

<p>سریال ۸۲۳۵۱۰</p> <p><b>کشف‌الشرک</b></p> <p>مرکز مشاوره تحصیلی دکتر علیرضا افشار</p>	<p>وقت: ۶۰ دقیقه</p> <p>تعداد سوالات: ۸۰</p>	<p>تاریخ:</p> <p>نام و نام خانوادگی:</p>
<p>موضوع ۱. ادبیات دهم سال 96-95: فارسی (3) - خوازدهم: 3. عربی دهم: 4. عربی، زبان قرآن (3) - خوازدهم: 5. دین و زندگی (3) - خوازدهم: 6. دین و زندگی سال دهم (سال 96-97): 7. زبان انگلیسی (3) - خوازدهم: 8. زبان انگلیسی سال دهم</p>		

۱. گزینه ۲ دد: جانور درنده / زه: وتر / جاه: مقام

-متوسط

۲. گزینه ۳ صنان ← سنان

-آسان

۳. گزینه ۴ استعاره: اژدها ← استعاره از اسب  
کنایه: سپردن عنان به ... ← رها کردن افسار  
روشنایی بردن از جهان ← کنایه از شدت جنگ  
اغراق: مصراع دوم

-سخت

۴. گزینه ۴ بررسی موارد در سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱ (۱): شیوه‌ی بلاغی: تقدم فعل بر نهاد در مصراع اول  
گزینه ۲ (۲): شیوه‌ی بلاغی: تقدم فعل در هر دو مصراع  
گزینه ۳ (۳): شیوه‌ی بلاغی: تقدم فعل بر نهاد در مصراع اول

-آسان

۵. گزینه ۳ مفهوم بیت شناختن حق و باطل، با بینش عمیق است. گزینه‌های دیگر به ظاهر فریبی مدعیان اشاره دارد.

-سخت

۶. گزینه ۲ عنان گران کردن: کنایه از ایستادن و توقف کردن / آوردگاه: میدان نبرد

-متوسط

۷. گزینه ۲ در ابیات «الف» و «د» شاعر به صلح و سازش با دشمن توصیه می‌کند و می‌گوید: در برابر زورمندان، باید سکوت کرد. در بیت «ه» به تقابل عقل و هوس اشاره دارد که هوس در برابر عقل ناتوان است و نمی‌تواند با او ستیزه کند.

-سخت

«مشاوره»

@Alirezaafsharofficial

۸. گزینه ۳ این بیت بر «پایدار بودن ذات و سرشت» تأکید دارد. مضمون مشترک سایر ابیات و بیت صورت سؤال «دوری از هم‌نشین بد» است.

-آسان

۹. گزینه ۱ در بیت پاسخ، واژه «روی» در دو معنای «دلیل» و «چهره» به کار رفته و جناس همسان ساخته است.

-متوسط

۱۰. گزینه ۲ واژه «ناگهان» در بیت گزینه «۲»، وابسته‌ی پسین و از نوع صفت بیانی، درون گروهی است که نقش منادا گرفته است.

-متوسط

۱۱. گزینه ۳ واژه نامه‌ی کتاب سوم

-آسان

۱۲. گزینه ۴ در گزینه‌های ۱ و ۲ و ۳ به مفهوم عبارت اشاره شده است که در گزینه ۱ کرم گستر کارساز = باران رحمت بی حسابش

گزینه ۲ به عصیان در رزق بر کس نسبت = وظیفه‌ی روزی به خطای منکر نبرد  
گزینه ۳ گنه بیند و پرده پوشد به حلم = پرده‌ی ناموس بندگان به گناه فاحش ندرد

-متوسط

۱۳. گزینه ۲ مفهوم مشترک عبارت سوال و گزینه ۲ (۲): بخشندگی بی دریغ خداوند  
مفهوم سایر گزینه‌ها:

(۱) امیدوار نبودن به بخشش انسان‌های حقیر

(۳) پرهیز از طمع ورزیدن

۴) این بیت وصف کسی است که از عشق بهره ای نبرده واز آن تجربه ای ندارد.

-آسان

۱۴. گزینه ۳ با توجه به صفات خداوند که در عبارت سؤال بیان شد، در بیت گزینه‌ی ۳ نیز مشاهده می‌گردد.

-سخت

۱۵. گزینه ۱ در بیت گزینه «۱» شاعر معترض است که چرا کار دنیا براساس عقل نیست و چرا برای هر کس به اندازه عقلانیتش جایگاه در نظر نمی‌گیرند.

سایر ابیات، به ستایش عقل و عقل‌ورزی پرداخته‌اند.

-متوسط

۱۶. گزینه ۳ بررسی گزینه‌ها:

۱- واژه‌های «نتوان»، «تو» و «گفتن» در یک معنا به کار رفته‌اند و آرایه تکرار دارند نه جناس تام. نتوان شبه تو گفتن: تلمیح به آیه «لیس کمثله شیء»

۲- لب و دندان: تناسب

اغراق ندارد.

۳- پویم و جویم و گویم: جناس ناقص

واج‌آرایی با واج «ت»

۴- مصراع دوم: تلمیح به آیه «تَعَزَّ مِنْ تَشَاءٍ وَ تَذَلَّ مِنْ تَشَاءٍ»

پارادوکس ندارد.

-متوسط

۱۷. گزینه ۴ -۴- بنان: انگشت

-آسان

۱۸. گزینه ۴ قاطعیت به معنی «استوار» نیست و معنی دقیق و صحیح آن «یقین داشتن و استواری» است. قاطع = استوار

-سخت

۱۹. گزینه ۴ مفهوم بیت سؤال و بیت گزینه ۴ یاری خواستن از پیر طریقت برای پیمودن راه دشوار کمال است. مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: خواسته‌های دنیوی مانع رسیدن به کمالات معنوی است.

گزینه ۲: درخواست از باد صبا برای رساندن پیام به دوستان آزاد است.

گزینه ۳: با همت به هر قدرتی می‌توان رسید.

-سخت

۲۰. گزینه ۳ (۳) باد صبا خواب می‌بیند: استعاره و تشخیص / علت شاعرانه برای حرکت درخت: حسن تعلیل

(۱) کنایه: دامن از دست شدن (کنایه از بی‌اختیار شدن) / تشبیه ندارد

(۲) مراعات نظیر: پروانه، آتش و شمع / ایهام ندارد

(۴) تشبیه: جام باده مثل کشتی است و غم مثل بحر پر از امواج / تلمیح ندارد

-متوسط

۲۱. گزینه ۴ شَاهَدَ أَعْضَاءُ أُسْرَتِنَا: اعضای خانواده‌ی ما دیدند (مشاهده کردند) / فَلَمَّا رَأَى جَالِي (زیبایی) را / عَنِ الدَّلْفِينِ

الذی: از دلفینی که / يُحَاوِلُ أَنْ يُنْقِذَ انْسَانًا: به دلیل اینکه فعل «يُحَاوِلُ» مضارع بعد از ماضی «شَاهَدَ» آمده به صورت ماضی استمراری معنی می‌شود (تلاش می‌کرد که انسانی را نجات دهد) / وَ يُوصِلُهُ إِلَى الشَّاطِئِ: و او را به ساحل برساند.

-متوسط

۲۲. گزینه ۳ در جمله‌ی مجهول باید فاعل حذف شود و مفعول از منصوب به مرفوع تبدیل شود و جنس فعل از نظر مذکر و مؤنث با مفعول مطابقت کند.

-آسان

۲۳. گزینه ۲ زیرا در این گزینه ضمیر واو نایب فاعل است. در گزینه‌ی ۱ آیات و در گزینه‌ی ۳ الانسان و در گزینه‌ی ۴ صوت نایب

فاعل اسم ظاهر هستند.

-آسان

۲۴. گزینه ۲ فعل اسْتَخْرَجَ فعل ماضی است، پس مجهول آن هم باید ماضی باشد. پس گزینه ی ۳ و ۴ که مضارع است نادرست است. در گزینه ی ۱ نیز فعل به درستی مجهول نشده است.

-آسان

۲۵. گزینه ۱ در گزینه ی ۱ «آتی ب» آورد معنی می شود، زیرا «ب» فعل لازم را متعدی می کند که به آن «باء» تعدیه می گویند. «آتی» بدون «ب» معنی آمد، است و با «ب» معنی آورد است.

-متوسط

۲۶. گزینه ۳ هَلْ تَعْرِفُ أَنْ: آیا می شناسی، می دانی که ... / الحيوان اللبون الأذی: حیوان پستانداری که يُرْضِعُ صِغَارَهَا: به بچه هایش شیر می دهد و هو يعيش في البحر: در حالی که در دریا زندگی می کند.

-متوسط

۲۷. گزینه ۱ نادرستی گزینه ها:

گزینه ۲ ← «الذی» معنی نشده است و ضمیر «ک» مخاطب در «عظمة و قدرة» معنی نشده است.  
گزینه ۳ ← «آسمان جمع» آمده است و نیز «الذی» ترجمه نشده است و فعل «داشتن» در انتهای گزینه نادرست است.  
گزینه ۴ ← «آسمان» و «توانایی» هر دو جمع بکار رفته است در صورتی که هر دو در جمله مفرد می باشند.

-متوسط

۲۸. گزینه ۲ «تَضَرَّبُ» فعل مضارع مجهول است، بنابراین فاعل آن در این عبارت نیامده است. فاعل در سایر گزینه ها برای فعل مضارع معلوم آمده و شناخته شده می باشد:

گزینه ۱: النَّاسُ: فاعل برای فعل معلوم «يُلاحِظُ»  
گزینه ۳: عَمِيلٌ: فاعل برای فعل معلوم «يُفَرِّقُ»  
گزینه ۴: الطَّالِبُ: فاعل برای فعل معلوم «يُصَحِّحُ»

-سخت

۲۹. گزینه ۱ در گزینه ۱، حروف جرّ «لِ / مِنْ» آمده ولی نون وقایه نیامده است. در سایر گزینه ها حروف جرّ و همچنین نون وقایه میان فعل و ضمیر متکلم «ی» آمده است:

(۲) حرف جرّ «مِنْ» / نون وقایه در فعل «أَنْ يُنْقِذَنِي»  
(۳) حرف جرّ «فِي» که دو بار آمده / نون وقایه در فعل «إِجْعَلْنِي»  
(۴) حرف جرّ «إِلَى» / نون وقایه در فعل «أَخَذَنِي»

-سخت

۳۰. گزینه ۲ در گزینه ۲ حرف جرّ «بِ» آمده ولی نون وقایه نیامده است، چون نون در فعل نهی دوم شخص مفرد مؤنث «لا تَسْكُنِي» جزء سه حرف اصلی فعل یعنی «س ک ن» می باشد. در سایر گزینه ها:

(۱) حرف جرّ «عَنْ» / نون وقایه در فعل «لا يُحَيِّرُنِي»  
(۳) حرف جرّ «عَلَى» / بِ / بِ / نون وقایه در فعل «بَعَثَنِي»  
(۴) دو حرف جرّ «بِ / بِ» / نون وقایه در فعل «أَمَرَنِي»

-سخت

۳۱. گزینه ۳ با توجه به مفهوم جمله حرف «لَيْتَ: ای کاش» مناسب جای خالی است.

-آسان

۳۲. گزینه ۲ إِنَّ از حروف مشبّهة بالفعل و التَّقَدُّمُ اسم إِنَّ و منصوب، و جمله ی فعلیه ی لِإِيْخْصَالِ خَبْرٍ إِنَّ و محلاً مرفوع است.

-آسان

۳۳. گزینه ۴ (لَعَلَّ) از حروف مشبّهة بالفعل / «هذه» اسم لعلّ منصوب محلاً / الطالبة تابع و صفت چون مشتق است / تَنْجَحُ: فعل و «هی» مستتر فاعل آن و جمله محلاً مرفوع به عنوان خبر.

-آسان

۳۴. گزینه ۱ ترجمه عبارت اصلی: «پس به آنان پاسخ داد: چرا از من سؤال می کنید از بت بزرگ بپرسید.» ترجمه گزینه درست: از دلیل سؤالشان از آنان سؤال کرد و از آنان خواست که از دیگری سؤال کنند. گزینه ۲: از آنان خواست که از او بپرسند و از بت بزرگ نپرسند. گزینه ۳: گفت که باید در مورد بت بزرگ سؤال کنند به جای اینکه در مورد او بپرسند.

نکته: سأل: پرسید ← سألَه: از او پرسید / سألَ عَنْه: در مورد او پرسید.  
گزینه ۴: به آنان گفت: چرا از من می پرسید در حالیکه پاسخ را می دانید.

-متوسط

۳۵. گزینه ۴ ترجمه عبارت: «پروردگارا! دل هایمان را با امید نورانی کن، سینه هایمان را گشاده گردان و راهمان را با خیر و خوبی روشن کن، تو بزرگ و بلندمرتبه ای.»  
ترجمه گزینه درست: هر دو فعل به معنی نورانی و روشن کن می باشد.  
ترجمه سایر گزینه ها:  
گزینه ۱: قلوب: دل ها / صدور: سینه ها  
گزینه ۲: الأمل: امید / الخیر: خوبی  
گزینه ۳: علی: بلندمرتبه / عظیم: بزرگ

-متوسط

۳۶. گزینه ۴ ترجمه عبارت: «خدای من! ای اجابت کننده دعاها، سینه ام را از شادمانی پر کن.»  
ترجمه گزینه های دیگر:  
گزینه ۱: اجابت کننده / نگهداری کن  
گزینه ۲: بسیار / روشن کن  
گزینه ۳: شنونده / یاری کن

-متوسط

۳۷. گزینه ۲ ترجمه درست گزینه های دیگر:  
گزینه ۱: امید است که انسان حتی هنگام ضرورت دروغ نگوید.  
گزینه ۳: ای کاش بیشتر فعالیت کنی تا نتایج بهتری به دست آوری.  
گزینه ۴: گویی آنکه بعضی از مردم نمی خواهند که حقیقت را بدانند.

-متوسط

۳۸. گزینه ۴ ترجمه عبارت: «قطعاً خداوند بر همه چیز عالم و داناست ولی او می خواهد که ما را بیازماید پس کاش از این امتحان پیروز بیرون بیاییم.»  
اسم حرف مشبّه بالفعل دو نوع است: اسم ظاهر و ضمیر متصل  
اسم إن «الله» است که یک اسم ظاهر است و اسم لکن (ضمیر متصل له) و اسم لیت (ضمیر متصل نا) می باشد.

-سخت

۳۹. گزینه ۳ ترجمه گزینه درست: چه اتفاقی افتاد؟ خرافات در طی مرور دوران ها زیاد شد.  
ترجمه گزینه های دیگر:  
گزینه ۱: آیا دینداری امری اکتسابی است در انسان؟ بله آن امری طبیعی است.  
گزینه ۲: کجا بودی زمانی که ما به خانه تان آمدیم؟ من ایرانی هستم.  
گزینه ۴: چرا در آن مورد از ما سؤال می کنید؟ او با دقت لازم پاسخ را داد.  
هیچیک از گزینه های ۱، ۲ و ۴ سؤال و جواب مناسبی نیستند.

-سخت

۴۰. گزینه ۲ «ما» در گزینه ۲ «اعراب مفعول دارد، ولی در گزینه های دیگر، فاعل است.

-سخت

۴۱. گزینه ۲ شناسایی عوامل موفقیت یا عدم موفقیت، در اقدام چهارم یعنی «محاسبه و ارزیابی» صورت می گیرد و مطابق سخن امیرالمؤمنین (ع)، زیرک ترین انسان کسی است که از خود و عمل خود برای بعد از مرگ حساب بکشد.

-متوسط

۴۲. گزینه ۴ اسوه بودن در اموری است که همواره برای بشر خوب و با ارزش بوده اند و با گذشت زمان، حتی درک بهتری از آنان به دست آمده است. به طور مثال، امام حسین (ع) از پدر گرامی خود نقل می کند که رسول خدا (ص) در منزل اوقات خود را سه قسمت می کرد.

قسمتی برای عبادت، قسمتی برای اهل خانه و قسمتی برای رسیدگی به کارهای شخصی.

سپس، آن قسمتی را که به خود اختصاص داده بود، میان خود و مردم تقسیم می کرد و مردم را به حضور می پذیرفت و به کارهایشان رسیدگی می کرد.

برنامه‌ریزی و تقسیم زمان، درس و الگویی همیشگی است که از این حدیث به دست می‌آید.

-آسان

**۴۳.گزینه ۳** دومین اقدام از اقدامات برای گام برداشتن در مسیر بندگی و اطاعت خدا و نیز برای ثابت قدم ماندن در این راه، عهد بستن با خداست. کسی که راه سعادت را که همان بندگی خداست، شناخته و می‌خواهد در این مسیر قدم بگذارد، با خدای خود پیمان می‌بندد که آنچه را خداوند برای رسیدن به این هدف مشخص کرده، انجام دهد و خداوند را خشنود سازد. اما از دیگر اقدامات، محاسبه و ارزیابی است. طبق این اقدام بهتر است هر شب کارهای روز خود را ارزیابی کنیم و در پایان هفته نیز به حساب آن هفته، رسیدگی کنیم.

-سخت

**۴۴.گزینه ۴** ■ بعد از مراقبت، نوبت محاسبه و ارزیابی است که چهارمین قدم برای گام گذاشتن در مسیر قرب الهی است تا میزان موفقیت و وفاداری به عهد، به دست آید و عوامل موفقیت یا عدم موفقیت، شناخته شود. ■ قرآن کریم، پیامبر اکرم (ص) را به عنوان الگو معرفی می‌کند و می‌فرماید: «رسول خدا برای شما نیکوترین اسوه است».

-متوسط

**۴۵.گزینه ۴** مطابق آیه شریفه ۷۷، آل عمران، آنان که در زندگی پیمان‌های خود با خدا را می‌شکنند به عاقبت زیر دچار می‌شوند:  
۱- آن‌ها بهره‌ای در آخر نخواهد داشت.  
۲- خداوند با آن‌ها سخن نمی‌گوید و به آنان در قیامت نمی‌نگرد.  
۳- آن‌ها را (از گناه) پاک نمی‌سازد.  
۴- عذاب دردناکی برای آن‌هاست.

-متوسط

**۴۶.گزینه ۳** برای حرکت در مسیر هدف، وجود اسوه و الگوهای پی‌آمده که راه را با موفقیت طی کرده و به مقصد رسیده‌اند، بسیاری ضروری است. زیرا وجود این الگوها، به ما ثابت می‌کند که این راه موفقیت‌آمیز است.

-آسان

**۴۷.گزینه ۱** برای گام گذاشتن در مسیر قرب الهی و همچنین ثابت قدم ماندن در این راه، شایسته است اقداماتی انجام دهیم. چهارمین اقدام، «محاسبه و ارزیابی» است. بعد از مراقبت، نوبت محاسبه است. پس، محاسبه مؤخر از مراقبت است و امیرالمؤمنین علی (ع) درباره محاسبه می‌فرماید: «زیرک‌ترین انسان کسی است که از خود و عمل خود برای بعد از مرگ حساب بکشد».

-متوسط

**۴۸.گزینه ۲** از دقت در حدیث امام علی علیه السلام: «مَنْ حَاسِبَ نَفْسَهُ وَقَفَ عَلَىٰ عَيْبِهِ؛ هر کس خودش را محاسبه کند، به سعادت می‌رسد»، رسیدن به سعادت نتیجه محاسبه است.

-آسان

**۴۹.گزینه ۲** ■ امام صادق (ع) فرمودند: «ما احب الله من عساه؛ کسی که از فرمان خدا سرپیچی می‌کند، او را دوست ندارد». اولاً این حدیث بیانگر «پیروی از خداوند» است. ثانیاً مطابق این حدیث، کسی که خدا را دوست دارد، نافرمانی او را نمی‌کند. ■ «جهاد در راه خدا» در برنامه تمام پیامبران الهی بوده و بیشتر آنان در حال مبارزه با ستمگران به شهادت رسیده‌اند.

-سخت

**۵۰.گزینه ۴** این سخن امام خمینی (ره) «باید مسلمانان، فضای سراسر عالم را از محبت و عشق نسبت به ذات حق و نفرت و بغض عملی نسبت به دشمنان خدا لبریز کنند»، مربوط است به برائت و تنفر از باطل و دشمنان خدا.

-سخت

**۵۱.گزینه ۳** فقری که در آیه بیان شده است یک فقر ذاتی برای مخلوقات است که هیچ‌گاه از بین نمی‌رود. (نیاز وجودی هر مخلوق به خدا)  
رد گزینۀ ۴: تنها گزینۀ ۴ به پاسخ نزدیک است که آن هم با آوردن کلمه پدیده، غلط شده است. (فراموش نکنید که خدا یک پدیده نیست.)

-سخت

**۵۲.گزینه ۲** توحید به معنای اعتقاد به خدای یگانه است. یعنی او بی‌همتاست و شریکی ندارد. ما معتقدیم که جهان خلقت آفریده خداوند حکیم و قادری است که آن را هدایت کرده و به کمال می‌رساند. (دقت کنید که مسأله هدایت یا حکمت خدا در ارتباط است.)

-متوسط

**۵۳.گزینه ۱** این حدیث اشاره به این دارد که تمام مخلوقات وجودشان را از خدا گرفته و به سبب او پا به عرصه هستی گذاشته‌اند. رد گزینۀ ۲: دقت کنید که منظور از این نور، نور فیزیکی نیست که بگوئیم مخلوقات نورشان را از خدا می‌گیرند.

گزینه ۴ با اشاره به عبارت «به یک اندازه» غلط شده است.

-سخت

۵۴. گزینه ۴ رد گزینه: در گزینه اول کلمه ساده، در گزینه دوم کلمه تنها و در گزینه سوم کلمه متبوع صحیح نمی باشد. گزینه ۴ عین جمله کتاب است.

-متوسط

۵۵. گزینه ۱ باغبان، وقتی خود را با دیگران، یعنی کسانی که در کشت درخت دخالتی نداشته اند، مقایسه می کند، می بیند که این زراعت کار خودش است. اما وقتی رابطه خود را با خدا بررسی می کند، می بیند که هم خودش و هم نیرو و توانش از آن خداست.

-سخت

۵۶. گزینه ۱ شناخت ذات خدا برای انسان مقدور نیست اما شناخت افعال و اوصاف الهی تا حدی برای ما ممکن است / منظور از دعوت به شناخت همان شناخت غیر فطری می باشد که شناخت اکتسابی به شمار می رود.

-متوسط

۵۷. گزینه ۲ یک نظام اجتماعی، علاوه بر رکن سیاسی، دارای ارکان دیگری مانند اقتصاد و فرهنگ نیز هست. جامعه ای که در مسیر توحید اجتماعی حرکت می کند، اقتصاد و فرهنگ و سایر ابعاد و ارکان آن نیز به سوی اجرای فرمان های خدای یگانه پیش می رود و به صورت جامعه ای عدالت گستر درمی آید. جامعه توحیدی جامعه ای است که از تفرقه و تضاد دوری می کند.

-متوسط

۵۸. گزینه ۲ حکمت، به معنای علم محکم و استوار و به دور از خطاست که هدف درست و راه رسیدن به آن را نشان می دهد و مانع لغزش ها و تباهی ها می شود.

-متوسط

۵۹. گزینه ۲ درخواست ما از حقیقت معنوی و روحانی ایشان است و از آنجایی که توان ایشان را در طول خدا می دانیم پس دچار شرک نشده ایم.

-سخت

۶۰. گزینه ۴ پیش بردن عالم به سوی هدف، تجلی ربوبیت خداوند است و ربوبیت هم همان اداره و تدبیر عالم است.

-سخت

۶۱. گزینه ۱ املائی صحیح دیگر گزینه ها:

a. strange noise  
c. energetic person

b. famous scientist  
d. speaking skill

-متوسط

۶۲. گزینه ۱ املائی صحیح گزینه ی غلط: He became famous and rich after his invention.

-متوسط

۶۳. گزینه ۲ نگرانم. داره بارون می باره و من چتر ندارم.

اگر به افعال هر دو جمله دقت کنید به شکل حال ساده بیان شده اند و چون قسمت مورد نظر به شکل استمراری (باران باریدن) است، بنابراین از حال استمراری برای بیان این جمله استفاده می کنیم.

-متوسط

۶۴. گزینه ۴ من آن کیک را از مغازه نخریدم. خودم (ضمیر تاکیدی) آن را درست کرده ام.

-آسان

۶۵. گزینه ۱ وقتی بچه ها رشد می کنند، شخصیتشان تغییر می کند. آنها به طرز متفاوتی رفتار می کنند.  
۱: شخصیت ۲: دانش ۳: اعتقاد ۴: اصطلاح

-سخت

۶۶. گزینه ۱ حدود دو هفته پیش تصادف شدیدی اتفاق افتاد. خوشبختانه هیچکس صدمه ای ندید.  
۱: خوشبختانه ۲: به طور واضح ۳: امیدوارانه ۴: سرانجام

-سخت

۶۷. گزینه ۴ او انسان سخت کوشی است. او بدون مبارزه هرگز تسلیم نمی شود.

۱: فوت کردن ۲: دفاع کردن مقابل ۳: اعتقاد داشتن به ۴: تسلیم شدن

-سخت

۶۸. گزینه ۴ او لامپ را تعویض کرد تا نور بیشتری در اتاق باشد.

	۱: دارو	۲: لباس	۳: کلید	۴: لامپ
-آسان	۶۹. <b>گزینه ۴</b> A: آیا این کارتون برای بچه های کوچک مناسب است? B: بله، فکر می کنم این طور باشه. (۱) پرانرژی (۲) مشهور (۳) بی دقت (۴) مناسب			
-متوسط	۷۰. <b>گزینه ۲</b> تحصیل کلید موفقیت افراد جوان در زندگی است، و معلمان نقش مهمی در روند هدایت آن ها به سمت زندگی بهتر دارند. (۱) قدرت (۲) کلید (۳) آرزو (۴) نوع، گونه			
-آسان	۷۱. <b>گزینه ۳</b> ما باید ماشین قدیمی مان را تعمیر کنیم، یا باید با اتوبوس برویم. توضیح: کلمه ربط "or" انتخاب بین دو چیز را نشان می دهد.			
-آسان	۷۲. <b>گزینه ۳</b> یکی از بهترین مراکز پزشکی در سال ۱۳۴۷ توسط دکتر قریب و یکی از دوستان نزدیکش <b>تأسیس شد</b> . توضیح: این جمله مجهول است و باید از ترکیب "قسمت سوم فعل + to be" استفاده شود؛ از طرفی قسمت سوم فعل "found" به صورت "founded" است که نباید با قسمت سوم فعل "find" به معنای پیدا کردن که به صورت "found" است اشتباه گرفته شود. (رد سایر گزینه ها)			
-سخت	۷۳. <b>گزینه ۲</b> من تصمیم گرفتم که <b>دفترچه خاطراتی</b> از سفرمان به اصفهان و شیراز را نگه دارم. گزینه ۱: عزیز گزینه ۲: دفترچه خاطرات گزینه ۳: امتیاز گزینه ۴: کیبوتر			
-متوسط	۷۴. <b>گزینه ۳</b> او آماده بود که حتی <b>بمیرد</b> تا از <b>افتخار</b> خانواده اش دفاع نماید. گزینه ۱: شکست گزینه ۲: قفس گزینه ۳: افتخار گزینه ۴: نتیجه			
-سخت	۷۵. <b>گزینه ۳</b> شعرهای حافظ بخشی از <b>میراث</b> ملی ما است. گزینه ۱: اصل، قاعده گزینه ۲: اخلاق گزینه ۳: میراث گزینه ۴: ابزار			
-آسان	۷۶. <b>گزینه ۱</b> تام یک دانش آموز عالی نیست و مکرراً <b>نمره های</b> بدی می گیرد. گزینه ۱: نمرات گزینه ۲: توقف کردن گزینه ۳: مضایقه / دروغ گزینه ۴: منابع			
-متوسط	۷۷. <b>گزینه ۴</b> او خسته بود و <b>قدرت</b> نداشت که بیشتر راه برود. گزینه ۱: قدرتمند گزینه ۲: قدرتمند، قوی			

گزینه ۳: وسیله  
گزینه ۴: قدرت، قوت

-آسان

۷۸. گزینه ۳ دوچرخه‌ام دزدیده شده است! می‌خواهم به پلیس زنگ بزنم.

-متوسط

۷۹. گزینه ۴ فراموش کردم که زنگ هشدارم را تنظیم کنم، بنابراین من دیر به مدرسه رسیدم.

-متوسط

۸۰. گزینه ۳ پس از آن، هر یک از ما باید برای چند دقیقه به تنهایی بیرون برویم و چیزی یا کاری کاملاً خاص بگوییم یا انجام دهیم و به دیگران اطلاع ندیم.

۱- نجات دادن، ذخیره کردن

۲- قادر ساختن

۴- معاشرت کردن

-سخت



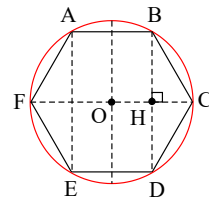




۸۵. گزینه ۳ دایره‌ی محیطی شش ضلعی را در نظر بگیریم. اگر شعاع این دایره را  $R = 1$  فرض کنیم می‌توانیم از نسبت‌های مثلثاتی زوایای  $30^\circ$  و  $60^\circ$  نتیجه بگیریم که:

$$\begin{cases} BD = 2BH = 2 \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \sqrt{3} \\ AB = 2OH = 2 \left( \frac{1}{2} \right) = 1 \\ CH = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_{ABDE} = 1 \times \sqrt{3} = \sqrt{3} \\ S_{BCD} = \frac{1}{2} (\sqrt{3}) \left( \frac{1}{2} \right) = \frac{\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABDE}}{S_{BCD}} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{4}} = 4$$



روش دوم: برای حل اینگونه تست‌ها می‌توانیم از فرم کلی زیر در ۶ ضلعی منتظم استفاده کنیم:

(مساحت مثلث‌های گوشه‌ای  $\frac{1}{6}$  مساحت کل است.)

$$\begin{cases} S_1 = S_3 = \frac{S}{6} \\ S_2 = \frac{2S}{3} \end{cases}$$

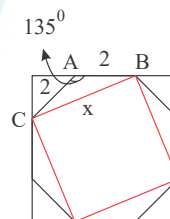
$$\text{بنابراین: } \frac{S_2}{S_1} = \frac{\frac{2S}{3}}{\frac{S}{6}} = 4$$

آسان-

۸۶. گزینه ۲ با توجه به مثلث  $ABC$  و قضیه‌ی کسینوس‌ها داریم:

$$x^2 = AB^2 + AC^2 - AB \times AC \times \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow x^2 = 4 + 4 - 2 \times 2 \cos 135^\circ \Rightarrow x^2 = 8 + 4\sqrt{2} = 4(2 + \sqrt{2})$$



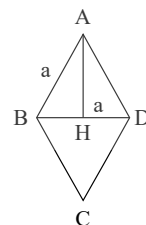
سخت-

۸۷. گزینه ۳ مساحت لوزی برابر است با مربع یک ضلع در سینوس یکی از زوایا.

$$S_{\text{لوزی}} = a^2 \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$$

$$S'_{\text{شش ضلعی منتظم}} = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$$

$$\frac{S}{S'} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} a^2}{\frac{3\sqrt{3}}{2} a^2} = \frac{1}{3}$$



متوسط

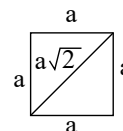
۸۸. گزینه ۴

اگر  $a$  ضلع مربع باشد، آنگاه  $a\sqrt{2}$  قطر مربع و اندازه‌ی ضلع مثلث متساوی الاضلاع است.

متساوی الاضلاع  $S = \frac{\sqrt{3}}{4} x^2$

مثلث  $S_1 = \frac{\sqrt{3}(a\sqrt{2})^2}{4} = \frac{2a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

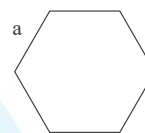
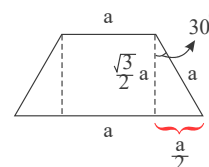
مربع  $S_2 = a^2 \quad \frac{S_1}{S_2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$



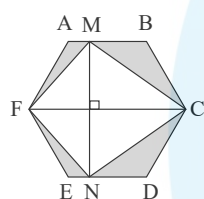
-متوسط

۸۹. گزینه ۲ اگر دو ارتفاع دوزنقه را رسم کنیم آنگاه دو مثلث قائم الزاویه‌ی مساوی ایجاد می‌شود. با توجه به شکل داریم:

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} a(3a) = \frac{3\sqrt{3}}{4} a^2 \\ S_2 &= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{2}$$



-سخت



۹۰. گزینه ۲

ضلع شش ضلعی را  $x$  فرض می‌کنیم.  $FC$ ، قطر بزرگ شش ضلعی که برابر  $2x$  است.

$MN$  نیز برابر قطر کوچک شش ضلعی که برابر  $\sqrt{3}x$  است.

مساحت ۶ ضلعی  $6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} x^2 = \frac{3}{2} \sqrt{3} x^2$

مساحت  $MCNF$ :  $\frac{1}{2} \times MN \times FC \times \sin 90^\circ = \frac{1}{2} \times \sqrt{3}x \times 2x \times 1 = \sqrt{3}x^2$

مساحت سایه زده شده:  $\frac{3}{2} \sqrt{3} x^2 - \sqrt{3} x^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} x^2$

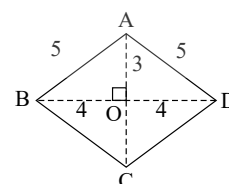
$?\ = \frac{\sqrt{3} x^2}{\frac{\sqrt{3}}{2} x^2} = 2$

-سخت

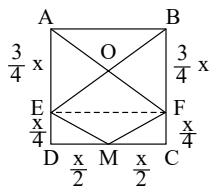
$\triangle ABO: AO = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$

مساحت لوزی  $= \frac{1}{2} AC \times BD = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$

۹۱. گزینه ۲



-آسان



۹۲. گزینه ۱

ضلع مربع را  $x$  فرض می کنیم.

از  $E$  به  $F$  وصل می کنیم.

$O$  محل تلاقی قطرهای مستطیل  $ABFE$  است.

پس مثلث  $EOF$  ،  $\frac{1}{4}$  مساحت مستطیل  $ABFE$  دارد. پس:

$$S_{OEF} = \frac{1}{4} \times (x \times \frac{3}{4}x) = \frac{3}{16}x^2$$

اما مساحت  $\triangle EMF$  می شود.

$$S_{EMF} = \frac{1}{2}x \times \frac{x}{4} = \frac{x^2}{8}$$

و در کل

$$S_{OEMF} = S_{OFE} + S_{EMF} = \frac{3}{16}x^2 + \frac{1}{8}x^2 = \frac{5}{16}x^2$$

سخت-

$$(1) : S_1 = \frac{1}{2} \times x \times y \times \sin \hat{A}$$

$$(2) : S_3 = \frac{1}{2} (3x) \times (3y) \times \sin \hat{A} - \frac{1}{2} (2x)(2y) \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \times 5xy \sin \hat{A}$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} S_1 + S_3 = 3xy \sin \hat{A}$$

$$S_2 + S_4 = S - S_1 - S_3 = \frac{1}{2} (4x)(4y) \sin \hat{A} - 3xy \sin \hat{A} = 5xy \sin \hat{A}$$

$$? = \frac{S_2 + S_4}{S_1 + S_3} = \frac{5xy \sin \hat{A}}{3xy \sin \hat{A}} = \frac{5}{3}$$

سخت-

۹۴. گزینه ۲ اضلاع را  $a, b, c$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) فرض می کنیم پس  $a$  وتر این مثلث است.

$$\frac{b}{c} = \frac{12}{5}, b = 12x, c = 5x \Rightarrow a = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{144x^2 + 25x^2} = 13x$$

$$S = \frac{1}{2}bc = 120 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 12 \times 5x^2 = 120 \Rightarrow x = 2$$

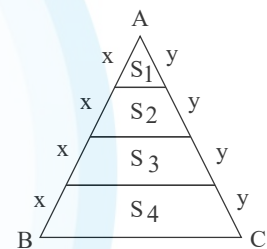
$$b = 24, x = 10 \Rightarrow a = 26$$

در مثلث قائم الزاویه  $ha = \frac{bc}{a}$  پس  $S = \frac{1}{2}bc = \frac{1}{2}a \cdot ha$

$$ha = \frac{24 \times 10}{26} = \frac{120}{13}$$

سخت-

۹۳. گزینه ۳



استاد علیرضا افشار

سوال و جواب

@soal\_javab\_ostad\_afshar

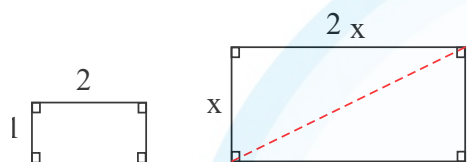
گزینه ۹۵

$$\begin{cases} SDNM: \frac{1}{2} DN \times DM = \frac{1}{2} \times \frac{AD}{2} \times \frac{DC}{2} \\ \\ SABCD: \frac{1}{2} (AB + DC) \times AD \xrightarrow{AB = \frac{3}{5} DC} \frac{1}{2} \times \frac{8}{5} DC \times AD \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{SDNM}{SABCD} = \frac{\frac{1}{8} \times AD \times DC}{\frac{8}{10} \times AD \times DC} = \frac{5}{22}$$

$$\Rightarrow \frac{SABCMN}{SDNM} = 1 - \frac{5}{22} = \frac{27}{22} \Rightarrow \frac{SABCMN}{SDNM} = \frac{27}{32} \times \frac{32}{5} = \frac{27}{5} = 5,4$$

متوسط



آسان

گزینه ۹۶

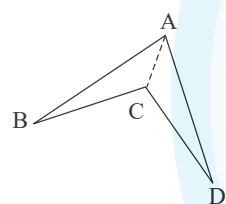
نسبت تشابه را  $x$  در نظر می‌گیریم.

$$\text{محیط} = \text{مساحت} \Rightarrow 2(x + 2x) = 2x^2 \Rightarrow 6x = 2x^2 \xrightarrow{x > 0} x = 3$$

$$\text{قطر: } d = \sqrt{x^2 + 4x^2} = \sqrt{5x^2} = \sqrt{5 \times 9} = 3\sqrt{5}$$

گزینه ۹۷

مثال نقض برای گزینه ۴. با رسم قطر  $AC$  دو ناحیه محدب  $ACD$  و  $ABC$  به وجود آمده، اما خود  $ABCD$  محدب نیست.



آسان

استاد علیرضا افشار

”سوال و جواب“

@soal\_javab\_ostad\_afshar

گزینه ۹۸

$$\frac{(n+2-2) \times 180}{n+2} - \frac{(n-2) \times 180}{n} = 2 \Rightarrow \frac{180n}{n+2} - \frac{180n}{n} + \frac{360}{n} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{180n^2 - 180n(n+2) + 360}{n(n+2)} + \frac{360}{n} = 2 \Rightarrow \frac{180n^2 - 180n^2 - 360n + 360}{n(n+2)} + \frac{360}{n} + 2$$

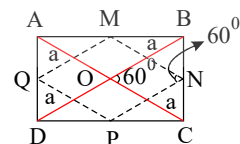
$$\Rightarrow \frac{360}{n} - \frac{360}{n+2} = 2 \Rightarrow n(n+2) = 360 \Rightarrow \begin{cases} n = 18 \text{ ق ق} \\ n = -20 \text{ ق ق غ} \end{cases}$$

متوسط

گزینه ۹۹ طبق قضیه‌ی تالس، هر یک از اضلاع چهارضلعی  $MNPQ$  برابر نصف قطر مستطیل است:

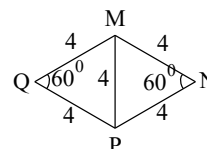
$$a = \frac{1}{2} AC = \frac{8}{2} = 4$$

$$MN \parallel AC, NP \parallel BD \Rightarrow \hat{N} = \hat{BOC} = 60^\circ$$



پس  $MNPQ$  یک لوزی با زاویه‌ی  $60^\circ$  است:

$$SMNPQ = 2S_{\Delta MNP} = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 16 = 8\sqrt{3}$$



روش دوم: نکته: اگر وسط‌های اضلاع یک ۴ضلعی را به هم وصل کنیم، مساحت ۴ضلعی حاصل نصف مساحت ۴ضلعی اولیه است.  
نکته: اگر وسط‌های اضلاع یک مستطیل را به هم وصل کنیم، یک لوزی بوجود می‌آید.  
می‌دانیم مساحت این مستطیل برابر است با نصف حاصلضرب ۲ قطر در سینوس زاویه‌ی بین دو قطر.

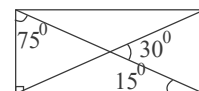
$$\text{مساحت مستطیل} = \frac{1}{2} \times AC \times BD \times \sin 60^\circ$$

$$\text{مساحت مستطیل} = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3} \rightarrow \text{مساحت لوزی} = 8\sqrt{3}$$

-متوسط

۱۰۰. گزینه ۳ چون سینوس  $15^\circ$  و  $75^\circ$  را نمی‌دانیم، نمی‌توانیم طول و عرض مستطیل را بیابیم و باید از طریق قطر مساحت را بیابیم.

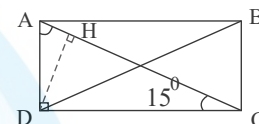
$$S = \frac{1}{2} d^2 \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 \times \frac{1}{2} = 3$$



روش دوم: می‌دانیم در هر مثلث قائم الزاویه، اگر یک زاویه  $15^\circ$  باشد، ارتفاع وارد بر وتر، نصف وتر است.

$$S_{\Delta ADC} = \frac{1}{2} \times DH \times AC = \frac{1}{2} \times \frac{AC}{4} \times AC = \frac{1}{2} \times \frac{2\sqrt{3}}{4} \times \sqrt{3} = \frac{3}{2}$$

$$S_{ABCD} = 2 \times S_{\Delta ADC} = 2 \times \frac{3}{2} = 3$$



-متوسط

۱۰۱. گزینه ۲ با توجه به شکل و فرض تست داریم:

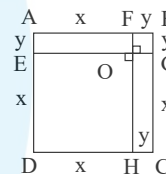
$$x + y = 6 \quad (1)$$

$$\text{قطر مستطیل} = \sqrt{x^2 + y^2} = 2\sqrt{5} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} (1) \Rightarrow (x+y)^2 &= 36 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = 36 \\ (2) \Rightarrow x^2 + y^2 &= 20 \end{aligned} \right\} \Rightarrow xy = 8$$

$$xy = 8 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow \frac{S_{DEOH}}{S_{BGOF}} = \frac{x^2}{y^2} = \frac{16}{4} = 4$$

-متوسط



۱۰۲. گزینه ۱

$$\text{تعداد اضلاع} = \text{تعداد قطرها}$$

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{2} \frac{n(n-3)}{2} \Rightarrow n-3 = 2 \Rightarrow n = 5$$

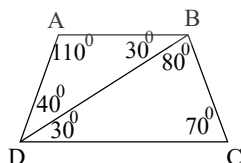
-آسان

۱۰۳. گزینه ۱ نکته: مجموع زوایای خارجی تمام  $n$  ضلعی‌های محدب برابر  $360^\circ$  می‌باشد و به  $n$  بستگی ندارد.

-آسان

۱۰۴. گزینه ۳

باتوجه به مثال نقض زیر گزینه‌ی «۳» جواب است.



-متوسط

۱۰۵. گزینه ۲

اگر سکه رو بیاید  $(\frac{1}{2})$ ، یک تاس پرتاب می کنیم که حالات عبارت است از:

$(ر, ۱), (ر, ۲), \dots, (ر, ۶)$ ، که هر ۶ حالت مطلوب هستند زیرا یک رو ظاهر شده، اگر سکه را پرتاب کنیم و پشت بیاید  $(\frac{1}{2})$ ، باید

سه سکه دیگر پرتاب کنیم (که ۸ حالت دارد) و حالاتی برای ما قابل قبول است که یک رو دارد یعنی:

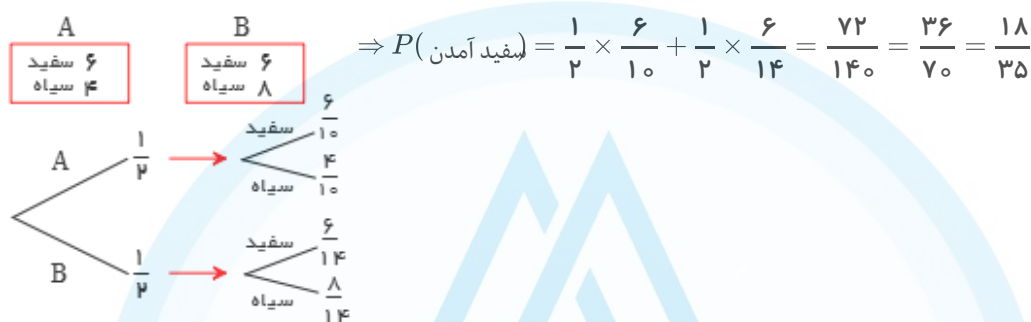
$(ر, پ, پ), (پ, ر, پ), (پ, پ, ر)$

پس احتمال مطلوب برابر است با:

$$P = \frac{1}{2} \times \frac{6}{6} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{8} = \frac{11}{16}$$

سخت-

۱۰۶. گزینه ۲



متوسط-

۱۰۷. گزینه ۴

$$\frac{\text{اولی سالم}}{۱۰} \times \frac{\text{دومی سالم}}{۹} \times \frac{\text{سومی سالم}}{۸} = \frac{۱}{۶}$$

آسان-

4 خراب  
6 سالم

۱۰۸. گزینه ۲

$$P(\{۳, ۴\}) = \frac{۳}{۱۶} \Rightarrow P(۳) + P(۴) = \frac{۳}{۱۶}$$

$$P(\{۱, ۲, ۳\}) = \frac{۷}{۸} \Rightarrow P(۱) + P(۲) + P(۳) = \frac{۷}{۸}$$

$$P(۵) = \frac{۱}{۱۶} \Rightarrow P(۱) + P(۲) + P(۳) + P(۴) + P(۵) = ۱ \Rightarrow P(۴) = \frac{۱}{۱۶} \Rightarrow P(۳) = \frac{۱}{۸}$$

متوسط-

۱۰۹. گزینه ۱

$$S = \underbrace{\{1, 2, \dots, 9\}}_A, \underbrace{\{10, 11, \dots, 99\}}_B, \underbrace{\{100, 101, \dots, 999, \dots\}}_C$$

$$P(A) + P(B) + P(C) + \dots = 1 \Rightarrow 9k + 90k^2 + 900k^3 + \dots = 1$$

$$\Rightarrow \frac{a_1}{1-q} = \frac{9k}{1-10k} = 1 \Rightarrow 9k = 1 - 10k \Rightarrow k = \frac{1}{19}$$

سخت-

۱۱۰. گزینه ۴

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \text{ نکته: (احتمال شرطی):}$$

$$P(\{a, b, c, d\}) = \frac{2}{3} \Rightarrow P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = \frac{2}{3} \quad (*)$$

چون  $1 = P(a) + P(b) + P(c) + P(d) + P(e)$ , پس از (\*) نتیجه می گیریم:  $P(e) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

$$P(\{a, e\}) = \frac{1}{2} \Rightarrow P(a) + P(e) = \frac{1}{2} \xrightarrow{P(e) = \frac{1}{3}} P(a) = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

حال با استفاده از نکته داریم:

$$P(\{a, b, c, d\} | \{b, c, d, e\}) = \frac{P(\{b, c, d\})}{P(\{b, c, d, e\})} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{6}} = \frac{3}{5}$$

-آسان

۱۱۱. گزینه ۳ ابتدا ماتریس های  $A^2$  و  $A^3$  را بدست می آوریم.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 2A \Rightarrow A^3 = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 4A$$

پس  $A^2 = 2^1 A$  و  $A^3 = 2^2 A$  به استقرا نتیجه می گیریم  $A^n = 2^{n-1} A$  داریم:

$$A^{10} = 2^9 A \Rightarrow A^{10} \text{ مجموع درایه های } = 2^9 (\lambda) = 2^9 \times 2^3 = 2^{12}$$

تذکر: در حالت کلی داریم:  $A^2 = \lambda A \Rightarrow A^n = \lambda^{n-1} A$

-سخت

۱۱۲. گزینه ۱ می دانیم برای به توان رساندن ماتریس های قطری، کافی است درایه های روی قطر اصلی را به توان مورد نظر برسانیم.

$$? = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = -I \times I \times I = -I$$

-آسان

@soal\_javab\_ostad\_afshar

۱۱۳. گزینه ۳ حاصل  $|A|$  یک عدد است پس:

$$? = \left| \frac{1}{|A|} (A)^n \right| = \left( \frac{1}{|A|} \right)^n |(A)^n| = \frac{1}{|A|^n} |A|^n = \frac{1}{|A|^n} |A|^n = 1$$

-آسان

۱۱۴. گزینه ۲  $A$  ماتریس مثلثی از مرتبه ۳ است پس به ازای هر  $n \geq 3$  داریم:  $A^n = 0$

$$(I + A^2)^{10} = I + \binom{10}{1} A^2 + \binom{10}{2} A^4 + \dots + \binom{10}{10} A^{20}$$

چون  $0 = A^{20} = \dots = A^6 = A^4 = A^2$  می باشد پس

$$(I + A^2)^{10} = I + 10A^2$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$I + 10A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 30 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |I + 10A^2| = 1$$

-سخت



۱۱۵. گزینه ۲ در ماتریس  $2 \times 2$  مثل  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  رابطه کیلی - همیلتون به صورت  $A^2 - (a+d)A + |A|I = 0$  برقرار است.

$$A^2 - (1+2)A + (2+3)I = 0 \Rightarrow A^2 - 3A + 5I = 0$$

$$-3A = -A^2 - 5I \Rightarrow A = \frac{1}{3}A^2 + \frac{5}{3}I$$

با مقایسه این رابطه با  $A = mA^2 + nI$  نتیجه می گیریم.

$$\begin{cases} m = \frac{1}{3} \\ n = \frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow ? = \frac{1}{3} + \frac{5}{3} = 2$$

-متوسط

۱۱۶. گزینه ۱

$$A^2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & -1 \\ \frac{3}{4} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & -1 \\ \frac{3}{4} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & -1 \\ \frac{3}{4} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A^2 A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & -1 \\ \frac{3}{4} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & -1 \\ \frac{3}{4} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$$

$$\rightarrow A^3 = -I \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۳۳}} A^{۹۹} = -I \xrightarrow{\text{طرفین را در } A^2} A^{۱۰۱} = -A^2$$

ضرب می کنیم

-متوسط

۱۱۷. گزینه ۱

$$A = [i^2 - j]_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1^2 - 1 & 1^2 - 2 & 1^2 - 3 \\ 2^2 - 1 & 2^2 - 2 & 2^2 - 3 \\ 3^2 - 1 & 3^2 - 2 & 3^2 - 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 8 & 7 & 6 \end{bmatrix}$$

$$|A| = -(-1) \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} + (-2) \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 8 & 7 \end{vmatrix}$$

$$|A| = 10 - 10 = 0$$

-آسان

۱۱۸. گزینه ۴

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ -1 & 4x+5 & 1 \\ 2 & 6 & 3x+1 \end{vmatrix} = 0$$

با کمی دقت در صورت دترمینان متوجه می شویم اگر  $4x + 5 = -3$  باشد سطر اول و دوم قرینه یکدیگرند و بنابراین حاصل دترمینان صفر می شود.

به همین ترتیب اگر  $3x + 1 = -2$  باشد سطر سوم ۲ برابر سطر اول می شود و باز هم حاصل دترمینان صفر می شود. پس داریم:

$$4x + 5 = -3 \rightarrow x = -2$$

$$3x + 1 = -2 \rightarrow x = -1$$

-متوسط

۱۱۹. گزینه ۱

$$A^3 - 2A^2 + 3A - 2I = 0 \xrightarrow{\text{طرفین در } A \text{ ضرب شود}} A^4 - 2A^3 + 3A^2 - 2A = 0$$

$$\frac{A^3 - 2A^2 + 3A + 2I}{A^4 - 2A^3 + 3A^2 - 2A} \rightarrow A^4 - 2(2A^2 - 3A + 2I) + 3A^2 - 2A = 0$$

$$\rightarrow A^4 - 4A^2 + 6A - 4I + 3A^2 - 2A = 0 \rightarrow A^4 - A^2 + 4A - 4I = 0$$

$$\rightarrow A^4 = A^2 - 4A + 4I$$

سخت-

۱۲۰. گزینه ۴

$$1 \text{ گزینه } 1: \underbrace{[A]_{2 \times 3} \times [B]_{3 \times 2}}_{2 \times 2} + [C]_{2 \times 2} = [AB + C]_{2 \times 2}$$

$$2 \text{ گزینه } 2: \underbrace{[B]_{3 \times 2} \times [C]_{2 \times 2}}_{3 \times 2} \times [A]_{2 \times 3} = [BCA]_{3 \times 3}$$

$$3 \text{ گزینه } 3: \underbrace{[A]_{2 \times 3} \times [B]_{3 \times 2}}_{2 \times 2} \times [C]_{2 \times 2} = [ABC]_{2 \times 2}$$

متوسط-

۱۲۱. گزینه ۱

می دانیم:

$$(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$$

$$g^{-1} \circ f^{-1} = (f \circ g)^{-1} \Rightarrow f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x^2) = 1 + x$$

$$\Rightarrow y = x + 1 \Rightarrow y - 1 = x \Rightarrow (f \circ g)^{-1} = x - 1$$

آسان-

۱۲۲. گزینه ۲

$$x \in \left(\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow |\sin x| > |\cos x| \Rightarrow |\sin x| - |\cos x| < 0$$

$$x \in \left(\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow \cos x < 0$$

$$\Rightarrow |\sin x - \cos x| = \cos x - \sin x$$

$$x \in \left(\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow \sin x < 0$$

$$A = \frac{\cos x - \sin x}{2} + \frac{\sin x + \cos x}{2} = \cos x$$

آسان-

۱۲۳. گزینه ۴

$$\sin \alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}, \quad 1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}, \quad 1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}, \quad \cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \quad \text{می دانیم:}$$

$$A = \sqrt{1 + \cot^2 \alpha} - \sqrt{\frac{2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}}} = \frac{1}{\sin \alpha} - \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} - \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}}$$

$$= \frac{1 - 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{1 - 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \cot \alpha$$

سخت

۱۲۴. گزینه ۲

می دانیم:

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha, \quad \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$$

$$\underbrace{\sin x \cos x}_{\frac{1}{2} \sin 2x} \underbrace{(1 - 2 \sin^2 x)}_{\cos 2x} = \frac{1}{2} \sin 2x \cos 2x = \frac{1}{4} \sin 4x = \frac{1}{4} \sin 360^\circ = \frac{1}{4}$$

آسان

۱۲۵. گزینه ۳

توجه: در محاسبه ضرب کسینوس‌ها، اگر کمان یک دنباله هندسی باشند باید عبارت را در سینوس کوچکترین کمان ضرب و تقسیم کنیم.

می دانیم:

$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$$

$$A = \frac{\sin 2^\circ}{\sin 2^\circ} \cos 2^\circ \cos 4^\circ \cos 8^\circ = \frac{\frac{1}{2} \sin 4^\circ \cos 4^\circ \cos 8^\circ}{\sin 2^\circ} = \frac{\frac{1}{4} \sin 8^\circ \cos 8^\circ}{\sin 2^\circ} = \frac{\frac{1}{8} \sin 16^\circ}{\sin 2^\circ} = \frac{1}{8}$$

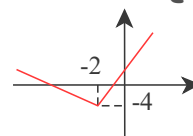
توجه کنیم که  $\sin 16^\circ = \sin 2^\circ$

سخت

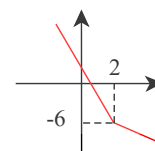
@soal\_javab\_ostad\_afshar

۱۲۶. گزینه ۲ برای تشخیص یک به یک بودن تابع باید خطی موازی محور  $x$ ‌ها بکشیم اگر نمودار را در کمتر یا مساوی یک نقطه قطع کرد یک به یک در غیر این صورت غیریک به یک است.

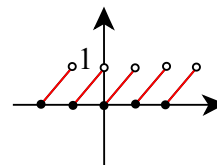
$$\text{الف) } y = |2x + 4| + x - 2 = \begin{cases} -x - 6 & x < -2 \\ 3x + 2 & x \geq -2 \end{cases}$$



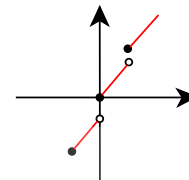
$$\text{ب) } y = |x - 2| - 3x = \begin{cases} -4x + 2 & x < 2 \\ -2x - 2 & x \geq 2 \end{cases}$$



$$ج) y = x - [x] \rightarrow \begin{cases} 0 \leq x < 1 \rightarrow y = x \\ 1 \leq x < 2 \rightarrow y = x - 1 \\ 2 \leq x < 3 \rightarrow y = x - 2 \end{cases}$$



$$د) y = x + [x] \rightarrow y = \begin{cases} -1 \leq x < 0 \rightarrow y = x - 1 \\ 0 \leq x < 1 \rightarrow y = x \\ 1 \leq x < 2 \rightarrow y = x + 1 \end{cases}$$



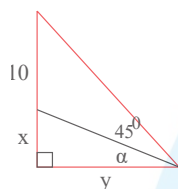
سخت-

۱۲۷. گزینه ۳ شرط تابع بودن نمودار ون این است که از همگی اعضای مبدأ دقیقاً یک پیکان خارج شود. در شکل الف برای عدد ۴ پیکانی خارج نشده و در شکل ب نیز برای عدد ۱ بیش از یک پیکان خارج شده است.

آسان-

۱۲۸. گزینه ۲

مطابق شکل:



$$\tan \alpha = \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 2x$$

$$\tan(45^\circ + \alpha) = \frac{x+10}{y} \Rightarrow \frac{\tan 45^\circ + \tan \alpha}{1 - \tan 45^\circ \tan \alpha} = \frac{x+10}{2x}$$

$$\Rightarrow \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - 1 \times \frac{1}{2}} = \frac{x+10}{2x} \Rightarrow 3 = \frac{x+10}{2x} \Rightarrow 6x = x+10 \Rightarrow x = 2$$

متوسط-

۱۲۹. گزینه ۲ چون  $x < f(x)$  بنا بر این تابع  $y = f(x)$  همواره بالاتر از خط  $y = x$  قرار می گیرد، بنابراین تابع معکوس  $y = f^{-1}(x)$  همواره در پایین خط  $y = x$  قرار می گیرد اگر  $x > 1$  باشد. آنگاه نمودار توابع  $f$  و  $f^{-1}$  هر دو در ناحیه اول قرار می گیرند. چون همواره نمودار  $f$  بالاتر از نمودار  $f^{-1}$  قرار می گیرد. پس:  $(f(x))^2 > f^{-1}(x)$

سخت-

۱۳۰. گزینه ۳ برای رد گزینه های ۲ و ۴ از اتحاد مربع دو جمله ای کمک می گیریم و مثال نقض ارائه می کنیم:

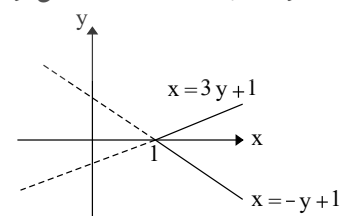
$$x^2 + y^2 + 2y = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2y + 1 = 2 \Rightarrow x^2 + (y+1)^2 = 2 \xrightarrow{\text{مثال نقض}} x = 0 \Rightarrow y+1 = \pm\sqrt{2}$$

$$x^2 + y^2 + 2x = 1 \xrightarrow{+1} y^2 + (x+1)^2 = 2 \xrightarrow{\text{مثال نقض}} x = -1 \Rightarrow y = \pm\sqrt{2}$$

در مورد گزینه های (۱) و (۳) می توانیم نمودار روابط را رسم کنیم:

$$گزینه ۱: x = y + 2|y| + 1 \Rightarrow \begin{cases} y \geq 0 \rightarrow x = 3y + 1 \\ y < 0 \rightarrow x = -y + 1 \end{cases}$$

$$گزینه ۳ \rightarrow x = 2y + |y| + 1 \Rightarrow \begin{cases} y \geq 0 \rightarrow x = 3y + 1 \\ y < 0 \rightarrow x = y + 1 \end{cases}$$



سخت-

۱۳۱. گزینه ۲

ابتدا مقدار  $\cos \alpha$  و  $\sin \beta$  را حساب می‌کنیم:

$$\sin \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3} \quad \text{و} \quad \cos \beta = -\frac{1}{3} \Rightarrow \sin \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \frac{-2}{9} + \frac{2\sqrt{10}}{9} = \frac{2}{9}(\sqrt{10} - 1)$$

$$(1 + \sqrt{10}) \cdot \sin(\alpha + \beta) = (1 + \sqrt{10}) \times \frac{2}{9}(\sqrt{10} - 1) = \frac{2}{9}(10 - 1) = 2 \quad \text{پس}$$

-آسان

$$\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}, \quad \cos 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} \quad \text{در اتحادهای مثلثاتی داریم:}$$

$$\rightarrow \sin 2x + \cos 2x = \frac{-1}{5} \Rightarrow \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} + \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = \frac{-1}{5}$$

برای راحتی در حل  $A = \tan x$  در نظر می‌گیریم:

$$\frac{2A}{1+A^2} + \frac{1-A^2}{1+A^2} = \frac{-1}{5} \rightarrow \frac{2A+1-A^2}{1+A^2} = \frac{-1}{5} \rightarrow 10A+5-5A^2 = -1-A^2$$

$$\rightarrow 4A^2 - 10A - 6 = 0 \xrightarrow{\div 2} 2A^2 - 5A - 3 = 0 \quad \begin{cases} A = 3 = \tan x \\ A = -\frac{1}{2} = \tan x \end{cases}$$

-متوسط

۱۳۳. گزینه ۳

با توجه به نمودار حدود تابع را می‌سازیم.

باتوجه به نمودار  $y = f(x)$  داریم:  $0 \leq f(x) < 3$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 16 \leq f^2(x) + 16 < 25 &\Rightarrow 4 \leq \sqrt{f^2(x) + 16} < 5 \\ \times (-2) &\rightarrow -10 < -2\sqrt{f^2(x) + 16} \leq -8 \\ +3 &\rightarrow -7 < 3 - 2\sqrt{f^2(x) + 16} \leq -5 \Rightarrow R_y = (-7, -5] \end{aligned}$$

-متوسط

۱۳۴. گزینه ۴

$f$  یک تابع خطی است که محور  $y$ ها را با عرض ۲ قطع می‌کند، پس  $g \cdot f(x) = mx + 2$  یک تابع درجه دوم است که محور  $y$ ها را با عرض ۳ قطع می‌کند، پس  $g(x) = ax^2 + bx + 3$ .

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = m(ax^2 + bx + 3) + 2$$

$$\Rightarrow (f \circ g)(x) = max^2 + mbx + (3m + 2)$$

اما طبق فرض سؤال  $(f \circ g)(x) = 2x^2 + x - 1$ ، پس، داریم:

$$\begin{cases} (f \circ g)(x) = max^2 + mbx + (3m + 2) \\ (f \circ g)(x) = 2x^2 + x - 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3m + 2 = -1 \Rightarrow m = -1 \\ (*) \quad mb = 1 \rightarrow -b = 1 \Rightarrow b = -1 \\ (*) \quad ma = 2 \rightarrow -a = 2 \Rightarrow a = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x) = -x + 2 \\ g(x) = -2x^2 - x + 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (f - g)(x) = f(x) - g(x) = (-x + 2) - (-2x^2 - x + 3) = 2x^2 - 1$$

-سخت

۱۳۵. گزینه ۴ برای محاسبه دامنه‌ی عبارت رادیکالی با فرجهٔ زوج باید عبارت زیر رادیکال نامنفی باشد. بنابراین:

$xf(x) \geq 0 \rightarrow f(x), x$  هم علامت‌اند

چون  $x, y$  هم علامت‌اند دامنه تابع قسمتی از نمودار است که در ناحیه اول یا سوم واقع است. بنابراین:

$$D = [-3, 0] \cup [1, 2]$$

آسان-

۱۳۶. گزینه ۳

$$-x^2(x^2-9)^4 \geq 0 \Rightarrow \underbrace{x^2(x^2-9)^4}_{\text{نامنفی}} \leq 0 \Rightarrow x^2(x^2-9)^4 = 0$$

$$x^2 = 0 \rightarrow \boxed{x=0}, \quad x^2-9=0 \rightarrow \boxed{x=\pm 3} \rightarrow Df = \{0, 3, -3\}$$

متوسط

۱۳۷. گزینه ۴ نقطه‌های  $(\pi, -3), (0, 1)$  باید در تابع صدق کند که فقط در تابع گزینه ۴ صدق می‌کند.

$$(0, 1) \rightarrow 1 = 2 \cos 0 - 1 \rightarrow 1 = 2 - 1 \Rightarrow 1 = 1$$

$$(\pi, -3) \rightarrow -3 = 2 \cos(\pi) - 1 \Rightarrow -3 = 2(-1) - 1 \Rightarrow -3 = -3$$

آسان-

۱۳۸. گزینه ۴

در گزینه‌های ۲ و ۳ دامنه تابع عوض شده است، پس تابع نیز عوض شده است. حال برد تابع را می‌یابیم.

$$-3 < x \leq -1 \Rightarrow 1 \leq x^2 < 9 \Rightarrow 1+3 \leq x^2+3 < 9+3 \Rightarrow 4 \leq f(x) < 12$$

$$Rf = [4, 12)$$

در گزینه ۱، برد تابع زیرمجموعه هم‌دامنه نمی‌باشد  $[4, 12) \not\subset (4, 12]$  پس جواب گزینه ۴ است، زیرا برد تابع زیرمجموعه هم‌دامنه است.  $[4, 12) \subset (3, 12)$

متوسط

۱۳۹. گزینه ۳ از آنجائیکه دامنه تابع کل اعداد حقیقی است پس مخرج نباید هیچگاه صفر شود یعنی:

$$x^2 + ax + 1 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow a^2 - 4 < 0$$

$$\Rightarrow a^2 < 4 \Rightarrow \sqrt{a^2} < \sqrt{4} \Rightarrow |a| < 2 \Rightarrow -2 < a < 2$$

$$a \text{ مقدار صحیح } = -1, 0, 1 \Rightarrow \text{مقدار } 3$$

آسان-

۱۴۰. گزینه ۴ دو تابع  $f$  و  $g$  زمانی مساوی‌اند که اولاً  $Df = Dg$ ، ثانیاً به ازای هر عضو از دامنه مشترک، مقدار  $f$  و مقدار  $g$  برابر باشند، بنابراین:

$$Df = R - \{1, 2\} \Rightarrow Dg = R - \{1, 2\}$$

بنابراین باید مخرج تابع  $g$  به ازای ۱ و ۲ برابر با صفر شود.

$$\begin{cases} x=1 \Rightarrow (1)^3 - 5(1)^2 + a - b = 0 \\ x=2 \Rightarrow (2)^3 - 5(2)^2 + 2a - b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 4 \end{cases}$$

از طرفی باید مقدار دو تابع به ازای هر عضو از دامنه مشترک برابر باشد، یعنی:

$$f(0) = g(0) \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{-2c}{-b} \Rightarrow b = 4c \Rightarrow c = 1 \Rightarrow a - b + 2c = 8 - 4 + 2 = 6$$

متوسط

۱۴۱. گزینه ۳

$$\text{نکته: } \begin{cases} \sin(\pi + x) = -\sin x \\ \sin(\pi - x) = \sin x \end{cases} \quad \begin{cases} \cos(\pi + x) = -\cos x \\ \cos(\pi - x) = -\cos x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x \end{cases} \quad \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \end{cases}$$

با توجه به نکته، عبارت داده شده را ساده می‌کنیم:

$$\frac{\sin(\pi + \alpha) + \cos(\pi - \alpha)}{\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) + \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)} = 2 \Rightarrow \frac{-\sin \alpha - \cos \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = 2$$

برای به دست آوردن مقدار  $\tan \alpha$  دو روش ارائه می‌کنیم:

روش اول: به کمک طرفین وسطین معادله بالا داریم:

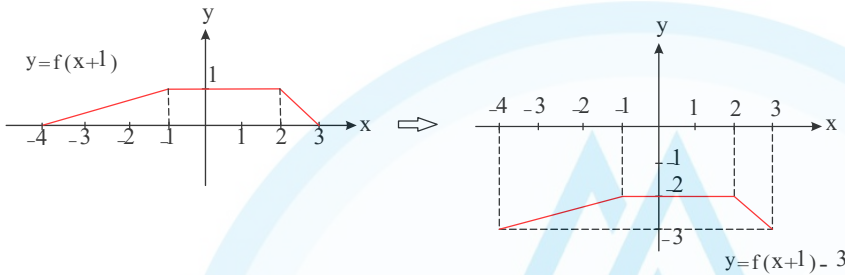
$$-\sin \alpha - \cos \alpha = 2 \cos \alpha - 2 \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = 3 \cos \alpha \Rightarrow \tan \alpha = 3$$

روش دوم: اگر صورت و مخرج تساوی حاصل را بر  $\cos \alpha$  تقسیم کنیم داریم:

$$\frac{-\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha} = 2 \Rightarrow \frac{-\tan \alpha - 1}{1 - \tan \alpha} = 2 \Rightarrow -\tan \alpha - 1 = 2 - 2 \tan \alpha \Rightarrow \tan \alpha = 3$$

-متوسط

۱۴۲. گزینه ۲ برای رسم  $y = f(x+1) - 3$  باید نمودار  $y = f(x)$  را یک واحد به چپ و سپس ۳ واحد به پایین منتقل کنیم.



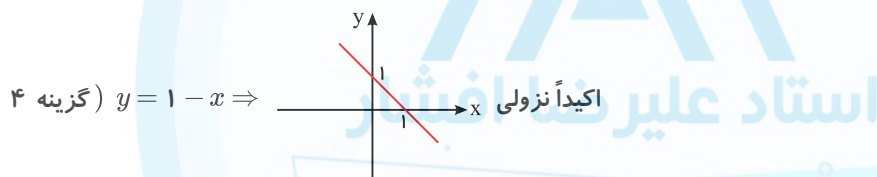
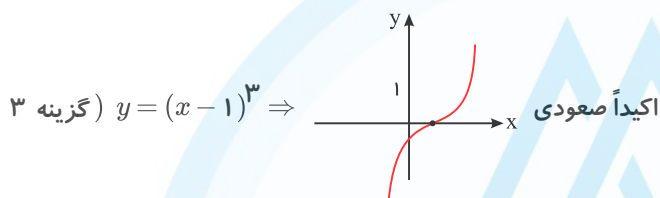
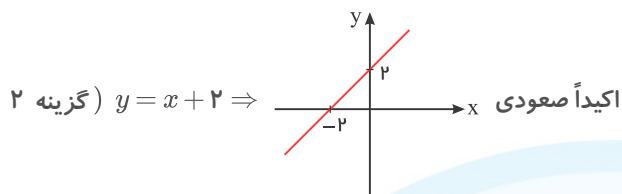
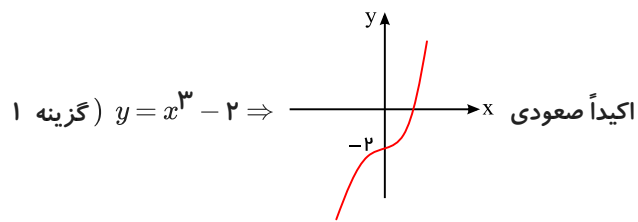
-آسان

۱۴۳. گزینه ۴ با رسم نمودار توابع داریم:

استاد علیرضا افشار

“سوال و جواب”

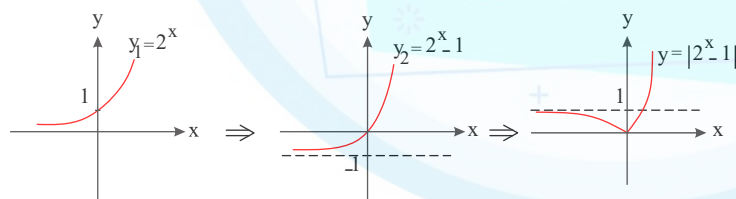
@soal\_javab\_ostad\_afshar



توجه کنید که به تابع اکیداً نزولی، تابع نزولی هم می توان گفت. "سؤال و جواب"

-آسان

۱۴۴. گزینه ۲ بار رسم نمودار  $y = |2^x - 1|$  داریم. @soal\_javab\_ostad\_afshar



تابع در بازه  $[0, +\infty)$  اکیداً صعودی است.

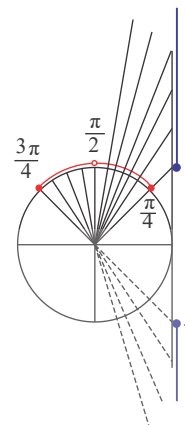
توجه کنید که این تابع در بازه  $[1, +\infty)$  نیز اکیداً صعودی است ولی چون در صورت سؤال بازه ای خواسته شده است که تمام ناحیه های صعودی اکید را در بر داشته باشد پس گزینه ۲ جواب است.

-متوسط



۱۴۵. گزینه ۴ در دایره مثلثاتی زیر اگر  $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$  آنگاه حدود  $\tan x$  به صورت مقابل است:

$$\begin{aligned} \tan x \leq -1 \text{ یا } \tan x \geq 1 \\ 2m - 1 \leq -1 \text{ یا } 2m - 1 \geq 1 \\ m \leq 0 \text{ یا } m \geq 1 \end{aligned}$$



متوسط

$$\begin{array}{r} 2x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 \quad \left| \begin{array}{l} 2x^2 \\ 2x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \end{array} \right. \\ \hline -4x^4 \\ \hline x^3 \\ \hline -x^3 \\ \hline x^2 \\ \hline x^2 \\ \hline x + 1 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} x-1 \\ 2x + \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2}x + \frac{1}{2} \\ -(\frac{5}{2}x - \frac{5}{2}) \\ \hline 3 \end{array} \right.$$

۱۴۶. گزینه ۳

بنابراین باقی مانده حاصل برابر ۳ است.

متوسط

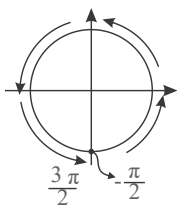
۱۴۷. گزینه ۱ ابتدا معادله داده شده را تجزیه می کنیم به کمک اتحاد جمله مشترک

$$\sin^2 x + (2 - m) \sin x - 2m = (\sin x + 2)(\sin x - m) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x + 2 = 0 \Rightarrow \sin x = -2 \rightarrow \text{جواب ندارد} \\ \sin x - m = 0 \Rightarrow \sin x = m \end{cases}$$

با حرکت روی دایره مثلثاتی از  $-\frac{\pi}{2}$  تا  $\frac{3\pi}{2}$  می بینیم تنها در صورتی که  $m = 1$  باشد معادله  $\sin x = m$  دارای یک

جواب  $x = \frac{\pi}{2}$  خواهد بود.



سخت

۱۴۸. گزینه ۲ چون  $\hat{A} = 30^\circ$  است، بنابراین  $DE$  نصف وتر یعنی  $AE$  است، بنابراین:

$$AE = 2DE = 8 \quad (1)$$

با توجه به شکل زاویه  $\hat{A}_1 = 60^\circ$  و  $\hat{B}_1 = 30^\circ$  می باشند. بنابراین:

$$\hat{B}_1 = 30^\circ \rightarrow AF = \frac{AB}{2} \rightarrow AF = 6 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} EF = 8 - 6 = 2 \rightarrow y = 2$$

از طرفی:

$$\sin A_1 = \sin 60^\circ = \frac{BF}{12} = \frac{x}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow x = 6\sqrt{3} \rightarrow xy = 6\sqrt{3} \times 2 = 12\sqrt{3}$$

سخت-

۱۴۹. گزینه ۴ چون  $A$  و  $B$  و  $C$  زاویه‌های داخلی یک مثلث هستند؛ پس داریم:

$$A + B + C = \pi \Rightarrow C = \pi - B - A \Rightarrow C - A = \pi - B - 2A$$

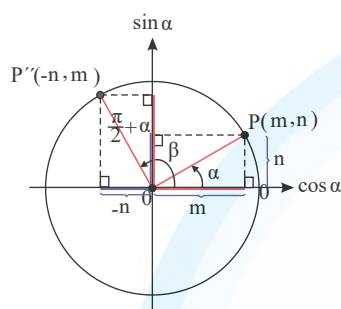
$$\frac{C - A}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{B}{2} - \frac{2A}{2} = \frac{\pi}{2} - (A + \frac{B}{2})$$

$$\cos\left(\frac{C - A}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - (A + \frac{B}{2})\right) = \sin\left(A + \frac{B}{2}\right)$$

سخت-

۱۵۰. گزینه ۲

نقطه  $P$  روی دایره مثلثاتی و ربع اول واقع است ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ) بنابراین داریم:



$$\begin{cases} m = \cos \alpha > 0 \\ n = \sin \alpha > 0 \end{cases}$$

پس نتیجه می‌گیریم نقطه  $P''(-n, m)$  در ربع دوم واقع است زیرا طول آن منفی و عرض آن مثبت است.  
از طرفی:

$$P''(-n, m) \Rightarrow \begin{cases} \cos \beta = -n = -\sin \alpha \\ \sin \beta = m = \cos \alpha \end{cases} \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{2} + \alpha \Rightarrow \alpha - \beta = \frac{-\pi}{2}$$

سخت-

۱۵۱. گزینه ۴ می‌دانیم که  $a = b \times 25 + 17$  و عدد  $a$  باید مضرب ۶ باشد. با توجه به اینکه باقیمانده‌ی تقسیم عدد ۱۷ بر ۶ برابر ۵ است پس باید باقیمانده‌ی تقسیم  $25b$  بر ۶ برابر ۱ باشد و چون باقیمانده‌ی تقسیم ۲۵ بر ۶ برابر ۱ است پس عدد  $b$  به صورت  $6k + 1$  است. با توجه به شرط تقسیم داریم:

$$\left. \begin{matrix} r = 17 < b \\ b = 6k + 1 \end{matrix} \right\} \Rightarrow b_{\min} = 19 \Rightarrow a_{\min} = 19 \times 25 + 17 = 492$$

سخت-

۱۵۲. گزینه ۳

$$a = 4k + 3$$

$$1 \leq 4k + 3 < 100 \Rightarrow -2 \leq 4k < 97 \Rightarrow \frac{-2}{4} \leq k < \frac{97}{4}$$

$$\Rightarrow k = 0, 1, 2, \dots, 24 \Rightarrow n(k) = 24 - 0 + 1 = 25$$

$k$  می‌تواند ۲۵ مقدار مختلف داشته باشد.

آسان-

۱۵۳. گزینه ۲

$$m^2 = n^2 + p \Rightarrow m^2 - n^2 = p \Rightarrow (m - n)(m + n) = 1 \times p \quad (p \text{ عدد اول است})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m - n = 1 \\ m + n = p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 3 \\ n = 2 \\ p = 5 \end{cases}$$

چون  $p$  تجزیه نمی‌شود، پس ناچاراً:

توضیح: تنها دو عدد اولی که اختلافشان یک است (دو عدد اول متوالی)، ۲ و ۳ هستند. به همین دلیل  $m = 3$  و  $n = 2$  اختیار کرده‌ایم.

آسان-

۱۵۴. گزینه ۴ اگر  $n = 9$ ، آنگاه  $2^9 - 2 = 510$ ، واضح است که مجموع ارقام  $510$ ، برابر  $6$  است، پس این عدد بر  $9$  بخش پذیر نیست. اگر  $n = 7$ ،  $2^7 - 2 = 126$  می باشد که  $126$  بر  $7$  بخش پذیر است و اگر  $n = 5$ ،  $2^5 - 2 = 30$  می باشد که  $30$  بر  $5$  بخش پذیر است. همچنین  $n = 6$ ، عدد طبیعی، فرد نیست.

-متوسط

۱۵۵. گزینه ۴

$$x^2 - x - 6 \equiv 53 \pmod{53} \Rightarrow (x-2)(2x+3) \equiv 53 \pmod{53}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-2 \equiv 53 \pmod{53} \Rightarrow x \equiv 55 \pmod{53} \Rightarrow x = 53k + 55 \Rightarrow x = 956, 903, \dots \\ 2x+3 \equiv 53 \pmod{53} \Rightarrow 2x \equiv 50 \pmod{53} \Rightarrow x \equiv 25 \pmod{53} \Rightarrow x = 53k + 25 \Rightarrow x = 979, 926, \dots \end{cases}$$

واضح است بزرگترین عدد سه رقمی در بین مقادیر فوق  $979$  بوده و یکان آن  $9$  می باشد.

-سخت

۱۵۶. گزینه ۴ توجه کنید که:

$$5 \mid 2x+1 \Rightarrow \begin{cases} 25 \mid 4x^2 + 4x + 1 \\ 25 \mid 10x^2 + 5x \end{cases} \Rightarrow 25 \mid 14x^2 + 9x + 1$$

$$\begin{cases} 25 \mid 10x+5 \\ 25 \mid 14x^2 + 9x + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 25 \mid 14x^2 + 19x + 6 \\ 25 \mid 25 \end{cases} \Rightarrow 25 \mid 14x^2 + 19x - 19$$

-متوسط

۱۵۷. گزینه ۲ تذکر:  $a \equiv_m b \Rightarrow a \equiv_{[m,n]} b$

طبق فرض می توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} a \equiv_8 -3 \Rightarrow 7a \equiv_{56} -21 \\ a \equiv_7 5 \Rightarrow 8a \equiv_{56} 40 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a \equiv_{56} 61 \equiv_5 5$$

-متوسط

”سوال و جواب“

@soal\_javab\_ostad\_afshar

۱۵۸. گزینه ۳ طبق فرض مسئله داریم:

$$a = 17q + \frac{1}{10}q, \quad 0 \leq \frac{1}{10}q < 17 \Rightarrow 0 \leq q < 170$$

چون باقیمانده عددی طبیعی است خارج قسمت باید به صورت مضربی از  $10$  باشد:

$$q = 10k \Rightarrow 0 \leq 10k < 170 \Rightarrow 0 \leq k < 17$$

پس  $17$  مقدار مختلف برای  $a$  بدست می آید.

-سخت

۱۵۹. گزینه ۳ می دانیم  $d = (72, 72 + k) = (72, k)$  بنابراین  $d \mid 72$ ،  $d \mid k$  پس  $d$  می تواند برابر هر یک از مقسوم علیه های

$72$  باشد بنابراین  $12$  مقدار مختلف می تواند داشته باشد.

-آسان

۱۶۰. گزینه ۲ ابتدا عبارت  $14n^2 + 19n + 6$  را تجزیه کنیم.

$$14n^2 + 19n + 6 = (2n+1)(7n+6)$$

طبق فرض می دانیم که  $2n+1$  مضرب  $5$  می باشد از طرفی داریم:

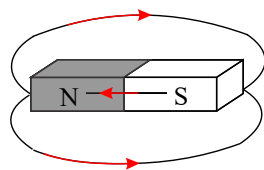
$$\left. \begin{aligned} 5 \mid 2n+1 \\ 5 \mid 7n+6 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 5 \mid 7n+6 \Rightarrow 7n+6 = 5q'$$

بنابراین:

$$14n^2 + 19n + 6 = (2n+1)(7n+6) = 5q \times 5q' = 25qq' = 25q''$$

-متوسط

۱۶۱. گزینه ۳



جهت میدان مغناطیسی داخل مولد میدان مغناطیسی (آهن ربا)، از S به N است و در خارج از آهن ربا از قطب N به S است.

-آسان

۱۶۲. گزینه ۴

می دانیم اگر با سیمی به طول  $L$  سیم لوله ای به شعاع  $r$  بسازیم تعداد حلقه ها برابر خواهند شد با:

$$N = \frac{\text{طول سیم}}{\text{محیط هر دور}} = \frac{L}{2\pi r} = \frac{10}{\pi \times 0.3} = \frac{100}{3\pi}$$

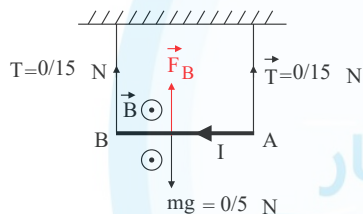
$$B = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{NI}{R} = 2\pi \times 10^{-7} \times \frac{100}{3\pi} \times \frac{3}{0.15} = \frac{2 \times 10^{-5}}{0.15} = \frac{2 \times 10^{-3}}{15} = \frac{4}{3} \times 10^{-4} T = \frac{4}{3} G$$

-آسان

۱۶۳. گزینه ۴ با نصف کردن سیملوله، هم تعداد دور و هم طول سیملوله نصف خواهد شد. چون در رابطه  $B = \mu_0 \frac{NI}{L}$  صورت و مخارج کسر هر دو نصف می شود، بزرگی میدان مغناطیسی روی محور اصلی سیملوله های جدید با بزرگی میدان مغناطیسی روی محور اصلی سیملوله ای اولیه، یکسان خواهد بود.

-متوسط

۱۶۴. گزینه ۴



برای این که میله در حال تعادل باشد، باتوجه به جهت جریان و با استفاده از قانون دست راست باید میدان مغناطیسی در محل میله برون سو باشد تا نیروی مغناطیسی رو به بالا بر میله وارد شود، تا برآیند نیروهای وارد بر میله صفر شود. بنابراین داریم:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow 2T + FB - mg = 0 \Rightarrow 2T + FB = mg \Rightarrow 2 \times 0.15 + FB = 0.5 \Rightarrow FB = 0.2 N$$

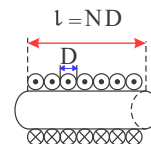
دقت کنید: جرم هر متر از میله  $10g$  و جرم کل میله  $50g$  است، بنابراین طول میله  $5m$  می باشد.

$$FB = BIL \sin \theta \Rightarrow 0.2 = B \times 4 \times 5 \times 1 \Rightarrow B = 0.01 T$$

-سخت

۱۶۵. گزینه ۲ برای به دست آوردن بزرگی میدان مغناطیسی روی محور اصلی سیملوله از رابطه  $B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}$  استفاده می کنیم که در آن  $\ell$  طول سیملوله است. باتوجه به شکل زیر در این مسئله می توان گفت که  $\ell = ND$  می باشد. ( $D$ : قطر سطح مقطع سیم) پس داریم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{ND} = \frac{\mu_0 I}{D} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 2}{3 \times 10^{-3}} = 8 \times 10^{-4} T = 0.8 mT$$



-متوسط



۱۶۶. گزینه ۴ چون نیروی مغناطیسی، نیروی وزن را خنثی کرده پس با آن مساوی و خلاف جهت است.

وقتی جریان دو برابر می شود، نیروی مغناطیسی که با وزن جسم برابر و خلاف جهت آن بوده، دو برابر می شود و چون جهت جریان برعکس شده، جهت نیرو نیز برعکس می شود رو به پایین می شود پس نیروی برآیند برابر می شود با:

$$\sum F = 2mg + mg = 3mg$$

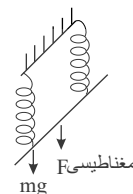
$F = 2mg$

سخت-

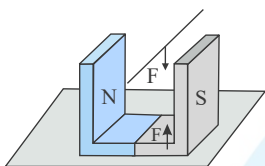
۱۶۷. گزینه ۱ با بستن کلید جریان وارد سیم می شود و از طرف میدان مغناطیسی آهنربا به سیم نیرو وارد می شود از طرفی چون هر کدام از نیروسنجها ۰٫۲ نیوتون بیشتر نشان می دهند. بنابراین نیروی وارد به سیم  $0.2 \times 2 = 0.4 N$  بیشتر شده که در واقع این همان نیروی مغناطیسی وارد بر سیم است. بنابراین داریم:

$$F = 0.4 N \rightarrow BIL \sin \theta = 0.4 N$$

$$B \times 20 \times 0.2 \times 1 = 0.4 \rightarrow B = 0.1 T$$



از طرفی چون نیروی وارد بر سیم رو به پایین است عکس العمل آن آبه آهنربا به سمت بالا وارد می شود بنابراین یک نیروی ۰٫۴ نیوتونی آهنربا را به بالا می کشد پس ترازو ۰٫۴ نیوتون کمتر نشان می دهد. چون در ابتدا ۱۰ N را نمایش داده است، در حال حاضر ۹٫۶ N را نمایش می دهد.

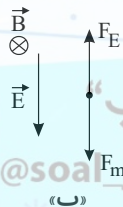
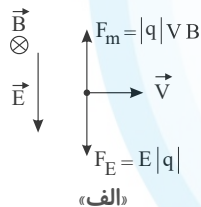


سخت-

۱۶۸. گزینه ۲ آهن یک ماده فرومغناطیس نرم می باشد به این معنی که به سهولت آهنربا شده و به سهولت نیز خاصیت آهنربایی خود را از دست می دهد، اما فولاد یک ماده فرومغناطیس سخت می باشد به این معنی که به سختی آهنربا شده (حجم حوزه ها در آن به سختی تغییر می کند) و به سختی نیز خاصیت آهنربایی خود را از دست می دهد.

آسان-

۱۶۹. گزینه ۱ نیروهای وارد بر ذره مثبت، مطابق شکل «الف» است و باتوجه به اینکه ذره بدون انحراف عبور کرده، الکتریکی  $F = F_{\text{مغناطیسی}}$  است. نیروهای وارد بر ذره منفی مطابق شکل «ب» است.

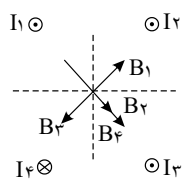
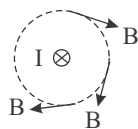


باتوجه به اینکه اندازه سرعت و اندازه بار ثابت است، اندازه نیروها نیز ثابت خواهد بود و از طرفی چون اندازه نیروها تغییر نکرده است، پس برآیند نیروهای وارد بر ذره همچنان صفر است و ذره بدون انحراف همان مسیر ذره بار مثبت را طی می کند. خوب است بدانید اندازه بار اهمیتی در این مسئله ندارد و هر باری با این سرعت وارد شود بدون انحراف عبور می کند. (چرا؟)

متوسط-

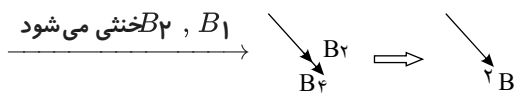
۱۷۰. گزینه ۳

می دانیم میدان هر سیم عمود بر صفحه، بصورت برداری مماس بر خط میدان اطراف سیم رسم می شود:



بنابراین در مرکز مربع میدان سیمها بصورت زیر رسم می شود:

چون اندازه میدانها برابر است، خواهیم داشت:



متوسط

۱۷۱. گزینه ۱

در حرکت با شتاب ثابت جابه‌جایی در زمان‌های مساوی و متوالی تشکیل یک تصاعد عددی می‌دهند بنابراین:

$$x_1 + x_3 = 2x_2$$

سخت

۱۷۲. گزینه ۴

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{20 - 2}{6 - 0} = \frac{18}{6} = 3 \text{ m/s}^2$$

$$V = at + V_0 \Rightarrow V = 3t + 2$$

آسان

۱۷۳. گزینه ۲

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = \frac{-10 - 10}{3 - 1} = \frac{-20}{2} = -10 \frac{m}{s^2}$$

$$\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\text{سطح زیر نمودار}}{\Delta t} = \frac{0}{\Delta t} = 0$$

سطح زیر نمودار در بازه‌ی ۱ تا ۳ ثانیه از دو قسمت با مساحت‌های مساوی تشکیل شده که یکی از آنها بالای محور افقی و مثبت است و دیگری در پایین محور افقی و منفی می‌باشد و بنابراین جمع جبری مساحت‌های آنها برابر صفر می‌شود.

متوسط

۱۷۴. گزینه ۳ اندازه حرکت کمیته است برداری، دارای جهت و مقدار است و تغییرات آن می‌تواند ناشی از تغییر جهت و یا مقدار و

هر دوی آنها باشد. اما انرژی جنبشی کمیته است نرده‌ای و برای آن فقط مقدار سرعت مهم است و از طرفی می‌دانیم تغییرات انرژی

جنبشی برابر است با کار برآیند نیروهای وارد بر جسم. تصور کنیم توپی به جرم  $m$  با سرعت  $v$  به طور قائم به سطح زمین برخورد کرده و با همان سرعت  $v$  باز گردد انرژی جنبشی در برخورد توپ به زمین تغییر نکرده، چون مقدار سرعت تغییر نکرده و کار برآیند نیروهای وارد به توپ در برخورد صفر است اما تکانه آن تغییر کرده است، زیرا جهت سرعت تغییر کرده است.

$$v_1 = -v, \quad V_2 = +v \quad \Delta P = mv_2 - mv_1 = m(+v) - m(-v) = +2mv$$

$$\Delta K = 0 \Rightarrow \text{کار برآیند نیروها} = \Delta K = 0$$

متوسط

@soal\_javab\_ostad\_afshar

۱۷۵. گزینه ۱

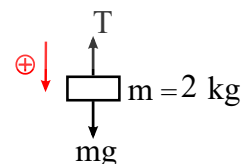
$$\left| \vec{V} \right| = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \frac{\sqrt{\Delta y^2 + \Delta x^2}}{\Delta t} = \frac{\sqrt{[2 - (-10)]^2 + (9 - 0)^2}}{\Delta t} = \frac{\sqrt{12^2 + 9^2}}{\Delta t}$$

$$\left| \vec{V} \right| = 5 = \frac{15}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 3s$$

متوسط

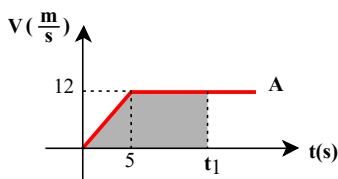
۱۷۶. گزینه ۴ چون شتاب کندشونده است پس  $a = -2 \frac{m}{s^2}$

$$mg - T = ma \Rightarrow 20 - T = 2(-2) \Rightarrow T = 24$$



آسان

گزینه ۱. ۱۷۷



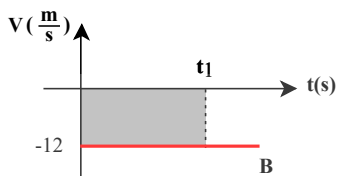
در لحظه‌ای که به هم می‌رسند،  $x_A = x_B$ .

$$x_A = \frac{t_1 + (t_1 - 5)}{2} \times 12 = (2t_1 - 5) \times 6 = 12t_1 - 30$$

$$x_B = -12t_1 + 450$$

$$x_A = x_B \Rightarrow 12t_1 - 30 = -12t_1 + 450 \Rightarrow 24t_1 = 480 \Rightarrow t_1 = 20 \text{ s}$$

$$\Rightarrow x_B = x_A = 12 \times 20 - 30 = 210 \text{ m}$$



سخت-

گزینه ۳. ۱۷۸

$$V_1 = 0, \quad V_2 = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$\rightarrow \text{تغییرات سرعت} = 72 - 0 = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

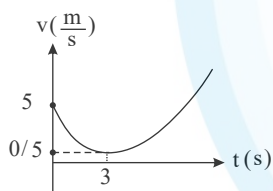
$$\text{زمان تغییرات سرعت} = 2 \text{ s}$$

$$\text{شتاب متوسط} = \frac{\text{تغییرات سرعت}}{\text{زمان تغییرات سرعت}} = \frac{20}{2} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

متوسط-

گزینه ۴. ۱۷۹

$$v = \frac{1}{2}t^2 - 3t + 5 = \frac{1}{2}(t^2 - 6t + 10) = \frac{1}{2}(t^2 - 6t + 9 + 1) = \frac{1}{2}((t-3)^2 + 1)$$



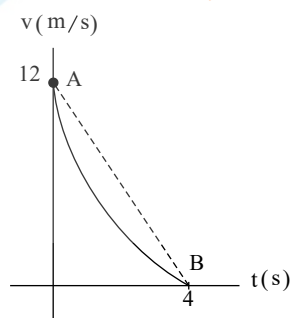
باتوجه به رابطه به دست آمده نمودار سرعت - زمان حرکت به صورت شکل روبه‌رو به دست می‌آید. بنابراین سرعت متحرک ابتدا کاهش می‌یابد و به کمترین مقدار ۰٫۵ متر بر ثانیه می‌رسد و سپس افزایش می‌یابد. پس حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

@soal\_javab\_ostad\_afshar

سخت-

گزینه ۴. ۱۸۰

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -\frac{12}{4} = -3 \text{ m/s}^2$$



اگر یک خط راست بین دو نقطه A و B رسم می‌کنیم مساحت زیر خط چین از مساحت زیر منحنی موردنظر بیشتر است پس سرعت متوسط خط چین از سرعت منحنی موردنظر بیشتر است. ابتدا سرعت متوسط منحنی خط چین را به دست می‌آوریم.

$$\text{خط راست } v_{av} = \frac{V + V_0}{2} = \frac{12 + 0}{2} = 6 \text{ m/s} \Rightarrow v_{\text{منحنی}} < 6 \text{ m/s}$$

متوسط-

سرعت پله:  $v_1$

سرعت شخص  $v_2 =$

$$d = v_1 t_1 \Rightarrow d = v_1 \times 60 \Rightarrow v_1 = \frac{d}{60}$$

$$d = v_2 t_2 \Rightarrow d = v_2 \times 180 \Rightarrow v_2 = \frac{d}{180}$$

$$d = (v_1 + v_2)t \Rightarrow t = \frac{d}{\frac{d}{60} + \frac{d}{180}} = \frac{d}{\frac{4d}{180}} \Rightarrow t = 45s$$

سخت-

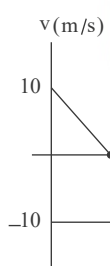
۱۸۲. گزینه ۴ اگر سرعت را در لحظه  $t_1$  برابر  $v_1$  فرض کنیم می‌دانیم شیب نمودار سرعت - زمان معرف شتاب لحظه‌ای است بنابراین:

$$0 < t < t_1 \Rightarrow a_1 = \frac{v_1}{t_1} \quad t_1 < t < 30 \Rightarrow a_2 = \frac{v_1}{30 - t_1}$$

$$a_1 = 4a_2 \Rightarrow \frac{v_1}{t_1} = \frac{4v_1}{30 - t_1} \Rightarrow t_1 = 6(s)$$

$$\Delta t = 30 - 6 = 24(s)$$

متوسط-



در شروع حرکت دو متحرک هم‌مکان هستند سرعت  $A$  مثبت و سرعت  $B$  منفی است پس از هم دور می‌شوند و پس از یک مدت فاصله آن‌ها  $9$  متر می‌شود تا لحظه  $t = 10$  فاصله زیاد می‌شود و در  $t = 10$  فاصله حداکثر می‌شود. از لحظه  $t = 10$  به بعد هر دو متحرک با سرعت منفی در یک جهت حرکت می‌کنند و سرعت  $A$  از  $B$  بیشتر است و فاصله آن‌ها کم شده و مجدداً در فاصله  $9m$  از هم قرار می‌گیرند و پس از مدتی به هم رسیده و  $A$  از  $B$  جلو زده و مدتی بعد باز هم فاصله می‌تواند  $9m$  شود پس  $3$  بار می‌تواند فاصله دو متحرک  $9m$  شود.

متوسط-

۱۸۴. گزینه ۲ نیرویی که افراد به طناب وارد می‌کنند یکسان است. پس نیروی وارد بر دو گروه نیز یکسان است.

$$m_1 = m$$

$$m_2 = 2m$$

$$\Rightarrow F_1 = F_2 \quad m \times a_1 = 2ma_2 \Rightarrow a_1 = 2a_2$$

$$\begin{cases} \Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 \\ \Delta x_2 = \frac{1}{2} a_2 t^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{a_1}{a_2} = 2$$

$$\begin{cases} \Delta x_1 = 2\Delta x_2 \\ \Delta x_1 = \Delta x_2 = 30 \\ \Delta x_1 = 20m \end{cases}$$

چون گروه اول در مکان  $x = 0$  بوده‌اند پس در  $x = 20m$  دو گروه به هم می‌رسند.

متوسط-

۱۸۵. گزینه ۳ حرکت جسم به‌طور یکنواخت انجام می‌شود. در این صورت داریم:



مدت زمان	تعداد دور	
۲	۴	$n = \frac{۲}{۲} = ۱$ دور
۰٫۵	$n$	

مسافت پیموده شده در یک دور کامل با محیط دایره برابر است. پس می توان نوشت:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۲\pi r}{\Delta t} = \frac{۲\pi \times ۴}{\frac{۱}{۲}} = ۱۶\pi m/s$$

-آسان

۱۸۶. گزینه ۲

در حالت اول  $F - f_k = ma$

$$۲۰ - \mu_k mg = ma \Rightarrow ۲۰ - ۰٫۴ \times ۴۰ = ۴a \quad a = ۱ m/s^2$$

$$V = at + V_0 = ۱ \times ۱۰ = ۱۰ m/s$$

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \times ۱ \times ۱۰۰ = ۵۰ m$$

در حالت دوم  $0 - f_k = ma \Rightarrow a = -\mu_k g = -۴ m/s^2$

$$V^2 - V_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - ۱۰۰ = ۲(-۴)\Delta x \quad \Delta x_2 = ۱۲٫۵ m$$

$$\Delta x_T = ۵۰ + ۱۲٫۵ = ۶۲٫۵$$

-سخت

۱۸۷. گزینه ۳ سرعت حرکت جسم ثابت است. یعنی نیروی خالص وارد بر جسم صفر است.

$$\vec{F}_{net} = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0 \Rightarrow \vec{F}_2 = -\vec{F}_1 \Rightarrow \vec{F}_2 = -۱۲\vec{i} + ۴\vec{j}$$

$$\Rightarrow F_2 = \sqrt{(۱۲)^2 + (۴)^2} = ۴\sqrt{۱۰} N$$

-آسان

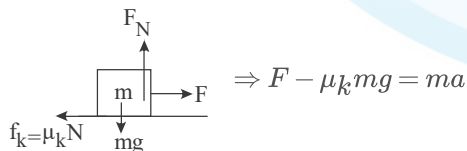
۱۸۸. گزینه ۱

حالت اول:  $F_{net} = ma \Rightarrow ۳۰ - mg\mu_k = ma \Rightarrow ۳۰ - ۱۰ \times ۰٫۱ = ۲۰ \Rightarrow \mu_k = ۰٫۱$

حالت دوم:  $F_{net} = ma \Rightarrow ۳۰ - (۱۵ \times ۱۰ \times ۰٫۱) = ۱۵a \Rightarrow a = ۱ \frac{m}{s^2}$

-آسان

۱۸۹. گزینه ۲ در حالت اول داریم:

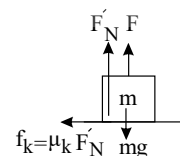


$$N' = mg - F$$

$$-\mu_k F'_N = ma' \Rightarrow m|a'| = \mu_k N'$$

$$\frac{F'_N = mg - F}{\rightarrow m|a'| = \mu_k(mg - F)}$$

در حالت دوم داریم:



صفحه ۲۶

$$\frac{|a'| = 2a}{F - \mu_k mg} \mu_k (mg - F) = 2 \Rightarrow 2F - 2\mu_k mg = \mu_k mg - \mu_k F$$

$$\Rightarrow F(\mu_k + 2) = 3\mu_k mg \Rightarrow \frac{F}{mg} = \frac{3\mu_k}{\mu_k + 2} \quad \frac{F}{mg} = \frac{3 \times 0.4}{2.4} = \frac{1}{2}$$

سخت-

۱۹۰. گزینه ۲

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_{net} = 5(-4\vec{i} + 3\vec{j}) \Rightarrow \vec{F}_{net} = -20\vec{i} + 15\vec{j}$$

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \Rightarrow -20\vec{i} + 15\vec{j} = -15\vec{i} + 8\vec{j} - 21\vec{i} + 19\vec{j} + \vec{F}_3$$

$$\vec{F}_3 = -20\vec{i} + 15\vec{j} + 15\vec{i} - 8\vec{j} + 21\vec{i} - 19\vec{j} \Rightarrow \vec{F}_3 = 16\vec{i} - 12\vec{j}$$

$$\Rightarrow F_3 = \sqrt{(16)^2 + (-12)^2} = 20 \text{ N}$$

آسان-

۱۹۱. گزینه ۴

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 120 - 5 = 115 \text{ s}$$

$$\Delta n = n_2 - n_1 = 25.1 \times 10^{-2} - 2.1 \times 10^{-2} = 0.23$$

$$\bar{R}_{NO_2} = \frac{0.23}{115} = 0.002 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{1}{4} \bar{R}_{NO_2} = \frac{1}{4} \times 0.002 = 5 \times 10^{-4}$$

متوسط

۱۹۲. گزینه ۴

$$\bar{R}_B = -\frac{\Delta n_B}{\Delta t}, \quad \bar{R}_D = \frac{\Delta n_D}{\Delta t}$$

$$\frac{\bar{R}_B}{\bar{R}_D} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2\bar{R}_B = \bar{R}_D \Rightarrow 2 \times \left( -\frac{\Delta n_B}{\Delta t} \right) = \frac{\Delta n_D}{\Delta t}$$

$$\bar{R}_{واکنش} = \frac{R_B}{\text{ضریب استوکیومتری B}} = \frac{R_D}{\text{ضریب استوکیومتری G}} \Rightarrow \bar{R}_{واکنش} = \frac{-\Delta n_B / \Delta t}{2} = \frac{\Delta n_D / \Delta t}{2}$$

آسان-

۱۹۳. گزینه ۲ نمودار ارایه شده نزولی است و با گذشت زمان، غلظت کاهش یافته است، پس ماده‌ی مورد نظر جزء واکنش دهنده‌ها می‌باشد. اگر ماده‌ی مورد نظر را A در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

$$\Delta[A] = 0.05 - 0.35 = -0.30 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\Delta t = 60 - 0 = 60 \text{ s} = 1 \text{ min}$$

$$\bar{R}_A = -\frac{\Delta[A]}{\Delta t} = -\frac{-0.30}{1} = 0.30 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

آسان-

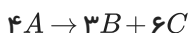
۱۹۴. گزینه ۴ چون  $CaCO_3$  جامد است، غلظت آن همواره ثابت می‌باشد ولی تعداد مول آن در حال کاهش است. در ضمن چون ماده اولیه جامد است و غلظت آن ثابت است شیب نمودار که همان سرعت واکنش است ثابت است.

سخت-

۱۹۵. گزینه ۳ برای بیماران تنفسی از کیسول اکسیژن استفاده می‌کنند چون نسبت به هوا غلظت اکسیژن در آن بیش تر است و بیمار راحت تر نفس می‌کشد. در خاک باغچه موادی وجود دارد که نقش کاتالیزگری دارند و سبب می‌شوند حبه قند آسان تر بسوزد. اگر گرد آهن را بر روی شعله بیاشیم سطح تماس آن با هوا و شعله آتش بیش تر می‌شود و می‌سوزد. در یخچال چون دما کم تر است گوشت دیرتر فاسد می‌شود.

آسان-

۱۹۶. گزینه ۱ ابتدا با توجه به تغییرات یک بازه مانند ۲۰ - ۱۰ ثانیه، معادله‌ی واکنش را به دست می‌آوریم (ضریب هر ماده را تغییرات آن ماده قرار می‌دهیم).



برای فرآورده‌ها زمان و مقدار آغازین صفر است، بنابراین  $\Delta n_B = 11,25$ ،  $\Delta t = 40s$  می‌باشد.

$$\bar{R}_B = \frac{11,25}{40} \Rightarrow \bar{R}_{\text{(واکنش)}} = \frac{11,25}{40} = 9,375 \times 10^{-2}$$

به ازای تولید ۳ مول B، ۴ مول A مصرف می‌شود، بنابراین به ازای تولید ۶ مول B تا ثانیه‌ی ۱۰ باید ۸ مول A مصرف شود و مقدار اولیه A برابر ۱۶ مول است.

-سخت

۱۹۷. گزینه ۳ هرچه دما در محلول اسید بیش‌تر باشد، سرعت واکنش بیشتر است. (رد شکل C)

در A و B چون تعداد میخ‌ها در B بیش‌تر و ریزتر هستند، سطح تماس آن‌ها با محلول اسید بیش‌تر است و سرعت واکنش در B بیش‌تر خواهد بود.



-متوسط

۱۹۸. گزینه ۴ چون منحنی نمودار داده شده سیر صعودی دارد بنابراین فرآورده  $(NH_3)$  است. بنابراین گزینه‌های ۱ و ۲ نادرست است. چون ضریب استوکیومتری  $NH_3$  دو برابر ضریب استوکیومتری N است پس سرعت متوسط تولید  $NH_3$  دو برابر سرعت متوسط مصرف N است. بنابراین گزینه ۳ نادرست است.

ضریب استوکیومتری  $NH_3$ ،  $\frac{2}{3}$  ضریب استوکیومتری  $H_2$  است. بنابراین سرعت متوسط تولید  $NH_3$ ،  $\frac{2}{3}$  سرعت متوسط مصرف  $H_2$  است بنابراین گزینه ۴ درست است.

-متوسط

۱۹۹. گزینه ۳ ابتدا به کمک چگالی گاز اکسیژن، مول آن را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } O_2 = 1LO_2 \times \frac{0,4gO_2}{1LO_2} \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32gO_2} = 0,0125 \text{ mol } O_2$$

چون ضریب اکسیژن نصف ضریب  $KNO_3$  می‌باشد پس تغییرات مول  $O_2$  نیز نصف تغییرات مول  $KNO_3$  خواهد بود.

$$\Delta n_{O_2} = -\frac{1}{2} \Delta n_{KNO_3}$$

$$0,0125 = -\frac{1}{2} \Delta n_{KNO_3} \Rightarrow \Delta n_{KNO_3} = -0,025 \text{ mol } KNO_3 \text{ مول مصرفی } KNO_3$$

$$0,03 - 0,025 = 0,005 \text{ مول باقی مانده } (KNO_3)$$

در نمودار از مول ۰,۰۰۵ عمود بر منحنی می‌کنیم و سپس با عمود کردن بر محور زمان، ۱۵ دقیقه مشاهده می‌شود. و گزینه (۳) صحیح است.

-سخت

۲۰۰. گزینه ۲ با توجه به واکنش:  $2SO_2 + O_2 \rightarrow 2SO_3$  چون ضریب  $SO_2$  دو برابر ضریب  $O_2$  است مقدار ۰,۰۵ مول  $SO_2$  به طور کامل مصرف می‌شود و نمودار مربوط به  $SO_2$  می‌باشد. سرعت واکنش در فاصله زمانی خواسته شده  $(\Delta t = 100s)$  برابر است با:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{SO_2}}{2} \Rightarrow \bar{R}_{SO_2} = -\frac{(0,05 - 0,02) \text{ mol}}{5L \times 100s}$$

$$\Rightarrow \bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{-(0,005 - 0,02) \text{ mol}}{2 \times 5L \times 100s} \times \frac{60s}{1 \text{ min}} = 0,0009 \frac{\text{mol}}{L \cdot \text{min}}$$

-متوسط



$$\frac{V_2}{V_1} = 5 \Rightarrow \frac{100 + V_{NaOH}}{100} = 5 \Rightarrow V_{NaOH} = 400 \text{ mL}$$

$$\frac{pH_2}{pH_1} = 2 \Rightarrow \frac{pH_2}{-\log 0.1} = 2 \Rightarrow pH_2 = 2$$

$$[H^+]_2 = 10^{-2}$$

$$molH^+(1) - molH^+(2) = molOH^- \text{ اضافه شده} = molNaOH$$

$$0.1 \times 0.1 - 10^{-2} \times 0.5 = 0.01 - 0.005 = 0.005$$

$$\Rightarrow NaOH \text{ غلظت} = \frac{0.005}{0.4} = 0.0125 \frac{mol}{L}$$

-سخت

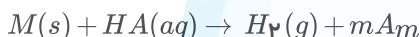
۲۰۷. گزینه ۳ - گریس دارای مولکول ناقطبی است بنابراین در آب که یک حلال قطبی است حل نمی شود.

-  $C_{25}H_{51}O_6$  فرمول مولکولی روغن زیتون است که دارای یک بخش قطبی و یک بخش ناقطبی است. بخش قطبی آن گروه‌های کربن متصل به اکسیژن است و بخش ناقطبی آن زنجیره‌های هیدروکربنی است و چون در این ترکیب بخش ناقطبی بزرگ‌تر است و تعداد کربن زنجیره کربنی زیاد است، میزان قطبیت مولکول کاهش می‌یابد و در آب حل نمی‌شود.

- وازلین ( $C_{25}H_{52}$ ) یک مولکول ناقطبی بوده و در حلال آب که قطبی است حل نمی‌شود.

-آسان

۲۰۸. گزینه ۱ اغلب فلزها با آب و اسیدها واکنش می‌دهند. (به جز طلا، پالادیم، پلاتین، نقره، جیوه و مس) در واکنش فلزها با یک اسید گاز هیدروژن تولید می‌شود.



در دما و غلظت برابر از چند اسید مختلف، هرچه اسید شرکت‌کننده در واکنش قوی‌تر باشد، غلظت یون هیدروژن بیشتر می‌شود و با افزایش غلظت واکنش دهنده سرعت واکنش زیاد می‌شود.

-متوسط

۲۰۹. گزینه ۳  $HF$ ،  $CH_3COOH$  و  $HCOOH$  اسیدهای تک پروتون‌دار هستند. در کربوکسیلیک اسیدها تنها هیدروژن گروه کربوکسیل می‌تواند به صورت یون  $H^+$  وارد محلول شود.

-متوسط

@soal\_javab\_ostad\_afshar

۲۱۰. گزینه ۱

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow -\log[H^+] = 4 \Rightarrow [H^+] = 10^{-4} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$\alpha = \frac{[H^+]}{[HA]_{\text{اولیه}}} \Rightarrow \alpha = \frac{10^{-4} (\text{mol} \cdot L^{-1})}{2 \times 10^{-3} (\text{mol} \cdot L^{-1})} \Rightarrow \alpha = 0.05$$

$$\text{درصد یونش} = \alpha \times 100 \Rightarrow \text{درصد یونش} = 0.05 \times 100 = 5$$

-متوسط