

## پاسخنامه آزمون تشریحی دوره دوم متوسطه

صفحه ۱ از ۳

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۳۹۷

رشته: ریاضی

پایه: یازدهم

پاسخنامه درس: آمار و احتمال

گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب الفبا): وحید آرام، مهتاب اسکندری، سعید اکبرزاده، فاطمه سادات حسینی، زهرا مبینی، لیلا وکیلی

## پاسخ سؤال ۱:

(ج) ۴

(ب)  $\exists x \in \mathbb{R}, (x > 2 \wedge x^2 \leq 4)$ 

الف) هر دو نادرست باشند.

(د)  $(p \wedge q) \vee (p \vee \sim q) \equiv [(p \wedge q) \vee p] \vee \sim q \equiv [p \vee \sim q]$ 

(آمار و احتمال یازدهم، فصل ۱، درس ۱، تمرین ۵ صفحه ۳۸)

## پاسخ سؤال ۲:

ارزش کل گزاره نادرست است.

$$\left[ \underbrace{\left( \frac{\pi}{2} \notin \mathbb{Q} \right)}_D \vee \underbrace{\left( \sqrt{-2} \times \sqrt{-8} = 4 \right)}_N \right] \Rightarrow \underbrace{\left( (\sqrt{-3})^2 = 3 \right)}_N \quad \text{الف}$$

$$\left[ \underbrace{\left( \exists x \in \mathbb{N}; \frac{1}{x-2} \in \mathbb{Z} \right)}_D \wedge \underbrace{\left( \underbrace{(\forall x \in \mathbb{R}; \sqrt{x^2} = x)}_N \Leftrightarrow \underbrace{(\Delta^{-2} = \frac{1}{2\Delta})}_D \right)}_N \right] \quad \text{ب}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۷، ۸، ۹، ۱۴ و ۱۵)

## پاسخ سؤال ۳:

p	q	r	$q \wedge r$	$p \Rightarrow (q \wedge r)$	$p \Rightarrow q$	$p \Rightarrow r$	$(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$
د	د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	ن	ن	د	ن	ن
د	ن	د	ن	ن	ن	د	ن
د	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د	د	د	د
ن	د	ن	ن	د	د	د	د
ن	ن	د	ن	د	د	د	د
ن	ن	ن	ن	د	د	د	د

(۲۵/نمره)

(۱۵/نمره)

(۲۵/نمره)

(۱۵/نمره)

با توجه به این که ستون‌های پنجم و هشتم یکسان هستند، داریم:

$$p \Rightarrow (q \wedge r) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$$

## پاسخ سؤال ۴:

عکس نقیض را ثابت می‌کنیم:

$$n = 3k + 1 \text{ یا } n = 3k + 2$$

هرگاه  $n$  مضرب ۳ نباشد، آنگاه  $n^2$  مضرب ۳ نیست. (۲۵/نمره)

$$\text{اگر } n = 3k + 1 \Rightarrow n^2 = 9k^2 + 6k + 1 = 3(3k^2 + 2k) + 1 = 3k' + 1 \quad (۵/نمره)$$

پس  $n^2$  مضرب ۳ نیست.

$$\text{اگر } n = 3k + 2 \Rightarrow n^2 = 9k^2 + 12k + 4 \Rightarrow n^2 = 9k^2 + 12k + 3 + 1 = 3(3k^2 + 4k + 1) + 1 = 3k'' + 1 \quad (۵/نمره)$$

پس  $n^2$  مضرب ۳ نیست، پس در هر دو حالت ثابت کردیم، اگر  $n$  مضرب ۳ نباشد  $n^2$  مضرب ۳ نیست، پس خود گزاره همواره درست است. (۲۵/نمره)

(آمار و احتمال یازدهم، تمرین ۹، صفحه ۱۷)

## پاسخ سؤال ۵:

$$3^{n+3} - 3^n = 448 \quad (۵/نمره) \Rightarrow 8 \times 3^n - 3^n = 448 \Rightarrow 7 \times 3^n = 448 \Rightarrow 3^n = 64 \Rightarrow n = 6 \quad (۲۵/نمره)$$

(آمار و احتمال یازدهم، تمرین ۹، صفحه ۲۰)

## پاسخ سؤال ۶:

$$P(A) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{1\}, \{\emptyset, 1\}\} \quad (۵/نمره)$$

$$A = \{\emptyset, 1\} \Rightarrow P(A) - A = \{\{\emptyset\}, \{1\}, \{\emptyset, 1\}\} \quad (۵/نمره)$$

## پاسخنامه آزمون تشریحی دوره دوم متوسطه

صفحه ۲ از ۳

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۳۹۷

رشته: ریاضی

پایه: یازدهم

پاسخنامه درس: آمار و احتمال

## پاسخ سؤال ۷:

$$\forall x: [x \in (A - B)] \Rightarrow \begin{cases} x \in A \xrightarrow{A \subseteq B} x \in B \\ \wedge \\ x \notin B \longrightarrow x \in B' \end{cases} \quad \begin{matrix} (نمره \cdot ۵) \\ (نمره \cdot ۵) \end{matrix} \Rightarrow (x \in B \wedge x \in B') \quad (نمره \cdot ۵) \Rightarrow x \in (B \cap B') \Rightarrow x \in \emptyset \quad (نمره \cdot ۵)$$

$$\forall x: (x \in (A - B) \Rightarrow x \in \emptyset) \Rightarrow A - B \subseteq \emptyset \quad (I) \quad (نمره \cdot ۵) \quad \left. \begin{matrix} (I) \quad A - B \subseteq \emptyset \\ بدیهی \quad \emptyset \subseteq A - B \end{matrix} \right\} \Rightarrow A - B = \emptyset \quad (نمره \cdot ۵)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

## پاسخ سؤال ۸:

$$A = \{۲, ۴\} \quad B = \{-۱, ۰, ۱\}$$

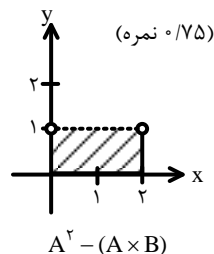
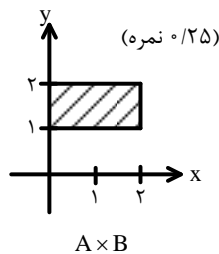
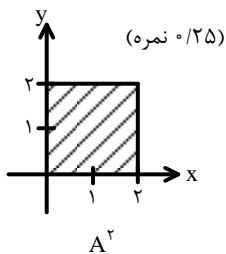
$$A \times B = \{(۲, -۱), (۲, ۰), (۲, ۱), (۴, -۱), (۴, ۰), (۴, ۱)\} \quad (نمره \cdot ۵)$$

$$A^c = \{(۲, ۲), (۲, ۴), (۴, ۲), (۴, ۴)\} \quad (نمره \cdot ۵)$$

$$(A \times B) - A^c = \{(۲, -۱), (۲, ۰), (۲, ۱), (۴, -۱), (۴, ۰), (۴, ۱)\} \quad (نمره \cdot ۵)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۳۵ و ۳۶)

## پاسخ سؤال ۹:



## پاسخ سؤال ۱۰:

$$\text{الف) } S = \{۳, ۳۵, ۳۹, ۵۰, ۵۳, ۵۹, ۹۰, ۹۳, ۹۵\} \quad (نمره \cdot ۵)$$

$$\text{ب) } A = \{۳, ۳۵, ۵۰, ۹۰, ۹۵\} \quad (نمره \cdot ۵)$$

$$\text{ج) } B = \{۵۳, ۵۹, ۹۰, ۹۳, ۹۵\} \quad (نمره \cdot ۵)$$

$$\text{د) } A \cap B^c = A - B = \{۳, ۳۵, ۵۰\} \quad (نمره \cdot ۵)$$

## پاسخ سؤال ۱۱:

$$\text{الف) } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (نمره \cdot ۵) \Rightarrow \frac{۳}{۵} = \frac{۲}{۵} + \frac{۲}{۵} - P(A \cap B) \quad (نمره \cdot ۵) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{۳}{۳۵} \quad (نمره \cdot ۵)$$

$$\text{ب) } P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{۲}{۵} - \frac{۳}{۳۵} = \frac{۱۴-۳}{۳۵} = \frac{۱۱}{۳۵} \quad (نمره \cdot ۵)$$

$$\begin{aligned} \text{ج) } P(A' \cup B) &= P(A') + P(B) - P(A' \cap B) = P(A') + P(B) - P(B - A) = P(A') + P(B) - P(B) + P(A \cap B) \\ &= P(A') + P(A \cap B) = \frac{۳}{۵} + \frac{۳}{۳۵} = \frac{۲۱+۳}{۳۵} = \frac{۲۴}{۳۵} \quad (نمره \cdot ۵) \end{aligned}$$

## پاسخ سؤال ۱۲:

$$P(x) = a \Rightarrow P(y) = a + \frac{1}{V}, \quad P(z) = a + \frac{۲}{V}, \quad P(t) = a + \frac{۳}{V} \quad (نمره \cdot ۵) \quad P(x) + P(y) + P(z) + P(t) = ۱ \quad (نمره \cdot ۵)$$

$$\Rightarrow a + a + \frac{1}{V} + a + \frac{۲}{V} + a + \frac{۳}{V} = ۱ \quad (نمره \cdot ۵) \quad ۴a + ۱ - \frac{۶}{V} = \frac{1}{V} \Rightarrow a = \frac{1}{۲۸} \quad (نمره \cdot ۵) \quad A = \{x, z\} \Rightarrow P(A) = P(x) + P(z) \quad (نمره \cdot ۵)$$

$$\Rightarrow P(A) = a + a + \frac{۲}{V} = ۲a + \frac{۲}{V} \quad (نمره \cdot ۵) = \frac{۲}{۲۸} + \frac{۲}{۷} = \frac{۲+۸}{۲۸} = \frac{۱۰}{۲۸} = \frac{۵}{۱۴} \quad (نمره \cdot ۵)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۵۱)

## پاسخ سؤال ۱۳:

$$S = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\}$$

$$P(۲) = P(۴) = P(۶) = x \Rightarrow P(۱) = P(۳) = P(۵) = ۴x \quad (نمره \cdot ۵) \quad P(۱) + P(۲) + P(۳) + P(۴) + P(۵) + P(۶) = ۱ \quad (نمره \cdot ۵)$$

$$۴x + x + ۴x + x + ۴x + x = ۱ \quad (نمره \cdot ۵) \quad ۱۵x = ۱ \Rightarrow x = \frac{1}{۱۵} \quad (نمره \cdot ۵) \quad P(۲) = P(۴) = P(۶) = \frac{1}{۱۵}, \quad P(۱) = P(۳) = P(۵) = \frac{۴}{۱۵}$$

$$A = \{۴, ۵, ۶\} \Rightarrow P(A) = P(۴) + P(۵) + P(۶) \quad (نمره \cdot ۵) \Rightarrow P(A) = \frac{1}{۱۵} + \frac{۴}{۱۵} + \frac{1}{۱۵} = \frac{۶}{۱۵} = \frac{۲}{۵} \quad (نمره \cdot ۵)$$

باسمه تعالی

## پاسخنامه آزمون تشریحی دوره دوم متوسطه

صفحه ۳ از ۳

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۳۹۷

رشته: ریاضی

پایه: یازدهم

پاسخنامه درس: آمار و احتمال

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۵۰)