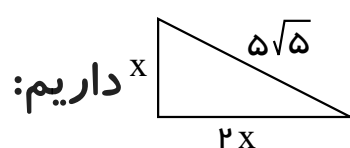
-آسان

۲۵. گزینه ۲

$$\frac{(1-x^{-2})x^2}{(\sqrt{x}-1)^2 + 2\sqrt{x}} = \frac{(1-\frac{1}{x^2})x^2}{(x-2\sqrt{x}+1)+2\sqrt{x}}$$

$$= \frac{(\frac{x^2-1}{x^2})}{x+1} = \frac{x^2-1}{x+1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x+1} = x-1$$

-سخت



داریم:

۲۶. گزینه ۳ با استفاده از رابطه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه

$$x^2 + (2x)^2 = (5\sqrt{2})^2 \rightarrow x^2 + 4x^2 = 125 \rightarrow 5x^2 = 125 \Rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = 5,$$

$$x = -5$$

که عدد -5 قابل قبول نمی‌باشد، چون طول ضلع منفی نمی‌شود، پس مجموع دو ضلع دیگر برابر است با:

$$x + 2x = 5 + 2(5) = 5 + 10 = 15$$

-آسان

۲۷. گزینه ۳

$$\underbrace{x^3 + x^2}_{\text{فاکتور از } x^2} - \underbrace{4x - 4}_{\text{فاکتور از } -4} = 0 \rightarrow x^2(x+1) - 4(x+1) = 0 \rightarrow (x+1)(x^2-4)$$

$$= 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} x+1=0 \rightarrow x=-1 \\ x^2-4=0 \rightarrow x^2=4 \rightarrow x=\pm 2 \end{cases}$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = -1 + 2 + (-2) = -1$$

-متوسط

۲۸. گزینه ۲

اتحاد مربع دو جمله ای

$$a^2 + b^2 - 2a - 2b + 1 + 1 = 0 \rightarrow (a-1)^2 + (b-1)^2 = 0$$

اتحاد مربع دو جمله ای

$$\rightarrow \begin{cases} a-1=0 \rightarrow a=1 \\ b-1=0 \rightarrow b=1 \end{cases} \Rightarrow (a+b)^3 = (1+1)^3 = 2^3 = 8$$

-متوسط

۲۹. گزینه ۴ روش اول از اتحاد مکعب دو جمله ای کمک می گیریم و داریم:

$$\begin{aligned} (2a-3b)^3 &= (2a)^3 + 3(3b)^2(2a) - 3(3b)(2a)^2 - (3b)^3 = \\ 8a^3 + (3 \times 9 \times 2)ab^2 - (3 \times 3 \times 4)a^2b - 27b^3 &= 8a^3 + 54ab^2 - 36a^2b - 27b^3 \end{aligned}$$

$$\text{مجموع ضرایب عددی} = 8 + 54 - 36 - 27 = 62 - 63 = -1$$

روش دوم: برای محاسبه مجموع ضرایب هرچند جمله ای، کافی است به جای همه متغیرها عدد یک قرار دهیم. در این صورت ضریب عددی هر یک جمله ای و در نهایت مجموع ضرایب همه ضرایب همه یک جمله ای ها به دست می آید.

$$a=1, b=1 \rightarrow (2a-3b)^2 = (2(1)-3(1))^3 = (2-3)^3 = (-1)^3 = -1$$

-متوسط

۳۰. گزینه ۲ اگر داده ها با یکدیگر برابر باشند، در این صورت میانگین برابر هریک از داده ها است:

$$x_1 = x_2 = \dots = x_n = \bar{x}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{0}{n}} = 0$$

-متوسط



۳۱. **گزینه ۴** m^2 یک عدد همواره نامنفی است، لذا $(m^2 + 4)$ یک عدد همواره مثبت می باشد. هم چنین می دانیم حاصل قدرمطلق نامنفی است. لذا $|1 - m|$ یک عدد نامنفی و قرینه آن، یعنی $|1 - m| - 3$ نامثبت است پس عدد $|1 - m| - 3$ یک عدد منفی می باشد. بنابراین طول نقطه $(m^2 + 4, |1 - m| - 3)$ مثبت و عرضش منفی می باشد در نتیجه نقطه فوق در ربع چهارم دستگاه واقع است.

-متوسط

۳۲. **گزینه ۲** از بررسی گزینه ها واضح است که گزینه های ۱، ۳، ۴ صحیح هستند. نکته: در عبارت های کسری، اگر مخرج صفر باشد، عبارت معنی ندارد (تعریف نشده است).

در گزینه ۳ اگر $c = 0$ باشد، آن گاه $\frac{a}{0} = \frac{b}{0}$ تعریف نشده است. بنابراین در این گزینه $c \neq 0$ باید

ذکر شود.

سوال: طرفین یک معادله باید در یک عبارت مخالف صفر ضرب شود. بنابراین گزینه ۴ هم نادرست می شود.

جواب: در معادلاتی که نمی توانیم طرفین رو در صفر ضرب کنیم استفاده می شد، چون مجهول معادله از بین می رود، ولی این جا a و b اعداد حقیقی هستند و $a = b$ ، یک معادله نیست، بلکه یک تساوی درست است. مثلاً

$$2 = 2 \rightarrow 0 \times 2 = 0 \times 2 \rightarrow 0 = 0$$

-آسان

۳۳. **گزینه ۳** ابتدا همه جملات را به یک طرف معادله منتقل می کنیم و تا حد ممکن ساده می کنیم.

$$(x + 2)(x + 1) - x(1 - x) = 0 \rightarrow x^2 + 3x + 2 - x + x^2 = 0 \rightarrow 2x^2 + 2x + 2 = 0$$

طرفین معادله

$$\xrightarrow{\text{طرفین معادله}} x^2 + x + 1 = 0 \rightarrow \Delta = 1 - 4 = -3 < 0$$

را بر تقسیم می کنیم.

چون مقدار Δ منفی شده است، بنابراین معادله دارای ریشه حقیقی نمی باشد.

-متوسط

۳۴. **گزینه ۱**

$$\begin{matrix} A(3, -2) \\ \downarrow \quad \downarrow \\ x_1 \quad y_1 \end{matrix}, \quad \begin{matrix} B(1, 2) \\ \downarrow \quad \downarrow \\ x_2 \quad y_2 \end{matrix} \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - (-2)}{1 - 3} = \frac{4}{-2} = -2$$

جایگذاری

$$y - y_1 = m(x - x_1) \xrightarrow{\text{جایگذاری}} y - (-2) = -2(x - 3)$$

اطلاعات

عرض از مبدأ یعنی $x = 0$

$$y + 2 = -2x + 6 \rightarrow y = -2x + 6 - 2 \Rightarrow y = -2x + 4 \xrightarrow{x=0} y$$

$$= -2(0) + 4 = 4$$

-سخت



۳۵. گزینه ۴

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$\underbrace{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}_{(x-4)}(x^2+4x+16) = (x-4)(x^2+4x+16)$$

$$\xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} (x-4)$$

$$\frac{x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)}{\xrightarrow{}} = x^3 - 64$$

$$\xrightarrow{x = \sqrt[3]{10}} (\sqrt[3]{10})^3 - 64 = 10 - 64 = \boxed{-54}$$

-سخت

۳۶. گزینه ۴

$$\text{طول} = \frac{\text{مساحت}}{\text{عرض}} \Rightarrow \text{طول} \times \text{عرض} = \text{مساحت مستطیل}$$

$$\Rightarrow \text{طول} = \frac{x^3 - 8}{x - 2} = \frac{\cancel{(x-2)}(x^2 + 2x + 4)}{\cancel{(x-2)}} = x^2 + 2x + 4$$

$$\text{محیط مستطیل} = (x^2 + 2x + 4 + x - 2) \times 2 \Rightarrow \text{محیط} = 2x^2 + 6x + 4$$

$$\Rightarrow \text{محیط مستطیل} = 2x^2 + 6x + 4$$

-سخت

۳۷. گزینه ۳

$$\frac{2y}{x^2 - y^2} - \frac{2}{x - y} + \frac{1}{x + y} \xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} = \frac{2y - 2(x + y) + x - y}{(x - y)(x + y)}$$

$$= \frac{2y - 2x - 2y + x - y}{(x + y)(x - y)} = \frac{-x - y}{(x - y)(x + y)} = \frac{-\cancel{(x + y)}}{(x - y)\cancel{(x + y)}}$$

$$= \frac{-1}{x - y} = \frac{1}{y - x}$$

-سخت

۳۸. گزینه ۳

تولید شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه
↓	↓	↓	↓	↓
x	$x + 20$	$x + 40$	$x + 60$	$x + 80$

$$\text{مجموع تولید کل هفته} = x + x + 20 + x + 40 + x + 60 + x + 80 = 740 \Rightarrow 5x + 200 = 740$$

$$\Rightarrow 5x = 540 \Rightarrow x = 108 \Rightarrow$$

$$\text{تولید روز دوشنبه} = 108 + 40 = 148$$

-متوسط



۳۹. گزینه ۲

$$(27x + 13)^2 = 9(-x + 15)^2 \Rightarrow 27x + 13 = \pm 3(-x + 15)$$

 \Rightarrow

$$\begin{cases} 27x + 13 = 3(-x + 15) \Rightarrow 27x + 13 = -3x + 45 \Rightarrow 30x = 32 \Rightarrow x = \frac{16}{15} \\ 27x + 13 = -3(-x + 15) \Rightarrow 27x + 13 = 3x - 45 \Rightarrow 24x = -58 \Rightarrow x = \frac{-29}{12} \end{cases}$$

-سخت

۴۰. گزینه ۱ رابطه زوج مرتبی هنگامی تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی با مؤلفه های اول برابر در آن وجود نداشته باشد.

$$\Rightarrow (1, 4) = (1, a^2) \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow \boxed{a = \pm 2}$$

$$(I) \xrightarrow{a=2} f = \{(1, 4), (-2, b+2), (1, 4), (-2, 3)\} \Rightarrow (-2, b+2) = (-2, 3)$$

$$\Rightarrow b + 2 = 3 \Rightarrow \boxed{b = 1}$$

$$(II) \xrightarrow{a=-2} f = \{(1, 4), (-2, b-2), (1, 4), (-2, 3)\} \Rightarrow (-2, b-2) = (-2, 3)$$

$$\Rightarrow b - 2 = 3 \Rightarrow \boxed{b = 5}$$

مجموع مقادیر b عبارت است از: $1 + 5 = 6$

-متوسط



پاسخنامه کلیدی آزمون با کد: ۹۳۳۰۳۰

۱ -۵	۴ -۴	۲ -۳	۲ -۲	۳ -۱
۲ -۱۰	۲ -۹	۳ -۸	۱ -۷	۲ -۶
۳ -۱۵	۳ -۱۴	۳ -۱۳	۲ -۱۲	۲ -۱۱
۳ -۲۰	۳ -۱۹	۳ -۱۸	۱ -۱۷	۱ -۱۶
۲ -۲۵	۲ -۲۴	۲ -۲۳	۴ -۲۲	۳ -۲۱
۲ -۳۰	۴ -۲۹	۲ -۲۸	۳ -۲۷	۳ -۲۶
۴ -۳۵	۱ -۳۴	۳ -۳۳	۲ -۳۲	۴ -۳۱
۱ -۴۰	۲ -۳۹	۳ -۳۸	۳ -۳۷	۴ -۳۶

