

<p>سرمقال ۱۳۳۲ هـ</p> <p>کشف</p> <p>مرکز مشاوره تحصیلی دکتر علیرضا افشار</p>	<p>وقت: ۶۰ دقیقه</p> <p>تعداد سوالات: ۸۰</p>	<p>تاریخ:</p> <p>نام و نام خانوادگی:</p>
<p>موضوع ۱. فارسی ۲. پایه یازدهم، ۳. فارسی (۳) - حوازم: ۳. عربی و قرآن ۲ (پایه یازدهم)، ۴. عربی، زبان قرآن (۳) - حوازم: ۵. دین و زندگی (۳) - حوازم: ۶. دین و زندگی سال یازدهم، ۷. زبان انگلیسی (۳) - حوازم: ۸. زبان انگلیسی (پایه یازدهم)</p>		

۱. **گزینه ۲** مفهوم مصراع دوم بیت سؤال: همه کم و زیاد شدن‌ها به دست خداست.
- آسان
۲. **گزینه ۴** واژه «گلوگیر» هسته گروه اسمی: واژه مرکب
- آسان
۳. **گزینه ۲** گزینه ۱، «زبان در کشیدن»، کنایه از خاموش بودن / گزینه ۳، «آکنده گوش»، کنایه از نصیحت ناپذیری / گزینه ۴، «ژاژخایان»، کنایه از بیهوده گویان.
- سخت
۴. **گزینه ۲** گزینه ۲، از نظر مفهوم کنایی درست نیست چرا که «خون به گردن کسی کردن» کنایه از کشتن است.
- متوسط
۵. **گزینه ۲** شکل صحیح واژه املائی: وذر ← وزر / حوزه به معنای ناحیه - جانب - طرف
- خیلی سخت
۶. **گزینه ۳** شکل درست واژه‌های املائی:
- قربو ← غریبو (بانگ و فریاد)
- برخواست ← برخاست (بلند شد)
- صور ← سور (جشن و شادی)
- * واژه «صُور» جمع «صورت» است که در این جا از نظر املائی مناسب نیست.
- سخت
۷. **گزینه ۴** بررسی سایر گزینه‌ها:
- گزینه ۱): لباس عربانی / گزینه ۲): بساط هست ولی بساط نیست. / گزینه ۳): صدای سکوت
- متوسط
۸. **گزینه ۲** سوختن کنایه از زیان دیدن / جناس وجود ندارد.
- بررسی سایر گزینه‌ها:
- گزینه ۱) رخت کشیدن کنایه از «رفتن و کوچ کردن» / جناس ناهمسان: باغ، راغ و زاغ؛ راغ و فراغ
- گزینه ۳) پای باز کشیدن کنایه از «رها نمودن» / جناس ناهمسان: پای، جای
- گزینه ۴) قدم بر قدم کشیدن کنایه از «تقلید کردن» / جناس ناهمسان: قلم و قدم
- متوسط
۹. **گزینه ۳** در گزینه‌های دیگر فعل «شد» در معنای اصلی و اسنادی به کار رفته است اما در این گزینه به معنای «رفت» است که اسنادی نیست.
- آسان
۱۰. **گزینه ۲** در این گزینه فعل مجهول به کار رفته است اما در گزینه‌های دیگر:
- ۱) ساخته آید / ۳) کشته شد / ۴) کشته گشتند
- متوسط
۱۱. **گزینه ۴**
- بنگرید به کتاب زبان و ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی. ناله‌هایم در اصل بیان رازهای درونی من است.
- آسان
۱۲. **گزینه ۳** در عباراتی که از گوته نقل شده، آرایه‌ی جناس تام توضیح داده شده است.
- واژه‌ی «نیست» در مصراع اول به معنای «نمی‌باشد» فعل است، ولی در مصراع دوم به معنای «نابود» اسم است، پس جناس تام شمرده می‌شود. واژه‌ی «باد» در مصراع اول به معنای «هوا» هوس و در مصراع دوم به معنای «باشد» فعل دعایی است، پس باز هم جناس تام شمرده می‌شود.

توضیح دیگر این که هم «نیست» و هم «باد» قافیه‌اند، یعنی بیت دو قافیه دارد (ذوقافیتین) و چون هیچ کدام از این دو واژه در معنایی یکسان تکرار نشده‌اند، ردیف نیستند. ضمناً اگر بخواهیم این دو واژه را ردیف بگیریم اشکالی دیگر هم بروز می‌کند، این که قبل از آن ها واژه‌ای نمی‌ماند که قافیه شمرده شود تا واژه‌ی پس از آن ردیف باشد.

-متوسط

۱۳. گزینه ۴

-آسان

۱۴. گزینه ۴ برای ساختن فعل دعا به آخر یا یکی به آخر مانده‌ی فعل مضارع ساده‌ی سوم شخص مفرد، الف می‌افزاییم: بودن ← (بن مضارع) ← بُو ← (مضارع ساده‌ی سوم شخص مفرد) ← بُود ← (افزودن الف به یکی آخر مانده) ← بواد ← (فرایند کاهش واج (ستردن «و») ← باد

-آسان

۱۵. گزینه ۴ نکته ظریف سؤال مفهوم مقابل (متضاد) است که پاسخ باید، خلاف سختی راه عشق برای عاشق باشد.

-سخت

۱۶. گزینه ۳ در این مصراع، «شیر سپهر» مضاف و مضاف‌الیه است و به خاطر آمدن حرف اضافه «با» بر سر آن «مضاف» نقش دستوری متمم دارد. اما در دیگر گزینه‌ها «روی، آتش، آتش» مضاف هستند و همگی نقش دستوری «مفعول» دارند.

-سخت

۱۷. گزینه ۳ گزینه (۳)، یعنی دل افسرده و بی‌روح انسان به سبب گوشه‌نشینی و سکوت عاشق، گرم و با محبت می‌شود. همچنان که می‌در خم سربسته که ساکن و آرام است، به جوشش می‌آید. اما مفهوم مصراع صورت سؤال و دیگر گزینه‌ها بیانگر تأثیر عشق بر تمام پدیده‌های هستی است.

-متوسط

۱۸. گزینه ۲ بررسی سایر گزینه‌ها:

در گزینه ۱ «پروانه و آتش» مراعات نظیر

در گزینه ۳ «سوخته، داغ و شمع» ← مراعات نظیر

در گزینه ۴ «باد و باران» ← مراعات نظیر

-سخت

۱۹. گزینه ۴ بررسی گزینه ۴:

مستور ← پنهان، پوشیده، محبوب

دستور ← راهنما، اجازه، وزیر

نفیر ← فریاد و زاری با صدای بلند

-متوسط

۲۰. گزینه ۳ ← حاجتمندی مردان حق دیده نمی‌شود.

گزینه ۱ ← دامن او را گرفتن ← توسل

گزینه ۲ و ۴ ← حاجت طلبد ... حق آن را برآرد ← طلب شفاعت + برآورده کردن حاجت توسط حق

-متوسط

۲۱. گزینه ۱ المؤلفات الإسلامية: تألیفات اسلامی / سَیَرِیدُ عدُّها أَكثَرُ مِن مَّائِینِ: به بیش از دویست تا افزایش پیدا خواهد کرد / تحوی آراء بديعة: که شامل نظراتی ابتکاری است / في مختلف العلوم والفنون: در علوم و هنرهای مختلف.

-متوسط

۲۲. گزینه ۲ «تقصیر: کوتاه کردن» رد گزینه ۳

«الآمال: آرزوها» رد گزینه ۱

«یُبعدک: تو را دور می‌کند» رد گزینه‌های ۳ و ۴

-متوسط

۲۳. گزینه ۴ «باران»: المطر (مفرد) / «زمین»: الأرض / «با لباس سبز»: باللباس الأخضر / «آراسته می‌کند»: يُزینُ (فعل مضارع) / «هر انسانی»: کلّ انسان / «از دیدن آن»: من رؤیتها / «شادمان می‌گردد»: یتبهج، یصیر... مسروراً نکته مهم درسی

فعل‌ها وقتی به باب تفعیل می‌روند، غالباً متعدی و در باب افتعال غالباً لازم هستند.

-آسان

۲۴. گزینه ۲ آیه بیان می کند که بندگان خدا کسانی هستند که در زمین با وقار و فروتنی راه می روند. (کنایه از اینکه متواضع و فروتن هستند.) و گزینه ۲ بیانگر این امر است.

-سخت

۲۵. گزینه ۴ در گزینه ۱ «ذَهَبٌ ← ذَهَبٌ» و در گزینه ۲ «أَخْوَانٍ ← إِخْوَانٍ، مَنْ ← مَنْ» و در گزینه ۳ «مَنْ ← مِنْ» نادرست می باشد.

-سخت

۲۶. گزینه ۲ ترجمه عبارت آمده در صورت سؤال: «بزرگ ترین عیب این است که آن چه مانند آن در توست، عیب جویی کنی!» در صورتی که گزینه ۲ در باره این است که تو عیب دیگران را می گویی و دیگران نیز عیب تو را خواهند گفت و این دو مفهوم با هم تناسب ندارند.

-سخت

۲۷. گزینه ۱ افعال «فُئِلَ، كُنِيَ، لَمْ يُبْعَثْ و أُسْتُهِدَ» همگی مجهول بوده و دارای نایب فاعل هستند نه فاعل. ولی در گزینه های ۲، ۳ و ۴ به ترتیب افعال «عَمِلَ، قَالَ و قَاتَلَ» آمده اند که همگی معلوم بوده و هر یک برای خود فاعل دارند. («النَّاس»، «رسول» و «باقوهم») پس تنها در گزینه ۱ فاعل نیامده است.

-متوسط

۲۸. گزینه ۴ نَصْر: تازه (هاتف: تلفن - مصباح: چراغ - مُسَجَّل: ضبط)

-آسان

۲۹. گزینه ۳ تشریح گزینه های دیگر
گزینه ۱: «مُهَدَّئٍ» اسم فاعل است.
گزینه ۲: «مُجَهَّرٌ» اسم مفعول و «مُسْتَحْرِجٌ - مُقْتَرِحٌ» اسم فاعل هستند.
گزینه ۴: «مَكَارٌ» اسم مبالغه است.

-آسان

۳۰. گزینه ۴ عبارت داده شده به این موضوع اشاره دارد که دشمنی عاقل بهتر از دوستی نادان است و این در گزینه ۴ به گونه ای دیگر مطرح می شود (ما از دوستی دوستانمان در همه حالات بهره می بریم!) که با عبارت داده شده تناسب ندارد.

-متوسط

۳۱. گزینه ۲ حال مفرد اسمی است مشتق، نکره، منصوب و هم جنس و تعداد ذوالحال، لذا فقط خاشعاً که مفرد مذکر است، گزینه ی صحیح است.

-متوسط

۳۲. گزینه ۴ (لَعَلَّ) از حروف مشبیه بالفعل / «هذه» اسم لعل منصوب محلاً / الطالبة تابع و صفت چون مشتق است / تَنْجَحُ: فعل و «هی» مستتر فاعل آن و جمله محلاً مرفوع به عنوان خبر.

-آسان

۳۳. گزینه ۴ مُعْتَذِرًا: حال مفرد و منصوب است و صاحب حال آن الرجل می باشد و کلمه «مسافه» مفعول به برای فعل «قَطَعَ» می باشد.

-آسان

۳۴. گزینه ۱ زیرا راعياً در نقش مفعول به و نکره است و جمله ی بعد از آن چون پس از نکره است جمله وصفیه است.

-سخت

۳۵. گزینه ۴ بررسی سایر گزینه ها:
گزینه ۱: فعل «بَدَأَ» و همچنین ضمیر «نا» در اصنامنا ترجمه نشده است.
گزینه ۲: شروع کردند درست است، اَنَّ به معنی (که) می باشد و قطعاً ترجمه شده است.
گزینه ۳: «اَنَّ» مسلماً و «يَقْضُدُ» می خواسته (قصد دارد) ترجمه شده است.

-سخت

۳۶. گزینه ۱ ترجمه عبارت:

کارگران طی روز کارهای زیادی را انجام دادند (۲) شاید در شب استراحت کنند. (۳) ولی (۴) کاش

إِنَّ به معنای همانا، می‌باشد و همیشه در ابتدای جمله می‌آید.

-متوسط

۳۷. **گزینه ۲** ترجمهٔ گزینهٔ درست: سعی کردم حرف دوستم را باور کنم شاید که راست بگوید. (تصدق خبر لعل است) ترجمهٔ گزینه‌های دیگر:

گزینه ۱: بی‌گمان نجات در راستگویی است. / فی الصدق خبر از نوع شبه جمله است.

گزینه ۳: آن پیراهن را برای تو خریدم، کاش آن را دوست داشته باشی. خبر تحیین است که جملهٔ فعلیه می‌باشد.

گزینه ۴: برای آنان نگران نباش، پس بی‌گمان آنها در راحتی و خوشبختی هستند و چیزی کم ندارند.

فی الرّخاء خبر و از نوع جار و مجرور است. (شبه جمله)

-سخت

۳۸. **گزینه ۳** «فی حدیقتنا»: «در باغ ما» / «شجرة ذات غصون نضرة»: «درختی دارای شاخه‌های تازه» / «أفرح»: «شاد می‌شوم» / «بروئتها»: «با دیدن آن» / «کلّ یوم»: «هر روز»

-متوسط

۳۹. **گزینه ۲** تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه ۱: کلمات (خداوندا و قرار بده) نادرست هستند.

گزینه ۳: کلمهٔ (متفاوت) نادرست است.

گزینه ۴: کلمات (تاریکی و روشنایی‌ها) نادرست هستند.

-متوسط

۴۰. **گزینه ۲** «اسألوا: پیرسید» فعل امر است، نه ماضی.

-آسان

۴۱. **گزینه ۴** امام کاظم (ع) به شاگرد برجسته خود هشام بن حکم فرمود:

ای هشام، خداوند رسولانش را به سوی بندگان نفرستاد، جر برای آن که بندگان در پیام الهی تعقل کنند.

-آسان

۴۲. **گزینه ۳** آیه: «رسلاً مبشّرين و منذرین لتلايكون للناس علی الله حجة بعد الرسل و كان الله عزیزاً حکیماً.»

معنی: رسولانی را فرستاد که بشارت دهنده و اندازه دهنده باشند برای مردم تا بعد از آن بهانه و دستاویزی نباشد و همانا خداوند عزیز و حکیم است.

-سخت

۴۳. **گزینه ۴** رشد تدریجی سطح فکر مردم (از عوامل تجدید نبوت):

لازم بود تا در دو عنصر و دوره‌ی پیامبران جدیدی مبعوث شوند، تا همان اصول ثابت دین الهی را در خود فهم و اندیشه‌ی انسان‌های دوران خود بیان کنند و متناسب با درک آنان سخن گویند؛ و پیامبر اکرم (ص) در این مورد می‌فرماید: «انا معاشر الانبیاء امرنا ان نکلم الناس علی قدر عقولهم» (ما پیامبران مأمور شده‌ایم که با مردم به اندازه‌ی عقلشان سخن بگوییم).

-متوسط

۴۴. **گزینه ۴** در گزینهٔ ۴ رابطهٔ برعکس نوشته شده است. یعنی ایمان به عمل صالح تقدم دارد و در نتیجه عمل صالح معلول و ایمان علت آن است.

-خیلی سخت

۴۵. **گزینه ۳** عوامل ختم نبوت / حفظ قرآن کریم از تحریف:

با تلاش و کوشش مسلمانان در پرتو عنایت الهی و با اهتمامی که پیامبر اکرم (ص) در جمع‌آوری و حفظ قرآن داشت این کتاب دچار تحریف نشد و هیچ کلمه‌ای بر آن افزوده و از آن کم نگردید.

-آسان

۴۶. **گزینه ۳** عوامل ختم نبوت: از آنجا که خداوند پیامبران را می‌فرستد و اوست که نیاز یا عدم نیاز پیامبران را در هر زمان تشخیص می‌دهد تعیین زمان ختم نبوت با خداست.

اما تشخیص اینکه در چه زمانی مردم به مرحله‌ای می‌رسند که می‌توانند کتاب آسمانی خود را حفظ کنند در توانایی انسان نیست و فقط خداوند از چنین علمی برخوردار هست.

-آسان

۴۷. گزینه ۴ معجزه آخرین پیامبر الهی که می‌خواهد از جانب خداوند برای همهٔ زمان‌ها، پیامبر باشد باید به گونه‌ای باشد که:

- ۱- مردم زمان خودش به معجزه بودن آن اعتراف کنند.
 - ۲- آیندگان هم معجزه بودن آن را تأیید کنند.
- و عبارت: «لا یأتون بمثلہ و لو کان بعضهم لبعض ظہیرا».
- نمی‌توانند همانند آن را بیاورند هر چند پشتیبان هم باشند.

-متوسط

۴۸. گزینه ۴ انسان ویژگی‌هایی دارد که او را از سایر مخلوقات متمایز میکند از این رو شیوه هدایت او با سایر موجودات متفاوت است

-خیلی سخت

۴۹. گزینه ۲ آیین حضرت ابراهیم (یکتاپرست و مسلمان) معرفی شده است و با توجه به عبارت «ابراهیم نه یهودی بود و نه مسیحی» در می‌یابیم ادعای یهودیان و مسیحیان در هم دین بودن با ابراهیم نادرست است.

-متوسط

۵۰. گزینه ۱ پاسخ به نیازهای برتر انسان باید همه‌جانبه باشد زیرا ابعاد جسمی و روحی، فردی و اجتماعی انسان ارتباط کاملی دارند و نمی‌توان برای هر بعد برنامه‌ریزی جداگانه‌ای کرد.

-متوسط

۵۱. گزینه ۲ در روایتی از پیامبر اکرم آمده است که راهیابی شرک به دل انسان از راه رفتن مورچه‌ای سیاه در شب تاریک بر تخته سنگی سیاه پنهان‌تر است.

-متوسط

۵۲. گزینه ۲ این آیه به اهمیت حفظ اخلاص و توجه به عدم گرفتاری به شرک اشاره دارد. (دقت داشته باشید که مقابل اخلاص شرک است نه کفر)

-متوسط

۵۳. گزینه ۲ برای اینکه عمل برای خداوند خالص شود لازم است نخست اخلاص در اندیشه تحقق یابد. فردی که به خداوند اعتقاد دارد باید بکوشد فکر و اندیشهٔ خود را در این زمینه تقویت کند به طوری که همهٔ امور خود و عالم را به دست خدا ببیند و بداند که خداوند مدبّر و اداره‌کنندهٔ همهٔ امور جهان است و هیچ واسطه و سببی جز به اذن و ارادهٔ او عمل نمی‌کند. این معنا، همان مفهوم مراتب توحید، به خصوص توحید در ربوبیت است که در درس‌های قبل بدان پرداختیم.

-متوسط

۵۴. گزینه ۲ متن کتاب: کسانی که راه دریافت حق را بر خود بسته‌اند و به جای پیروی از عقل، از هوی و هوس پیروی می‌کنند، وقتی خیرخواهی اطرافیان و دوستان را می‌شنوند، دست به انکار می‌زنند و راه رسیدن به حقیقت را بر خود می‌بندند. اینان توجه نمی‌کنند که دو نداء، دل را به سوی خود دعوت می‌کند: ندایی از عقل و ندایی از هوس و این ندای هوس‌های زودگذر است که آنها بدان پاسخ گفته‌اند.

-متوسط

۵۵. گزینه ۳ در آیه‌ای که در سوال آمده ابتدا به هدایت‌گری انسان اشاره شده است (جَاءَكُمْ بَصَائِرُ مِنْ رَبِّكُمْ) سپس گفته شده که انسان دارای اختیار است و تصمیم اوست که یا به سود او یا بر علیه او رقم می‌خورد (فَمَنْ أْبْصَرَ فَلِنَفْسِهِ وَمَنْ عَمِيَ فَعَلَيْهَا). / گزینه ۳ اصلاً مربوط به این آیه نمی‌باشد.

-سخت

۵۶. گزینه ۳ اعتقاد به خدایی حکیم، که با حکمت خود جهان را خلق کرده و اداره می‌کند، این اطمینان را به انسان می‌دهد که همهٔ وقایع و رخدادهای جهان، تحت یک برنامهٔ سامان‌دهی شده و غایتمند انجام می‌گیرد و نه اتفاقی و بی‌هدف. کسی که معتقد به حاکمیت چنین خدایی است، هرچند خودش از شناخت علت بسیاری از حوادث و رخدادهای جهان عاجز است، اما مطمئن است که هر حادثه‌ای هدف معین و مشخصی دارد و از سر تصادف، غفلت یا ندانم‌کاری رخ نمی‌دهد. قطره‌ای کز جویباری می‌رود از پی انجام کاری می‌رود

-سخت

۵۷. گزینه ۳ موفقیت در هر مرحله‌ای از امتحان الهی یا ابتلاء سبب ورود فرد به مرحله‌ای برتر می‌شود و او را با امتحان‌های جدید تر روبه‌رو می‌کند؛ درست مانند دانش‌آموزی که با موفقیت در هر امتحانی وارد مرحله‌ای بالاتر از امتحانات می‌گردد تا به موفقیت نهایی برسد.

-سخت

۵۸. **گزینه ۴** سنت دیگر، سنت امداد الهی است. وقتی انبیا مردم را به دین الهی فرا می خوانند مردم در برابر این دعوت دو دسته می شوند: دسته‌ای به ندای حقیقت پاسخ مثبت می دهند و هدایت الهی را می پذیرند و دسته‌ای لجاجت ورزیده و در مقابل حق می ایستند. خداوند، سنت و قانون خود را بر این قرار داده که هر کس، هر کدام از این دو راه را برگزیند، بتواند از همین امکاناتی که خدا در اختیارش قرار داده (مانند قدرت اراده، توان جسمی و فکری، امکانات موجود در جهان خلقت و...) استفاده کند تا در همان مسیری که انتخاب کرده است به پیش رود و باطن خود را آشکار کند.

-سخت

۵۹. **گزینه ۲** اعتقاد به خدای حکیم این اطمینان را به آدمی می دهد که جهان خلقت حافظ و نگهبانی دارد که در کار او اشتباه نیست که انسان و این اطمینان خاطر را می دهد که می تواند در این جهان از قدرت خود بهره برد و برای ساختن امروز و فردای خود و جامعه تلاش کند که این موضوع آیه «ان الله یمسک السموات و الارض» بیان شده است.

-سخت

۶۰. **گزینه ۴** ترک گناه و توجه به واجبات و اطاعت از خداوند درخت اخلاص را آبیاری می کند. راز و نیاز با خداوند و کمک خواستن از او محبت او را در قلب تقویت می کند.

-متوسط

۶۱. **گزینه ۱** آن باشگاه ورزشی طیف گسترده ای از فعالیت ها از جمله تنیس، شنا و اسکواش را تامین می کند.
(۱) **فعالیت** (۲) هویت (۳) مواد (۴) مواد معدنی

-سخت

۶۲. **گزینه ۲** خیرین بین المللی در حال تلاش برای بهبود شرایط زندگی مناطق فقیرتر قاره هستند.
(۱) موسسات (۲) **مناطق** (۳) فرهنگ ها (۴) افکار

-سخت

۶۳. **گزینه ۲** کدام کلمه با بقیه متفاوت است.
(۱) موجود، در دسترس (۲) **سخت و تمند** (۳) در دسترس (۴) آماده

-سخت

۶۴. **گزینه ۲** بزرگ ترین موجودی که تا به حال روی زمین وجود داشته، نهنگ آبی است.
(۱) منقرض شد (۲) **وجود داشت** (۳) حمله کرد (۴) تغییر کرد

-متوسط

۶۵. **گزینه ۴** آسیب کمر، بازی تنیس را دیگر برای او غیرممکن ساخته است.
(۱) شگفت انگیز (۲) جالب (۳) احساسی (۴) **غیر ممکن**

-متوسط

۶۶. **گزینه ۳** دانش آموزان، برای صرفه جویی در وقت زمان، باید بیاموزند که متن را برای اطلاعات ضروری بررسی اجمالی کنند.
(۱) سعی کردن (۲) مراقب بودن، مواظبت کردن (۳) **اجملا بررسی کردن** (۴) خاطر نشان کردن

-متوسط

۶۷. **گزینه ۲** حتما به طور دقیق سویچ های برق را برچسب بزنید تا آنها را با یکدیگر اشتباه نگیرید.
(۱) ربط داشتن (۲) **برچسب زدن** (۳) بازنشسته شدن (۴) تقسیم کردن

-متوسط

۶۸. **گزینه ۳** او اهل یک شهر کوچک در منطقه فقیری از کشور است که احتمالا چیزی از آن نشنیده ای.
(۱) معروف (۲) باارزش (۳) **کوچک** (۴) گستاخ

-آسان

۶۹. **گزینه ۴** کلمه‌ی ناهماهنگ را انتخاب کنید.

(۱) قرص نان (۲) تکه - قطعه - ورق (۳) تکه - قطعه (۴) **نوع**

گزینه‌های ۱ - ۲ و ۳ واحد شمارش اسامی غیر قابل شمارش هستند، در حالیکه گزینه‌ی ۴ یک اسم قابل شمارش است.

-آسان

۷۰. **گزینه ۳** دخترم قصد دارد در یک کلاس آشپزی شرکت کند تا به آشپزهای جوان برای به روز کردن دانش غذایی و پختن غذاهای خوشمزه بیشتر، کمک کند.

۱. وجود، موجود ۲. سخنور ۳. دانش ۴. ارتباط

-آسان

۷۱. گزینه ۲ شما واقعا به یک ماشین نیاز دارید، به ویژه زمانی که در فاصله دوری از نزدیک ترین شهر زندگی می کنید و به چیزهای ضروری نیاز دارید.

(۱) حقیقتا (۲) به ویژه، مخصوصا (۳) به طور عصبی (۴) واقعا

-آسان

۷۲. گزینه ۱ جنگ جهانی دیگر فراتر از حد تصور خطرناک خواهد بود. برخی معتقدند که باعث ویرانی کل زندگی بشر در روی زمین خواهد شد.

۱. کل

۲. فرضی

۳. نامرئی

۴. ابرانسان

-سخت

۷۳. گزینه ۲ او سوپی را که سفارش داده بود به خاطر حشره‌ای که داخلش بود، پس فرستاد.

۱. لانه مورچه

۲. حشره

۳. اقیانوس

۴. نمک

-سخت

۷۴. گزینه ۲ برخی مردم هنگامیکه عصبانی هستند ناخشان را می چوند.

۱. وارد شدن

۲. جویدن

۳. دوباره تولید کردن

۴. شکل دادن

-متوسط

۷۵. گزینه ۴ تبلیغات تلویزیونی یکی از موثرترین، موفق ترین و محبوب ترین روش های فروش محصولات شده است.

۱. برنامه ها

۲. کانال ها

۳. قیمت ها

۴. تبلیغات

-سخت

۷۶. گزینه ۱ در طول کلاس با پیتتر حرف نزن، باشد؟

پرسش تاییدی برای جملات امری منفی همیشه will you است.

-متوسط

۷۷. گزینه ۴ الف : شغل مدیریت به مونا پیشنهاد شده است.

ب : اما او تجربه کافی در این امر ندارد.

مجهول زمان حال کامل – فعل offer (پیشنهاد کردن چیزی به کسی) یک فعل دومفعولی است.

-متوسط

۷۸. گزینه ۴ از وقتی که او را دیده‌ای زمان زیادی گذشته است، مگر نه؟

-آسان

۷۹. گزینه ۳ آنجل یک بار در سال رمان می نویسد ، اینطور نیست؟

-آسان

۸۰. گزینه ۴ هنگامی که دو نفر به هم (حرف های هم) گوش نمی دهند، در برقراری ارتباط شکست خواهند خورد. (ناموفق خواهند بود).

۱- اصل

۲- ثبت



<p>سرمال ۹۰۲۰۹۸</p> <p>انتشار</p> <p>مرکز مشاوره تحصیلی</p> <p>دکتر علیرضا افشار</p>	<p>وقت: ۱۵۰ دقیقه</p> <p>تعداد سوالات: ۱۳۰</p>	<p>تاریخ:</p> <p>نام و نام خانوادگی:</p>
<p>موضوع ۱: ریاضی سال دهم; ۲: حسابان; ۳: آمار و احتمال (پایه یازدهم); ۴: فیزیک دهم; ۵: هندسه (۳) - دوازدهم; ۶: هندسه یازدهم; ۷: حسابان ۲ و کنکور پایه دوازدهم; ۸: گسسته (۳) - دوازدهم; ۹: فیزیک (۳) - دوازدهم; ۱۰: شیمی دهم; ۱۱: شیمی (۳) - دوازدهم</p>		

۸۱. گزینه ۴

$$\frac{-b}{2a} = -1 \Rightarrow -b = -2a \Rightarrow b = 2a \Rightarrow 2a - b = 0$$

متوسط

۸۲. گزینه ۱ برای داشتن ریشه‌ی مضاعف باید $\Delta = 0$ باشد، بنابراین:

$$x^2 + ax + 1 = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow a^2 - (4 \times 1 \times 1) = 0 \Rightarrow a^2 - 4 = 0 \Rightarrow (a - 2)(a + 2) = 0$$

$$\begin{cases} a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2 \\ a + 2 = 0 \Rightarrow a = -2 \end{cases} \Rightarrow a = 2 \text{ یا } a = -2$$

آسان

۸۳. گزینه ۱

$$|x| \leq a \xrightarrow{a > 0} -a < x < a$$

$$|x - 3| \leq 2 \xrightarrow{+3} -2 \leq x - 3 \leq 2 \xrightarrow{+3} 1 \leq x \leq 5 \Rightarrow \text{مجموعه‌ی اعداد صحیح این بازه} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

آسان

۸۴. گزینه ۲

<p>می‌دانیم: ریشه‌های معادله درجه دوم به فرم $ax^2 + bx + c = 0$ از رابطه $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ بدست می‌آید که در آن</p> <p>$\Delta = b^2 - 4ac$</p> <p>$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$</p>	<p>سوال و جواب</p> <p>@soal_javab_ostad_afshar</p>
---	--

روش اول:

$$x^2 - 2x + 1 = 3 - 2\sqrt{2} \Rightarrow x^2 - 2x - 2 + 2\sqrt{2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 2\sqrt{2} - 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{4 - 4(1)(2\sqrt{2} - 2)}}{2(1)} \Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{12 - 8\sqrt{2}}}{2}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ریشه‌ها: } x_1 + x_2 = \frac{2 + \sqrt{12 - 8\sqrt{2}}}{2} + \frac{2 - \sqrt{12 - 8\sqrt{2}}}{2}$$

$$= \frac{2 + \sqrt{12 - 8\sqrt{2}} + 2 - \sqrt{12 - 8\sqrt{2}}}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

روش دوم:

$$x^2 - 2x + 1 = 3 - 2\sqrt{2} \Rightarrow (x - 1)^2 = 2 - 2\sqrt{2} + 1$$

$$\Rightarrow (x - 1)^2 = (\sqrt{2} - 1)^2 \Rightarrow \sqrt{(x - 1)^2} = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} \Rightarrow |x - 1| = |\sqrt{2} - 1|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1 = \sqrt{2}-1 \\ x-1 = 1-\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \sqrt{2} \\ x_2 = 2-\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع ریشه‌ها} = x_1 + x_2 = \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} = 2$$

-متوسط

۸۵. گزینه ۳

$$\frac{0}{A} = 0, \frac{A}{0} = \text{ت.ن}$$

معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c$ ریشه حقیقی ندارد هرگاه $\Delta < 0$

$$ax^2 + 3x + 9: \Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow 9 - 4(a)(9) < 0$$

$$\Rightarrow 9 - 36a < 0 \Rightarrow 36a > 9 \Rightarrow 4a > 1 \Rightarrow a > \frac{1}{4}$$

-سخت

۸۶. گزینه ۱ چون مجموع ضرایب معادله مساوی صفر است پس $x_2 = \frac{c}{a} = \sqrt{3}, x_1 = 1$ داریم:

$$|\sqrt{1} - \sqrt{3}| + \sqrt{1} + \sqrt{3} = \sqrt{3} - 1 + 1 + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

-آسان

۸۷. گزینه ۱ اگر در تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، $\frac{c}{a} < 0$ باشد. (یعنی a و c مختلف علامه باشند)، تابع درجه دوم از ۴ ناحیه می گذرد. بنابراین باید: $m + 2 < 0$ یعنی $m < -2$

-متوسط

۸۸. گزینه ۲

$$P = x_1 \times x_2 = \frac{c}{a} = 16 \rightarrow x_1^3 \cdot x_2 = 16 \rightarrow x_1^4 = 2^4 \rightarrow x_1 = \pm 2$$

در معادله $x_2 = 2 \rightarrow 4 - 2m + 16 = 0 \rightarrow m = 10$

در معادله $x_2 = -2 \rightarrow 4 + 2m + 16 = 0 \rightarrow m = -10$

-آسان

۸۹. گزینه ۲ اگر x' و x'' جواب‌های معادله‌ی $f(x) = 0$ باشند، در این صورت طرفین رابطه داده شده را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(x' - x'')^2 = (\sqrt{x'} + \sqrt{x''})^2 \Rightarrow x'^2 + x''^2 - 2x'x'' = x' + x'' + 2\sqrt{x'x''}$$

$$\Rightarrow (S^2 - 2P) - 2P = S + 2\sqrt{P} \Rightarrow S^2 - 4P - S - 2\sqrt{P} = 0 \quad (1)$$

$$S = -\frac{b}{a} \Rightarrow S = 1 - 4m, P = \frac{c}{a} \Rightarrow P = 1 \xrightarrow{(1)} (1 - 4m)^2 - 4 - (1 - 4m) - 2 = 0$$

$$\Rightarrow 16m^2 - 4m - 6 = 0 \Rightarrow 4m^2 - 2m - 3 = 0 \Rightarrow m = -\frac{1}{2}, m = \frac{3}{4}$$

اما اگر $m = \frac{3}{4}$ ، آن‌گاه $x' = x'' = -1$ که غیر قابل قبول اند پس $m = -\frac{1}{2}$

-سخت

۹۰. گزینه ۳

$$\begin{cases} \text{جمع ریشه‌ها} \\ a + b = \alpha \rightarrow S = \alpha \end{cases} \xrightarrow{x^2 - Sx + P = 0} x^2 - \alpha x + 1 = 0$$

$$\begin{cases} \text{ضرب ریشه‌ها} \\ a \cdot b = 1 \rightarrow P = 1 \end{cases}$$

برای این که معادله‌ی درجه دوم فوق دارای جواب باشد. باید $\Delta \geq 0$. بنابراین:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-\alpha)^2 - 4(1)(1) = \alpha^2 - 4 \Rightarrow \alpha^2 - 4 \geq 0 \Rightarrow \alpha^2 \geq 4 \Rightarrow |\alpha| \geq 2 \Rightarrow \begin{cases} \alpha \geq 2 \\ \text{یا} \\ \alpha \leq -2 \end{cases}$$

-متوسط

۹۱. گزینه ۴

$$A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}, B = \{1, 2\}$$

$$A - B = \{-2, -1, 0, 1, 2\} - \{1, 2\} = \{-2, -1, 0\}$$

تعداد اعضای مجموعه توانی یک مجموعه n عضو برابر است با 2^n . پس $P(A - B)$ دارای $2^3 = 8$ عضو است. در نتیجه تعداد زیر مجموعه‌های $P(A - B)$ برابر 2^8 و تعداد زیر مجموعه‌های سره $P(A - B)$ برابر $2^8 - 1$ یعنی ۲۵۵ است.

-سخت

۹۲. گزینه ۲

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q, \sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

مطابق نکته ابتدا نقیض را به دست می‌آوریم:

$$\sim(x \geq 5 \vee y \in Q) \equiv \sim((x \geq 5) \wedge \sim(y \in Q)) \equiv (x < 5) \wedge (y \in Q')$$

پس x عددی کوچکتر از ۵ و y عددی گنگ است. باتوجه به گزینه‌ها، گزینه‌ی ۲ پاسخ است.

-سخت

۹۳. گزینه ۲ نکته: گزاره نمای شامل متغیر x که با سور عمومی همراه می‌شود وقتی به یک گزاره‌ی درست تبدیل می‌شود که هر

عضو از دامنه‌ی متغیر در گزاره نما صدق کند. به عبارت دیگر هیچ مثال نقضی نداشته باشد.

نکته: گزاره نمای شامل متغیر x که با سور وجودی همراه می‌شود وقتی درست است که مجموعه جواب آن تهی نباشد.

حاصل ضرب سه عدد متوالی صحیح، همواره بر ۶ بخش پذیر است. پس گزاره‌ی گزینه‌ی «۲» درست است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی «۱»: مثال نقض: $x = 0$. (مخرج کسر را صفر می‌کند).

گزینه‌ی «۳»: مثال نقض: $x = 1$.

گزینه‌ی «۴»: مجموعه جواب گزاره‌نما تهی است زیرا $\Delta < 0$ می‌باشد.

-متوسط

۹۴. گزینه ۲ نکته: گزاره نمای شامل متغیر x که با سور عمومی همراه می‌شود وقتی به یک گزاره‌ی درست تبدیل می‌شود که هر

عضو از دامنه‌ی متغیر در گزاره نما صدق کند. به عبارت دیگر هیچ مثال نقضی نداشته باشد.

گزاره‌ی فوق به ازای $x = 1$ برقرار است. زیرا مخرج کسر برابر با صفر می‌شود. پس سور عمومی نادرست است. نقیض آن به این

صورت است که می‌گویید، برخی مقادیر x این رابطه برقرار نیست.

-متوسط

۹۵. گزینه ۴

$$\sim(\forall x; p(x)) \equiv \exists x, \sim p(x)$$

نکته: نقیض سور عمومی سور وجودی است:

گزاره‌ی مطرح شده در صورت سؤال به صورت زیر می‌باشد:

$$\forall x \in \mathbb{R}; x \neq 0; x + \frac{1}{x} \geq 2$$

و نقیض آن به صورت زیر خواهد بود:

$$\exists x \in \mathbb{R}, x \neq 0; x + \frac{1}{x} < 2$$

-متوسط

۹۶. گزینه ۱ نکته: در ترکیب شرطی دو گزاره، اگر ارزش مقدم نادرست باشد، آن‌گاه ارزش گزاره‌ی مرکب $p \Rightarrow q$ همواره

درست است و ارزش آن به ارزش تالی بستگی ندارد. در این حالت می‌گوییم گزاره‌ی شرطی به انتفای مقدم درست است.

با توجه به نکته، چون در گزینه‌ی ۱ مقدم نادرست است، پس گزاره به انتفای مقدم درست است.

در گزینه‌های ۲ و ۳، مقدم و تالی درست هستند و ارزش گزاره درست است؛ ولی به خاطر انتفای مقدم نیست.

در گزینه‌ی ۴ مقدم درست و تالی نادرست است، پس ارزش گزاره نادرست است.

-آسان

۹۷. گزینه ۳ نکته: شرط آنکه زیرمجموعه‌های A_1 و A_2 و ... و A_n افزاری برای A باشند آن است که:

اولاً اشتراک روبروی آنها تهی باشد.

$$A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = A$$

به رد گزینه‌ها می‌پردازیم:

در گزینه «۱»: دو مجموعه ارائه شده، اشتراک دارند.

در گزینه «۲»: اجتماع دو مجموعه ارائه شده، مجموعه اصلی نیست.

در گزینه «۴»: دو مجموعه ارائه شده، اشتراک دارند.

سخت-

۹۸. گزینه ۲ طبق فرض $X - \{1, 2\} = \{5\}$ واضح است.

در مجموعه X حتماً باید ۵ وجود داشته باشد ولی ۱ و ۲ می‌توانند در مجموعه X باشند یا نباشند هم‌چنین در میان مجموعه مرجع (M) عضوهای ۳ و ۴ حتماً نباید باشند بنابراین تعداد حالات X برابر است با:

$$\begin{array}{cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ X & \text{تعداد حالات} & = & 2 \times 2 \times 1 \times 1 \times 1 & = & 4 \end{array}$$

متوسط

۹۹. گزینه ۲ نکته: رابطه $x + \frac{1}{x} \geq 2$ زمانی درست است که $x > 0$ باشد.

در بین گزینه‌ها تنها مجموعه‌ای که اعضای آن مثبت است و زیرمجموعه دامنه متغیر می‌باشد گزینه ۲ است.

تذکر: دقت نمایید در گزینه ۳ هر چند اعضای مجموعه مثبت می‌باشند ولی $\frac{1}{3}$ به دامنه متغیر تعلق ندارد.

آسان-

۱۰۰. گزینه ۲ تذکر: نقیض گزاره با سور عمومی به شکل $\forall x; p(x)$ ، سور وجودی بوده و به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\sim (\forall x; p(x)) \equiv \exists x; \sim p(x)$$

بنابراین نقیض گزاره «تمام انسان‌ها فناپذیرند»، به صورت گزاره «بعضی از انسان‌ها فناپذیرند»، می‌باشد.

آسان-

۱۰۱. گزینه ۲ ابتدا مرتبه بزرگی هر کمیت را تخمین می‌زنیم:

$$20L = 2 \times 10^1 L \sim 10^1 L$$

$$\text{روز} \sim 10^1 \text{ روز} = 3 \times 10^1 = 30 \text{ روز} = \text{تعداد روزهای هر ماه}$$

$$\text{نفر} \sim 10^7 \text{ نفر} = 10^1 \times 10^6 = 10^7 \text{ نفر} = \text{تعداد افراد کشور}$$

بنابراین داریم:

$$10^1 L \sim (10^1) \times (10^1) \times (10^7) = 10^{10} L$$

متوسط

۱۰۲. گزینه ۱ هر بشکه = ۱۶۰ لیتر

$$\frac{\text{مقدار نفت تولیدی بر حسب بشکه}}{\text{زمان لازم برای تولید نفت}} = \frac{1800 \text{ بشکه}}{1 \text{ شبانه روز}}$$

خواسته‌ی سوال: تبدیل این نسبت به $\frac{dam^3}{min}$:

$$1800 \frac{\cancel{\text{بشکه}}}{\cancel{\text{بشکه روز}}} \times \frac{1 \cancel{\text{بشکه روز}}}{24 \cancel{\text{h}}} \times \frac{1 \cancel{\text{h}}}{60 \text{ min}} \times \frac{160 \cancel{\text{L}}}{1 \cancel{\text{بشکه}}} \times \frac{1 \cancel{\text{m}^3}}{1000 \cancel{\text{L}}} \times \left(\frac{1 \text{ dam}}{10 \text{ m}}\right)^3 = 2 \times 10^{-4} \frac{\text{dam}^3}{\text{min}}$$

سخت-

۱۰۳. گزینه ۳ کمینه درجه‌بندی خط کش ۰٫۵cm است. پس خطای اندازه‌گیری $\pm 0,25cm$ است که برای درست بودن

اندازه‌گیری از نظر محاسبات فیزیکی، باید آن را گرد کنیم یعنی $\pm 0,3cm$ می‌باشد.

از طرفی طول جسم از $3,5\text{cm}$ بیش تر ولی از $4,0\text{cm}$ کم تر است. پس عدد حدسی آن می تواند عدد 7 باشد یعنی طول جسم $3,7\text{cm} \pm 0,3\text{cm}$ است.

متوسط

۱۰۴. گزینه ۲ نکته: هرگاه یک جسم غیر متخلخل را به آرامی و به طور کامل در یک مایع فرو ببریم، تغییر حجم ایجاد شده در مایع برابر حجم جسم است.

در این سؤال چون ظرف پر نبوده است در مورد حجم فلز می توان گفت:

مایع سرریز شده V + قسمت خالی ظرف $V_{\text{فلز}} = V$

قسمت خالی ظرف $Ah =$ قسمت خالی ظرف V

$$\rightarrow V_{\text{فلز}} = (3,0\text{cm}^2)(20,0\text{cm} - 19,0\text{cm}) + 2,0\text{cm}^3$$

$$\Rightarrow V_{\text{فلز}} = 30,0\text{cm}^3 + 2,0\text{cm}^3 = 32,0\text{cm}^3$$

بنابراین با توجه به رابطه چگالی $\rho = \frac{m}{V}$ داریم:

$$\rho_{\text{فلز}} = \frac{864\text{g}}{32,0\text{cm}^3} = 2,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

اکنون به کمک روش تبدیل واحد زنجیره ای چگالی فلز را بر حسب $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ محاسبه می کنیم:

$$\rho_{\text{فلز}} = 2,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 2,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \left(\frac{1\text{kg}}{10^3\text{g}}\right) \times \left(\frac{1\text{cm}}{10^{-2}\text{m}}\right)^3 = 2,7 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

سخت

۱۰۵. گزینه ۳

$$\left. \begin{aligned} d &= 1,5 \times 10^{11}\text{m} \sim 10^{11}\text{m} \\ V &= 3 \times 10^8\text{m}^3 \sim 10^8\text{m}^3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow t = \frac{d}{V} = \frac{10^{11}}{10^8} = 10^3\text{(s)}$$

آسان

۱۰۶. گزینه ۱

$$1\mu\text{m} = ?\text{nm}$$

$$1\mu\text{m} = 1\mu\text{m} \times \frac{10^{-6}\text{m}}{1\mu\text{m}} \times \frac{1\text{nm}}{10^{-9}\text{m}} = 10^3\text{nm}$$

آسان

۱۰۷. گزینه ۲

$$\frac{\rho_{\text{آهن}}}{\rho_{\text{جسم}}} = 1,3 \quad \rho_{\text{جسم}} = \frac{7,8}{1,3} = 6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad \rho = \frac{m}{V}$$

$$6 = \frac{540}{V} \Rightarrow V = \frac{540}{6} = 90\text{cm}^3$$

متوسط

۱۰۸. گزینه ۲ کمیت های جرم، طول (شعاع) و زمان، نرده ای هستند و کمیت های سرعت و جابه جایی برداری اند، زیرا علاوه بر مقدار دارای جهت هستند و از قوانین جمع برداری نیز پیروی می کنند.

آسان

۱۰۹. گزینه ۳ یکای نیرو (نیوتون) برابر با $1\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2$ است. بنابراین برای محاسبه نیرو بر حسب نیوتون باید در رابطه $F = ma$ که از علوم تجربی پایه نهم به خاطر دارید جرم را بر حسب کیلوگرم و شتاب را بر حسب متر بر مجذور ثانیه جایگذاری کنیم.

$$m = 1000 \text{ مثقال} \times \frac{4,6 \text{ g}}{1000 \text{ مثقال}} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} = 4,6 \text{ kg}$$

$$a = 36 \text{ km}/(\text{min})^2 \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}\right)^2 = 10 \text{ m}/\text{s}^2$$

$$\Rightarrow F = ma = 4,6 \times 10 = 46 \text{ N}$$

-متوسط

۱۱۰. گزینه ۳

$$m_A = m_B \xrightarrow{m=\rho V} \rho_A V_A = \rho_B V_B \Rightarrow 0,8 \times 10^3 \times V_A = 1,2881 \times 10^3 \times V_B$$

$$\Rightarrow V_A = 1,6 V_B \xrightarrow{V_A + V_B = 0,34 \text{ L}} 2,6 V_B = 0,34 \text{ L}$$

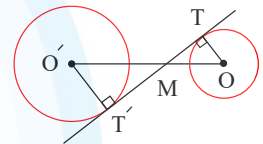
$$\Rightarrow V_B = \frac{0,34}{2,6} \text{ L} \times \frac{10^3 \text{ mL}}{1 \text{ L}} \approx 130,8 \text{ mL}$$

$$\Rightarrow V_A = 1,6 \times V_B \approx 1,6 \times 130,8 \text{ mL} \approx 209 \text{ mL}$$

-سخت

۱۱۱. گزینه ۴ با توجه به شکل $\triangle MO'T' \sim \triangle MTO$ پس داریم:

$$\frac{OT}{O'T'} = \frac{MO}{MO'} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{MO}{6 - MO} \Rightarrow MO = \frac{3}{2}$$



-متوسط

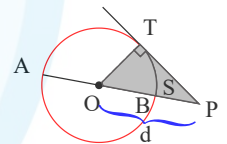
استاد علیرضا افشار

۱۱۲. گزینه ۳

$$PT^2 = PA \cdot PB \Rightarrow PT^2 = 18 \times 2 \Rightarrow PT = 6$$

“سوال و جواب”

@soal_javab_ostad_afshar



از طرف دیگر $d + R = 18$ و $d - R = 2$ می باشد، بنابراین: $R = 8$ و در نتیجه مساحت مثلث OPT برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} \times OT \cdot PT = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$$

-متوسط

۱۱۳. گزینه ۱

می دانیم که اندازه زاویه ظلی برابر با نصف کمان روبرو است. داریم:

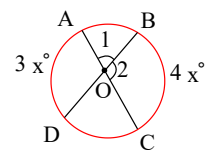
$$\widehat{A} = \frac{\widehat{AF}}{2} \Rightarrow \widehat{AF} = 112^\circ \Rightarrow \widehat{AE} = 180^\circ - \widehat{AF} = 68^\circ$$

-آسان

۱۱۴. گزینه ۳

$$\widehat{O_2} = \frac{\widehat{AD} + \widehat{BC}}{2} = \frac{3x^\circ + 4x^\circ}{2} = 3,5x^\circ$$

$$O_1 = x^\circ$$

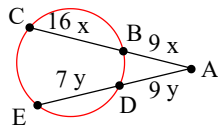


اما $\widehat{O_1}$ و $\widehat{O_2}$ مکمل اند. پس:

$$\widehat{O_1} + \widehat{O_2} = 180^\circ \rightarrow 4,5x^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 40^\circ$$

-آسان

گزینه ۴ .۱۱۵



پس می توانیم بگوئیم: $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DE} = \frac{9}{16}$

$AB = 9x, BC = 16x, AD = 9y, AE = 16y$

حال داریم $9x \times 25x = 9y \times 16y \Rightarrow 5x = 4y$ و طبق صورت سؤال

$AC + AE = 180$

$25x + 16y = 180 \Rightarrow 5 \times (5x) + 16y = 180 \Rightarrow 5 \times (4y) + 16y = 180$

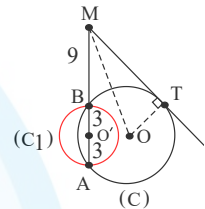
پس: $x = 4, y = 5$

حال:

$? = BC + DE = 16x + 7y = 16 \times 4 + 7 \times 5 = 99$

سخت

گزینه ۴ .۱۱۶



$MT^2 = MB \times MA$

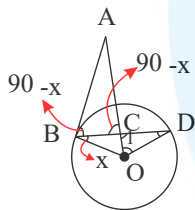
$MT^2 = 9 \times 15 = 135$

$OT^2 = R^2 = MO'^2 - MT^2 = 18^2 - 135 = 49 \Rightarrow R = 7$

متوسط

گزینه ۲ .۱۱۷ شعاع OB بر ضلع AB عمود است از طرفی مثلث OBD متساوی الساقین می باشد ($OB = OD$) پس اگر

$\hat{O}DB = \hat{O}BD = x$ و $\hat{C}BA = \hat{B}CA = 90^\circ - x$ در نتیجه $\hat{C}_1 = 90^\circ - x$ بنابراین مثلث OCD قائم الزاویه است و $\hat{O}_1 = 90^\circ$



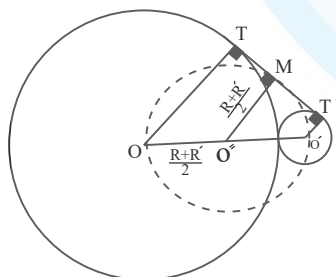
سخت

استاد علیرضا افشار

”سوال و جواب“
@soal_javab_ostad_afshar

گزینه ۲ .۱۱۸

فرض کنیم دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ مماس بیرونی باشند و $R > R'$ باشد دایره به مرکز O'' و شعاع $\frac{R+R'}{2}$ را رسم می کنیم اگر مماس مشترک خارجی دو دایره C و C' باشد از O'' به نقطه M وسط TT' وصل می کنیم.

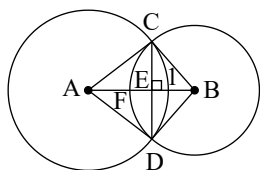


در دوزنقه $OTT'O''$ با توجه به قضیه میانی خط نتیجه می گیریم $O''M$ موازی OT و $O''M = \frac{R+R'}{2}$ پس $O''M$ شعاع

دایره به مرکز O'' است و بر TT' عمود است بنابراین TT' بر دایره به قطر OO' مماس می باشد.

سخت

۱۱۹. گزینه ۳

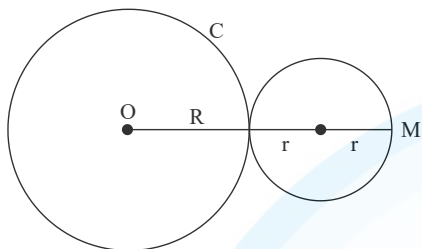


A و B مراکز ۲ دایره هستند. بنابراین عمود منصف CD است. در نتیجه $ED = CE$ و چون طبق فرض مسئله $EB = ED$ می توان گفت $CE = EB$ یعنی مثلث CEB قائم الزاویه متساوی الساقین است پس $\widehat{B}_1 = 45^\circ$ مثلث FBC متساوی الساقین است با زاویه رأس 45° (زیرا $BF = BC$ همان شعاع دایره است) پس:

$$C\widehat{F}B = \frac{180^\circ - 45^\circ}{2} = 67,5^\circ \rightarrow C\widehat{F}A = 180^\circ - 67,5^\circ \rightarrow C\widehat{F}A = 112,5^\circ$$

سخت-

۱۲۰. گزینه ۲



مطابق شکل، دایره به شعاع r همواره مماس خارج با دایره $C(O, R)$ است. فاصله $OM = R + 2r$ ثابت است. پس مکان هندسی نقطه M ، دایره‌ای به شعاع $R + 2r$ است.

مساحت این مکان هندسی $S = \pi(R + 2r)^2$ است.

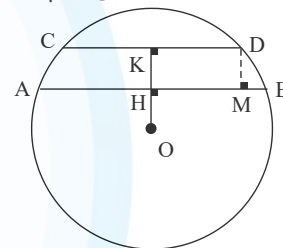
آسان-

۱۲۱. گزینه ۳ می دانیم که $AB \parallel CD$ ، در نتیجه چهارضلعی $ABCD$ دوزنقه‌ی متساوی الساقین است. داریم:

$$BM = \frac{AB - CD}{2} = \frac{a - b}{2}, \quad DM = KH = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow BD^2 = DM^2 + BM^2 = \frac{(a - b)^2}{4} + \frac{a^2 - b^2}{2} = \frac{(a - b)^2 + 2a^2 - 2b^2}{4}$$

$$BD^2 = \frac{a^2 + b^2 - 2ab + 2a^2 - 2b^2}{4} = \frac{3a^2 - b^2 - 2ab}{4} \Rightarrow BD = \frac{\sqrt{3a^2 + b^2 - 2ab}}{\sqrt{2}}$$



متوسط

۱۲۲. گزینه ۲ اگر R شعاع دایره باشد داریم:

$$\begin{cases} \triangle OAB: OA = OB = R \Rightarrow A\widehat{O}B = 180^\circ - 2 \times 45^\circ = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AB} + \widehat{CD} = 200^\circ \\ \triangle OCD: OC = OD = R \Rightarrow C\widehat{O}D = 180^\circ - 2 \times 35^\circ = 110^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \widehat{AC} + \widehat{BD} = 360^\circ - (\widehat{AB} + \widehat{CD}) = 360^\circ - 200^\circ = 160^\circ$$

متوسط

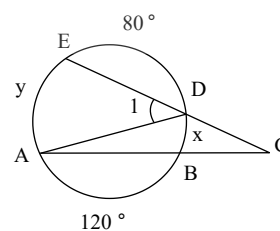
۱۲۳. گزینه ۳

$$x + y = 360^\circ - (120^\circ + 80^\circ) = 160^\circ \quad (1)$$

$$C = 50^\circ = \frac{y - x}{2} \Rightarrow y - x = 100^\circ \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} x = 30^\circ \\ y = 130^\circ \end{cases}$$

متوسط



۱۲۴. گزینه ۲ مساحت قسمت هاشور زده برابر است با تفاضل مساحت قطاع و مثلث متساوی الاضلاع. داریم:

$$x = S_{\text{قطاع}} - S_{\text{مثلث}} = \frac{60}{360} \times \pi \times 6^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 6\pi - 9\sqrt{3} = 6 \times 3,14 - 9 \times 1,7 = 3,54$$

آسان-

$$AM = 16, \quad DN = 10$$

$R =$ شعاع دایره بزرگتر

$$\Rightarrow ON = R - 10, \quad OM = R - 16, \quad OB = R$$

$$\triangle MNB : \widehat{N} = \widehat{O} = 90^\circ \Rightarrow ON^2 = OM \times OB$$

$$(R - 10)^2 = (R - 16) \times R \Rightarrow R^2 - 20R + 100 = R^2 - 16R \Rightarrow 4R = 100 \Rightarrow R = 25$$

$$\text{شعاع دایره کوچکتر} = \frac{MB}{2} = \frac{OM + OB}{2} = \frac{(25 - 16) + 25}{2} = 17$$

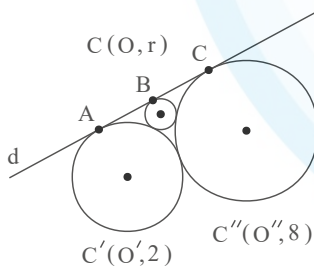
سخت-

$$r_a = \frac{S}{P-a}, \quad r_b = \frac{S}{P-b}, \quad r_c = \frac{S}{P-c}$$

$$a > b > c \Rightarrow -a < -b < -c \Rightarrow P-a < P-b < P-c$$

$$\Rightarrow \frac{S}{P-a} > \frac{S}{P-b} > \frac{S}{P-c} \Rightarrow r_a > r_b > r_c$$

متوسط-



“سوال و جواب”

می دانیم اگر دو دایره به شعاع های R و R' مماس خارج باشند، طول مماس مشترک خارجی آنها برابر

۱۲۷. گزینه ۲

است: $2\sqrt{RR'}$

داریم:

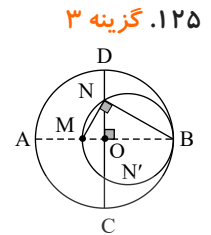
$$C, C' \text{ مماس خارجی} \Rightarrow AB = 2\sqrt{2 \times r} = 2\sqrt{2r}$$

$$C, C'' \text{ مماس خارجی} \Rightarrow BC = 2\sqrt{8r} = 4\sqrt{2r}$$

$$C'', C' \text{ مماس خارجی} \Rightarrow AC = 2\sqrt{2 \times 8} = 8$$

$$AC = AB + BC \Rightarrow 8 = 2\sqrt{2r} + 4\sqrt{2r} \Rightarrow 6\sqrt{2r} = 8 \Rightarrow \sqrt{2r} = \frac{4}{3} \Rightarrow 2r = \frac{16}{9} \Rightarrow r = \frac{8}{9}$$

سخت-



۱۲۵. گزینه ۳

۱۲۶. گزینه ۴

می دانیم که:

از طرفی داریم:

۱۲۸. گزینه ۲

$$\begin{cases} \widehat{AOB} = \widehat{ODB} + \widehat{OBD} \Rightarrow x = \widehat{OBD} \\ \widehat{AOB} = \widehat{ODB} + x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \widehat{AOB} = \widehat{ODB} + \widehat{OBD} = 2y \Rightarrow 2y = 2\widehat{ODB} = 2\widehat{OBD} \Rightarrow y = \widehat{ODB} \\ \widehat{OB} = \widehat{OD} \Rightarrow \widehat{ODB} = \widehat{OBD} \end{cases}$$

-آسان

۱۲۹. گزینه ۱

$$\widehat{BM} = x \Rightarrow \widehat{BC} = \frac{3}{2}x, \widehat{CM} = \frac{3}{2}x$$

$$\widehat{BM} + \widehat{MC} + \widehat{BC} = 360^\circ \Rightarrow x + \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}x = 180^\circ \Rightarrow 4x = 360^\circ$$

$$\Rightarrow x = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BM} = 90^\circ, \widehat{CM} = 135^\circ$$

$$\hat{A} \text{ خارجی} = \frac{\widehat{CM} - \widehat{BM}}{2} = \frac{135^\circ - 90^\circ}{2} = 22,5^\circ$$

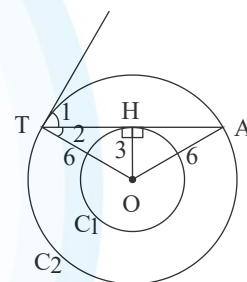
-متوسط

$$\Delta OTH : H = 90^\circ, OH = 3, OT = 6$$

$$\Rightarrow \sin \hat{T}_2 = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{T}_2 = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{T}_1 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

۱۳۰. گزینه ۴



-آسان

“سوال و جواب”

۱۳۱. گزینه ۱

$$x^2 - 8x + y^2 - 2y + 16 = 0 \Rightarrow (x-4)^2 + (y-1)^2 = 1, O(4,1)$$

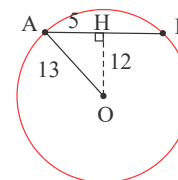
$$x^2 - 2x + y^2 - 2y = k \Rightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = k+2, O'(1,1)$$

$$OO' = R + R' \Rightarrow 3 = 1 + R' \Rightarrow R' = 2 \Rightarrow K = 2$$

-متوسط

۱۳۲. گزینه ۱

$$\Delta AHO : OH = \sqrt{(AO)^2 - (AH)^2} = 12$$



ویژگی تمام این وسط وترها این است که از مرکز دایره به فاصله ۱۲ هستند پس مکان هندسی مورد نظر دایره‌ای به شعاع ۱۲ است.

-آسان

۱۳۳. گزینه ۳ ۱- مرکز دایره‌ای که در ربع اول بر محورهای مختصات مماس است، نقطه‌ی (R, R) است.

۲- مرکز دایره‌ای که در ربع دوم بر محورهای مختصات مماس است، نقطه‌ی $(-R, R)$ است.

۳- مرکز دایره‌ای که در ربع سوم بر محورهای مختصات مماس است، نقطه‌ی $(-R, -R)$ است.

۴- مرکز دایره‌ای که در ربع چهارم بر محورهای مختصات مماس است، نقطه‌ی $(R, -R)$ است.

که شعاع دایره است. R

چون دایره از نقطه $\begin{vmatrix} -2 \\ 1 \end{vmatrix}$ می‌گذرد پس دایره در ناحیه دوم محورهای مختصات بر هر دو محور مماس است پس مرکز دایره $C \begin{vmatrix} -R \\ R \end{vmatrix}$ است.

$$(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = R^2 \Rightarrow (x+R)^2 + (y-R)^2 = R^2 \xrightarrow{\begin{vmatrix} -2 \\ 1 \end{vmatrix}} (-2+R)^2 + (1-R)^2 = R^2$$

صدق

$$\Rightarrow 4 + R^2 - 4R + 1 + R^2 - 2R = R^2 \Rightarrow R^2 - 6R + 5 = 0 \Rightarrow (R-1)(R-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} R=1 \\ R=5 \end{cases}$$

متوسط

۱۳۴. گزینه ۴ فاصله مرکز دایره تا خط مماس برابر شعاع می‌باشد.

$$R = CH = \frac{|6+4+0|}{\sqrt{16+9}} = \frac{10}{5} = 2$$

معادله دایره: $(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = R^2 \rightarrow (x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$
 $\Rightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = 4 \Rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$

توجه کنید فاصله نقطه $A \begin{vmatrix} 6 \\ 4 \end{vmatrix}$ از خط به معادله $ax+by+c=0$ از رابطه $AH = \frac{|a\alpha+b\beta+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ بدست می‌آید.

آسان

۱۳۵. گزینه ۴ این دو وتر موازی هستند زیرا شیب آنها $-\frac{4}{3}$ است. خطوط $4x+3y+13=0$, $4x+3y-2=0$ معادلات

دو وتر دایره هستند که مرکز دایره $C \begin{vmatrix} -1 \\ 2 \end{vmatrix}$ در معادله وتر $4x+3y-2=0$ صدق می‌کند پس قاعده بزرگ همان قطر دایره است

و شعاع دایره هم که ۵ می‌باشد.
 $4x+3y+13=0$

$$DC = 2R = 10$$

فاصله نقطه از خط: $CH = \frac{|-4+6+13|}{\sqrt{16+9}} = \frac{15}{5} = 3$

$$\Delta ACH : (AC)^2 = (CH)^2 + (AH)^2$$

$$\rightarrow 25 = 9 + (AH)^2 \rightarrow AH = 4 \rightarrow AB = 8$$

$$\text{مساحت دوزنقه} = \frac{(\text{ارتفاع} + \text{قاعده بزرگ} + \text{قاعده کوچک})}{2} = \frac{(10+8)(3)}{2} = 27$$

توجه کنید فاصله نقطه $A \begin{vmatrix} 6 \\ 4 \end{vmatrix}$ از خط به معادله $ax+by+c=0$ از رابطه $AH = \frac{|a\alpha+b\beta+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ بدست می‌آید.

سخت

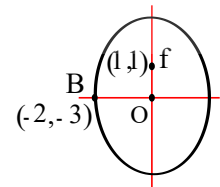
۱۳۶. گزینه ۲ چون بیضی قائم است طول مرکز بیضی با طول کانون و عرض مرکز با عرض رأس ناکانونی برابر است.

$$O : (1, -3)$$

$$OF = c = 1 - (-3) = 4$$

$$OB = b = 1 - (-2) = 3$$

$$a^2 = b^2 + c^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow \text{طول وتر کانونی} = \frac{2b^2}{a} = \frac{18}{5}$$

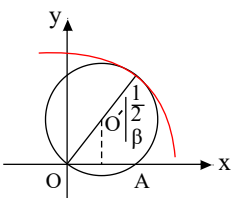


متوسط

۱۳۷. گزینه ۱

چون دایره از نقاط $O = (0, 0)$ و $A = (1, 0)$ می‌گذرد پس مرکزی آن روی عمود منصف OA قرار دارد یعنی

مختصات مرکز $\begin{vmatrix} 1/2 \\ \beta \end{vmatrix}$ و شعاع آن $O'A = \sqrt{\frac{1}{4} + \beta^2}$ است.



این دایره وقتی بر دایره $x^2 + y^2 = 9$ مماس است که:

$$OO' = |R - R'| \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{4} + \beta^2} = 3 - \sqrt{\frac{1}{4} + \beta^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{1}{4} + \beta^2} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{1}{4} + \beta^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \beta^2 = 2 \Rightarrow \beta = \pm\sqrt{2} \Rightarrow O' = \left(\frac{1}{2}, \sqrt{2}\right), O' = \left(\frac{1}{2}, -\sqrt{2}\right)$$

سخت-

۱۳۸. گزینه ۳ مطابق فرض نقطه $(2, 1)$ مرکز دایره است. پس می توان نوشت:

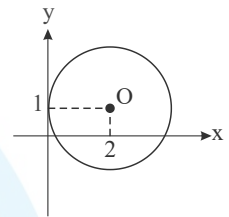
$$F'_x = 0 \Rightarrow 4x + m = 0 \xrightarrow{x=2} 8 + m = 0 \Rightarrow m = -8$$

$$F'_y = 0 \Rightarrow 4y + n = 0 \xrightarrow{y=1} 4 + n = 0 \Rightarrow n = -4$$

حال به کمک مقادیر فوق، معادله دایره را به صورت استاندارد می نویسیم:

$$2x^2 + 2y^2 - 8x - 4y + 2 = 0 \Rightarrow 2(x^2 - 4x) + 2(y^2 - 2y) + 2 = 0$$

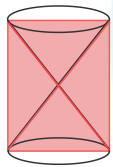
$$\Rightarrow 2(x-2)^2 - 8 + 2(y-1)^2 - 2 + 2 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$$



پس شعاع دایره ۲ است و چون طول مرکز دایره با شعاع دایره برابر است، پس این دایره مطابق شکل بر محور y مماس است.

متوسط-

۱۳۹. گزینه ۲



دو خط متقاطع

استاد علیرضا افشار

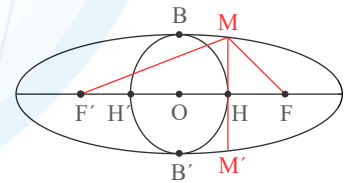
سوال و جواب

آسان-

۱۴۰. گزینه ۴ شکل را برای حالتی که فاصله کانونی (FF') از قطر کوچک (BB') بزرگ تر است رسم می کنیم؛ داریم:

$$MF + MF' = 2a$$

$$\rightarrow MF' = 2a - MF$$



$$BB' = HH' = 2b \rightarrow OB = OB' = OH' = OH = b$$

$$F'H = OF' + OH = c + b, \quad FH = OF - OH = c - b$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta MHF' : MH^2 + F'H^2 &= MF'^2 \rightarrow MH^2 + (c+b)^2 = (2a - MF)^2 \\ \Delta MHF : MH^2 + FH^2 &= MF^2 \rightarrow MH^2 + (c-b)^2 = MF^2 \end{aligned} \right\}$$

طرفین دو معادله

$$\rightarrow 4bc = 4a^2 - 4a \times MF$$

را از هم کم می کنیم.

$$\xrightarrow{\div (4a)} \frac{bc}{a} = a - MF \rightarrow MF = a - \frac{bc}{a}$$

$$\left. \begin{aligned} MH^2 + (c-b)^2 &= MF^2 \\ MF &= a - \frac{bc}{a} \end{aligned} \right\} \rightarrow MH^2 + \overbrace{b^2 + c^2}^{a^2} - 2bc = a^2 + \left(\frac{bc}{a}\right)^2 - 2a \times \frac{bc}{a}$$

$$\rightarrow MH^2 + \cancel{a^2} - \cancel{2bc} = \cancel{a^2} - \cancel{2bc} + \left(\frac{bc}{a}\right)^2 \rightarrow MH^2 = \left(\frac{bc}{a}\right)^2 \rightarrow MH = \frac{bc}{a}$$

$$\rightarrow MM' = 2MH = \frac{2bc}{a}$$

در حالتی که فاصله کانونی برابر قطر کوچک یا از آن کمتر باشد مسأله به طریق مشابه حل می شود.

سخت-

۱۴۱. گزینه ۴

می دانیم:

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta, \quad \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\cos 4x + \frac{\sin x \sin 4x}{\cos x} = \frac{\cos 4x \cos x + \sin 4x \sin x}{\cos x} = \frac{\cos(4x - x)}{\cos x}$$

$$= \frac{\cos 3x}{\cos x} = \frac{4 \cos^3 x - 3 \cos x}{\cos x} = 4 \cos^2 x - 3$$

متوسط-

@soal_javab_ostad_afshar

۱۴۲. گزینه ۲

می دانیم:

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 3\beta \cos 2\beta + \sin 3\beta \sin 2\beta = \cos(3\beta - 2\beta) = \cos \beta = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin \beta = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\sin 2\beta = 2 \sin \beta \cos \beta = 2 \left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right) = \frac{4\sqrt{5}}{9}$$

آسان-

۱۴۳. گزینه ۳ در اتحادهای مثلثاتی داریم:

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x, \quad \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\frac{\cos 2x}{\sqrt{2} \cos(x + \frac{\pi}{4})} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sqrt{2}(\cos x \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \sin x \cdot \sin \frac{\pi}{4})}$$

$$\xrightarrow{\text{صورت اتحاد مزدوج}} \frac{(\cos x + \sin x)(\cos x - \sin x)}{\sqrt{2}(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x)} = \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{\cos x - \sin x} = \cos x + \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

از طرفی می دانیم $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$ و $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ حال دو طرف تساوی را به توان ۲ می رسانیم:

$$(\cos x + \sin x)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \Rightarrow \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1 + \underbrace{2 \sin x \cdot \cos x}_{\sin 2x} = \frac{3}{4}$$

$$1 + \sin 2x = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin 2x = \frac{3}{4} - 1 \Rightarrow \sin 2x = \frac{-1}{4}$$

سخت-

۱۴۴. گزینه ۳ نکته: اگر دوره‌ی تناوب تابع f برابر T باشد، داریم $f(x+T) = f(x)$

$$f(-1) = 1 \xrightarrow{T=3} f(-1+3) = f(2) = 1 \xrightarrow{f(2)=3a+1} 3a+1 = 1 \Rightarrow a = 3$$

$$f(a-2) = 1 \xrightarrow{a=3} f(1) = 1 \Rightarrow f(7) = f(3+4)f(4) = f(3+1)f(1) = 1 \xrightarrow{f(7)=b+3} b+3 = 1 \Rightarrow b = -2$$

$$f \circ f(b) = f \circ f(-2) \xrightarrow{T=3} f \circ f(-2+3) = f \circ f(1) = f(f(1)) = f(1) = 1$$

سخت-

۱۴۵. گزینه ۳ می‌دانیم: $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$

صورت و مخرج را در $2 \cos \frac{\pi}{10}$ ضرب می‌کنیم و می‌دانیم $2 \cos \frac{\pi}{10} \cdot \sin \frac{\pi}{10} = \sin 2\left(\frac{\pi}{10}\right) = \sin \frac{\pi}{5}$

$$A = \frac{\sin \frac{\pi}{10} \cos \frac{\pi}{5}}{1} = \frac{2 \cos \frac{\pi}{10} \sin \frac{\pi}{10} \cos \frac{\pi}{5}}{2 \cos \frac{\pi}{10}} = \frac{\sin \frac{\pi}{5} \cos \frac{\pi}{5}}{2 \cos \frac{\pi}{10}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{5}}{2 \cos \frac{\pi}{10}} = \frac{\frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{10}\right)}{2 \cos \frac{\pi}{10}} = \frac{1}{4} \left(\frac{\cos \frac{\pi}{10}}{\cos \frac{\pi}{10}}\right) = \frac{1}{4}$$

سخت-

۱۴۶. گزینه ۳

$$\sin \alpha \cdot (\sin \alpha - 1) > 0 \quad (I)$$

در این عبارت، جمله $\sin \alpha - 1$ همواره منفی است پس باید $\sin \alpha$ نیز همواره منفی باشد تا عبارت (I) مثبت باقی بماند.

$$\cos \alpha \cdot (1 - \cos \alpha) < 0 \quad (II)$$

در این عبارت $1 - \cos \alpha$ همواره مثبت است پس بنابراین باید $\cos \alpha$ منفی باشد تا عبارت (II) منفی باقی بماند. در ناحیه سوم علامت سینوس و علامت کسینوس منفی است.

آسان-

۱۴۷. گزینه ۲

$$\widehat{AB} \text{ طول کمان} = \frac{20}{360} \times 2\pi r = \frac{1}{18} \times 2 \times 3 \times 6320 = \frac{6320}{3} = 2106,6 Km$$

آسان-

۱۴۸. گزینه ۴

$$-\pi < \alpha < -\frac{\pi}{2} \rightarrow \text{ناحیه سوم} \Rightarrow 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}$$

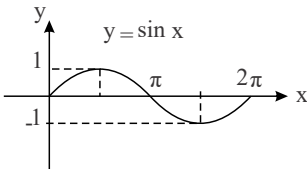
$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \frac{144}{25}} = \frac{25}{169} \rightarrow \cos \alpha = -\frac{5}{13}, \sin^2 \alpha = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169} \rightarrow \sin \alpha = -\frac{12}{13}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{12}{13} - \frac{5}{13} = \frac{7}{13}$$

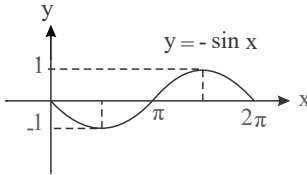
متوسط

۱۴۹. گزینه ۳

نمودار تابع $f(x) = \sin x$ به صورت مقابل است.



می‌دانیم برای رسم $y = -f(x)$ باید نمودار $f(x)$ را نسبت به محور x ها قرینه کنیم. پس نمودار $y = -\sin x$ به صورت مقابل است.



حال باید گزینه‌ها را بررسی کنیم:

گزینه ۱: $y = \cos(\pi + x) = -\cos x$

گزینه ۲: $y = \sin(\frac{\pi}{2} + x) = \cos x$

گزینه ۳: $y = \sin(\pi + x) = -\sin x$

گزینه ۴: $y = \cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin x$

آسان-

۱۵۰. گزینه ۳ در هر ساعت یعنی ۶۰ دقیقه، عقربه ساعت‌شمار به اندازه $\frac{\pi}{6}$ رادیان طی می‌کند، پس با یک تناسب داریم:

$$\frac{۶۰ \text{ دقیقه}}{۳۵ \text{ دقیقه}} = \frac{\frac{\pi}{6} \text{ رادیان}}{x} \Rightarrow x = \frac{۳۵ \times \frac{\pi}{6}}{۶۰} = \frac{۳۵\pi}{۶ \times ۶۰} = \frac{۷\pi}{۷۲}$$

آسان-

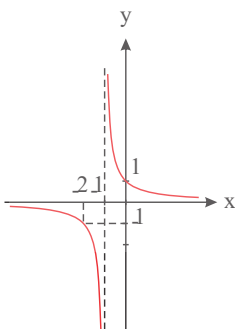
۱۵۱. گزینه ۱ توان‌های فرد کسینوس در بازه $[-1, 1]$ قرار دارند. یعنی

$$-1 \leq \cos^3 2x \leq 1 \Rightarrow 4 \geq -4 \cos^3 2x \geq -4 \Rightarrow -4 + 7 \leq -4 \cos^3 2x + 7 \leq 4 + 7$$

$$\Rightarrow 3 \leq f(x) \leq 11 \Rightarrow Rf = [3, 11]$$

متوسط-

۱۵۲. گزینه ۱ با رسم نمودار $f(x) = \frac{1}{x+1}$ داریم:



$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = -\infty$$

روش دوم:

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{-1-\varepsilon+1} = \frac{1}{-\varepsilon} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

آسان-

۱۵۳. گزینه ۴

نکته: $\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) = \cos \alpha, \cos(2k\pi - \alpha) = \cos \alpha$

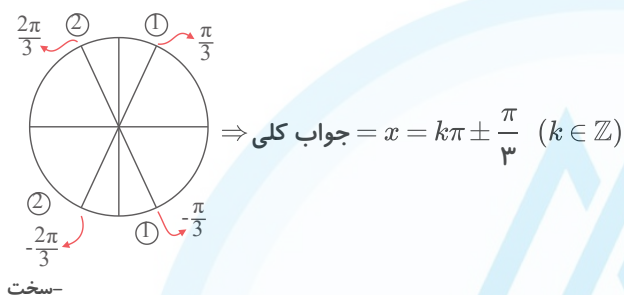
$$\sin(\frac{\pi}{2} + x) \cos(\pi - x) = \sin^2(\pi + \frac{\pi}{6}) \Rightarrow \cos x \times \cos x = (-\sin \frac{\pi}{6})^2$$

$$\Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{1}{2}$$

$$\cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (1)$$

$$\cos x = -\frac{1}{2} = -\cos \frac{\pi}{3} = \cos(\pi - \frac{\pi}{3}) = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad (2)$$

حال با استفاده از دایره مثلثاتی داریم:



۱۵۴. گزینه ۱

می دانیم $1 - \cos u = 2 \sin^2(\frac{u}{2})$, $\lim_{u \rightarrow 0} \frac{\sin u}{u} = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1 - \cos x} = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2 \sin^2(\frac{x}{2})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2(\frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} \times \frac{x}{2})^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2(\frac{x}{2})^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\frac{1}{2}x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{x} = \infty$$

متوسط

۱۵۵. گزینه ۴

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(m-1)x^m + 1}{2x^m + x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(m-1)x^m}{2x^m} = \frac{m-1}{2} = -2 \rightarrow m-1 = -4 \rightarrow m = -3$$

متوسط

۱۵۶. گزینه ۲

$$\sin x (4 \cos x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \text{یا} \\ 4 \cos x - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = 0, \pi, 2\pi \\ \text{یا} \\ 4 \cos x - 1 = 0 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{4} = \cos(\alpha) \end{cases}$$

اگر α زاویه ای حاده فرض شود که $\cos(\alpha) = \frac{1}{4}$ باشد بنابراین معادله $\cos x = \frac{1}{4}$ در بازه $[0, 2\pi]$ دارای ۲ جواب به صورت $x = \alpha$ و $x = 2\pi - \alpha$ خواهد بود. در نهایت معادله داده شده دارای ۵ جواب در فاصله $[0, 2\pi]$ می باشد.

متوسط

۱۵۷. گزینه ۲ باتوجه به اتحاد مزدوج داریم:

$$\frac{(1 - (\sin x + \cos x))(1 + (\sin x + \cos x))}{\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x}}$$

$$= \frac{1 - (\sin x + \cos x)^2}{\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x}} = \frac{1 - (\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x)}{\frac{1}{\sin x \cos x}}$$

$$= \frac{1 - (1 + 2 \sin x \cos x)}{\frac{1}{\sin x \cos x}} = \frac{-2 \sin x \cos x}{\frac{1}{\sin x \cos x}} = \boxed{-2 \sin^2 x \cos^2 x}$$

سخت

۱۵۸. گزینه ۲ می دانیم: $\sin a \cos a = \frac{1}{2}$, $\cos^2 a - \sin^2 a = \cos 2a$

$$A = \sin x \cos^3 x - \sin^3 x \cos x = \sin x \cos x (\cos^2 x - \sin^2 x)$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{2} \sin 2x (\cos 2x) = \frac{1}{4} \sin 4x \stackrel{x = \frac{\pi}{4}}{=} \frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{2} = \frac{1}{4}$$

متوسط

۱۵۹. گزینه ۲ ابتدا اجزای عبارت داده شده را ساده می کنیم:

$$\sin 375^\circ = \sin(360^\circ + 15^\circ) = \sin 15^\circ \quad / \quad \sin(105^\circ) = \sin(90^\circ + 15^\circ) = \cos 15^\circ$$

$$\cos 165^\circ = \cos(180^\circ - 15^\circ) = -\cos(15^\circ)$$

بنابراین:

$$B = \frac{3 \sin 15^\circ + 2 \cos 15^\circ}{-\cos 15^\circ} = \frac{\frac{3 \sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} + \frac{2 \cos 15^\circ}{\cos 15^\circ}}{-1} = \frac{3 \tan 15^\circ + 2}{-1}$$

$$= -3 \tan 15^\circ - 2 = -3(2 - \sqrt{3}) - 2 = 3\sqrt{3} - 8$$

سخت

۱۶۰. گزینه ۳

نکته: $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin(x + 45^\circ)$

$$A = \sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x} = \sqrt{\frac{\sin x}{\cos x}} + \sqrt{\frac{\cos x}{\sin x}} = \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{\sin x \cos x}}$$

$$B = \sqrt{2 \tan x + 2 \cot x} = \sqrt{2 \frac{\sin x}{\cos x} + 2 \frac{\cos x}{\sin x}} = \sqrt{\frac{2 \sin^2 x + 2 \cos^2 x}{\sin x \cos x}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\sin x \cos x}}$$

$$\Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{\frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{\sin x \cos x}}}{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\sin x \cos x}}} = \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \sin(x + 45^\circ)}{\sqrt{2}} = \sin(x + 45^\circ)$$

بنابراین حاصل عبارت داده شده، به ازای $x = 10^\circ$ ، برابر $\sin 55^\circ$ خواهد بود.

متوسط

۱۶۱. گزینه ۱

$$n = 1 \Rightarrow 11^{3n-1} - 7 \equiv 11^2 - 7 \equiv 114 \equiv 1 + 1$$

$$+ 4 = 6$$

به n یک عدد طبیعی دلخواه می دهیم:

تذکر: باقیمانده تقسیم هر عدد بر ۹ برابر با باقی مانده تقسیم مجموع ارقام آن عدد بر ۹ است.

آسان


۱۶۲. گزینه ۲

$$p = \frac{1}{2} q_{\max} \Rightarrow p = \frac{1}{2} \binom{p}{2} \Rightarrow 2p = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow 4p = p(p-1) \stackrel{p \neq 0}{\Rightarrow} p-1 = 4 \Rightarrow p = 5$$

-آسان

۱۶۳. گزینه ۱ | گراف ۲- منتظم ناهمبند از مرتبه ۶ قطعاً دو بخشی است ولی اینجا چون رأس‌ها نامگذاری شده‌اند اولاً باید با دسته بندی برای هر بخش رأس‌های متمایزی از آن انتخاب کنیم سپس با آن رأس‌ها نیز جایگشت‌های دایره‌ای متمایزی ایجاد کنیم.

$$\frac{\binom{6}{3} \binom{3}{3}}{2!} \times \frac{2!}{2} \times \frac{2!}{2} = 1$$

گراف مسئله به شکل  است.

جایگشت‌های دایره‌ای هر بخش حله دسته بندی

-سخت

۱۶۴. گزینه ۴ | نکته (۱): معادله‌ی سیاله $ax + by = c$ در مجموعه‌ی اعداد صحیح جواب دارد، اگر و تنها اگر $(a, b) | c$

نکته (۲): اگر عدد a عدد صحیح دلخواهی باشد، آن‌گاه $a^2 \equiv 1$ یا $a^2 \equiv 0$ زیرا

$$a^2 \equiv 0, 1, 2 \pmod{3} \xrightarrow{\text{توان ۲}} a^2 \equiv 0, 1, 1 \pmod{3} \Rightarrow a^2 \equiv 0, 1 \pmod{3}$$

برای اثبات نکته (۲)، حالت‌های ممکن برای باقی مانده‌ی تقسیم عدد a بر ۳ را می‌نویسیم.

$$a^2 + 1 \equiv 0 \pmod{3} \rightarrow a^2 \equiv -1 \pmod{3} \rightarrow a^2 \equiv 2 \pmod{3}$$

با توجه به نکته (۲) باید $3 = (6, 9) | a^2 + 1$ ، یعنی:

با توجه به نکته (۲)، به‌ازای هیچ مقدار a ، این معادله جواب ندارد.

-متوسط

۱۶۵. گزینه ۱ | دو عدد c, m نسبت بهم اول هستند در پیمانه m اگر $a^n \equiv b^n$ باشد الزاماً $a^n - b^n$ بر عدد m بخش پذیر می باشد.

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + b^{n-1})$ اگر حاصل ضرب دو پراتز بر عدد m بخش پذیر باشد ممکن است $(a-b)$ بر m بخش پذیر نباشد یعنی ممکن است $a \equiv b \pmod{m}$ نباشد.

-متوسط

سوال و جواب

۱۶۶. گزینه ۴ | نکته: اگر $ac \equiv bc \pmod{m}$ و $d = (m, c)$ ، آن‌گاه $b \equiv \frac{m}{d} a$.

$$12 \pmod{7} \Rightarrow 12 \equiv 5 \pmod{7} \Rightarrow 7x - 5y = 12 \Rightarrow 7x - 5y \equiv 12 \pmod{7} \Rightarrow 7x + 7y \equiv 0 \pmod{7} \Rightarrow x - y \equiv 0 \pmod{7} \Rightarrow x + y \in [0, 12]$$

اول

$$7x - 5y = 12 \Rightarrow 7x \equiv 12 \pmod{5} \Rightarrow 2x \equiv 2 \pmod{5} \xrightarrow{+2} x \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow x = 5k + 1$$

با جایگذاری در معادله داریم:

$$7(5k + 1) - 5y = 12 \Rightarrow 5y = 35k - 5 \Rightarrow y = 7k - 1$$

$$x + y = (5k + 1) + (7k - 1) = 12k \in [0, 12]$$

-متوسط

۱۶۷. گزینه ۴ | تذکر: تعداد دورهای بطول m در گراف K_p از دستور $\frac{(m-1)!}{2}$ بدست می‌آید.

$$K_8 \text{ همگی شامل رأس } 4 = \binom{8}{4} \times \frac{3!}{2} \xrightarrow{\text{همگی فاقد } g} \binom{7}{3} \times \frac{3!}{2} \xrightarrow{\text{همگی فاقد } g} \binom{6}{3} \times \frac{3!}{2} = 60$$

-آسان

۱۶۸. گزینه ۲

$$\begin{cases} a \equiv 17 \\ 3a \equiv 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a \equiv 51 \\ 3a \equiv 6 \end{cases} \Rightarrow 51 \equiv 6 \pmod{3} \Rightarrow b | 45$$

پس b می تواند هر یک از مقسوم علیه های مثبت ۴۵ باشد، یعنی ۱، ۳، ۵، ۹، ۱۵، و ۴۵. اما در الگوریتم تقسیم $r \leq b - 1$ یعنی $17 \leq b - 1$ پس داریم:

$$18 \leq b \Rightarrow b = 45$$

سخت-

۱۶۹. گزینه ۳

$$rp = 2q \rightarrow 6p = 2q \rightarrow q = 3p$$

$$q = 18 \text{ یا } 21$$

q مضرب ۳ می باشد پس:

$$18 = 3p \rightarrow p = 6 \rightarrow 6 - \text{منتظم مرتبه } 6 \rightarrow \text{غ}$$

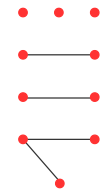
اگر $q = 18$ آنگاه:

$$21 = 3p \rightarrow p = 7 \quad \checkmark$$

اگر $q = 21$:

سخت-

۱۷۰. گزینه ۳



متوسط-

۱۷۱. گزینه ۱

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{\rho V}{L} = \frac{\rho AL}{L} = \rho A = 8000 \times 10^{-6} = 8 \times 10^{-3} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{80}{8 \times 10^{-3}}} = 100 \frac{m}{s}$$

آسان-

فرکانس و دامنه در سرعت انتشار دخالت ندارند، زیرا سرعت انتشار موج در یک محیط تابع ویژگی های فیزیکی محیط است. ۱۷۲. گزینه ۳

$$\omega' = \frac{1}{2}\omega, \quad A' = \frac{1}{2}A$$

$$E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \Rightarrow E' = \frac{1}{2}m\left(\frac{1}{2}\omega\right)^2 \left(\frac{1}{2}A\right)^2 \Rightarrow E' = \frac{1}{16}E$$

متوسط-

۱۷۳. گزینه ۴

$$\lambda = \frac{V}{f} \Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{f_B}{f_A} = \frac{800}{600} = \frac{4}{3}$$

سرعت انتشار صوت در یک محیط به ویژگی های محیط بستگی دارد و چون هر دو صوت A و B در یک محیط منتشر می شوند،

بنابراین سرعت انتشار آنها یکسان است و بنا به رابطه $\lambda = \frac{V}{f}$ ، طول موج صوت A ، $\frac{4}{3}$ طول موج صوت B است.

آسان-

۱۷۴. گزینه ۱ شتاب گرانش روی کره زمین از رابطه $g = G \frac{M_e}{R_e^2}$ به دست می آید که در این رابطه M_e و R_e به ترتیب جرم

کره زمین و شعاع کره زمین است. حال اگر سیاره ای داشته باشیم که جرم آن M و شعاع آن R و شتاب گرانش روی آن g' باشد خواهیم داشت:

$$g' = G \frac{M}{R^2} \xrightarrow{M=2M_e, R=2R_e} g' = G \frac{(2M_e)}{4R_e^2} = \frac{1}{2}G \frac{M_e}{R_e^2} \Rightarrow g' = \frac{1}{2}g$$

آسان-

۱۷۵. گزینه ۳ وزن طناب پائین تر از نقطه ی مورد نظر (y) نیروی کشش وارد شده بر تار یا طناب را در آن نقطه تأمین می کند، همچنین جنس طناب (چگالی خطی) در تمام طول یک طناب همگن ثابت است. $(\mu_A = \mu_B)$ بنابراین داریم:

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \sqrt{\frac{m_B g}{m_A g}} = \sqrt{\frac{y_B}{y_A}} = \sqrt{\frac{60}{20}} = \sqrt{3}$$

-سخت

۱۷۶. گزینه ۱ سرعت انتشار موج در یک محیط از ویژگی‌های محیطی است و به شرایط فیزیکی محیط انتشار مانند جنس، دما و... بستگی دارد و به ویژگی‌های فیزیکی چشمه موج مانند بسامد و دامنه و... بستگی ندارد.

-آسان

۱۷۷. گزینه ۴ با توجه به برابری اندازه‌ی تکانه‌ی دو ماهواره، داریم:

$$m_A = m_B + \frac{4}{10} m_B = \frac{14}{10} m_B$$

$$P_A = P_B \Rightarrow m_A V_A = m_B V_B \Rightarrow \frac{14}{10} m_B V_A = m_B V_B \Rightarrow V_A = \frac{5}{7} V_B$$

سرعت خطی ماهواره با جذر شعاع رابطه‌ی عکس دارد، بنابراین:

$$V = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} \Rightarrow \frac{5}{7} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = \frac{25}{49}$$

-متوسط

۱۷۸. گزینه ۴ با توجه به برابر بودن بزرگی تکانه‌ی دو ماهواره، نسبت سرعت اولیه در ماهواره را به سادگی به دست می‌آوریم:

$$P_A = P_B \xrightarrow{P=mV} m_A V_A = m_B V_B \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{m_B}{m_A} \xrightarrow{m_A = \frac{5}{4} m_B} \frac{V_A}{V_B} = \frac{m_B}{\frac{5}{4} m_B} = \frac{4}{5}$$

از طرفی سرعت ماهواره در یک مدار، با جذر شعاع مدار رابطه‌ی معکوس دارد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$V = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \Rightarrow V \propto \frac{1}{\sqrt{r}} \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} \Rightarrow \frac{4}{5} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = \frac{16}{25}$$

-متوسط

۱۷۹. گزینه ۲ در انتشار موج مکانیکی:

بسامد همه‌ی نقاط محیط همان بسامد منبع است.

هر یک از نقاط محیط سر جای خودش نوسان می‌کند و انتقال انرژی مکانیکی بدون انتقال ماده انجام می‌شود.

سرعت انتشار به ویژگی‌های محیط بستگی دارد و به دامنه و بسامد منبع وابسته نیست.

طول موج به سرعت انتشار موج (ویژگی محیط) و بسامد (ویژگی منبع) بستگی دارد.

-آسان

۱۸۰. گزینه ۳ در فشر، نوسان و انتشار هر دو در راستای قائم هستند. چون این دو راستا یکسانند، نوع موج، طولی است. در نخ راستای نوسان، قائم و راستای انتشار، افقی است. چون این دو راستا بر هم عمودند، بنابراین نوع موج، عرضی است.

-آسان

۱۸۱. گزینه ۴ با توجه به رابطه‌ی محاسبه‌ی نیروی گرانشی می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= G \frac{m_1 m_2}{r_1^2} \\ F_2 &= G \frac{m'_1 m'_2}{r_2^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{m'_1 m'_2}{m_1 m_2} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{m \times 4m}{2m \times 3m} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{4}{6} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{1}{6}$$

-متوسط

۱۸۲. گزینه ۳ انرژی مکانیکی نوسانگر از رابطه‌ی $E = \frac{1}{2} k A^2$ که در آن k ثابت فنر و A دامنه‌ی نوسان است محاسبه می‌شود پس

داریم:

$$E = \frac{1}{2} \times 74 \times (0.08)^2 = 37 \times (8 \times 10^{-2})^2 (J) = 23.68 \times 10^{-2} (J)$$

از رابطه‌ی $E = U + K$ که در آن U انرژی پتانسیل و K انرژی جنبشی است می‌توان نوشت:

$$23,68 \times 10^{-2} = 8 \times 10^{-2} + K \rightarrow K = 15,68 \times 10^{-2} J$$

-متوسط

۱۸۳. گزینه ۲ شتاب گرانش سیاره از $g = G \frac{M}{R^2}$ و دوره تناوبش از رابطه $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ محاسبه می شود پس نسبت ثانیه ساعت آونگی روی آن به مقدار متناظرش بر زمین برابر است با:

$$\frac{T_{\text{سیاره}}}{T_{\text{زمین}}} = \sqrt{\frac{g_{\text{زمین}}}{g_{\text{سیاره}}}} = \sqrt{\frac{G \frac{M}{R^2}}{G \frac{M}{R^2}}} = \sqrt{\frac{10}{6,67 \times 10^{-11} \times \frac{10^{24}}{6,67 \times 10^{12}}}}$$

$$\rightarrow \frac{T_{\text{سیاره}}}{T_{\text{زمین}}} = 1$$

-متوسط

۱۸۴. گزینه ۱ از یک طرف می دانیم طول ثانویه و طول اولیه یک میله رابطه زیر را دارند:

$$L_2 = L_1 (1 + \alpha \Delta T) \rightarrow L_2 = L_1 (1 + 10^{-3} \times (600 - 200)) = 1,4 L_1$$

پس برای آسانسور با شتاب در جهت بالای $a = 2 m/s^2$ داریم:

$$g_1 = g + a = 10 + 2 = 12 m/s^2$$

و برای آسانسور با شتاب در جهت پایین داریم:

$$g_2 = g - a = 10 - 2 = 8 m/s^2$$

از طرفی از رابطه $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ برای دوره تناوب آونگ ساده می توان نوشت:

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}} \times \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} = \sqrt{\frac{10}{14}} \times \sqrt{\frac{8}{12}} = \sqrt{\frac{10}{21}}$$

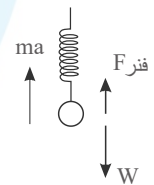
-سخت

۱۸۵. گزینه ۴ برای یک جرم و فنر آویخته در یک آسانسور در حال حرکت با شتاب رو به بالا دیگرام زیر را داریم:

$$\sum F = ma \rightarrow F_{\text{فنر}} - w = ma$$

$$F_{\text{فنر}} = k \Delta x, w = mg$$

$$\rightarrow k = \frac{m(g+a)}{\Delta x} = \frac{m(10+2)}{0,03} = 4000 m$$



پس $k = 4000 m$ از سوی دیگر در حرکت نوسانی ساده جرم و فنر: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ پس $\omega = 20 \text{ Rad/s}$ چون فنر فشرده شده پس حرکت از بالای نقطه تعادل آغاز شده و معادله مکان-زمان نوسانگر عبارت است:

$$x = +0,02 \cos 20t$$

با قرار دادن $x = -\frac{\sqrt{2}}{100}$ خواهیم داشت:

$$\cos 20t = -\frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow 20t = (2k-1)\pi \pm \frac{\pi}{4}$$

برای اولین عبور $k = 1$ و علامت منفی است پس:

$$t = \frac{3\pi}{80} s$$

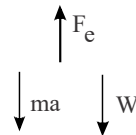
-سخت

۱۸۶. گزینه ۱ برای یک جرم و فنر آویخته در آسانسور با شتاب رو به پایین داریم:

$$\sum F = ma \rightarrow \omega - F_e = ma \xrightarrow{\omega = mg} F_e = m(g - a)$$

$$\frac{F_e = k\Delta x}{\Delta x} \rightarrow k = \frac{m(g - a)}{\Delta x} = \frac{6}{0,015} m$$

یا $k = 400 m$



چون انرژی مکانیکی از رابطه $E = \frac{1}{2}kA^2$ محاسبه می‌شود و $E = U + K$ که در آن $K = \frac{1}{2}mv^2$ خواهیم داشت:

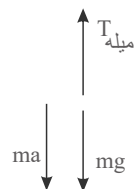
$$U + K = \frac{1}{2}kA^2 \xrightarrow{U=3K} 4K = \frac{1}{2}kA^2 \xrightarrow{K=\frac{1}{2}mv^2} 2mv^2 = \frac{400m}{2}A^2$$

$$v^2 = 100A^2 \rightarrow v = 10A \xrightarrow{A=0,01(m)} v = 0,1 m/s$$

متوسط

۱۸۷. گزینه ۲ در حالت با شتاب رو به پایین شتاب گرانشی ظاهری به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$mg = T_{\text{میله}} = ma \rightarrow T_{\text{میله}} = m(g - a) \rightarrow g_{\text{ظاهری}} = g - a = 6 \frac{m}{s^2}$$



در حالت یکنواخت $g = 10 m/s^2$

سپس از روابط $\omega = \frac{2\pi}{T}$ و $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ خواهیم داشت:

$$\omega_{\text{شتاب}} = \sqrt{\frac{g_{\text{ظاهری}}}{l}}, \quad \omega_{\text{یکنواخت}} = \sqrt{\frac{g}{l}} \rightarrow \omega_{\text{شتاب}} = \sqrt{6} \frac{rad}{s}, \quad \omega_{\text{یکنواخت}} = \sqrt{10} \frac{Rad}{s}$$

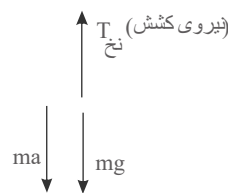
$$\Delta E = E_{\text{یکنواخت}} - E_{\text{شتابدار}} = \frac{1}{2}mA^2(\omega_{\text{یکنواخت}}^2 - \omega_{\text{شتاب}}^2) = \frac{1}{2} \times 2 \times (4 \times 10^{-2})^2 (10 - 6)$$

$$\Delta E = 64 \times 10^{-4} = +6,4 mJ$$

سخت

۱۸۸. گزینه ۲ در حرکت شتاب به سمت پایین داریم:

$$mg - T_{\text{نخ}} = ma \rightarrow T_{\text{نخ}} = m(g - a) \rightarrow g = \frac{T_{\text{نخ}}}{m} = g - a = 10 - 1 = 9 m/s^2$$



دوره تناوب آونگ از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ و بسامد زاویه‌های آن از $w = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{l}}$ محاسبه می‌شود چون $l = 10 cm$

$A = 0,1 cm$ پس خواهیم داشت:

$$E = \frac{1}{2}mw^2A^2 = \frac{1}{2} \times 100 \times 10^{-3} \times \frac{9}{10 \times 10^{-2}} \times (10^{-3})^2 = \frac{1}{2} \times 0,1 \times 90 \times 10^{-6}$$

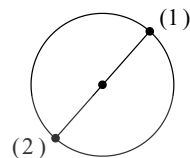
$$E = 4,5 \times 10^{-6} J$$

متوسط

۱۸۹. گزینه ۴ در حرکت دایره‌ای یکنواخت، زمانی برآیند دو بردار شتاب صفر می‌شود که دو بردار در خلاف جهت یکدیگر (هم راستا و هم‌اندازه) باشند، بنابراین مطابق شکل باید متحرک در این دو لحظه در دو سر قطر دایره قرار داشته باشد. با توجه به این که متحرک برای اولین بار از این دو نقطه عبور می‌کند، بنابراین متحرک در مدت زمان $\Delta t = 1,5 - 1 = 0,5s$ نصف دور زده است و بزرگی بردار جابه‌جایی متحرک برابر با قطر دایره است. از آنجایی که متحرک نصف محیط دایره را در $0,5s$ طی کرده، پس کل محیط دایره را در $1s$ طی می‌کند، یعنی $T = 1s$ است و خواهیم داشت:

$$|\Delta \vec{r}| = D \Rightarrow \sqrt{(2-9)^2 + (4-5)^2}$$

$$\Rightarrow D = \sqrt{49+1} = \sqrt{50}m = 5\sqrt{2}m \xrightarrow{D=2r} r = \frac{5\sqrt{2}}{2}m$$



اکنون برای محاسبه بزرگی شتاب متحرک داریم:

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi r}{V} \Rightarrow 1 = \frac{2\pi \times \frac{5\sqrt{2}}{2}}{V} \Rightarrow V = 5\sqrt{2}\pi m/s$$

$$a_c = \frac{V^2}{r} = \frac{(5\sqrt{2}\pi)^2}{\frac{5\sqrt{2}}{2}} = \frac{100\pi^2}{5\sqrt{2}} \xrightarrow{\pi^2=10} a_c = 100\sqrt{2}m/s$$

خیلی سخت

۱۹۰. گزینه ۱ ابتدا با توجه به این که نیروی مرکز‌گرای ماهواره همان نیروی گرانشی بین زمین و ماهواره است، تندی ماهواره را در مداری به فاصله r از مرکز زمین به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = \frac{mV^2}{r} \Rightarrow \frac{GM_em}{r^2} = \frac{mV^2}{r} \Rightarrow V^2 = \frac{GM_e}{r} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

$$\frac{V_A}{V_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} \Rightarrow \frac{3V_A}{V_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = 9$$

اندازه شتاب مرکز‌گرا با توجه به رابطه $(a_e = g' = \frac{GM_e}{r^2})$ با مجذور فاصله از مرکز زمین رابطه عکس دارد و داریم:

$$a_e = g' = \frac{GM_e}{r^2} \Rightarrow \frac{a_e A}{a_e B} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 = (9)^2 = 81$$

اکنون برای بقایه دوره تناوب ماهواره‌ها می‌توان نوشت:

$$T = \frac{2\pi r}{V} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM_e}{r}}} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_e}}$$

$$\left(\frac{T_A}{T_B}\right)^2 = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3 \Rightarrow \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^2 = \left(\frac{1}{9}\right)^3 \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{1}{27}$$

سخت

۱۹۱. گزینه ۳ یک واحد کربنی (یک amu) $\left(\frac{1}{12}\right)$ جرم اتم ^{12}C است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$x \times \underbrace{1,66 \times 10^{-23}}_{\text{جرم اتم } ^{12}C} \times \frac{1}{12} = \underbrace{1,66 \times 10^{-24}}_{\text{یک واحد کربنی (یک } amu)} \Rightarrow x = 1,2$$

سخت

۱۹۲. گزینه ۱ تفاوت ایزوتوپ‌های یک عنصر در تعداد نوترون‌ها و عدد جرمی آن‌ها می‌باشد.

آسان

۱۹۳. گزینه ۱ (پ) نادرست است، هیدروژن و آهن به ترتیب بیش‌ترین عناصر سازنده‌ی سیاره‌های مشتری و زمین هستند.

متوسط

۱۹۴. گزینه ۱

$${}_{75}M^{3+}: N - e = 12 \Rightarrow N = 12 + e$$

این یون سه الکترون از دست داده پس تعداد الکترون‌ها سه تا کم‌تر از پروتون‌هاست: $(Z - 3 = e)$ و از جایگزینی استفاده می‌کنیم:

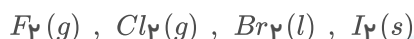
$$N = 12 + e \Rightarrow N = 12 + (Z - 3) \Rightarrow N = 9 + Z$$

$$A = Z + N \Rightarrow 75 = Z + 9 + Z \Rightarrow 66 = 2Z \rightarrow Z = 33$$

این عنصر سه خانه قبل از $[{}_{36}Kr]$ گاز نجیب گروه ۱۸ و دوره چهارم قرار می‌گیرد پس عنصر M متعلق به گروه ۱۵ و دوره ۴ است.

سخت-

۱۹۵. گزینه ۲ عناصر گروه ۱۷ یعنی هالوژن‌ها در حالت مولکولی « X_2 » دارای هر سه حالت فیزیکی جامد (S)، مایع (l) و گاز (g) هستند.



متوسط-

۱۹۶. گزینه ۳ ناپایدارترین ایزوتوپ در نمونه‌ی طبیعی هیدروژن، 3_1H است. که دارای مجموعاً ۳ پروتون و نوترون است. پس ابتدا جرم را محاسبه می‌کنیم:

$$m = 3 \times 1.66 \times 10^{-24} g \times \frac{1 kg}{10^3 g} = 4.98 \times 10^{-27} kg$$

$$E = mc^2 \Rightarrow E = 4.98 \times 10^{-27} \times (3 \times 10^8)^2 = 44.82 \times 10^{-11} J$$

سخت-

۱۹۷. گزینه ۲ مهبانگ (انفجار مهیب) ← ذره‌های زیراتمی ← پیدایش H و He ← سحابی ← ستاره‌ها و کهکشان‌ها - آسان

۱۹۸. گزینه ۱

روش اول:

$$3.01 \times 10^{19} \text{ atom} = 5 mg \times \frac{1 g}{10^3 mg} \times \frac{1 mol}{x g} \times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ atom}}{1 mol} \Rightarrow x = 100 g \cdot mol^{-1}$$

روش دوم:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم اتمی}} = \frac{\text{عده اتم‌ها}}{\text{عدد آووگادرو}} \Rightarrow \frac{5 \times 10^{-3}}{x} = \frac{3.01 \times 10^{19}}{6.02 \times 10^{23}} \Rightarrow x = 100 g \cdot mol^{-1}$$

متوسط-

۱۹۹. گزینه ۴ ابتدا مقدار انرژی بر حسب ژول را در یک شبانه روز محاسبه می‌کنیم: $(24 \times 60 \times 60 s) = 24h = 24 \times 60 \times 60$ (شبانه روز ۱)

$$\Rightarrow 3 \times 10^{23} \times 24 \times 60 \times 60 = 25.92 \times 10^{27} kJ \times \frac{10^3 J}{1 kJ} = 25.92 \times 10^{30} J$$

$$E = mc^2 \Rightarrow 25.92 \times 10^{30} = m(9 \times 10^{16}) \Rightarrow m = 2.88 \times 10^{14} kg$$

متوسط-

۲۰۰. گزینه ۴ عبارت‌های (ب)، (پ) و (ت) نادرست‌اند.

عبارت (ب): هر چه دمای ستاره بیش‌تر باشد، شرایط تشکیل عنصرهای سنگین‌تر فراهم می‌شود (نه سبک‌تر!).

عبارت (پ): در سر آغاز کیهان و پس از پدید آمدن ذره‌های زیر اتمی عنصرهای هیدروژن و هلیوم با به عرصه‌ی جهان گذاشتند. با گذشت زمان و کاهش دما، گازهای هیدروژن و هلیوم تولید شده، متراکم شد و مجموعه‌های گازی به نام سحابی ایجاد کرد.

عبارت (ت): یافته‌های دانشمندان نشان می‌دهد که عناصر به صورت ناهمگون در جهان هستی توزیع شده است.

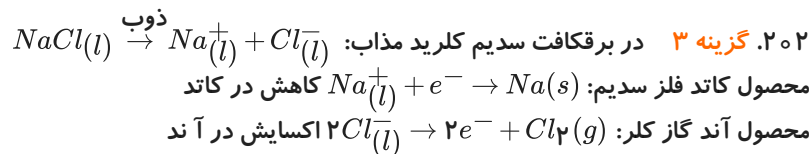
در عبارت (ت) که در؟؟ است باید بدانیم بعد از ایجاد سحابی‌ها در دل سحابی ستاره و کمکشان ایجاد می‌شود.

-آسان

۲۰۱. گزینه ۲ در سری الکتروشیمیایی هر چه E° بزرگتر باشد عضو سمت چپ نیم‌واکنش اکسند قوی‌تر و عضو سمت راست نیم‌واکنش کاهنده ضعیف‌تری است.

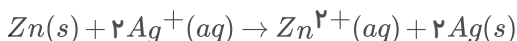
کاهنده ضعیف $M^{n+} + ne^- \rightleftharpoons M$ اکسنده قوی

-متوسط



-آسان

۲۰۳. گزینه ۴ واکنش انجام شده به صورت زیر است:



یعنی به ازای اکسید شدن ۱ مول فلز روی، ۲ مول فلز نقره تولید می‌شود بنابراین خواهیم داشت:

$$5,2 \text{ gr Zn} \times \frac{1 \text{ mol Zn}}{65 \text{ gr Zn}} \times \frac{2 \text{ mol Ag}}{1 \text{ mol Zn}} \times \frac{108 \text{ gr Ag}}{1 \text{ mol Ag}} = 17,28 \text{ gr}$$

حال باید در نظر داشت که ۵٫۲ گرم از تیغی فلز روی اکسید شده و وارد محلول می‌شود در عوض ۱۷٫۲۸ گرم Ag تولید می‌شود

که بر روی این تیغی فلزی می‌نشیند بنابراین تغییر جرم تیغه برابر است با:

جرم فلز روی اکسایش یافته - جرم فلز نقره اضافه شده بر تیغه = تغییر جرم تیغه

$$17,28 - 5,2 = 12,08 \text{ gr} = \text{تغییر جرم تیغه}$$

-سخت

۲۰۴. گزینه ۲ بررسی چهار گزینه:

(۱) پایین‌ترین حالت اکسایش Fe برابر صفر است. این در حالی است که عدد اکسایش Fe در $FeCl_3$ برابر ۳+ یعنی در بالاترین حالت اکسایش خود است. پس $FeCl_3$ نه تنها همیشه کاهنده نیست بلکه همیشه اکسنده است.

(۲) پایین‌ترین حالت اکسایش S برابر ۲- است و عدد اکسایش S در H_2S نیز برابر ۲- است. پس H_2S همیشه کاهنده است.

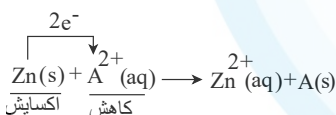
(۳) پایین‌ترین حالت اکسایش اکسیژن برابر ۲- و بالاترین عدد اکسایش آن ۲+ است. این در حالی است که عدد اکسایش اکسیژن در H_2O_2 (هیدروژن پراکسید) برابر ۱- می‌باشد. پس H_2O_2 می‌تواند اکسنده یا کاهنده باشد.

(۴) پایین‌ترین حالت اکسایش N برابر ۳- است. این در حالی است که عدد اکسایش N در HNO_3 برابر ۵+ یعنی در بالاترین حالت اکسایش خود است. پس HNO_3 نه تنها همیشه کاهنده نیست بلکه همیشه اکسنده است.

-متوسط

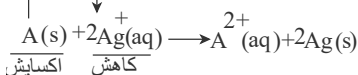
۲۰۵. گزینه ۲

واکنش زیر با انتقال الکترون از Zn به A^{2+} انجام می‌پذیرد.



$$E^\circ_{\text{واکنش}} = E^\circ_{\text{کاهش}} - E^\circ_{\text{اکسایش}} \Rightarrow 0,35 = E^\circ(A^{2+}/A) - (-0,76) \Rightarrow E^\circ(A^{2+}/A) = -0,41 \text{ ولت}$$

اکنون می‌توان E° واکنش زیر را به دست آورد.



$$E^\circ_{\text{واکنش}} = E^\circ_{\text{کاهش}} - E^\circ_{\text{اکسایش}} = +0,8 - (-0,41) = +1,21 \text{ ولت}$$

-سخت

۲۰۶. گزینه ۳ بررسی موارد در گزینه‌ها:

گزینه ۱: مبادله کامل الکترون وجود ندارد، زیرا در تعداد الکترون‌های ظرفیتی اتم‌ها تغییری مشاهده نمی‌شود. در ضمن H_2

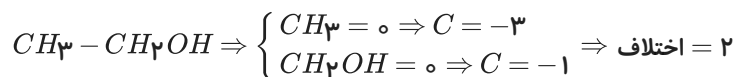
الکترون می‌دهد و C الکترون می‌گیرد.

گزینه ۲:

$$\begin{cases} OF_2 \Rightarrow O + 2(-1) = 0 \Rightarrow O = +2 \\ C_2H_4 \Rightarrow 2C + 4(+1) = 0 \Rightarrow C = -2 \end{cases}$$

گزینه ۳:

$$CH_3 - COOH \Rightarrow \begin{cases} CH_3 = 0 \Rightarrow C = -3 \\ COOH = 0 \Rightarrow C = +3 \end{cases} \Rightarrow \text{اختلاف} = 6$$



گزینه ی ۴: در یون کلرات (ClO_3^-) عدد اکسایش کلر برابر ۵+ است و بدین ترتیب این یون هم در نقش اکسنده و هم در نقش کاهنده ظاهر می شود.

-متوسط

۲۰۷. گزینه ۱ هر کدام از جملات داده شده بیان درستی از تبادل الکترون است که از زاویه های مختلف بیان شده. آن ها را تحلیل کرده، به خاطر بسپارید.

-متوسط

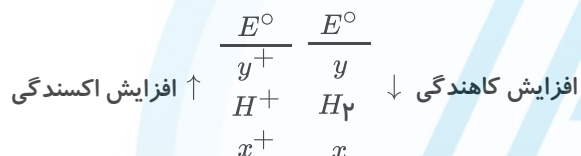
۲۰۸. گزینه ۳ تمایل به اکسندگی یا گرفتن الکترون مربوط به گونه های سمت چپ جدول E° است و هر چه در جدول در موقعیت بالاتری باشند اکسنده قوی تری هستند. میان Ni^{2+} و I_2 نیز I_2 اکسنده قوی تری است.

-آسان

۲۰۹. گزینه ۲ Cl در Cl_2 از صفر به ۱- در HCl و به ۱+ در $HClO$ تغییر کرده است. در دیگر گزینه ها هیچ گونه تغییر عدد اکسایش رخ نداده است. توجه: اگر در واکنشی حداقل یک عنصر به حالت آزاد وجود داشته باشد، از نوع اکسایش به کاهش است.

-آسان

۲۱۰. گزینه ۲ در جدول E° ، فلزهای پایین هیدروژن دارای E° منفی و فلزهای بالای هیدروژن دارای E° مثبت می باشند. بنابراین سری E° آن ها به صورت زیر تنظیم می شود: بنابراین x کاهنده تر از y است و تمایل آن برای اکسید شدن بیشتر است.



-سخت

استاد علیرضا افشار

“سوال و جواب”
@soal_javab_ostad_afshar