

باسمه تعالی

## پاسخنامه آزمون تشریحی دوره دوم متوسطه

صفحه ۱ از ۳

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۳۹۷

رشته: تجربی

پایه: یازدهم

پاسخنامه درس: ریاضی

گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب الفبا): حمید براتی، لیلا حیدرزاده، فاطمه زواره، علیرضا علی محمدی، مهسا محمودزادگان، محمد نادری، سمان ناهید

## پاسخ سؤال ۱:

الف) قضیه (ریاضی یازدهم، صفحه ۳۴)

ب) مجذور تشابه (ریاضی یازدهم، صفحه ۴۶)

ج) نیمساز ربع اول و سوم (ریاضی یازدهم، صفحه ۶۱)

د) یک به یک (ریاضی یازدهم، صفحه ۵۹)

## پاسخ سؤال ۲:

$$4x + 4y = 40 \Rightarrow x + y = 10$$

$$S_1 + S_2 = 2xy + xy$$

$$\begin{cases} x + y = 10 \Rightarrow y = 10 - x \\ S = 2xy + xy = 3xy \end{cases} \Rightarrow S = 3x(10 - x) = -3x^2 + 30x \Rightarrow S_{\text{Max}} = -\frac{900}{-12} = 75$$

$$\leftarrow -\frac{\Delta}{4a} = \text{بیشترین مساحت}$$

(ریاضی یازدهم، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

## پاسخ سؤال ۳:

$$S = \alpha + \beta = 4$$

$$P = \alpha\beta = 2 \Rightarrow \beta = \frac{2}{\alpha} \Rightarrow \beta^2 = \frac{4}{\alpha^2}$$

$$S' = \alpha^2 + \frac{4}{\alpha^2} = \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 16 - 4 = 12$$

$$P' = \alpha^2 \cdot \frac{4}{\alpha^2} = 4$$

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - 12x + 4 = 0$$

(ریاضی یازدهم، صفحه ۱۳)

## پاسخ سؤال ۴:

$$\sqrt{3x-2} = x-2 \xrightarrow{\text{طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم}} 3x-2 = (x-2)^2 \Rightarrow 3x-2 = x^2-4x+4 \Rightarrow x^2-7x+6=0 \Rightarrow (x-6)(x-1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \times \\ x=6 \checkmark \end{cases}$$

در معادله اولیه صدق نمی‌کند.

(ریاضی یازدهم، صفحه ۲۳)

$$\text{ب)} \left( \frac{x}{x+1} - \frac{5}{(x+1)(x-4)} = \frac{x+1}{x-4} \right) (x+1)(x-4) \Rightarrow x(x-4) - 5 = (x+1)^2 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow -6x = 6 \Rightarrow x = -1 \times$$

ریشهٔ مخرج است. پس معادله ریشه ندارد.

(ریاضی یازدهم، صفحه ۲۱)

## پاسخ سؤال ۵:

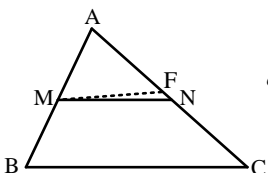
$$\triangle BNM \Rightarrow EF \parallel MN \Rightarrow \frac{BE}{BM} = \frac{EF}{MN} \Rightarrow \frac{EF}{MN} = \frac{1}{2} \Rightarrow EF = x \Rightarrow MN = 2x$$

$$\triangle ABC \Rightarrow MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{MN}{36} \Rightarrow MN = 18 \Rightarrow 2x = 18 \Rightarrow x = 9 \Rightarrow EF = 9$$

(ریاضی یازدهم، صفحه‌های ۳۳ تا ۴۶)

## پاسخ سؤال ۶:

الف) اگر خطی ۲ ضلع یک مثلث را قطع کند و روی آن قطعات متناسب ایجاد کند، آنگاه آن خط با ضلع سوم موازی است. به برهان خلف فرض می‌کنیم:  $MN \not\parallel BC$ . پس  $MF$  را موازی  $BC$  رسم می‌کنیم:



$$\text{فرض: } \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$

$$\text{حکم: } MN \parallel BC$$

باسمه تعالی

## پاسخنامه آزمون تشریحی دوره دوم متوسطه

صفحه ۲ از ۳

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۳۹۷

رشته: تجربی

پایه: یازدهم

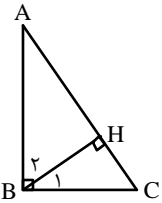
پاسخنامه درس: ریاضی

MF || BC

$$\left. \begin{array}{l} \text{تالس} \frac{AM}{MB} = \frac{AF}{FC} \\ \text{فرض} \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AF}{FC} = \frac{AN}{NC} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{AF}{FC+AF} = \frac{AN}{NC+AN} \Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow AF = AN \quad \times$$

این متناقض با متفاوت بودن MF و MN است. پس فرض خلف باطل و حکم ثابت شد.

(ب)



$$\begin{aligned} \hat{A} + \hat{C} &= 90^\circ \\ \hat{B}_1 + \hat{C} &= 90^\circ \\ \hat{A} &= \hat{B}_1 \quad (*) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} H_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \\ \hat{B} = A \quad (*) \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ز-ز}} \triangle ABH \sim \triangle BCH$$

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ABH \\ \triangle BCH \end{array} \right\} \frac{AB}{BC} = \frac{BH}{CH} = \frac{AM}{BH} \quad \underbrace{BH^2 = AH \times CH}$$

(ریاضی یازدهم، صفحه های ۳۸ و ۴۴)

## پاسخ سؤال ۷:

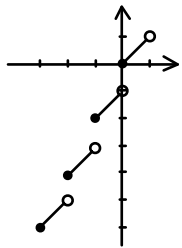
$$\left. \begin{array}{l} \hat{D}\hat{E}\hat{C} + \hat{A}\hat{E}\hat{D} = 180^\circ \\ \hat{D}\hat{E}\hat{C} + \hat{D}\hat{B}\hat{C} = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}\hat{E}\hat{D} = \hat{D}\hat{B}\hat{C} \quad (*)$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}\hat{E}\hat{D} = \hat{D}\hat{B}\hat{C} \quad (*) \\ \hat{A} = \hat{A} \quad (\text{مشترک}) \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ز-ز}} \triangle ADE \sim \triangle ACB \xrightarrow{\frac{S_{ADE} = \frac{1}{2}}{S_{DECB} = \frac{3}{2}}} \frac{S_{ADE}}{S_{ACB}} = \frac{1}{4} \Rightarrow k^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

$$k = \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4}{AC} = \frac{3}{AB} = \frac{DE}{12} \Rightarrow \begin{cases} AC = 8 \Rightarrow EC = 5 \\ AB = 6 \Rightarrow DB = 2 \\ DE = 6 \end{cases}$$

$$\text{پس} \Rightarrow P_{DECB} = DE + EC + BC + BD = 6 + 5 + 12 + 6 = 29$$

## پاسخ سؤال ۸:



$$-3 \leq x < -2 \Rightarrow [x] = -3 \Rightarrow y = -3 + x$$

$$-2 \leq x < -1 \Rightarrow [x] = -2 \Rightarrow y = -2 + x$$

$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \Rightarrow y = -1 + x$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow y = x$$

x	-3	-2
y	-6	-5
x	-2	-1
y	-4	-3
x	-1	0
y	-2	-1
x	0	1
y	0	1

(ریاضی یازدهم، صفحه ۵۴)

## پاسخ سؤال ۹:

$$\frac{2x_1 - 1}{x_1 + 1} = \frac{2x_2 - 1}{x_2 + 1} \Rightarrow \cancel{2x_1 x_2} + 2x_1 - x_2 - 1 = \cancel{2x_1 x_2} - x_1 + \cancel{2x_2} - 1 \Rightarrow 3x_1 = 3x_2 \Rightarrow x_1 = x_2$$

$$y = \frac{2x-1}{x+1} \Rightarrow yx + y = 2x - 1 \Rightarrow yx - 2x = -1 - y \Rightarrow x = \frac{-1-y}{y-2} \Rightarrow y^{-1} = \frac{-1-x}{x-2}$$

## پاسخ سؤال ۱۰:

f تابعی خطی است که از دو نقطه  $(-2, 0)$  و  $(0, 2)$  می‌گذرد و معادله‌اش به صورت  $f(x) = x + 2$  است. fg یک تابع درجه دوم است که معادله محور تقارن آن  $x = -\frac{3}{4}$  است، پس معادله‌اش به صورت زیر است:

$$(fg)(x) = a\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 + k$$

با جای‌گذاری دو نقطه  $(-2, 0)$  و  $(0, 2)$  داریم:

$$k = \frac{75}{8}, a = -2$$

پس ضابطه fg به صورت روبه‌رو است:

$$(fg)(x) = -2x^2 - 3x + 2$$

با تقسیم fg بر f، ضابطه g به دست می‌آید:

باسمه تعالی

## پاسخنامه آزمون تشریحی دوره دوم متوسطه

صفحه ۳ از ۳

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۳۹۷

رشته: تجربی

پایه: یازدهم

پاسخنامه درس: ریاضی

$$g(x) = \frac{(fg)(x)}{f(x)} = \frac{-2x^2 - 3x + 2}{x + 2} = -2x + 1$$

پس:

$$(2f + g)(x) = 2f(x) + g(x) = 2(x + 2) + (-2x + 1) = 5 \Rightarrow (2f + g)(x) = 5$$

پاسخ سؤال ۱۱:

$$\alpha = \frac{1}{r} = \frac{1^\circ}{6} \Rightarrow \alpha = \frac{5}{3} \text{ رادیان}$$

$$\frac{D}{18^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{D}{18^\circ} = \frac{\frac{5}{3}}{\pi} \Rightarrow D = \frac{3^\circ}{\pi} \Rightarrow D \simeq 95.5^\circ$$