

تاریخ :

وقت : دقیقه

نام و نام خانوادگی :

تعداد سوالات: ۴۰

سریال ۹۳۵۵۷۰

افشار

مرکز مشاوره تحصیلی دکتر

علیرضا افشار

موضوع ریاضی تجربی (پایه یازدهم) * فصل اول : هندسه تحلیلی و جبر * فصل سوم : توابع * فصل چهارم : مثلثات * فصل پنجم : توابع نمایی و لگاریتمی * فصل ششم : حد و

پیوستگی * فصل هفتم : آمار و احتمال * فصل دوم : هندسه

۱. اگر A و B دو پیشامد ناسازگار و $P(A) = \frac{1}{5}$ و $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$ ، $P(B)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۲. حاصل عبارت $[\log_3 \sqrt{\frac{5}{2}}]$ کدام است؟ ([] ، نماد جز صحیح است.)

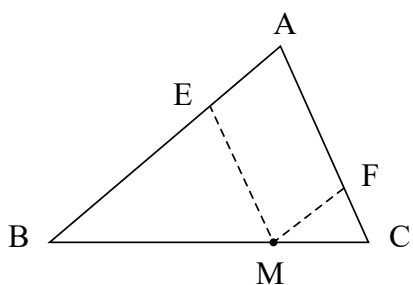
- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۵

۳. دو مثلث متشابه‌اند. اگر طول یک میانه مثلث بزرگ‌تر، a و طول میانه نظیر آن در مثلث کوچک‌تر، b باشد، نسبت میانه‌های مثلث کوچک‌تر به میانه‌های نظیر مثلث بزرگ‌تر چیست؟

- (۱) $\frac{a}{b}$ (۲) $\frac{b}{a}$ (۳) $\frac{b}{a+b}$ (۴) $\frac{a}{a+b}$

۴. در شکل مقابل $AEMF$ متوازی الاضلاع است. $\frac{AE \times AF}{BE \times CF}$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{AB}{AC}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{MC}{BM}$ (۴) $\frac{CF}{AC}$



۵. اگر $\tan \alpha = 2$ باشد، حاصل $\frac{\sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha) + \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)}{\cos(\pi + \alpha) + \sin(3\pi - \alpha)}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) -۲ (۴) -۳

۶. در جدول زیر میانگین کدام است؟

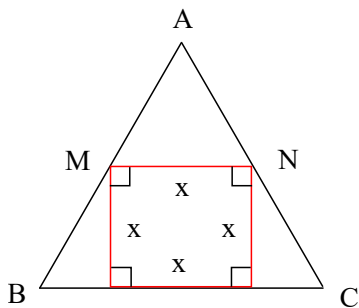
دسته	۱ - ۴	۴ - ۷	۷ - ۱۰	۱۰ - ۱۳	۱۳ - ۱۶	(۲) ۸
فراوانی تجمعی	۴	۸	۱۰	۱۴	۱۶	(۳) ۷٫۷۵
						(۴) ۸٫۵
						۷٫۵

۷. مجموع مربعات ۱۰ داده‌ی آماری ۴۱۰ و میانگین آن‌ها ۵ است. ضریب تغییرات این داده‌ها کدام است؟

- (۱) ۳٫۲ (۲) ۲٫۸ (۳) ۱٫۲ (۴) ۰٫۸



۸. در داخل مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع $\sqrt{3}$ ، یک مربع محاط شده است. ضلع این مربع کدام است؟



$$3(2 - \sqrt{3}) \quad (2)$$

$$2(3 - \sqrt{3}) \quad (1)$$

$$4 - \sqrt{3} \quad (4)$$

$$2 - \sqrt{3} \quad (3)$$

۹. کدام یک از متغیرهای زیر کیفی اسمی است؟

(۲) مراحل تحصیل

(۱) میزان بارندگی تهران در یک سال

(۴) رنگ چشم

(۳) درجه‌ی حرارت بدن انسان

۱۰. فراوانی تجمعی طبقات پنجم و ششم یک جدول توزیع فراوانی به ترتیب ۵۳ و ۶۰ است. اگر فراوانی تجمعی دسته‌ی آخر برابر ۱۴۰ باشد، فراوانی نسبی دسته‌ی ششم، کدام است؟

$$12\% \quad (4)$$

$$15\% \quad (3)$$

$$7\% \quad (2)$$

$$5\% \quad (1)$$

۱۱. در پرتاپ دو تاس باهم، با کدام احتمال جمع دو عدد رو شده برابر ۷ است؟

$$\frac{5}{18} \quad (4)$$

$$\frac{2}{9} \quad (3)$$

$$\frac{1}{12} \quad (2)$$

$$\frac{1}{6} \quad (1)$$

۱۲. به ازای کدام مقدار α ، تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{1 + \cos x}{\sin^2 x}, & \pi < x < 2\pi \\ \frac{\pi}{x} + \frac{\alpha}{\pi}, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$ در $x = \pi$ پیوسته است؟

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{\pi}{2} \quad (1)$$

۱۳. اگر $f(x) = x^2[x]$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ کدام است؟ $[]$ ، نماد جزء صحیح است.

$$2 \quad (4)$$

$$-2 \quad (3)$$

$$-4 \quad (2)$$

$$0 \quad (1)$$

۱۴. در کیسه‌ای ۴ مهره‌ی آبی و ۳ مهره‌ی قرمز وجود دارد. از این کیسه ۳ مهره پی‌درپی و بدون جایگذاری و به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال این که مهره‌های اول و سوم هم‌رنگ باشند کدام است؟

$$\frac{5}{14} \quad (4)$$

$$\frac{3}{14} \quad (3)$$

$$\frac{3}{7} \quad (2)$$

$$\frac{4}{7} \quad (1)$$



۱۵. اگر $\log_a^x = 1 - 2 \log_a^3$ ، آنگاه لگاریتم x در مبنای $\frac{\sqrt{a}}{3}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۶. مجموعه جواب نامعادله $\log_{\frac{4}{5}} \frac{2x+3}{5} \geq -1$ کدام است؟

- (۱) $(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}]$ (۲) $(\frac{-3}{2}, \frac{5}{2}]$ (۳) $(-\infty, \frac{5}{2}]$ (۴) $(\frac{-3}{2}, +\infty)$

۱۷. حد چپ تابع $f(x) = [2x - |x|]$ در $x = -1$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

۱۸. اگر فاصله نقطه $A|_2^{-1}$ از خط $3y = 4x + a$ برابر ۲ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۱۸ (۴) ۲۲

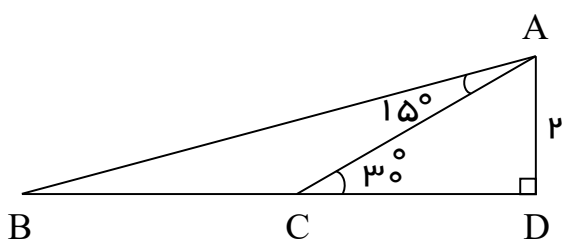
۱۹. اگر معادله $12^{3x-4} \times 18^{7-2x} = 1458$ را به صورت $2^a = 3^b$ نشان دهیم $a + b$ کدام است؟

- (۱) $5x + 6$ (۲) $5x - 6$ (۳) $3x - 4$ (۴) $10 - x$

۲۰. در پرتاب دو تاس با هم، اگر اختلاف ارقام رو شده حداکثر ۳ باشد، با کدام احتمال هر دو رقم ظاهر شده زوج هستند؟

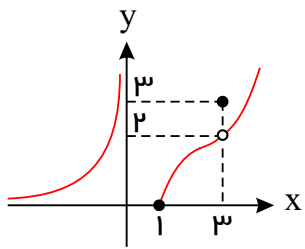
- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{7}{30}$ (۳) $\frac{4}{15}$ (۴) $\frac{3}{10}$

۲۱. در شکل زیر، مساحت مثلث ABC کدام است؟



- (۱) $4 \frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) ۴ (۳) $4\sqrt{3}$ (۴) $4 \tan 15^\circ$





۲۲. با توجه به نمودار تابع $f(x)$ ، حاصل کدام یک از حدهای زیر صحیح نیست؟

(۱) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 3$

(۲) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ وجود ندارد.

(۳) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$

(۴) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

۲۳. آقای عماد چند اسباب‌بازی یکسان برای هدیه‌ی خرید که در مجموع ۱۲,۰۰۰ تومان شد. اگر برای هر اسباب‌بازی ۱۰۰ تومان تخفیف بگیرد، با همان پول ۴ اسباب‌بازی بیشتر می‌تواند بخرد. قیمت هر اسباب‌بازی چقدر است؟

- (۱) ۴۰۰ (۲) ۵۰۰ (۳) ۶۰۰ (۴) ۷۰۰

۲۴. اگر $x = \frac{1}{3}$ یک جواب معادله $\frac{1}{x^{10}} + \frac{1}{(x-1)^{10}} = a$ باشد آن‌گاه الزاماً جواب معادله خواهد بود.

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $-\frac{5}{3}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

۲۵. حاصل عبارت $\sqrt{3 + 2\sqrt{3 + 2\sqrt{3 + 2\sqrt{3 + \dots}}}}$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۲۶. نقاط A و B در فاصله‌ی ۸ واحدی از هم قرار دارند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از آن‌ها به فاصله‌ی ۴ واحد قرار دارد.

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه

۲۷. عبارت $\frac{\cos^3 \alpha - \sin^3 \alpha}{1 + \sin \alpha \cos \alpha}$ با کدام گزینه معادل است؟

- (۱) $\sin \alpha - \cos \alpha$ (۲) $\cos \alpha - \sin \alpha$ (۳) $2 + \sin \alpha$ (۴) $2 + \cos \alpha$

۲۸. اثر یک داروی بیهوشی در مدت ۳۰ دقیقه از بین می‌رود. اگر اثر ماده‌ی بیهوشی از رابطه‌ی $f(t) = 100 - 20 \log_2(t+2)$ محاسبه شود، پس از گذشت ۶ دقیقه چه اثری از داروی باقی‌مانده است؟

- (۱) ۲۰٪ (۲) ۴۰٪ (۳) ۶۰٪ (۴) ۸۰٪



۲۹. اگر $\tan 35^\circ = x^2 - 1$ حاصل $\frac{\sin 145^\circ - \sin 235^\circ}{\cos 325^\circ}$ بر حسب a کدام است؟

- (۱) x^2 (۲) $x^2 + 2$ (۳) $\frac{1}{x^2}$ (۴) $\frac{2}{x^2} + 1$

۳۰. اگر در یک نمونه آماری انحراف معیار ثابت و میانگین نصف شود، نسبت ضریب تغییرات حاصل به ضریب تغییرات اولیه کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۳۱. واریانس ۴ داده آماری صفر است. اگر داده‌های ۸ و ۳ و ۴ به آنها اضافه شود، میانگین داده‌ها تغییر نمی‌کند، واریانس کدام است؟

- (۱) ۲, ۸ (۲) ۳ (۳) ۳, ۲ (۴) ۴

۳۲. اگر $f(x) = 3x - a$ و $f^{-1}(x) = \frac{x-1}{b}$ مقدار $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۲ (۳) -۳ (۴) -۴

۳۳. اگر $f(x) = \frac{1}{x-2}$ و $g(x) = \sqrt{2x^2 - 2x + 1}$ باشند، دامنه تابع $\frac{2f+g}{g^2}$ کدام است؟

- (۱) \emptyset (۲) $R - \left\{2, 1, \frac{1}{2}\right\}$ (۳) $R - \{2\}$ (۴) $R - \{2, 0\}$

۳۴. حاصل عبارت $\sqrt{2^3 + \log_2 6}$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $3\sqrt{3}$ (۳) ۶ (۴) $4\sqrt{3}$

۳۵. حاصل $A = \lim_{x \rightarrow \pi} \left(\frac{1 + \cos^3 x}{1 + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)} + \frac{|\cos x|}{\sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)} \right)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) صفر (۴) وجود ندارد.

۳۶. تابع $f(x) = \begin{cases} x + a & x > 2 \\ 3x & x \leq 2 \end{cases}$ در $x = 2$ پیوسته است. a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



۳۷. رأس سهمی $y = -x^2 + 4x - 3$ و نقطه‌های برخورد این سهمی با محور x ها به ترتیب سه رأس A ، B و C از مثلث ABC را تشکیل می‌دهند، طول میانه CM کدام است؟ (نقطه B نسبت به نقطه C ، به مبدأ نزدیک تر است.)

(۱) $\sqrt{10}$ (۲) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ (۳) $2\sqrt{10}$ (۴) $\frac{\sqrt{10}}{4}$

۳۸. معادله $mx^2 + (m - 4)x - \frac{4}{m} = 0$ با ریشه‌های α و β مفروض است. اگر $\alpha^2 + \beta^2$ برابر ۱ باشد، آن‌گاه حاصل $3\alpha^2 - 2\alpha - \beta$ کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۱ (۳) -۵ (۴) -۳

۳۹. دامنه تابع $f(x) = \sqrt{(a^2 - 4)x^2 + ax + 6}$ بازه $(-\infty, b]$ است. $a + b$ کدام است؟

(۱) ۵ (۲) -۵ (۳) -۱ (۴) ۱

۴۰. دامنه تابع $f(x) = x^2 - 6x + 10$ کدام بازه زیر باشد، تا تابع یک‌به‌یک باشد؟

(۱) $[-1, 4]$ (۲) $[-3, 3]$ (۳) $(2, 5]$ (۴) $(0, 4)$



تاریخ :

وقت : دقیقه

سریال ۹۳۵۵۷۰

افشار

نام و نام خانوادگی :

تعداد سوالات: ۴۰

مرکز مشاوره تحصیلی دکتر

موضوع ریاضی تجربی (پایه یازدهم) * فصل اول : هندسه تحلیلی و جبر * فصل سوم : توابع * فصل چهارم : مثلثات * فصل پنجم : توابع نمایی و لگاریتمی * فصل ششم : حد و

علیرضا افشار

پیوستگی * فصل هفتم : آمار و احتمال * فصل دوم : هندسه

۱. گزینه ۱ چون A و B ناسازگارند $P(A \cap B) = ۰$ می باشد پس:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \Rightarrow \frac{۳}{۵} = \frac{۱}{۵} + P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{۲}{۵}$$

-آسان

۲. گزینه ۱

می دانیم: $\log_k^n m = \frac{n}{m} \log_k^n m$

$$\log_{\frac{۳}{۲}} \sqrt{\frac{۵}{۲}} = \log_5 \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۲^{\frac{۳}{۲}}}} = \frac{۳}{۲} \log_{\frac{۳}{۲}} 5 = \log_{\frac{۳}{۲}} 5^{\frac{۳}{۲}} = \log_{\frac{۳}{۲}} 125$$

$$۴ \Rightarrow ۴, ۱۶, ۶۴, ۲۵۶, \dots \Rightarrow ۴^۱, ۴^۲, ۴^۳, ۴^۴, \dots$$

$$\Rightarrow ۴^۳ < ۱۲۵ < ۴^۴ \Rightarrow \log_{۴}^{۴^۳} < \log_{۴}^{۱۲۵} < \log_{۴}^{۴^۴} \Rightarrow ۳ < \log_{۴}^{۱۲۵} < ۴ \Rightarrow [\log_{۴}^{۱۲۵}] = ۳$$

-سخت

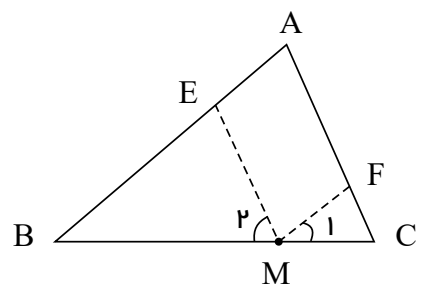
۳. گزینه ۲ وقتی دو مثلث متشابه اند نسبت تشابه (نسبت اضلاع نظیر) همان نسبت میانه های نظیر دو مثلث است، پس نسبت میانه

های کوچک تر به میانه های نظیرش در مثلث بزرگ تر $\frac{b}{a}$ است.

-آسان

۴. گزینه ۲

$$\left. \begin{array}{l} MF \parallel AB \Rightarrow \angle M_1 = \angle B \\ ME \parallel AC \Rightarrow \angle M_2 = \angle C \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta BEM \sim \Delta MFC$$

پس $\frac{BE}{MF} = \frac{ME}{CF}$ یا $BE \times CF = ME \times MF$ چون $ME = AF$ و $MF = AE$ پس:

$$BE \times FC = AE \times AF$$

بنابراین نسبت خواسته شده یک است.

-متوسط

۵. گزینه ۴

$$\frac{\sin(\frac{۳\pi}{۲} - \alpha) + \cos(\frac{\pi}{۲} + \alpha)}{\cos(\pi + \alpha) + \sin(۳\pi - \alpha)} = \frac{-\cos \alpha - \sin \alpha}{-\cos \alpha + \sin \alpha} \frac{\div (-\cos \alpha)}{\div (-\cos \alpha)} = \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \frac{1 + ۲}{1 - ۲} = -۳$$

-متوسط

۶. گزینه ۳ ابتدا مرکز دسته و فراوانی مطلق هر دسته را به دست می آوریم و می دانیم اختلاف فراوانی تجمعی دو دسته ی i ام و $(i + ۱)$ ام، فراوانی مطلق دسته ی $(i + ۱)$ ام را می دهد.

مرکز دسته	۲٫۵	۵٫۵	۸٫۵	۱۱٫۵	۱۴٫۵
فراوانی	۴	۴	۲	۴	۲



$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i x_i \rightarrow \bar{x} = \frac{1}{16} ((4 \times 2,5) + (4 \times 5,5) + (2 \times 8,5) + (4 \times 11,5) + (2 \times 14,5))$$

$$= \frac{10 + 22 + 17 + 46 + 29}{16} = \frac{124}{16} = 7,75$$

-متوسط

۷.گزینه ۴

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 = \frac{1}{10} (410) - 5^2 = 41 - 25 = 16 \Rightarrow \sigma = 4$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{4}{5} = 0,8$$

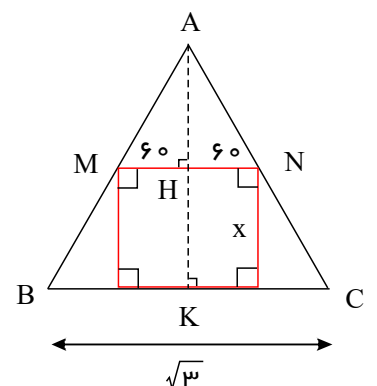
-متوسط

۸.گزینه ۲ راه حل اول: در دو مثلث متشابه نسبت ارتفاع‌های متناظر، با نسبت تشابه برابر است با:

$$\triangle AMN \sim \triangle ABC$$

$$\frac{AH}{AK} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{AK - x}{AK} = \frac{x}{\sqrt{3}}, AK = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} = \frac{3}{2}$$

$$1 - \frac{x}{\frac{3}{2}} = \frac{x}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = \frac{3}{2 + \sqrt{3}} \Rightarrow x = 3(2 - \sqrt{3})$$



راه حل دوم:

$$\begin{cases} AK = \frac{\sqrt{3}}{2} \times AC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} = \frac{3}{2} \text{ (ارتفاع در مثلث متساوی الاضلاع } ABC) \\ AH = \frac{\sqrt{3}}{2} \times MN = \frac{\sqrt{3}}{2} x \text{ (ارتفاع در مثلث متساوی الاضلاع } AMN) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{AK=AH+HK} \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} x + x \Rightarrow x = 3(2 - \sqrt{3})$$

-متوسط

۹.گزینه ۴ رنگ چشم، قابل اندازه‌گیری نمی‌باشد و ترتیب خاصی در آن وجود ندارد، بنابراین کیفی اسمی است.

-آسان

۱۰.گزینه ۱

$7 = 60 - 53 =$ فراوانی تجمعی طبقه ی پنجم - فراوانی تجمعی طبقه ی ششم = فراوانی مطلق طبقه ی ششم
 $140 =$ فراوانی تجمعی دسته ی آخر = تعداد کل داده‌ها

$$f_i = \frac{F_i}{N} \rightarrow f_i = \frac{7}{140} = \frac{1}{20} = 5\%$$

-متوسط

۱۱.گزینه ۱ فضای نمونه‌ای ۳۶ عضو دارد فضای مساعد به صورت زیر است.

$$A = \{(1, 6) (2, 5) (3, 4) (4, 3) (5, 2) (6, 1)\} \rightarrow n(A) = 6$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \text{ است.}$$

-آسان



۱۲. گزینه ۱

$$f(\pi) = \lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pi^-} \left(\frac{\pi}{x} + \frac{\alpha}{\pi} \right) = \frac{\pi}{\pi} + \frac{\alpha}{\pi} = 1 + \frac{\alpha}{\pi}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1 + \cos x}{\sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1 + \cos x}{1 - \cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1 + \cos x}{(1 + \cos x)(1 - \cos x)} = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1}{1 - \cos x} = \frac{1}{2}$$

برای آن که تابع f در $x = \pi$ پیوسته باشد باید $f(\pi) = \lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pi^+} f(x)$ پس:

$$1 + \frac{\alpha}{\pi} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\alpha}{\pi} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = -\frac{\pi}{2}$$

-متوسط

۱۳. گزینه ۴ روش اول: حد داده شده را محاسبه می کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2[x] - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x + 1) = 2$$

روش دوم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'_+(1) \xrightarrow{[1^+] = 1} f(x) = x^2 \rightarrow f'(x) = 2x \rightarrow f'_+(1) = 2$$

-متوسط

۱۴. گزینه ۲ چون رنگ مهره‌ی دوم اهمیتی ندارد، پس فرض می کنیم مهره‌ی دوم انتخاب نشده است. پس مسئله را به صورت زیر

در نظر می گیریم:

$$P = \text{احتمال (اولی قرمز و دومی قرمز)} + \text{احتمال (اولی آبی و دومی آبی)} = \left(\frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \right) + \left(\frac{3}{7} \times \frac{2}{6} \right) = \frac{2}{7} + \frac{1}{7} = \frac{3}{7}$$

-متوسط

۱۵. گزینه ۲

$$\boxed{\log_k a^n = n \log_k a, \log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}, \log_b^N = x \rightarrow N = b^x} \text{ می دانیم:}$$

$$\log_a^x = 1 - 2 \log_a^3 \Rightarrow \log_a^x + \log_a^9 = 1 \Rightarrow \log_a^{9x} = 1 \Rightarrow 9x = a \Rightarrow x = \frac{a}{9}$$

$$\log_{\frac{\sqrt{a}}{3}}^x = \log_{\frac{\sqrt{a}}{3}}^{\frac{a}{9}} = \log_{\frac{\sqrt{a}}{3}}^{\left(\frac{\sqrt{a}}{3} \right)^2} = 2$$

-متوسط

۱۶. گزینه ۲

$$\boxed{\log_a^A \geq m \xrightarrow{0 < a < 1} A \leq a^m} \text{ می دانیم:}$$

$$\log_{\frac{5}{4}}^{\frac{2x+3}{4}} \geq -1 \rightarrow \frac{2x+3}{4} \leq \left(\frac{5}{4} \right)^{-1} \Rightarrow \frac{2x+3}{4} \leq \frac{4}{5} \Rightarrow x \leq \frac{5}{2} \quad (I)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{اشتراک } II, I \\ \frac{-3}{2} < x \leq \frac{5}{2} \end{array} \right\}$$

$$(II) \quad \frac{2x+3}{4} > 0 \Rightarrow x > \frac{-3}{2} \quad \text{از طرفی}$$

-سخت

۱۷. گزینه ۴

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} [2x - |x|] \xrightarrow{x < 0} \lim_{x \rightarrow (-1)^-} [2x + x] = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} [3x] = [3(-1)^-]$$

$$= [-3^-] = -4$$

-آسان



۱۸. گزینه ۱ فاصله‌ی نقطه‌ی A از خط به معادله‌ی $4x - 3y + a = 0$ به دست می‌آوریم.

$$AH = \frac{|4(-1) - 3(2) + a|}{\sqrt{16+9}} = \frac{|-10+a|}{5} = 2 \rightarrow |-10+a| = 10$$

$$\rightarrow -10+a=10 \rightarrow a=20, -10+a=-10 \rightarrow a=0$$

پس مجموع مقادیر ممکن برای a برابر ۲۰ است.

توجه کنید: فاصله‌ی نقطه‌ی $A(x_0, y_0)$ از خط $ax + by + c = 0$ برابر است با:

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

-آسان

۱۹. گزینه ۲

$$\begin{aligned} 12^{3x-4} \times 18^{7-2x} &= 1458 \rightarrow (2^2 \times 3)^{3x-4} (3^2 \times 2)^{7-2x} = 2 \times 3^6 \\ &\rightarrow (2^{6x-8})(3^{3x-4})(2^{7-2x}) = 2 \times 3^6 \\ &\rightarrow (2^{4x-1})(3^{10-x}) = 2 \times 3^6 \rightarrow \frac{2^{4x-1}}{2} = \frac{3^6}{3^{10-x}} \rightarrow 2^{4x-2} = 3^{x-4} \\ &\frac{2^a = 3^b}{\rightarrow a=4x-2, b=x-4} \rightarrow a+b=5x-6 \end{aligned}$$

-سخت

۲۰. گزینه ۲ از ۳۶ حالت دو تاس، حالت‌های $(1, 5), (6, 1), (6, 2), (1, 6), (2, 6)$ و $(1, 6)$ را نداریم، چون اختلاف از ۳ بیشتر است پس $n(S) = 30$ است.

$$A = \{(2, 2), (2, 4), (6, 6), (4, 2), (4, 4), (4, 6), (6, 4)\} \rightarrow n(A) = 7$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{7}{30} \text{ است.}$$

-متوسط

۲۱. گزینه ۲

$$\triangle ADC : \sin 30^\circ = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AC = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

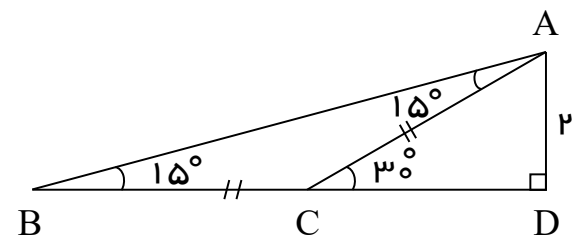
$$\triangle ADC : \hat{CAD} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\triangle ABD : \hat{B} = 90^\circ - \hat{A} = 90^\circ - (60^\circ + 15^\circ) = 15^\circ$$

پس مثلث ABC متساوی‌الساقین است و شکل به صورت زیر خواهد بود:

$$\Rightarrow AC = BC = 4$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \times AD = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$



-متوسط

۲۲. گزینه ۱ به بررسی ۴ گزینه می‌پردازیم.

$$\text{گزینه‌ی اول: } \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 2 \rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2$$

گزینه‌ی دوم: حد چپ تابع در $x = 1$ وجود ندارد پس تابع در این نقطه حد ندارد.

$$\text{گزینه‌ی سوم: } \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$$

$$\text{گزینه‌ی چهارم: } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$$

بنابراین فقط گزینه‌ی اول، صحیح نیست.

-آسان

۲۳. گزینه ۳ برای حل تعداد اسباب‌بازی‌ها را x و قیمت هر کدام را y فرض می‌نمائیم. پس می‌توان دو معادله نوشت:

$$(I) \quad xy = 12000$$

$$(II) \quad (x+4)(y-100) = 12000$$

از معادله‌ی شماره‌ی (I) داریم: $y = \frac{12000}{x}$

پس در معادله‌ی شماره‌ی (II) ، y را جایگذاری می‌نمائیم:

$$(x+4)\left(\frac{12000}{x} - 100\right) = 12000 \rightarrow 100\left(\frac{120}{x} - 1\right)(x+4) = 12000$$

$$\rightarrow \left(\frac{120}{x} - 1\right)(x+4) = 120 \rightarrow 120 + \frac{480}{x} - x - 4 = 120$$

$$\rightarrow 480 - x^2 - 4x = 0 \rightarrow x^2 + 4x - 480 = 0 \rightarrow (x+24)(x-20) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = -24 & \text{غ ق ق} \\ x = 20 & \rightarrow y = \frac{12000}{20} = 600 \end{cases}$$

-سخت

۲۴. **گزینه ۲** برای حل معادله ابتدا عبارت $\frac{1}{x^{10}} + \frac{1}{(x-1)^{10}}$ را $f(x)$ در نظر بگیرید.

$$f(x) = \frac{1}{x^{10}} + \frac{1}{(x-1)^{10}}$$

حال اگر α یکی از ریشه‌های تابع باشد مقدار $(1-\alpha)$ هم ریشه‌ی معادله است زیرا: $f(\alpha) = f(1-\alpha)$

طبق متن سوال می‌توان α را برابر $\frac{1}{3}$ در نظر گرفت پس:

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = f\left(1 - \frac{1}{3}\right) \rightarrow f\left(\frac{1}{3}\right) = f\left(\frac{2}{3}\right)$$

پس $\frac{2}{3}$ هم ریشه‌ی معادله می‌باشد.

-متوسط

۲۵. **گزینه ۲** برای محاسبه‌ی عبارت متناوب مطرح شده آن را برابر یک پارامتر مانند A قرار می‌دهیم:

$$A = \sqrt{3 + 2\sqrt{3 + 2\sqrt{3 + 2\sqrt{3 + \dots}}}}$$

$$\xrightarrow{(\quad)^2} A^2 = 3 + 2\sqrt{3 + 2\sqrt{3 + 2\sqrt{3 + 2\sqrt{3 + \dots}}}} \rightarrow A^2 = 3 + 2A$$

$$A^2 - 2A - 3 = 0 \rightarrow (A-3)(A+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} A = 3 \\ A = -1 \end{cases}$$

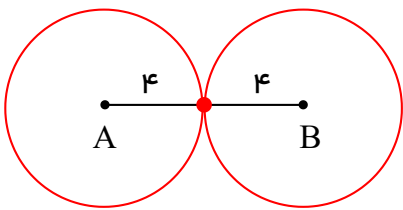
باتوجه به اینکه A برابر رادیکال فرجه ۲ قرار گرفته لذا الزاماً باید مثبت باشد پس $A = 3$ می‌باشد.

-متوسط

۲۶. **گزینه ۲** برای حل مسئله می‌توان از تعریف دایره استفاده کرد. دو دایره به مرکز A و B و شعاع ۴ واحد رسم می‌نمائیم. دو

دایره به هم مماس می‌شوند و یک نقطه‌ی برخورد دارند.





-متوسط

۲۷. گزینه ۲ روابط مورد نیاز

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

* در قدم اول باید با استفاده از اتحاد چاق و لاغر صورت کسر را تجزیه نمائیم تا به توان ۲ تبدیل شود:

$$\frac{\cos^3 \alpha - \sin^3 \alpha}{1 + \sin \alpha \cos \alpha} =$$

$$\frac{(\cos \alpha - \sin \alpha)(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha)}{1 + \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{(\cos \alpha - \sin \alpha)(\cancel{1 + \sin \alpha \cos \alpha})}{\cancel{1 + \sin \alpha \cos \alpha}} = \cos \alpha - \sin \alpha$$

روش دوم: می توان با جایگذاری یک کمان مناسب مانند $\alpha = 0$ در عبارت اصلی و گزینه ها، گزینه ی مناسب را یافت.

$$\frac{\cos^3(0) - \sin^3(0)}{1 + \sin(0) \cos(0)} = 1 \quad \text{گزینه دو: } \cos(0) - \sin(0) = 1$$

-سخت

۲۸. گزینه ۲ برای محاسبه کافیت $t = 6$ را در تابع جایگذاری نماییم.

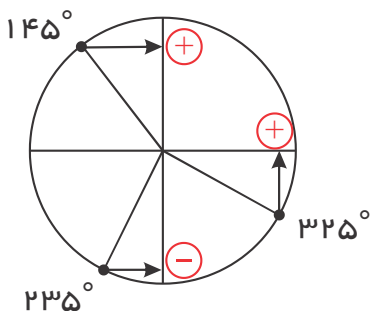
$$f(6) = 100 - 20 \log_3^{\wedge} \rightarrow f(6) = 100 - 20 \times 3 = 40\%$$

-آسان

۲۹. گزینه ۱ ابتدا باید یک کمان مشترک بین همه زوایای مطرح شده بیابیم:

$$\frac{\sin(145) - \sin(235)}{\cos(325)} = \frac{\sin(180 - 35) - \sin(270 - 35)}{\cos(360 - 35)} =$$

پس ناحیه هر کمان و علامت نسبت مثلثاتی را تعیین می نمائیم:



$$\frac{+\sin(35) + \cos(35)}{\cos 35} = \frac{\sin(35)}{\cos 35} + \frac{\cos 35}{\cos 35} = \tan(35) + 1$$

$$\frac{\tan(35) = x^2 - 1}{x^2 - 1 + 1 = x^2}$$

-متوسط

۳۰. گزینه ۱

$$\bar{x}_2 = \frac{\bar{x}_1}{2} \quad \sigma_2 = \sigma_1$$

$$\frac{cv_2}{cv_1} = \frac{\frac{\sigma_1}{\bar{x}_1}}{\frac{\sigma_1}{\bar{x}_1}} = \frac{\frac{2\sigma_1}{\bar{x}_1}}{\frac{\sigma_1}{\bar{x}_1}} = 2$$

-متوسط

۳۱. گزینه ۱ میانگین سه عدد ۸ و ۳ و ۴ برابر ۵ می باشد، چون میانگین تغییری نکرده است، پس میانگین همه اعداد اولیه ۵ است.

باتوجه به اینکه واریانس داده ها صفر است همه آنها با هم برابر بوده و مساوی مقدار میانگین ۵ می باشد. پس داریم:

$$5, 5, 5, 5, 4, 3, 8 \rightarrow \bar{x} = 5$$

$$\sigma^2 = \frac{4 \times 5^2 + 1 + 4 + 9}{5} = \frac{14}{5} = 2,8$$

-متوسط

۳۲. گزینه ۲ برای محاسبه b, a کافیت، وارون تابع f را محاسبه و معادل f قرار می دهیم:



$$\begin{aligned} f(x) = 3x - a \rightarrow y = 3x - a &\xrightarrow{\text{وارون}} \\ x = 3y - a \rightarrow 3y = x + a \rightarrow y = \frac{x+a}{3} \\ f^{-1}(x) = \frac{x+a}{3} = \frac{x-1}{b} \rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases} \rightarrow a+b = 2 \end{aligned}$$

-متوسط

۳۳. گزینه ۳ قدم اول محاسبه دامنه توابع f و g می باشد.

$$f(x) = \frac{1}{x-2} \rightarrow Df = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$g(x) = \sqrt{2x^2 - 2x + 1} \rightarrow 2x^2 - 2x + 1 \geq 0 \xrightarrow{\Delta < 0} \begin{array}{c|cc} x & -\infty & +\infty \\ p & + & + \end{array}$$

$$\Rightarrow Dg = \mathbb{R}$$

باتوجه به متن سوال تابع $\frac{2f+g}{g^2}$ تابعی کسری می باشد و می توان گفت:

$$D\frac{2f+g}{g^2} = D2f+g \cap Dg^2 - \{x | g(x) = 0\}$$

حال دامنه $2f+g$ برابر است با:

$$\begin{aligned} D2f+g &= D2f \cap Dg \rightarrow \mathbb{R} - \{2\} \cap \mathbb{R} = \mathbb{R} - \{2\} \\ Dg^2 &= Dg = \mathbb{R} \end{aligned}$$

مرحله آخر محاسبه طبق تعریف ریشه های $g(x) = 0$ می باشد که چون Δ معادله منفی، معادله ریشه ندارد:

$$\begin{aligned} 2x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow \Delta = -4 < 0 \\ D\frac{2f+g}{g^2} &= ((\mathbb{R} - \{2\}) \cap \mathbb{R}) - \{\} = \mathbb{R} - \{2\} \end{aligned}$$

-سخت

۳۴. گزینه ۴ برای حل سوال ابتدا یکی از خواص لگاریتم را یادآوری می نماییم:

$$a^{\log b} = b^{\log a}$$

$$\sqrt{2^{3+\log 6}} = \sqrt{2^3 \times 2^{\log 6}} = \sqrt{8 \times 6^{\log 2}} = \sqrt{8 \times 6} = \sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}$$

-متوسط

۳۵. گزینه ۱

نکته: $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos^3 x}{1 + \sin(\frac{\pi}{2} + x)} &= \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(1 + \cos x)(1 - \cos x + \cos^2 x)}{1 + \cos x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \pi} (1 - \cos x + \cos^2 x) = 1 + 1 + 1 = 3 \end{aligned}$$

$$x \rightarrow \pi \Rightarrow \cos x < 0 \Rightarrow |\cos x| = -\cos x$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{|\cos x|}{\sin(x - \frac{3\pi}{2})} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{-\cos x}{\cos x} = -1 \Rightarrow A = 3 - 1 = 2$$

-سخت

۳۶. گزینه ۴ نکته: تابع $f(x)$ در $x = a$ پیوسته است. هرگاه: $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(x)$



$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x+a) = 2+a \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} 3x = 6 \Rightarrow 2+a = 6 \Rightarrow a = 4 \\ f(2) = 6 \end{cases}$$

-آسان

۳۷. گزینه ۲

$$y = -x^2 + 4x - 3 \rightarrow x_S = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2(-1)} = 2, \quad y_S = -(2)^2 + 4(2) - 3 \rightarrow y_S = 1$$

$$\rightarrow \boxed{A(2, 1)}, \quad -x^2 + 4x - 3 = 0 \rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\rightarrow (x-1)(x-3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=1 \rightarrow y=0 \rightarrow \boxed{B(1, 0)} \\ x=3 \rightarrow y=0 \rightarrow \boxed{C(3, 0)} \end{cases}$$

$$AB \text{ وسط } = M \rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2} \end{cases} \rightarrow \boxed{M(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})}$$

$$CM = \sqrt{(x_C - x_M)^2 + (y_C - y_M)^2} = \sqrt{(3 - \frac{3}{2})^2 + (0 - \frac{1}{2})^2}$$

$$= \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{10}{4}} \rightarrow CM = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

-سخت

۳۸. گزینه ۲

فرض می کنیم α و β ریشه های این معادله هستند. $mx^2 + (m-4)x - \frac{4}{m} = 0 \rightarrow$

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{4-m}{m}, \quad P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-4}{m^2}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = 1 \rightarrow S^2 - 2P = 1 \rightarrow (\frac{4-m}{m})^2 - 2(\frac{-4}{m^2}) = 1$$

$$\rightarrow \frac{m^2 - 8m + 16}{m^2} + \frac{8}{m^2} = 1 \rightarrow m^2 - 8m + 24 = m^2 \rightarrow -8m + 24 = 0$$

$$\rightarrow \boxed{m=3} \rightarrow 3x^2 - x - \frac{4}{3} = 0 \rightarrow \alpha, \beta \text{ ریشه های معادله هستند.} \rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = \frac{1}{3} \\ \alpha\beta = \frac{-4}{9} \end{cases}$$

$$\text{معادله: } 3x^2 - x - \frac{4}{3} = 0 \xrightarrow{x=\alpha} 3\alpha^2 - \alpha - \frac{4}{3} = 0 \rightarrow \boxed{3\alpha^2 - \alpha = \frac{4}{3}}$$

$$3\alpha^2 - 2\alpha - \beta = 3\alpha^2 - \alpha - \alpha - \beta = (3\alpha^2 - \alpha) - (\alpha + \beta) = \frac{4}{3} - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

-سخت

۳۹. گزینه ۴

$$f(x) = \sqrt{(a^2 - 4)x^2 + ax + 6} \rightarrow (a^2 - 4)x^2 + ax + 6 \geq 0$$

مجموعه جواب نامعادله درجه دوم به صورت \mathbb{R} یا $\{d\}$ یا \emptyset یا $(-\infty, d] \cup [e, +\infty)$ یا $[d, e]$ است و به صورت $(-\infty, b]$ نمی باشد

پس نامعادله نمی تواند درجه ۲ باشد و ضریب x^2 باید صفر باشد و داریم:



$$a^2 - 4 = 0 \rightarrow a = \pm 2$$

$$1) a = 2 \rightarrow f(x) = \sqrt{2x + 6} \rightarrow 2x + 6 \geq 0 \rightarrow 2x \geq -6 \rightarrow x \geq -3 \\ \rightarrow Df = [-3, +\infty) \text{ (غیر قابل قبول)}$$

$$2) a = -2 \rightarrow f(x) = \sqrt{-2x + 6} \rightarrow -2x + 6 \geq 0 \rightarrow 6 \geq 2x \rightarrow 3 \geq x \\ \rightarrow Df = (-\infty, 3]$$

$$\rightarrow \boxed{b = 3}, \boxed{a = -2} \rightarrow a + b = -2 + 3 = 1$$

-سخت

۴. گزینه ۲ تابع $f(x) = x^2 - 6x + 1$ سهمی است و برای اینکه یک به یک باشد دامنه انتخاب شده باید دو طرف رأس سهمی نباشد طول رأس سهمی می تواند ابتدا یا انتهای بازه باشد، پس داریم:

$$\text{به شرط گفته شده در بالا تنها گزینه ۲ یعنی } [-3, 3] \text{ قابل قبول است.} \rightarrow x_S = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2(1)} = 3$$

-آسان



پاسخنامه کلیدی آزمون با کد: ۹۳۵۵۷۰

۴ -۵	۲ -۴	۲ -۳	۱ -۲	۱ -۱
۱ -۱۰	۴ -۹	۲ -۸	۴ -۷	۳ -۶
۲ -۱۵	۲ -۱۴	۴ -۱۳	۱ -۱۲	۱ -۱۱
۲ -۲۰	۲ -۱۹	۱ -۱۸	۴ -۱۷	۲ -۱۶
۲ -۲۵	۲ -۲۴	۳ -۲۳	۱ -۲۲	۲ -۲۱
۱ -۳۰	۱ -۲۹	۲ -۲۸	۲ -۲۷	۲ -۲۶
۱ -۳۵	۴ -۳۴	۳ -۳۳	۲ -۳۲	۱ -۳۱
۲ -۴۰	۴ -۳۹	۲ -۳۸	۲ -۳۷	۴ -۳۶

